Serie 4
43
P. V. - 2
641502
Smithsonian
2

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCLXXXII

1884-85

SERIE QUARTA

MEMORIE

DELLA CLASSE DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

VOLUME I.

ROMA
TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1885

ATTI

DELLA

R. ACCADEMIA DEI LINCEI

ANNO CCLXXXII

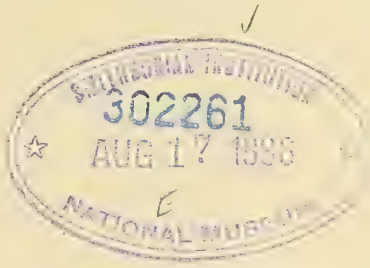
1884-85

SERIE QUARTA

MEMORIE

DELLA CLASSE DI SCIENZE FISICHE, MATEMATICHE E NATURALI

VOLUME I.



ROMA

TIPOGRAFIA DELLA R. ACCADEMIA DEI LINCEI

PROPRIETÀ DEL CAV. V. SALVIUCCI

1885

Contribuzioni alla mineralogia dei vulcani Sabatini.

PARTE I.

Sui proietti minerali vulcanici trovati ad est del lago di Bracciano.

Memoria del Socio GIOVANNI STRUEVER

letta nella seduta del 1 marzo 1885

Da lungo tempo hanno attirato l'attenzione dei mineralisti e geologi quei singolari aggregati minerali che in numerosi frammenti s'incontrano alla superficie e nell'interno degli strati di tufo, di peperino, di pozzolana e di lapilli di alcune contrade d'Italia e dei dintorni del lago di Laach in Germania. E, di fatto, questi « proietti » o « bombe » del monte Somma, del Vulture, di Ventotene, dei monti Albani, questi « trovanti » di Pitigliano e di Laach, meritano tutta la nostra considerazione, non solo per la svariata natura delle specie minerali da essi racchiuse, ma pure per le non rare e talora sorprendenti analogie che presentano con i minerali di numerosi giacimenti di contatto dei terreni antichi.

Dieci anni addietro, non erano noti che i « trovanti » dei luoghi sopraccennati, e recava certo non poca meraviglia la mancanza di tali aggregati minerali erratici nelle contrade vulcaniche, comprese, da un lato, tra il monte Somma e i monti Albani, dall'altro, tra questi e i dintorni di Pitigliano in Toscana, nonostante la grande analogia di condizioni geologiche che in generale si osserva in tutta la estesa zona vulcanica dell'Italia centrale.

Con ciò non voglio asserire che sino a quel tempo non si sia fatto cenno alcuno della esistenza, nelle regioni suddette, di roccie o minerali somiglianti, da lontano, a quelli da tanto tempo osservati al Somma, nel Lazio, a Pitigliano, al lago di Laach. Anzi, il G. Rose (1), fin dal 1839, riconobbe fra i campioni raccolti da Fr. Hoffmann nei tufi presso la ferriera di Bracciano, oltre alle solite roccie vulcaniche, anche il granito. Più tardi, G. vom Rath, in due luoghi della sua descrizione dei dintorni del lago di Bracciano (2), così si esprime: « In questo strato superiore di tufo (tra l'Anguillara e la Mola di Anguillara) trovansi molti inclusi dall'aspetto di roccie

(1) Fr. Hoffmann, *Geognostische Beobachtungen gesammelt auf einer Reise durch Italien und Sicilien in den Jahren* 1830 *bis* 1832. Herausgegeben von v. Dechen nach Hoffmann's Tode. Berlin, 1839. 8.° Ivi, a pag. 51, nella nota dovuta, secondo il vom Rath, a Gustavo Rose, si legge: «Fra i solidi massi di roccie che giacciono nel tufo e si sono trovati presso la Ferriera di Bracciano, incontransi anche frammenti di granito porfiroide, a struttura alquanto sconnessa, come alterati da un principio di decomposizione, composti di feldspato bianco-giallastro, quarzo e mica bianca.

(2) G. vom Rath *Mineralogisch-geognostische Fragmente aus Italien.* I. Zeitsch. d. d. geol. Ges. XVIII. Berlin, 1866. 8°, pag. 568 e 572.

cristalline, composti di amfibolo, mica, sanidino (ma privi di quarzo) come anche molti frammenti di augite granulare verde-giallastra »; e più innanzi: « Più frequenti del calcare magnesifero puro (sulla via dall'Anguillara al lago di Martignano) sono miscugli granulari di calcite con amfibolo, augite o mica nera. Tali notevoli prodotti sono stati trovati, benchè soltanto come grandi rarità, anche nel tufo dei dintorni di Laach ».

Il padre Indes finalmente, in una lettera indirizzata al De Verneuil il 15 maggio 1869 (1) e riguardante la formazione dei tufi della campagna romana, parlando di un tufo scavato tra « Due Case » e « l'osteria della Celsa », sulla via Flaminia, lo dice molto simile al peperino di Marino e racchiudente, oltre a ciottoli e resti vegetali, dei frammenti non rotolati di lava, del calcare compatto e saccaroide, del pirosseno, della leucite e della mica, non che cristalli di pirosseno verde o diopside somiglianti qualche volta alla varietà detta mussite e impiantati sopra una matrice verdastra molto bollosa di origine indubbiamente vulcanica.

Sono queste le sole notizie che sono riuscito a trovare riguardo alla esistenza di proietti minerali vulcanici nella regione Romana sulla destra del Tevere. È chiaro che siamo ancora ben lontani da una perfetta analogia coi trovanti del Somma, del Lazio, di Pitigliano.

Non meno scarsi sono i campioni, provenienti dal territorio preso ad esame, che trovai nelle collezioni mineralogiche di Roma. Qualche raro cristallo sciolto di granato giallo (colla scritta *Ronciglione*) , di idocrasio bruno-chiaro e giallo di miele-cupo (colla scritta *Monti Cimini*), numerosi cristallini sciolti di augite (provenienti da varî luoghi sulla destra del Tevere), e finalmente un campione di pleonasto proveniente dal « monte di Soriano, monte Cimino sopra Viterbo » e da me altra volta descritto (2), ecco tutto ciò che, dieci anni fa, esisteva nel Museo mineralogico di Roma e accennava alla probabilità di scoprire dei giacimenti di minerali vulcanici anche nelle regioni dei Sabatini e Cimini.

In vero, una desolante povertà ove si ponga mente alle serie straordinariamente ricche di proietti vulcanici dei monti Albani e del monte Somma accumulati nel Museo di Roma e in gran parte appartenenti alla collezione già Medici-Spada.

Fu nell'inverno del 1874-75 che l'apertura di una nuova cava sulla via Flaminia, al nord di Roma, sulla destra del Tevere, tra l'osteria di Grotta rossa e « Due Case », mi fornì occasione di osservare entro un tufo giallo simile, salvo il colore, al peperino dei monti Albani, l'esistenza di numerosi e svariati frammenti angolari di calcari, di breccie composte di frammenti di roccie sedimentarie e di minerali di origine vulcanica, di lave basaltiche e trachitiche, non che di svariati aggregati minerali, fra i quali qualcuno dotato di quella struttura zonata, tanto caratteristica di molte « bombe » del Somma e del Lazio. Ne feci cenno in una lettera diretta al professore G. vom Rath (3) di Bonn e in un' altra al compianto prof. G. Leonhard di

(1) *Lettres du père Indes des écoles chrètiennes sur la formation des tufs dans la Campagne romaine* etc. 2e édition. Béthune, 1875. 8.° 2me lettre, pag. 60-61, note.

(2) *Studî sui minerali del Lazio.* Parte I. Atti della r. Acc. dei Lincei. Ser. 2a tomo 3°. Seduta del 2 gennaio 1876. Roma, 1876. 4.° Vedi anche, *Zeitschrift für Krystallographie und Mineralogie* di P. Groth Vol. I, p. 234, nota. Leipzig, 1877. 8.°

(3) Neues Jahrbuch für Mineralogie etc. 1875, fasc. 6°, p. 619-620, 8.°

Heidelberg (1). Le ricerche non mai interrotte dopo quel tempo, e il grande sviluppo che hanno preso più tardi i lavori di estrazione del tufo alle « Due Case », mi hanno permesso di riunire una numerosissima serie di questi proietti che mi propongo di descrivere dettagliatamente in altra parte di queste *Contribuzioni*, tanto più che molti dei massi cennati sono importanti per la genesi delle « bombe » a struttura zonata.

Poco più tardi, nell'inverno 1876-77, il Branco (2), studiando i vulcani della valle del Sacco, scoprì presso Arnara frammenti di roccie antiche e aggregati minerali analoghi a quelli del Lazio e del monte Somma.

Sin dal 1874 poi feci fare ricerca di aggregati minerali, nella regione del lago di Bracciano, da Pio Montanari addetto ai Musei di geologia e mineralogia della r. Università romana, e già nel medesimo anno questi riuscì a trovare qualche grosso masso di pirosseno cristallizzato (cf. fassaite) e di wollastonite nelle pozzolane e nei tufi incoerenti dell'Anguillara, ritrovamento che venne a conferma della notizia sopra ricordata del vom Rath. Per parecchi anni di seguito non fu possibile rintracciare altro in quella contrada. In una escursione di cinque giorni, fatta nel 1880 nei dintorni del lago di Bracciano, non mi venne fatto di trovare il più piccolo frammento di proietto minerale, soltanto potei aggiungere alla serie dei massi di roccie menzionati dal vom Rath sul lago di Martignano, altri talora colossali di arenaria. Durante i rilevamenti fatti dal r. Corpo del Genio civile allo scopo della bonifica della campagna, l'ingegnere La Valle, mio attuale assistente che prese parte a tali lavori, non potè raccogliere, sul lago di Martignano, che numerosi massi di roccie, fra le quali quelle leucitico-sanidiniche tanto interessanti dal lato petrografico.

Negli ultimi anni però, e massime dal 1882 in poi, il sopra ricordato Montanari scoprì parecchi giacimenti, i quali mi resero possibile di riunire una svariata serie di proietti minerali, la cui descrizione è scopo della presente Memoria.

I massi si rinvennero ad est del lago di Bracciano, tra l'Anguillara e i laghi di Martignano e Stracciacappe (ora asciugato) sino a Cesano e il monte S. Angelo presso Baccano, in somma, in quella deserta ma pur tanto bella regione di vulcani spenti ove abbondano le depressioni crateriformi, ora ancora occupate da laghi, ora asciugate,

(1) Neues Jahrbuch für Mineralogie etc. 1876, p. 413. Non sarà fuor di luogo di menzionare qui brevemente un altro ritrovamento che data dall'autunno 1878. In una escursione fatta lungo la via di Ardea, e precisamente presso S. Procula, a 25 chilometri circa da Porta S. Sebastiano, trovai, fra gli altri, grossissimi massi erratici di quella medesima roccia tefritica hauynifera a grossi cristalli di leucite, conosciuta da tanto tempo al Tavolato sulla via Appia e da me menzionata anche al ponte degli Squarciarelli presso Grottaferrata e più tardi ad Albano e Castel Gandolfo. Ma quel che più interessa in questo luogo, si è che nel letto del rivo che passa accanto a S. Procula, esistono strati di una solida breccia composta, al pari di quella del tufo della via Flaminia, di piccoli frammenti di materiali vulcanici e di calcari, e formatasi indubbiamente sul posto per l'influenza cementante delle acque del rivo stesso. L'analogia delle due breccie è completa, onde mi sembra probabile che i frammenti di breccia del tufo della via Flaminia siano stati distaccati da straterelli simili a quelli di S. Procula.

(2) W. Branco *I vulcani degli Ernici nella valle del Sacco.* Mem. r. Acc. dei Lincei. Seduta 6 maggio 1877, ser. III, vol. I, 4° con carta. — Id. *Die Vulkane des Herniker-Landes bei Frosinone in Mittel-Italien.* Neues Jahrbuch für Min. etc. 1877, p. 561 etc. 8.°

che più volte, non so con quanto fondamento, furono paragonate ai « Maar » dell'Eifel in Germania, mentre poi sono da ritenersi quali veri vulcani. Ovunque tagli naturali o artificiali permettono di veder chiaro, gli strati di lapilli e tufo pendono verso l'esterno delle circonvallazioni dei crateri. A tali osservazioni si prestano assai bene i crateri di Baccano e Martignano.

Pare che la contrada in discorso sia stata assai di rado percorsa da mineralisti e geologi, altrimenti non si spiegherebbe come mai per tanto tempo abbiano potuto rimanere ignoti questi massi che pure vi si trovano, in parecchi luoghi, e alla stessa superficie del suolo non tanto infrequenti in mezzo ad una enorme quantità di grossi frammenti di lave leucititiche e tefritiche, di fonoliti leucitiche, di trachiti, di calcari d'ogni genere e di macigno, i quali tutti, al pari degli aggregati minerali, devono la loro attuale posizione all'attività dei crateri vulcanici di quella regione.

I luoghi, dai quali principalmente provengono i proietti minerali sinora raccolti, sono:

1. I monti detti di « Femmina morta », presso Cesano;
2. i monti tra l'Anguillara e il lago di Martignano, sino verso casa Pollina al nord;
3. il monte S. Angelo che fa parte della cinta occidentale della valle di Baccano.

Nella maggior parte dei casi i massi si trovano alla superficie del suolo ove sono rimasti giacenti, mentre le acque piovane hanno trascinato a valle le materie più fine degli strati di lapilli e di tufo incoerente, i quali in origine racchiudevano gli aggregati minerali. Laddove i burroni naturali o i rari tagli artificiali permettono di studiare l'interno degli strati di tufo e lapilli, si osservano qua e là, racchiusi da essi, i medesimi aggregati, e se vi sono apparentemente più rari che alla superficie, ciò dipende unicamente da questo, che i massi superficiali sono, per così dire, il risultato, il residuo, di una cernita naturale cui furono sottoposti dalle acque piovane gli strati o banchi costituenti le circonvallazioni dei crateri.

In due luoghi però i proietti minerali non sono racchiusi da strati di materie incoerenti, o si trovano alla superficie di questi, bensì stanno entro banchi potenti di vero peperino. Quando vidi nel sopra accennato tufo giallo della via Flaminia, oltre a cristalli sciolti e freschi di augite, melanite, mica, leucite, sanidino, idocrasio, e assieme a frammenti angolosi di calcari compatti e saccaroidi, di lave basaltiche, di trachiti e fonoliti leucitiche, anche gli aggregati minerali caratteristici del peperino dei monti Albani, era per me fuor di dubbio, che la formazione dei peperini non poteva ritenersi come speciale dei monti Albani e tanto meno di un supposto cratere ora occupato dal lago di Albano. Ma vi era pur sempre la differenza del colore, benchè per me insignificante, poichè entro certi limiti varia anche il colore dei peperini del Lazio. Qui però nella regione che ci occupa, scompare anche questa ultima differenza, talchè l'occhio più esperto non riuscirebbe a distinguere i campioni di Baccano e Cesano da quelli dei monti Albani.

Sono fino ad ora due luoghi in cui potei osservare questo peperino. Seguendo la strada che dal paese di Cesano conduce all'osteria detta « I Pisciarelli » sulla via Cassia, appena fuori dell'abitato, si scorge il rivo che più a valle prende nome di fosso di Galera, in fondo ad un immenso burrone aperto, superiormente, entro un

grosso banco di peperino. Passando sopra ai banchi denudati dall'acqua e vedendo sul fondo grigio della roccia spiccare le macchie bianche dei frammenti di calcare e quelle nere o grigio-scure dei massi angolari di lave, i quali per aver resistito meglio alla erosione sporgono dalla roccia che parzialmente ancora li racchiude, pare di camminare sui peperini dell'Ariccia o di Albano. Qua e là questo peperino di Cesano, il quale, benchè soltanto ad intervalli e su piccolissima scala, si utilizza per lastroni come quello di Marino, racchiude poi gli aggregati minerali in discorso.

La seconda contrada ove si trova il peperino grigio, con tutti i caratteri surriferiti, è il monte S. Angelo nella parte occidentale della cinta del cratere di Baccano. Già da lontano si scorge, massime d'inverno, quando la vegetazione non toglie la vista, su in alto sul versante interno del monte, una vasta parete grigia tagliata a picco, la quale è costituita da peperino. La posizione di questo peperino, come parte integrante della circonvallazione del cratere, esclude, a mio avviso, completamente l'ipotesi che sia uscito dal vulcano allo stato di corrente fangosa. In esso si rinvengono non tanto raramente belli aggregati minerali, i cui frammenti sciolti, talora ancora col peperino aderente, sono altresì sparsi più in basso sul pendìo del monte e al suo piede.

Le tre località sovraccennate non sono certamente le sole ove esistano interessanti proietti minerali nel distretto vulcanico preso ad esame. Il ritrovamento di qualche frammento isolato in parecchi altri punti della medesima contrada, la innegabile analogia che i massi del tufo giallo della via Flaminia svelano con quelli di Baccano, Anguillara e Cesano, le informazioni verbali avute dal Montanari sulla esistenza di massi minerali anche nei dintorni del cratere di Scrofano, mi fanno supporre che tutto l'esteso tratto di paese compreso tra il lago di Bracciano e il Tevere nasconda depositi di proietti minerali, i quali apriranno un vasto campo di studî ai mineralisti e geologi.

E se mi sono deciso a pubblicare sin d'ora i risultati dei miei studî relativi a tali proietti, si è più per richiamare l'attenzione sopra l'interessante regione in passato fin troppo trascurata, che per dare un lavoro compiuto. Anzi prego il lettore di voler considerare questa Memoria soltanto come una semplice comunicazione preliminare.

Per maggiore brevità, e allo scopo di evitare, per quanto è possibile in un lavoro di questa natura, le noiose ripetizioni, credo utile di dare anzitutto una succinta descrizione delle specie minerali e dei massi trovati, per venire poi alla discussione delle loro condizioni parageneticbe, dalle quali si possano dedurre, a me sembra, conclusioni non prive d'importanza per l'origine stessa dei proietti vulcanici.

Le specie minerali la cui presenza negli aggregati in discorso si potè sinora constatare con certezza sono le seguenti:

Spinello	Idocrasio	Leucite
Magnetite	Humboldtilite	Anortite
Limonite	Mica	Ortoclasio
Wollastonite	Sarcolite	Titanite
Pirosseno	Nefelite	Apatite
Amfibolo	Hauynite	Calcite
Granato		

1. Lo *spinello* è rappresentato, nei massi sino ad ora raccolti, dalla sola varietà detta *pleonasto*. Esso si presenta in cristallini terminati abitualmente dalle sole faccie dell' ottaedro, alle quali piuttosto sovente si aggiungono quelle dell' icositetraedro (311) e più di rado quelle del tetracisesaedro (310) e del cubo. D'ordinario le dimensioni dei cristallini variano da 0,5 a 3^{mm} nel senso degli assi. Come di consueto, il colore del minerale è nerastro o verde-bottiglia-cupo; talora è iridescente.

Lo si trova principalmente

a) nelle geodette di massi pirossenici verdi, accompagnato da cristallini di pirosseno verde, mica verde e calcite;

b) nelle geodette sferoidali di massi composti di pirosseno verde e poca mica verde, accompagnato da cristallini di pirosseno verde;

c) nelle geodette di campioni composti di pirosseno verde e di granato rossiccio e giallo, accompagnato da calcite;

d) nelle numerosissime geodi di massi feldspatici a struttura zonata, accompagnato da cristallini di granato giallo-chiaro e bruno, da cristallini allungatissimi di pirosseno verde-chiaro, e da calcite a superficie corrosa o come fusa.

2. La *magnetite* è ora in granelli irregolari, ora in cristalli della combinazione dell' ottaedro col rombododecaedro, colle faccie dell' ottaedro striate nel senso degli spigoli di esso.

La si trova sovrattutto

a) in massi essenzialmente feldspatici;

b) in massi poco coerenti, composti di leucite vitrea, augite nerastra, e mica bruno-nerastra.

3. La *limonite* laddove si rinvenne nei nostri aggregati, non è che il risultato della decomposizione di altri minerali, massime della magnetite, e ricopre, sotto forma di sottile pellicola, le pareti delle geodette e screpolature, ovvero compenetra l'intera massa dei proietti principalmente feldspatici piuttosto ricchi di magnetite.

4. La *wollastonite* è anzichenò frequente, ma in generale profondamente alterata e solo nell'interno di masse più grosse ancora dotata di tutti i suoi caratteri speciali.

Essa s'incontra

a) in masse lamellari talora voluminose e unicamente costituite da wollastonite;

b) lamellare entro campioni di granato giallo;

c) in cristalli decomposti ma conservanti perfettamente la loro forma caratteristica, tavolare per prevalente sviluppo di (100), ora accompagnati da hauynite (?) grigia e pirosseno verde cf. fassaite, ora da quest'ultimo solo, nelle geodi di massi composti di granato e pirosseno;

d) in cristalli come sopra, con hauynite azzurra, entro massi granatici;

e) in cristalli lamellari, sottili, appannati, sopra il granato giallo.

5. Il *pirosseno*, non solamente negli innumerevoli frammenti di leucitite e tefrite, ma altresì negli aggregati minerali, è una delle specie più abbondanti della nostra regione. Riservando ad altra occasione lo studio completo delle sue forme, come, del resto, quello degli altri minerali menzionati e da menzionarsi, mi limito, per ora, a dire che nei proietti minerali il pirosseno ora si presenta coi caratteri

della *augite*, ora, e assai più sovente, con quelli della *fassaite;* in qualche raro caso soltanto i suoi cristalli rassomigliano a quelli del *diopside*. L'*augite* presenta l'abituale sua forma e color nero o verde-cupo; la *fassaite* è ora in cristalli semplici, ora in gemelli ad asse normale ad (100), a colore variabile dal giallo-verdognolo-chiaro al verde-carico.

La *augite* s'incontra principalmente entro massi poco coerenti, composti di leucite vitrea, augite, mica nerastra e magnetite.

La varietà cf. *fassaite* costituisce o contribuisce a costituire sovratutto i seguenti aggregati:

a) massi interamente composti di pirosseno giallo-verdognolo-chiaro, nelle cui geodi si annidano bei cristalli semplici e gemelli;

b) massi composti di pirosseno verde-giallastro-chiaro e di hauynite celeste parzialmente imbianchita;

c) massi composti di pirosseno verde-cupo cristallino a grana fina, al quale sovente si associano, disseminate nella massa, lamine di mica verdognola e di calcite, e nelle cui geodi troviamo cristallini di pirosseno, spinello, mica, calcite;

d) frammenti composti di cristallini imperfetti di pirosseno verde-cupo o verde-grigiastro, riuniti in massa porosa ma resistente, entro la quale sono disseminati in minor o maggior numero, cristalli or grossi or piccoli di granato giallo di cera o di granato rosso;

e) massi composti di pirosseno verde e di anortite bianco-sudicio;

f) massi composti di pirosseno verde, granato, e wollastonite più o meno decomposta;

g) massi essenzialmente feldspatici a struttura zonata (vedi feldspato).

I cristallini allungati cf. diopside, s'incontrano nei massi a struttura zonata, già menzionati in occasione dello spinello (*d*).

6. L'*amfibolo* pare assai raro, come nel Lazio, nei nostri aggregati minerali. Lo trovai sino ad ora unicamente in piccoli cristallini neri splendentissimi, della combinazione (110) (010) (100) (001) (021) ($\bar{1}11$), nelle geodette di masso essenzialmente feldspatico.

7. Il *granato* è assai frequente e anche abbondante, e si presenta con vario aspetto e in massi di diversissima composizione.

Assai sovente non mostra che le faccie del rombododecaedro, ma non meno spesso a queste si aggiungono quelle meno sviluppate dell'icositetraedro (211) o quelle di un esacisottaedro della zona [110, 101], il quale, nei casi in cui potei determinarlo, corrisponde al simbolo (431); ovvero anche tutte e due queste forme sono unite al rombododecaedro. Talora, invece delle faccie del rombododecaedro, dominano quelle dell'icositetraedro. Una sola volta trovai, in un cristallino di *melanite*, la combinazione (110) (211) (100), colle faccie del cubo splendentissime come tutte le altre. Sono notevoli certi cristalli di granato giallo di cera, a faccie molte disegualmente sviluppate, i quali talora presentano aspetto di combinazioni romboedriche per essersi sviluppati distintamente solo in due ottanti opposti, mentre le faccie degli altri sei ottanti sono strettissime o sembrano mancare affatto.

Il colore del granato varia entro limiti assai larghi.

Abbondantissima è la melanite col suo abituale color nero, in cristallini del diametro di appena un millimetro sino a cristalli piuttosto grossi del diametro di più di un centimetro.

Dal color nero poi si passa, qualche volta in un solo piccolo campioncino, per il bruno-nerastro, bruno-rossiccio, giallo-bruno, giallo di miele, giallo di cera, sino al bianco-giallognolo, ciò che fa supporre che si tratta qui di sole varietà di colore, e non già di differenze essenziali di composizione chimica. Non mancano però granati a tinta rossa che potrebbero essere più differenti dai primi per costituzione chimica.

Fra gli aggregati che contengono il granato, i più notevoli sono:

a) massi composti essenzialmente di sanidino, ora con mica bruno-nerastra, ora senza, e con poca magnetite, racchiudenti tanto nella loro massa stessa, quanto nelle geodi, cristalli di melanite (110) (211), unitamente a bei cristalli di sanidino, di mica nerastra, a cristallini di magnetite, e talora a cristallini aghiformi di apatite;

b) massi ancora essenzialmente composti di molto sanidino e poca melanite, a numerosissime geodi sferoidali, circondate da uno strato di pirosseno verde e tappezzate di cristallini (110) (211) di granato nero, bruno e giallo, accompagnati da cristallini di pleonasto, cristallini, allungatissimi nel senso [001], di pirosseno verde, calcite, ecc.;

c) massi porosi composti di pirosseno verde, entro i quali sono disseminati cristalli, or imperfetti or bene sviluppati, di granato ora rosso, ora giallo di cera;

d) massi composti di grossi cristalli più o meno bene sviluppati di granato giallo di cera, ricoperti da sottile patina grigiastra;

e) massi di wollastonite decomposta in cui sono disseminati cristalli (110) (211) di granato bruno-giallastro.

Nei massi enumerati sotto *c* e *d* si trovano poi assai sovente, associati al granato delle geodi, cristalli di hauynite, di idocrasio, di wollastonite decomposta.

8. L'*idocrasio*, benchè meno abbondante del granato, pure si rinviene in parecchie varietà, e in bei cristalli non di rado ricchi di faccie. Le forme sino ad ora incontrate sono (110) (100) (001) (111) (101) (331) (211) (311) (511) (210). Esse costituiscono svariate combinazioni, fra le quali la più frequente presenta le forme (001) (110) (100) (111) (210) colla base dominante. Tali cristalli più semplici hanno le seguenti dimensioni nel senso degli assi ortogonali: da 2,5 - 3, 2,5 - 3,1^{mm} sino a 6, 6,4^{mm}. Però non mancano combinazioni più complicate, come ad esempio (110) (100) (111) (101) (331) (311) colle dimensioni 2, 2,5^{mm}, e altre che risultano dalla riunione or di tutte, or di quasi tutte le dieci forme semplici sopra indicate.

Il colore del minerale nei nostri massi è variabile; predominano bensì i cristalli a color bruno-giallastro, ma non mancano quelli a tinte bruno-scure, nè quelli a color verde-olivo, verde-olio, e verde-erba, simili all'idocrasio della Mussa in Val d'Ala.

In generale i cristalli bruno-giallastri o bruno-scuri si trovano sopra massi composti quasi unicamente di granato giallo di cera, mentre i cristalli verdi, anche essi impiantati sovra massi granatici compatti, sono sovente accompagnati da cristallini di pirosseno verde-cupo, da wollastonite decomposta e da hauynite.

A questi massi prevalentemente costituiti da granato si aggiungono altri a

struttura zonata, composti di pirosseno verde, hauynite celeste-chiara, calcite spatica bianca, poco granato giallo, e idocrasio bruno-verdognolo, trovati in una recente escursione al monte S. Angelo presso Baccano.

9. La *humboldtilite* è talora compatta, talora cristallizzata, e in questo caso presentasi in cristalli della combinazione (001) (110) (101) (m n o) di color gialliccio.

La trovai

a) in cristalli, accompagnata da pirosseno verde cristallizzato cf. fassaite e da rombododecaedri di hauynite? grigia, sopra massi composti dei medesimi minerali e di granato giallo;

b) compatta, entro grossi massi composti di una miscela distintamente cristallina di wollastonite, feldspato, melanite, humboldtilite.

10. La *mica* si rinviene raramente in bei cristalli, più spesso in lamelle, ora di color bruno-nerastro, ora verdastro. Le osservazioni sino ad ora fatte la fanno ritenere per *merosseno*, come, del resto, era da prevedersi.

La varietà bruno-nerastra s'incontra in cristalli nelle geodi, e in lamelle nella massa degli aggregati feldspatici, come nei massi leucitico-augitici, quella verde invece essenzialmente negli aggregati pirossenici verdi, e ora nella loro massa allo stato di lamelle irregolari, ora in cristalli nelle geodi ove è accompagnata da calcite, spinello, granato, pirosseno.

11. La *sarcolite* è certamente il minerale più interessante fra quelli la cui presenza nei nostri aggregati mi riuscì di constatare. Conosciuta soltanto, e come specie rara, nei massi racchiusi dai tufi del monte Somma, fu sinora senza successo da me cercata negli aggregati dei monti Albani.

I suoi cristalli sono di variabili dimensioni; i più grossi misurano nel senso degli assi risp. 10, 10 e 5^{mm}. Essi presentano le combinazioni (001) (100) (111) e (001) (100) (111) (101) (113) (110) (311) (forma primitiva del Miller), sono fragili, a frattura eminentemente concoide, a splendore vitreo, a color carnicino-chiaro o quasi incolori, trasparenti o tralucidi, e a polvere bianca. La doppia rifrazione ad un asse ottico è positiva e energica, la durezza = 6. Il minerale fonde con facilità al cannello in vetro bolloso, e gelatinizza coll'acido cloridrico. Tali caratteri fisici e chimici, unitamente allo studio cristallografico, mettono fuor di dubbio la identità del minerale colla sarcolite del monte Somma, benchè non si sia ancora potuta fare l'analisi completa della sostanza.

La sarcolite fu trovata sinora in un solo grosso masso composto della stessa sarcolite, di pirosseno verde-cupo cf. fassaite, di granato, di wollastonite ecc. tra l'Anguillara e il lago di Martignano.

12. La *nefelite* si rinvenne soltanto in cristallini di appena un millimetro di diametro e della abituale forma e aspetto della varietà detta *davyna* entro le geodette di masso essenzialmente feldspatico.

13. La *hauynite*, a giudicare dalle ricerche fatte, pare una delle specie più frequenti nel nostro distretto vulcanico. Essa si presenta, il più delle volte, in cristalli della forma dell'ottaedro od anche nella combinazione di questo col rombododecaedro. Assai frequenti sono cristalli semplici, le cui dimensioni, nel senso degli assi, variano da 2 a 10^{mm}, ma sovente s'incontrano altresì gemelli ad asse normale

ad una faccia dell'ottaedro, ora composti di due soli individui, ora di tutta una serie di individui ad asse di geminazione comune, ora di più individui ad assi di geminazione diversi ma compresi nel medesimo piano, ora di più individui ad assi di geminazione diversi e non compresi nello stesso piano, precisamente come altra volta l'ho descritto nei gemelli polisintetici dello spinello orientale.

In molti casi i cristalli conservano il loro colore naturale che dal bigio passa al verdognolo, celeste-chiaro e celeste-cupo, ma non meno spesso sono più o meno profondamente alterati, cioè imbianchiti e resi opachi. I piccoli cristallini sono qualche volta interamente decomposti, talchè della hauynite non resta che la forma, mentre i cristalli più grossi conservano ancora un nucleo più o meno voluminoso di minerale inalterato. Ricerche chimiche dimostreranno, appena si sarà radunata la necessaria quantità di materia, per poterla sottoporre all' analisi colla certezza di ottenere risultati attendibili, quale è la sostanza pseudomorfa della hauynite, o, per dire meglio, quale è la alterazione chimica che il minerale ha subìta.

La hauynite fu trovata sinora principalmente

a) in masserelle entro aggregati essenzialmente feldspatici;

b) mista a pirosseno verde compatto e granato giallo compatto;

c) in cristalli e vene entro massi porosi composti di pirosseno giallo-verdognolo in cristallini cf. fassaite;

d) in cristalli, ora da sola, ora accompagnata da cristalli imbianchiti e opachi di wollastonite decomposta, da cristalli di idocrasio verde, di granato giallo, di pirosseno verde-cupo cf. fassaite, entro le geodi di massi composti di granato giallo in cristalli e di pirosseno verde-cupo in cristallini cf. fassaite;

e) in cristalli, nelle geodi, ed in vene, entro singolari aggregati quasi brecciformi di granato compatto giallo di cera, o dello stesso granato che attraversa in vene e venuzze una roccia grigio-verdastra ora solida ora friabile.

È questo il luogo opportuno di dire qualche parola di alcuni altri cristalli parzialmente alterati, sulla cui natura mi rimane qualche dubbio, non avendo potuto, per la scarsità del materiale disponibile, assoggettarli a prove chimiche sufficienti. Entro massi feldspatici, composti di molto sanidino, poca melanite e magnetite, trovai alcuni cristallini della forma del rombododecaedro, alquanto decomposti e di color bianco-sudicio, che richiamano alla mente la noseanite del lago di Laach. Ed in altri massi, essenzialmente composti di pirosseno e wollastonite, rinvenni, accompagnati da cristalli di pirosseno e di wollastonite decomposta, cristalli piuttosto grossi, grigi, superficialmente alterati, della forma del rombododecaedro, i quali ancora potrebbero spettare alla noseanite.

14. Facendo astrazione dei frammenti innumerevoli di lave tefritiche e leucititiche, e di fonoliti leucitiche che mi riservo di descrivere in altra occasione, noi troviamo la *leucite* piuttosto raramente come costituente di veri aggregati minerali. Non la conosco sinora che nei massi già sopra menzionati, poco coerenti, composti di leucite, augite, mica bruno-nerastra e magnetite, identici a quelli che tanto abbondano nei monti Albani.

15. Più frequente della leucite è certamente un feldspato triclino, il quale si decompone completamente coll'acido cloridrico lasciando la silice allo stato di polvere

gelatinosa, ond'è da ritenersi per *anortite*. Esso si trova in cristallini del diametro di circa 1 millimetro e di color bianco, ma sempre ricoperti di una sottile patina bianco-sudicia appannata, la quale non mi ha permesso di prendere esatte misure al goniometro. Tale feldspato si rinviene in cristallini nelle geodi di massi composti di pirosseno verde e del medesimo feldspato, non di rado accompagnato da poca calcite.

16. L'*ortoclasio*, var. *sànidino*, è assai frequente e abbondante, anche non tenendo conto delle roccie feldspatico-leucitiche, nella cui pasta grigio-chiara oltre a numerosi cristalli di leucite si scorgono molti individui lamellari di sanidino.

Osservai nel sanidino della nostra regione le forme (010) (110) (130) (001) (10$\bar{1}$) (20$\bar{1}$) (100) (11$\bar{1}$) (22$\bar{1}$) (021). Nei cristalli semplici ora predominano le faccie di (010) soltanto, ora invece prevalgono contemporaneamente (010) e (001), ottenendosi nel primo caso cristalli tavolari, nel secondo, cristalli prismatici. I gemelli sono ad asse di geminazione normale ad una faccia di (021), formati cioè secondo la così detta legge di Baveno.

Il sanidino non fu mai incontrato come minerale accessorio negli aggregati, ma sempre costituisce o quasi da sè solo i proietti, od almeno vi entra come parte essenziale e in quantità ragguardevole.

Rinvenni:

a) massi a grana grossa, composti di sanidino prevalente, poca melanite e magnetite, che nelle geodi racchiudono bei e grossi cristalli di melanite e cristalli semplici e gemelli di sanidino, non che, più di rado però, cristallini di magnetite;

b) massi, a grana generalmente più fina, composti di sanidino prevalente, melanite e mica bruno-nerastra, nelle cui geodi si vedono cristalli di sanidino, di mica bruno-nerastra, di melanite, aghetti di apatite;

c) massi, a grana fina, essenzialmente composti di sanidino, al quale si associa mica nerastra e talora anche verde, qua e là accumulata in straterelli irregolari, qualche volta con cristallini di nefelite nelle geodette;

d) massi a struttura zonata, già descritti in occasione dello spinello (*d*) e del pirosseno cf. diopside.

17. La *titanite*, astrazione fatta sempre dai massi, i quali sono da considerarsi più come roccie che come veri aggregati minerali, fu trovata raramente, in cristallini dall'abituale aspetto dello sfeno vulcanico, entro qualche masso feldspatico.

18. L'*apatite*, incolore o biancastra, s'incontra in sottili cristallini aghiformi della combinazione del prisma di primo ordine colla piramide fondamentale, entro le geodette di massi feldspatici indicati sopra parlando del sanidino (*b*).

19. La *calcite*, in cristalli imperfetti, come superficialmente corrosi o fusi, od in masserelle lamellari, s'incontra tanto nella massa stessa quanto nelle geodette di numerosi aggregati, massime di quelli, nella cui costituzione entra come parte essenziale il pirosseno verde cf. fassaite.

Dalla rapida rassegna dei minerali e loro aggregati che precede, si acquista bensì una idea della natura dei primi e del modo in cui sono associati fra di loro, dirò così, in spazio molto ristretto, ma chi si fermasse a questo punto, correrebbe

serio pericolo di venire a conclusioni che non corrisponderebbero in nessuna guisa alla verità.

E qui mi sia anzitutto permesso di dire che l'ipotesi, la quale attribuisce la formazione dei silicati entro i massi calcarei, p. e. del monte Somma, ad azioni chimiche avvenute laddove troviamo ora gli aggregati, cioè nei tufi, e dopo la loro eruzione, non sarebbe forse mai stata messa innanzi, se oltre a studiare i campioni relativamente piccoli, conservati nelle collezioni e scelti soltanto perchè contengono bei minerali cristallizzati, si fosse tenuto sempre il dovuto conto delle osservazioni possibili a farsi solo sul posto, e se si fossero raccolti anche i campioni che, se non fanno bella mostra di sè in una collezione, pure, sotto l'aspetto della loro origine, sono sovente assai più importanti dei bei cristalli, non trascurando sovrattutto i massi interi e possibilmente voluminosi, in cui c'è speranza, ed anzi certezza di trovare ancora unito ciò che lo era prima di venir lanciato fuori dal cratere. Ho seguìto questo sistema da anni nell'accumulare il ricco materiale nuovo, proveniente dai monti Albani, dalla via Flaminia e dalla regione che qui specialmente ci occupa, e depositato ora nel Museo mineralogico di Roma, non dimenticando di aggiungere sempre colla maggior possibile esattezza la indicazione del luogo ove furono trovati i campioni, poichè son certo che anche dalla distribuzione dei massi alla superficie e nell'interno dei banchi di pozzolane, tufo e peperino, si potranno, col tempo, dedurre importanti conclusioni. Disgraziatamente, la ricca collezione di proietti dei monti Albani, già appartenente allo Spada, la quale per tanti altri titoli è di somma importanza scientifica, non corrisponde che in pochi casi a tali esigenze.

Chi si trova davanti, per tornare ora agli aggregati della regione sabatina, un campione unicamente costituito del granato giallo di cera, un altro composto solo di pirosseno giallo-verdastro in cristalli simili a quelli della fassaite, un terzo di pirosseno verde-cupo con vene di hauynite celeste, un quarto costituito da pirosseno e mica verdi, calcite e pleonasto, un quinto composto di pirosseno verde e di anortite bianca, un sesto di sanidino racchiudente melanite e mica nerastra e così via, certamente non ne può dedurre che la diversità assoluta e la perfetta indipendenza dei massi, l'un dall'altro. Ma s'egli si mette ad osservare e a raccogliere sul posto i massi, principalmente quelli più voluminosi, si accorge di leggieri che tutti questi aggregati apparentemente indipendenti l'un dall'altro, ma trovati nello stesso luogo e distribuiti sovra piccola superficie, una volta stavano riuniti e costituivano un unico giacimento. Difatti, portandosi p. e. all'Anguillara ove fu trovata la maggior parte degli aggregati raccolti, si vede come sovente in un medesimo masso vi ha riunione di pirosseno verde, misto a calcite e mica, con cristallini di spinello nelle geodi, e di pirosseno, entro il quale sono disseminati cristalli di granato giallo e rosso; e scomparendo poi dalla miscela man mano il pirosseno si passa al granato puro. Di più si osserva come in uno stesso masso trovansi riuniti, la miscela di sanidino, melanite e mica da una parte, e dall'altra il granato giallo e bianco-giallastro, accompagnato o no dall'idocrasio. Vi ha poi dei massi feldspatici ove in qualche parte si scorge come compaiono delle zone, più o meno circolari sulle superficie di frattura, ma in realtà sferoidali, vuote o ripiene di altri minerali, formate essenzialmente da pirosseno verde, il quale man mano va sostituendosi per intero al feldspato. Molti

altri esempî di consimili associazioni potrei aggiungere, ma basteranno questi pochi, còlla enumerazione dei minerali e loro aggregati fatta più innanzi, per dimostrare la verità del mio asserto, che cioè tutti questi massi così svariati, scoperti in un medesimo luogo, una volta facevano parte di un medesimo giacimento di contatto, dal quale furono divelti nelle eruzioni vulcaniche e portati alla superficie del suolo unitamente ai lapilli e alle ceneri (1).

Limitandoci sempre, almeno per il momento, ai massi trovati tra l'Anguillara e il cratere di Martignano, perchè sono in maggior numero, si tratta ora di vedere quali furono le roccie a contatto delle quali si formò questa svariata serie di minerali. Ponendo mente alla natura dei massi di roccie che si rinvengono frammisti agli aggregati minerali, la risposta alla domanda che ci siamo fatta pare non possa essere dubbia. Da un lato troviamo massi, talora a dimensioni ragguardevoli, di calcari compatti e cristallini, di macigno che non differisce in nulla da quello che troviamo in posto nel terreno terziario-cretaceo, e perfino, al monte S. Angelo presso Baccano, la *paesina* o marmo ruiniforme tale quale s'incontra in Val d'Arno; dall'altro lato abbondano i massi angolosi di tefrite e leucitite svariatissimi per struttura, di fonoliti leucitiche e di trachite, ma soltanto roccie sanidiniche prive di leucite si trovarono sinora unite agli aggregati minerali.

Onde sembra naturale la conclusione, che il giacimento in discorso siasi formato a contatto delle roccie trachitiche con quelle sedimentarie dei terreni terziario, cretaceo o giurese, trovati in posto non solo nell'Apennino, ma anche più vicino alla nostra contrada e ivi indubbiamente esistenti sotto le roccie vulcaniche (2). Che realmente sia così, viene confermato, a mio credere, da quei singolari massi granatici brecciformi cui ho accennato parlando della hauynite (*e*). Constano di una roccia grigia or friabile, or solida, la quale qua e là è indurita e a color simile a quello del pirosseno cf. fassaite, mentre la massa stessa è attraversata da numerose vene di granato giallo compatto, e da gran numero di screpolature dirette in tutti i sensi, le pareti delle quali sono tappezzate da cristallini di granato giallo impiantati sul medesimo minerale compatto che passa alla roccia sottostante. In molte parti poi i massi constano interamente di granato giallo compatto, essendo scomparsa completamente la sostanza grigia. Nelle screpolature, tra uno straterello di granato e l'altro, si vede la hauynite celeste cristallizzata e cristallina, come sopra ho esposto. Evidentemente si tratta qui di una roccia, forse marnosa, in via di trasformazione in granato e pirosseno, di un passaggio dalla roccia inalterata ad aggregati minerali composti di granato e di pirosseno, di frammenti insomma che nel giacimento di contatto si trovavano in immediata vicinanza della roccia sedimentaria non ancora alterata.

(1) Dimostrerò in altre occasioni, che analoghe considerazioni s'impongono prendendo ad esame gli aggregati minerali dei monti Albani e della via Flaminia.

(2) Farò vedere altrove, che non sempre sono le roccie trachitiche al cui contatto si formarono i giacimenti in discorso. Nel tufo o peperino giallo della via Flaminia trovansi p. e. massi di roccie sanidinico-leucitiche, trasformate interamente o in parte in aggregati a struttura zonata; e nella regione dei monti Albani si osserva lo stesso fenomeno per le roccie tefritiche a grossi cristalli di leucite.

Tutto sommato adunque, è probabile che nella sede dell'attività vulcanica, ovvero nelle sue immediate vicinanze, sotto l'influenza di acque termali, ed anche di sostanze gassose, e a contatto tra roccie vulcaniche e di sedimento, siansi formati dei giacimenti ricchi di specie minerali, dai quali vennero staccati i frammenti che troviamo ora nelle pozzolane, nei tufi, nei peperini e alla stessa superficie del terreno sovrastante. Che anche sostanze gassose abbiano avuto parte alla formazione del giacimento di contatto, viene dimostrato a mio avviso, e nel nostro caso particolare, dalla esistenza di massi pirossenici ripieni di piccole cavità sferoidali o perfettamente sferiche, a pareti liscie, come fuse superficialmente, e tappezzate di cristallini di pirosseno e di pleonasto (1). Tanto la roccia vulcanica, quanto quella sedimentaria, subirono cambiamenti più o meno profondi, onde la formazione di svariatissimi minerali non solo, ma anche l'origine di massi, talora a zone, essenzialmente trachitici, in cui subordinatamente si rinvengono parecchi dei minerali costituenti la maggior parte degli aggregati, come di massi in cui non è ancora scomparsa ogni traccia della roccia sedimentaria.

L'analogia sorprendente che presentano i nostri aggregati coi giacimenti di contatto dei terreni antichi, potrebbe far supporre che gli aggregati stessi derivassero, almeno in parte, da tali giacimenti anteriori alla attività vulcanica. Ma se in tal modo si spiegherebbero forse assai naturalmente le analogie veramente grandi tra i nostri proietti e gli antichi minerali di contatto, rimarrebbe pur sempre strana la mancanza di certe specie minerali nei nostri aggregati, come ad esempio dell'epidoto tanto frequente nei giacimenti di contatto antichi, nè meno strana riuscirebbe la presenza e abbondanza, tra i proietti, della hauynite e di altre specie che mancano ai giacimenti antichi; a meno che si volesse ammettere almeno una parziale trasformazione del giacimento sotto l'influenza degli agenti vulcanici. Ma ad una siffatta ipotesi si oppone, nel caso nostro, anche un'altra considerazione.

Senza voler punto negare la possibilità che in una eruzione vulcanica vengano lanciati fuori del cratere anche frammenti di giacimenti minerali antichi e anteriori all'attività vulcanica, possibilità dimostrata, del resto, dal ritrovamento dei massi di roccie granitiche ed altre fra i proietti p. e. del monte Somma, e da numerosi « trovanti » del lago di Laach, rimarrebbe pur sempre necessario, volendo adottare l'ipotesi suaccennata, di ammettere che sotto il Vesuvio e il monte Somma, sotto i vulcani degli Ernici, sotto i monti Albani, sotto i vulcani Sabatini, sotto quelli Cimini (si ricordi il pleonasto ivi rinvenuto) sino a Pitigliano, insomma sotto tutta la estesa zona vulcanica del versante tirreno dell'Italia centrale e meridionale, si estendesse una serie di tali antichi giacimenti di contatto molto simili l'uno all'altro. Sarebbe veramente una coincidenza un po' troppo strana per essere facilmente ammessa.

In conclusione sono d'avviso, e credo con me lo sia la grande maggioranza dei mineralisti e geologi, che gli aggregati minerali, almeno la maggior parte di quelli trovati in Italia, derivano bensì da giacimenti di contatto, ma formatisi nella sede del vulcano stesso che poi li ha eruttati e portati nella loro attuale posizione. L'analogia

(1) Basta ricordare, del resto, i silicati cristallizzati del monte Somma e del Vesuvio, per i quali lo Scacchi dimostrò, o rese almeno assai probabile, l'origine per via di sublimazione.

tra i proietti vulcanici e i minerali degli antichi giacimenti trova, a me sembra, una sufficiente spiegazione nella somiglianza chimica e mineralogica delle roccie cristalline e di sedimento che, in un caso come nell'altro, vennero a contatto.

Due parole ancora sulle analogie che i proietti minerali della regione sabatina presentano con quelli delle altre contrade vulcaniche, e più specialmente con quelli del monte Somma, dei monti Albani, di Pitigliano e di Laach. Se i massi composti di granato giallo, o di questo e di idocrasio, richiamano alla mente, anche sotto l'aspetto cristallografico, a preferenza i più frequenti « trovanti » di Pitigliano, sono sovrattutto i massi verdi pirossenici con pleonasto, i miscugli di pirosseno verde e di anortite, che ricordano in pari tempo e i monti Albani e il monte Somma, mentre i massi feldspatici a struttura zonata e i massi contenenti la sarcolite ravvicinano il nostro giacimento maggiormente a quello del monte Somma, e i massi feldspatici con melanite tanto a quest'ultimo quanto a quello del lago di Laach. L'abbondanza della hauynite stabilisce una stretta analogia col Lazio. Con tutto ciò, i nostri aggregati, presi complessivamente, hanno una impronta locale, limitata alla nostra regione. La grande varietà nella composizione mineralogica e chimica dei massi, che da quelli più poveri di silice passano a quelli che ne sono i più ricchi, trova forse la sua spiegazione anche nella posizione dei vulcani che li eruttarono, in mezzo ad una contrada ove da un lato abbondano roccie leucititiche e tefritiche, dall'altro sono assai vicine fonoliti e trachiti, sotto il quale aspetto la nostra regione si avvicina più a quella del monte Somma ove sono numerosi anche i massi feldspatici, che non a quella dei monti Albani ove tali massi feldspatici sono più rari a confronto degli altri meno ricchi di silice.

Del Zifioide fossile (Choneziphius planirostris) scoperto nelle sabbie plioceniche di Fangonero presso Siena.

Memoria del Socio G. CAPELLINI

letta nella seduta del 14 dicembre 1884.

(Con una tavola)

Nel 1804, fra il villaggio di Fos e la foce del Galégeon nel dipartimento del Rodano, presso un canale che riunisce lo stagno Estomac col mare, l'ingegnere Raimondo Gorsee avendo trovato gran parte delle ossa del cranio di un strano cetaceo, ivi trasportate da un contadino che l'anno innanzi le aveva raccolte sulla spiaggia del mare, le inviò al Museo di storia naturale a Parigi.

Cuvier notò la densità di quelle ossa impregnate di calcare, ritenne che fossero petrefatte e da riferirsi a un tipo estinto, e con esse fondò il nuovo genere *Ziphius*.

Alcuni anni dopo, allorchè il conte Déjan spedì al sommo paleontologo francese i resti di cranî di delfinoidi scoperti nel crag grigio di Anversa mentre si eseguivano le escavazioni dei nuovi bacini (1809 e 1812), esso non esitò a riconoscere i loro rapporti col cranio di *Ziphius* di Fos; li giudicò, però, di specie diversa e nel 1823 li figurò e descrisse col nome di *Ziphius planirostris* (1). Nella stessa circostanza Cuvier fece conoscere un frammento di rostro di zifioide fossile, di ignota provenienza, che da molto tempo si trovava nel Museo di Parigi e questo pure riferì ad altra specie che distinse col nome di *Ziphius longirostris*.

Dopo il 1812, del *Ziphius planirostris* soltanto pochi altri avanzi ne furono raccolti nel crag di Anversa; ma resti di altre specie di zifioidi fossili furono scavati in Inghilterra e in Belgio, si scoprirono parecchi zifioidi in diverse parti dell'Oceano e nel Mediterraneo e si riconobbe che il *Ziphius cavirostris* di Fos non era fossile.

Frattanto dei zifioidi viventi e fossili si occuparono ripetutamente Van Beneden, Gervais, Duvernoy: l'ultimo dei quali ritenendo tuttavia fra i fossili il cranio raccolto a Fos lo mantenne come tipo del genere *Ziphius*; mentre col zifioide del crag di Anversa (*Ziphius planirostris*) fondava il nuovo genere *Choneziphius* (2). In Italia

(1) Cuvier G. *Recherches sur les ossements fossiles.* Tom. V, p. 1, p. 352, pl. XXVII, fig. 7, 8. Paris, 1823.

(2) Van Beneden P. J. *Note sur deux cétacés fossiles provenant du bassin d'Anvers.* Bull. de l'Acad. r. de Belgique. Tom. XIII, 1e partie, p. 257. Bruxelles, 1846. — Gervais O. *Recherches sur la famille des cétacés ziphioïdes*, etc. Compte rendu hebd. Tom. XXX, p. 510. Paris, 1850. — Ann. sc. nat. 3e série, tom. XIV, p. 1, 1850. — Duvernoy, *Mémoire sur les caractères ostéologiques des genres nouveaux et des espèces nouvelles des cétacés vivants et fossiles* etc. Ann. sc. nat. 3e série, tom. XV, p. 6 e 65, pl. 1 e 2. Paris, 1851.

il cav. R. Lawley fino dal 1875 annunziava la scoperta di denti di due specie di *Dioplodon* fossili nel pliocene dei dintorni di Orciano e avanzi di rostri riferibili allo stesso genere, da parecchi anni già si trovavano nel Museo della r. Accademia dei Fisiocritici di Siena; finora però, nè in Toscana nè altrove era stato scoperto avanzo alcuno da riferire al rarissimo *Choneziphius*.

Nell' aprile dello scorso anno 1883, avendo saputo che il cav. Brogi di Siena aveva venduto al Museo di Firenze alcune ossa fossili le quali si ritenevano spettare ad un cetaceo, scrissi tosto al collega ed amico professore Cesare D'Ancona perchè quelle ossa mi fossero inviate per studio, come già aveva fatto per altri resti di cetacei dello stesso museo.

Il professore D'Ancona gentilmente acconsentiva alla mia domanda; mi avvisava però che il nuovo fossile era stato affidato all'egregio preparatore signor Enrico Bercigli perchè lo spogliasse della dura roccia che lo ricopriva.

Trascorse alcune settimane, avendo avuto occasione di passare per Firenze mi recai al museo per trovare il collega e, veduta la bella porzione di cranio del nuovo fossile allora già restaurato, mi accertai che veramente si trattava di un zifioide come già per lettera mi era stato dubitativamente accennato dallo stesso preparatore Bercigli.

Non avendo avuto il piacere di trovare il prof. D'Ancona, sopra una mia carta di visita rinnovai la preghiera di avere al più presto per studio quei resti di *Zifioide*, e finalmente nei primi giorni di ottobre il prezioso fossile si trovava nel mio laboratorio.

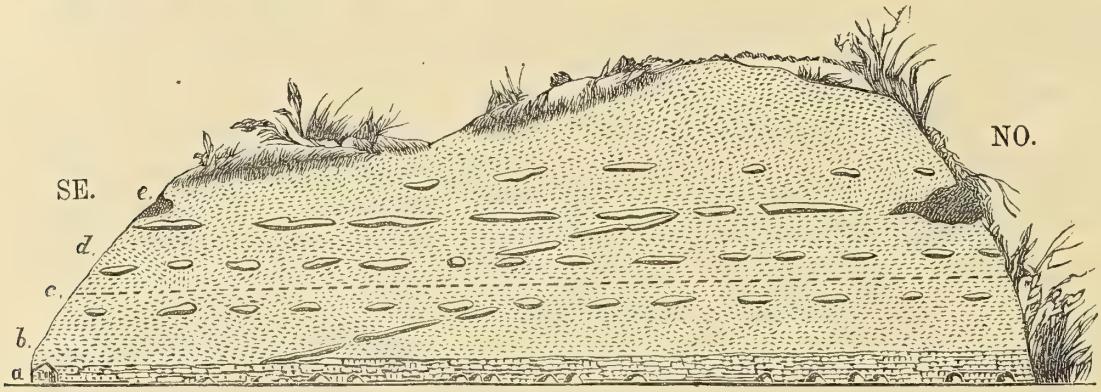
Non appena ebbi riconosciuto che il cetaceo senese spettava al genere *Choneziphius*, avrei potuto annunziare la importante scoperta; mi persuasi però che per trarne il maggior interesse possibile per la geologia stratigrafica occorreva conoscerne esattamente il giacimento. A tal fine, recatomi a Siena nel dicembre 1883, poichè fui assicurato che quei resti erano stati scavati a Fangonero in Val di Pugna poco discosto dal luogo ove altra volta erano stati trovati gli avanzi del *Felsinotherium Gervaisi,* pensai di tornare a studiare quella importante località e pregai il cav. Brogi perchè si compiacesse di accompagnarmi in quella breve escursione.

Fangonero si trova a circa due miglia da Siena, fuori porta Pispini, sulla destra della strada ferrata che va ad Asciano e Rapolano. Per la costruzione della strada ferrata, essendo stato tagliato un piccolo sprone che sporgeva verso nord-est di faccia al casello segnato col numero 247, ne risultò una specie di alta ripa che si eleva a circa venti metri sul livello delle rotaie ed offre una bellissima sezione alla cui base si veggono le sabbie turchine con *Natica lineata*.

Di questa località importantissima già feci cenno parlando del *Felsinotherium Gervaisi* e, fin d'allora, ricordando che vi erano stati raccolti altresì avanzi di *Rhinoceros megarhinus* e di *Sus*, cfr. *S. provincialis*, ne feci intravedere i rapporti con le sabbie argillose compatte spettanti ai depositi littorali del pliocene antico del Bolognese e di diverse regioni dell'Emilia, con le sabbie plioceniche di Montpellier, col crag grigio o sabbie medie di Anversa (1).

(1) Capellini G. *Sul felsinoterio, sirenoide halicoreforme dei depositi littorali pliocenici del bacino del Mediterraneo e del mar Nero.* Mem. dell'Accad. delle scienze dell'Ist. di Bologna. Serie III, tomo I, febb. 1872. Bologna, 1872.

Il dottor Carlo De Stefani, descrivendo gli strati pliocenici dei dintorni di Siena (1), ricordò in seguito i vertebrati fossili raccolti in Val di Pugna e fece conoscere i principali molluschi fossili che si possono raccogliere nel taglio di Fangonero di cui unì uno schizzo; ma la nuova scoperta, della quale parlerò fra poco, avendo accresciuta notevolmente la importanza geologica di quella ripa, ho pensato di riprodurre una esatta sezione, con nuovi appunti presi in proposito e con misure fatte rilevare dal signor cav. Brogi.



Sezione di Fangonero

al piano della strada ferrata a m. 213,53 sul livello del mare.

Scala di 1 a 500.

La sezione è allineata approssimativamente da nord-ovest a sud-est, con una lunghezza di m. 65.

Al livello del piano stradale a m. 213,53 di elevazione sul mare si hanno sabbie marnose turchiniccie le quali riposano sopra argille e sono sempre molli per acque che filtrano attraverso ad esse.

Queste sabbie sono ricche di conchiglie calcinate e frantumate e contengono ciottoli calcarei forati da litofaghe, con serpule e ostriche aderenti; alla base e nella porzione più marnosa vi si trova qualche frammento della *Natica lineata*. Questo strato più basso che si può esplorare un poco inferiormente al livello delle rotaie della strada ferrata, ha una grossezza di m. 2,20 e inclina un poco verso sud-est.

Sopra questo strato stanno sabbie gialle più o meno compatte un poco marnose, in mezzo alle quali si hanno delle masse di sabbie, fortemente cementate, ora in forma di masse irregolari ma subrotonde, ora in forma amigdalare. Queste masse conglutinate, atteso la regolare loro distribuzione in piani come si nota per i rognoni di piromaca della creta, servono all'uopo a precisare delle suddivisioni opportune nella massa sabbiosa stessa.

Il primo orizzonte di queste sabbie cementate in forma di grandi rognoni si vede nella sezione sopra uno strato sabbioso *b* che ha una grossezza di m. 3,30.

Un secondo orizzonte corona lo strato di sabbie segnato *c*, che ha m. 3 di

(1) De Stefani C. *Descrizione degli strati pliocenici dei dintorni di Siena.* Bollettino del r. Comitato geologico. Vol. 8, pag. 155. Roma, 1877.

grossezza e in esso già si vedono giacenti in gran numero belli esemplari di Panopee (*P. glicimeris*, Born.).

Un terzo strato segnato *d* ha pure tre metri di potenza ed è sormontato dalle solite sabbie cementate, ma in masse più irregolari ed anche nella sezione apparentemente più sottili delle precedentemente notate.

Qualche massa concrezionata si nota irregolarmente distribuita nelle sabbie che stanno sopra lo strato ora ricordato, e da questo e dal più basso segnato *b* si partono come delle diramazioni di sabbie conglutinate, evidentemente dovute a infiltrazioni di carbonato di calce proveniente dai gusci di molluschi e dalle ossa che trovavansi nei piani superiori.

La sezione, misurata nel punto più elevato sul livello della ferrovia, in complesso presenta una fronte di circa metri 21 di potenza.

Nel fianco occidentale, da alcuni massi provenienti dal 3° filare superiore (fra *e, d*) furono ricavati i resti del *Felsinotherium Gervaisi* e la mandibola di rinoceronte che fino dal 1872 ho riferito al *R. megarhinus*, Christol; specie che il Falconer riteneva doversi distinguere da quella che esso chiamò *R. etruscus*.

Giova notare che dello stesso rinoceronte si trovò anche un frammento di scapola e una porzione del radio; e da massi contigui a quelli che contenevano le ossa si ricavarono parecchi strobili di pino.

Di recente il cav. Brogi raccolse nello stesso luogo alcuni frammenti di coste che ho riconosciuto spettare al genere *Felsinotherium* e che verosimilmente appartengono allo stesso individuo di cui nel Museo di Siena si conservano i resti del cranio da me altra volta illustrati.

Quasi di faccia alla estremità sud-est del poggio vi ha il casotto ferroviario che dissi essere a m. 247,652 da Roma, conosciuto quindi con la indicazione: casotto n. 247; di fronte al casotto trovasi un viottolo pel quale si sale al podere detto *Poggio* già proprietà del sig. Fonio ed oggi spettante al sig. Bruni. Poco sotto il piano del casino del sig. Bruni e precisamente in un masso spettante allo stesso piano superiore di concrezioni dal quale già si erano ricavati così importanti avanzi di mammiferi terrestri e marini, a m. 225 sul livello del mare furono raccolti i resti del *Choneziphius*.

Come per la regione cervicale della *Balaena etrusca* scavata nel poggio di Pasqualone presso Chiusi, così la scoperta di questo cetaceo nuovo per l'Italia si deve ai cercatori di antichità etrusche. Dal sig. cav. Brogi, infatti, e per informazioni assunte sul luogo quando nel dicembre 1883 visitai di nuovo Fangonero, imparai che nel 1881 uno scavino di Chiusi essendo stato autorizzato a cercar tombe etrusche nel podere del Poggio, si imbattè nel fossile che fu poi acquistato dallo stesso sig. cav. Brogi dopo aver fatto nuove ricerche sperando di trovare altri avanzi.

La traccia della buca dalla quale fu estratto il masso che conteneva le ossa del *Choneziphius* non essendo per anco del tutto scomparsa, mi fu agevole di rendermi conto della esatta sua posizione stratigrafica e potei convincermi degli intimi rapporti cronologici del *Choneziphius planirostris*, col *Rhinoceros megarhinus*, col *Felsinotherium Gervaisi* e col *Sus* cfr. *S. provincialis* ivi altra volta raccolti; quindi anche con la *Balaena etrusca* e col *Mastodon arvernensis* (*brevirostris*, secondo

Gervais) di cui a Monte Follonico presso Montepulciano, già nel secolo scorso furono incontrati avanzi insieme a vertebre caudali di vera balena (1).

Dei rapporti delle sabbie gialle compatte di Fangonero con quelle del Bolognese, del Piacentino, del Piemonte e di altre località italiane ove si trovarono avanzi di *Felsinotherium* e di *Rhinoceros megarhinus*, o l'uno e l'altro, e più di tutto della loro corrispondenza con le sabbie marine plioceniche di Montpellier, già dissi sufficientemente parlando del genere Felsinoterio (2).

In quella circostanza mi ingegnai di fare apprezzare che, esse sabbie compatte, nel Senese e nel Bolognese localmente rappresentavano il pliocene inferiore e parte forse il miocene superiore (intendendo per questo quella parte del Messiniano che in seguito dimostrai essere anche in Italia prevalentemente rappresentato dagli *strati a Congerie*), come si rilevava dai molluschi fossili che vi si incontrano. Feci notare che si trattava di *deposito* (alcuni continuerebbero a dire formazione) littorale; in altre parole, sostenni che esse sabbie gialle compatte non erano da considerarsi altrimenti che come un *facies* littorale del pliocene inferiore corrispondente, *cronologicamente* alle più antiche argille che rappresentano il *facies* marnoso e argilloso caratteristico delle zone più profonde.

Nuove ricerche fatte in proposito, nuovi confronti fra le sabbie a Felsinoteri e Rinoceronti dei dintorni di Montpellier e le sabbie compatte del Bolognese, le une e le altre caratterizzate dall'*Ostrea cucullata*, i rapporti delle sabbie compatte plioceniche del Bolognese con quelle del Senese e lo studio accurato dei fossili animali e vegetali che le caratterizzano, non solo permettono di collegare cronologicamente questi depositi littorali anche con una parte delle argille plioceniche della Toscana e del Bolognese, ma ci offrono modo di istituire, qualche utile confronto col terziario superiore del Belgio.

Nei più recenti lavori dei geologi belgi il terziario superiore è distinto in *sabbie inferiori*, o mio-pliocene; *sabbie medie* e *sabbie superiori* che costituiscono il pliocene propriamente detto. Nel mio-pliocene sono poi distinte tre zone: 1° la più antica, detta zona delle sabbie a *Panopaea Menardi;* 2° quella di mezzo costituita dalle sabbie a *Pectunculus pilosus*; 3° la superiore o zona delle sabbie ghiaiose con *Heterocetus.*

A questa zona che forse in parte rappresenta i veri *strati a Congerie* e il Sarmatiano di altre regioni, succedono in serie ascendente le due zone sabbiose plioceniche.

La prima di queste zone, o la inferiore, comprende gran parte di ciò che fu lungamente indicato sotto il nome di *crag grigio* di Anversa; da Van den Broeck designata sotto il nome di zona delle *sabbie medie di Anversa* (1878), da Cogels ha avuto il nome di *sabbie a Isocardia cor* (1874), è parte dello Scaldisiano di Dumont? (1849) e da Mourlon viene distinta col nome di *Sistema Anversiano.* Questa zona è rimarchevole per la quantità di ossa di cetacei in posto, specialmente di *Balaenula balenopsis*

(1) Baldassari G. *Descrizione di una mascella fossile straordinaria trovata nel territorio senese.* Atti dell'Accademia delle scienze di Siena detta dei Fisiocritici. Tom. III, p. 254. Siena, 1767.

(2) Capellini, *Sul Felsinoterio, sirenoide halicoreforme dei depositi littorali pliocenici dell' antico bacino del Mediterraneo e del mar Nero.* Mem. dell'Accademia delle scienze dell'Istituto di Bologna. Serie III, t. I, p. 606. Bologna, 1872.

V. Ben., *Balaenoptera rostelum* V. Ben., *Balaenoptera muscoloides* V. Ben. e certamente dalla porzione inferiore di questa zona devono essere derivati gli avanzi di *Choneziphius planirostris* che però i geologi belgi anche nelle più recenti pubblicazioni hanno lasciato fra i fossili *incertae sedis.*

Alla zona superiore del pliocene (essa pure parte dello Scaldisiano di Dumont), messa in bando la denominazione di *Crag rosso*, fu dato da Cogels il nome di sabbie a *Trophon antiquum*, e *sabbie superiori di Anversa* furono dette da Van den Broeck (1878) mentre il Mourlon preferisce di conservare per essa il nome di Scaldisiano. D'ordinario in questa zona le ossa dei cetacei sono rotolate e i molluschi costituiscono veri strati di tritumi di conchiglie miste a sabbia d'ordinario giallo-rossastra ma talvolta grigia, e non meno caratteristica del *Trophon antiquum* talvolta vi si nota abbondantissima la *Corbula striata* che Cogels considera come rappresentante di un *facies* speciale di esse sabbie. Il *Pecten Gerardi* con le due valve riunite vi forma piccoli ammassi e sono abbondanti l'*Ostrea edulis*, la *Nassa reticosa* e il *Pecten maximus.*

Se ora si cercano i rapporti fra il pliocene italiano e il pliocene del Belgio, come è oggi delimitato, non si incontra difficoltà per conguagliare le *sabbie medie di Anversa* o l'*Anversiano* con le più antiche sabbie plioceniche dell'Emilia e della Toscana caratterizzate dal *Rhinoceros megarhinus*, *Felsinotherium Forestii*, *F. Serresii*, *Sus* cfr. *provincialis?* *Balaena etrusca*, *Choneziphius planirostris*, *Mastodon arvernensis* (*brevirostris*) Gerv., ai quali si potrebbero aggiungere *Pristiphoca occitana*, *Balaenula balenopsis*, *Balaenoptera* parecchie specie, *Balaenotus insignis*, e parecchi delfinoidi segnatamente dei gen. *Tursiops* e *Orcà* dei quali in parte ho già reso conto altrove.

I resti di *Rhinoceros megarhinus* e di *Felsinotherium* nelle sabbie plioceniche dei dintorni di Sasso e Mongardino sulla sinistra del Reno bolognese e l'abbondanza dell'*Ostrea cucullata*, insieme alla *Panopea glycimeris*, in quei medesimi strati, ci permette di raccordare queste sabbie plioceniche, da una parte con le sabbie di Montpellier e dall'altra con quelle di Fangonero presso Siena. I resti importantissimi di *Choneziphius planirostris* rivelano la corrispondenza delle sabbie a Panopee, immediatamente superiori agli strati a *Natica lineata*, con le sabbie a *Isocardia cor*, *Choneziphius planirostris* ed altri fossili di Anversa; le argille sabbiose con *Isocardia cor* e avanzi di balenottere del Bolognese, rendono evidenti i rapporti di esse argille sabbiose grigiastre con l'orizzonte pliocenico in cui in Toscana abbondano i resti di cetacei in parte riferibili alle stesse specie caratteristiche delle sabbie medie di Anversa.

Per ciò che riguarda la *Balaena etrusca* la quale in Belgio ha il suo corrispondente nella *Balaena primigenia* ed il *Mastodon arvernensis?* trovato, insieme con vertebre di vera *Balaena* a Monte Follonico presso Montepulciano e che fa parte della fauna delle sabbie di Montpellier sotto il nome di *M. brevirostris*, ritengo che si tratti di un orizzonte corrispondente alla parte superiore dell'Anversiano (sabbie medie) ossia alla porzione inferiore dello Scaldisiano limitato, o sabbie superiori.

Molto vi sarebbe da aggiungere su questo importantissimo argomento, ma mi riservo ad altra circostanza, quando saranno studiati tutti i resti dei cetacei e altri

mammiferi pei quali sarà forse possibile di coordinare cronologicamente anche quanto costituisce la fauna fossile valdrnese nel suo più amapio significato (1).

Frattanto augurando altre scoperte così importanti come questa del zifioide di Fangonero, passo a farne conoscere i resti che finora ne sono stati raccolti.

Choneziphius planirostris Cuv. sp.

Tav. I, fig. 1-10.

Gli avanzi di cranî di zifioidi raccolti in Anversa al principio di questo secolo e per la prima volta illustrati da Cuvier col nome di *Ziphius planirostris*, in seguito a nuovi studî del Duvernoy furono ritenuti per tipo di un genere nuovo e nel 1851 furono da esso descritti sotto il nome di *Choneziphius* (2).

I caratteri per il nuovo genere furono desunti dalla forma speciale degli intermascellari, in ciascuno dei quali si nota una ben marcata cavità infundibuliforme, (più notevole che nell'ordinario *Ziphius*) d'onde appunto il nome di *Choneziphius* da Χώνη *infundibulum* (3).

In quei classici esemplari già si era potuto notare l'ampiezza ed appiattimento dello spazio interoculare e le due caratteristiche fossette imbutiformi (la destra più grande della sinistra) costituite in gran parte dagli intermascellari e poste un poco in avanti e alla base delle narici; ma fin qui nulla si poteva dire della regione occipitale, poichè non solo non furono mai trovati cranî interi, ma finora non si conoscevano avanzi di *Choneziphius* coi quali completare quanto manca negli esemplari già noti da quasi tre quarti di secolo.

La notevole porzione di cranio di zifioide raccolta a Fangonero, oltre la grande importanza che ha per ben precisare l'orizzonte geologico in cui questi cetacei si incontrano, viene a colmare, direi quasi, una lacuna; perchè essendo indubbiamente riferibile al *Choneziphius planirostris* ci fa conoscere quanto manca negli esemplari di Anversa coi quali fu fondata la specie.

Nella tav. I, fig. 1 a 4, vedesi questa porzione di cranio figurata per più lati e nelle figure 1 e 4 si vede accennato con linee punteggiate il rostro che manca e che fu agevole di ricostrurre mediante gli esemplari belgi.

(1) Uno studio accurato dei dintorni di Mongardino nel Bolognese ove il pliocene e in parte il miocene, con *facies* littorale, presentano una potenza di circa 150 metri, spero che contribuirà a fare apprezzare i rapporti cronologici di quelle sabbie compatte e conglomerati intercalati, con le sabbie superiori e medie non solo, ma eziandio con una parte delle sabbie inferiori del Belgio.

(2) Duvernoy, Mém. cit. Ann. sc. nat. 3e série, t. XV, p. 63 e 71, pl. II, fig. 5. Paris, 1851.

(3) Il prof. R. Owen, nel suo classico lavoro sui Cetacei fossili della Gran Bretagna, ritiene il genere *Ziphius* quale fu caratterizzato da Cuvier; per conseguenza non accetta nè il genere *Choneziphius* di Duvernoy nè alcun altro dei generi di zifioidi fondati da Du Bus, Van Beneden, De Blainville, Gray, Gervais, Burmeister, Huxley. Sebbene le ragioni addotte dal sommo naturalista inglese siano eccellenti, pure ho creduto conveniente di attenermi a quanto fu ammesso da Gervais di cui anche il prof. Flower ha di recente encomiato le importanti osservazioni e le giuste vedute relative agli odontoceti. — Owen R. *Monograph of the British fossil Cetacea from the red Crag* (N. 1 *genus Ziphius*) Palaeontographical Society. Vol. XXIII. London, 1870. — Flower H. *On the Characters and divisions of the Family Delphinidae.* Proceedings of the zoological Society of London, nov. 1883.

Per far meglio apprezzare i rapporti di quegli esemplari col nostro ho fatto eseguire i disegni a $^1/_3$ della grandezza naturale, adottando così le dimensioni delle figure dei cranî di Anversa nuovamente pubblicate da Van Beneden e Gervais nella tav. XXVII e XXVII^{bis} della *Osteografia dei cetacei viventi e fossili* già più volte citata. La fig. 1, tav. I, rappresenta il cranio visto per il lato destro che, nell'esemplare, è meno incompleto del sinistro e direi anche meglio conservato almeno in quella parte nella quale si sovrappongono e si saldano insieme il parietale, il frontale ed il mascellare. Questa figura completata con linee punteggiate, per render conto di quel che manca, mostra come in complesso il cranio del *Choneziphius* visto lateralmente differisce ben poco dalla forma generale di quello del vero genere *Ziphius*.

Le linee di contorno della regione occipitale e dei parietali ricordano a meraviglia la forma del cranio del *Ziphius* di Corsica figurato da Gervais e Van Beneden nell'opera citata tav. XXI, fig. 8, 8*a*. Nel lato destro non si rileva come è modellata la estremità della robusta apofisi zigomatica del temporale, ma poichè questa è assai bene conservata nel lato sinistro, così ho potuto farla accennare esattamente nel disegno. Si può dire che questa apofisi è un poco più gracile, ma di forma più svelta e più elegante di quella del *Ziphius* di Corsica. Anche il frontale destro è più incompleto del sinistro mancando la porzione marginale che concorre alla formazione dell'arcata orbitaria e l'apofisi posteriore per la quale quest'osso si mette in rapporto con il temporale; apofisi che è invece essa pure ben conservata nel lato sinistro.

Quel poco che manca a rendere completi i pterigoidei è pure indicato con linee punteggiate e la figura permette, poi, di apprezzare benissimo la parte che prende il mascellare destro per formare, insieme con gli intermascellari e coi nasali, la specie di cimiero o cuffia che è così caratteristica nelle ossa della faccia di questi animali. I cetologi sono di parere che, dopo il rostro, l'osso più importante e più caratteristico dei zifioidi sia l'occipitale.

Di quest'osso che si innalza quasi verticalmente per costituire la parete posteriore del cranio, come si vede nella fig. 1, tav. I, se ne può meglio apprezzare la forma mediante la fig. 3, tavola citata la quale rende conto fino allo scrupolo, delle diverse gobbe e infossature che presenta e in parte ancora della tenue grossezza della sua porzione squammosa.

Quest'osso che alla base ha una larghezza massima di m. 0,32 si innalza a circa m. 0,25 dalla base, calcolando questa altezza massima soprà una verticale che passi per il centro del foro occipitale senza tener conto della deformazione che rende tanto poco simmetrici i due lati del cranio dei zifioidi. Il foro occipitale ha un diametro verticale di m. 0,043 ed è largo m. 0,048. I condili sono molto robusti e ben rilevati, distanti fra loro alla base m. 0,019 e superiormente m. 0,035.

Le apofisi discendenti laterali dell'occipitale sono robuste e abbastanza ben conservate.

La fig. 2, tav. I rappresenta il cranio del *Choneziphius* visto per la base, ossia per la faccia inferiore. Questa figura ci mostra che degli apparati auditivi sussiste tuttavia il sinistro, alquanto guasto ma tuttavia in posto; dal disegno eseguito con la maggiore diligenza, si rileva altresì che una parte dell'osso della cassa è andato

perduto, restando soltanto il modello interno, mediante il quale riesce agevole di indovinarne la forma precisa.

La fossa temporale destra è scoperta e si può apprezzare quanto sia relativamente piccola, come in generale nei zifioidi che non devono fare grande sforzo per il movimento della mandibola, tutt' al più fornita di due paia di denti. Nel lato sinistro vi ha un frammento di osso che la fossilizzazione e la durezza della roccia incassante non permisero di ben distinguere e separare dalle altre ossa, e sospetto che esso rappresenti appunto un frammento della porzione posteriore della mandibola.

I limiti e i rapporti fra il basilare e lo sfenoide e fra quest'osso e il vomere sono abbastanza distinti nell'esemplare, ma non era possibile di meglio accentuarli nella figura ridotta a $^1/_3$ del vero.

I pterigoidei meritano speciale attenzione, perchè nei zifioidi diversificano assai da quelli degli ordinarî delfini, tanto per la forma quanto per la struttura, e concorrono a costituire l'ampia cavità che dai cetologi fu notata alla base del cranio del *Ziphius* e generi affini.

Nel fossile di Fangonero queste ossa sono molto guaste e ne manca affatto la metà anteriore. Nella porzione posteriore sono alquanto meno sciupate, particolarmente il pterigoideo destro il quale permette di apprezzarne la forma e sopratutto la struttura spongiosa e la loro maggiore solidità in confronto dei pterigoidei degli ordinarî delfini.

La riunione delle due ossa fra loro dà luogo a una cresta molto robusta percorsa da una specie di solco longitudinale, v. tav. I, fig. 2.

La figura 4, nella quale l'esemplare completato con linee punteggiate è visto per la faccia superiore, ne mette in evidenza la identità specifica con gli esemplari di Anversa.

Quando si confronta questa figura con quelle dei classici rostri figurati prima da Cuvier e in seguito da Duvernoy e da altri, ma specialmente se si prendono in esame le fig. 4, 5, tav. XXVII, della *Ostéographie des cétacés* di Van Beneden e Gervais, si riconosce immediatamente che la porzione di rostro punteggiata nella tavola citata, per la forma e per le dimensioni va collocata fra i due rostri di Anversa, che Duvernoy e Gervais riferirono all'unica specie denominata *planirostris*.

Dalle porzioni dei mascellari e degli intermascellari che sussistono, tanto negli esemplari belgi come nel nostro, si può stabilire che tutti questi resti di *Choneziphius* debbonsi riferire ad un' unica specie; mentre per la particolare loro struttura, per la forma e per le relative dimensioni quelle ossa fra loro perfettamente concordano. Dal prevalente sviluppo della porzione posteriore dell'intermascellare destro rispetto al sinistro ne deriva la maggiore ampiezza della fossa imbutiforme destra in confronto della sinistra, e da questo sviluppo asimetrico dipende la disarmonia fra i due lati della parte centrale del cranio, ciò che costituisce una particolare caratteristica dei zifioidi.

Questa asimetria è molto appariscente in quella porzione della estremità posteriore degli intermascellari che si innalza in forma di due lobi o orecchie e, insieme coi nasali, concorre alla formazione di quella specie di cimiero o cuffia che distingue i zifioidi e che ho menzionata fin da principio.

Come semplice ricordo accennerò che la asimetria della porzione posteriore degli intermascellari dei cetodonti, si ritiene dipendente dallo sviluppo del sacco aerifero di questi cetacei; sicchè quanto più il detto sacco è sviluppato tanto maggiore è la asimetria che si verifica.

Nei zifioidi questo sacco è voluminosissimo e quindi in essi si riscontra la maggiore asimetria che anzi diventa caratteristica; alla stessa causa dobbiamo quindi riferire la forma particolare della parte centrale del cranio del *Choneziphius*.

Nella tav. I, fig. 5 e 6, vedesi rappresentato per due lati un osso lungo, nel quale è facile di riconoscere una delle corna dell'ioide, e precisamente la piccola del lato sinistro, se si confronta con l'osso corrispondente in un ioide umano. Quest'osso, infatti, robusto e in forma di costa, alquanto torto sopra se stesso, nei delfini in generale e nei zifioidi in particolare corrisponde allo stilo-iale o apofisi stiloide del temporale dell'uomo, che è la sola parte delle piccole corna che si riscontra ossificata in questi animali. Confrontato con la corrispondente parte dell' apparato ioideo dell'*Epiodon* figurato e descritto da Burmeister (1), e che il Gervais sospettò si potesse riferire al *Ziphius cavirostris*, si notano piccole differenze nelle dimensioni e una forma più snella; altrettanto può dirsi se si mette a riscontro con la corrispondente parte dell'ioide dell'*Hyperoodon*. Quest'osso che nella fig. 5 è rappresentato per la faccia inferiore e nella fig. 6 per la facia opposta, è sottile nella sua metà posteriore con la quale era in rapporto col temporale ed è molto ingrossato anteriormente; la sua lunghezza è di m. 0,190, il maggior diametro della estremità posteriore m. 0,030, la maggior larghezza della estremità anteriore, se fosse completa, sarebbe m. 0,042; la sezione trasversa di detta estremità è approssimativamente ovale.

Resta ora a dire qualche cosa di pochi frammenti di vertebre raccolti insieme ai resti già descritti. Fra questi il più importante è una porzione di vertebra che ritengo sia la 1ª dorsale; nella fig. 7, tav. I, essa è rappresentata per la sua faccia posteriore e completata con linee punteggiate, mentre la figura 8 ce la fa conoscere per il lato sinistro e parimente completata con linee punteggiate: entrambe le figure sono a $^1/_3$ del vero.

Come si rileva dalle due figure il corpo della vertebra è intero, ma dell'arco nevrale vi è soltanto una piccola porzione nel lato sinistro. Il corpo di questa vertebra è lungo m. 0,030, l'altezza è di m. 0,057, la larghezza della faccia posteriore 0,078.

Del corpo della 2ª vertebra dorsale si trovò un frammento col quale potei calcolare che questa vertebra era lunga m. 0,042.

La fig. 9 rappresenta il corpo della 3ª vertebra dorsale visto per la sua faccia posteriore, esso pure ridotto a $^1/_3$ della grandezza naturale; la sua lunghezza è di m. 0,054 e la sua faccia posteriore presenta le seguenti dimensioni: altezza m. 0,057; larghezza m. 0,069. Non ho trovato resti della 4ª vertebra dorsale e invece nell'esemplare rappresentato dalla fig. 10 ho riconosciuto il corpo della 5ª vertebra dorsale. La figura ci mostra l'esemplare visto dal lato destro e ridotto a $^1/_3$ del vero; la sua lunghezza reale è m. 0,066.

(1) Burmeister H. Anales del Museo publico de Buenos Aires. p. 329, 330, pl. XVI, fig. 5. Buenos Aires, 1868.

Insieme coi resti ora descritti furono raccolti alcuni frammenti di archi nevrali e di apofisi di vertebre, tali però da non poterne cavare alcun costrutto. Un frammento di costa lungo circa m. 0,160 aveva una larghezza media di m. 0,030 a m. 0,035.

Probabilmente alcune ossa saranno andate perdute per sempre, ma forse altre se ne potranno ancora incontrare, quando si facciano nuovi scavi a Fangonero o avvenga qualche frana in quella parte del poggio in cui giacevano i resti dei quali mi sono fin qui interessato.

Riassumendo ora alcune delle principali misure relative al cranio si trova:

Lunghezza del cranio dai condili occipitali fino alla estremità del rostro ricostrutto . . . . . m. 0,732

Larghezza massima in corrispondenza delle apofisi zigomatiche dei temporali . . . . . » 0,450

Larghezza massima fra i lati esterni dei due condili, compreso il foro occipitale . . . . . » 0,130

Diametro trasverso del foro occipitale . . . . . » 0,048

Finalmente ritenendo la lunghezza del cranio eguale ad $^1/_5$ dell'intero scheletro, si può dire che il *Choneziphius* di Fangonero doveva essere lungo quasi quattro metri, ossia le dimensioni approssimative dello *Ziphius cavirostris?* (*Epiodon australe*) illustrato da Burmeister.

Dal fin qui esposto intorno ai resti di *Choneziphius* ed ai rapporti di questo genere col genere *Ziphius*, è confermata la stretta parentela del zifioide fossile di Anversa e dei dintorni di Siena, con il *Ziphius cavirostris* vivente che già da tempo è stato riconosciuto come uno dei migliori esempî del cosmopolitismo dei cetodonti. Questo zifioide, infatti, è stato sègnalato in tutti i mari (più volte nel Mediterraneo) e soltanto può dirsi che i nomi diversi sotto i quali i diversi esemplari sono stati descritti e figurati, hanno reso ben lunga la lista dei sinonimi tanto del genere che della specie. A questo proposito, notizie importantissime furono raccolte da Flower, da Gervais e da altri; ma io mi contenterò di citare una Nota di P. J. Van Beneden « sulla distribuzione geografica di alcuni cetodonti » (1) nella quale è tolta anche ogni incertezza sul cosmopolitismo non soltanto dei zifioidi, ma dei cetodonti in generale: il qual fatto parmi che accresca valore alle scoperte relative ai cetodonti fossili, mentre per essi si potranno meglio sincronizzare i diversi piani del terziario in Europa.

(1) Van Beneden P. J. *La distribution géographique de quelques cétodontes.* Bull. de l'Acad. royale de Belgique. 2 série, tav. XLV, 4. Bruxelles, 1878.

SPIEGAZIONE DELLA TAVOLA

Choneziphius planirostris Cuv. sp.

Fig. 1. Cranio completato con linee punteggiate e visto per il lato destro.
» 2. Cranio incompleto visto per la faccia inferiore.

In questa figura si vedono: la parte inferiore dell'occipitale, notevoli porzioni dei temporali con l'apparato auditivo in posto, l'estremità posteriore del vomere, parte dei pterigoidei, porzione dei palatini, un frammento del ramo mandibolare sinistro?

» 3. Regione occipitale.
» 4. Cranio completato con linee punteggiate, con la scorta degli esemplari di Anversa, visto per la faccia superiore.
» 5-6. Una delle piccole corna dell'ioide, la sinistra, vista per due lati.
» 7. 1ª vertebra dorsale vista per la faccia posteriore e completata con linee punteggiate.
» 8. La vertebra stessa vista dal lato sinistro.
» 9. Il corpo della 3ª vertebra dorsale visto per la faccia posteriore.
» 10. Il corpo della 5ª vertebra dorsale visto per il lato destro.

Tutte le figure sono grandi $\frac{1}{3}$ del vero.

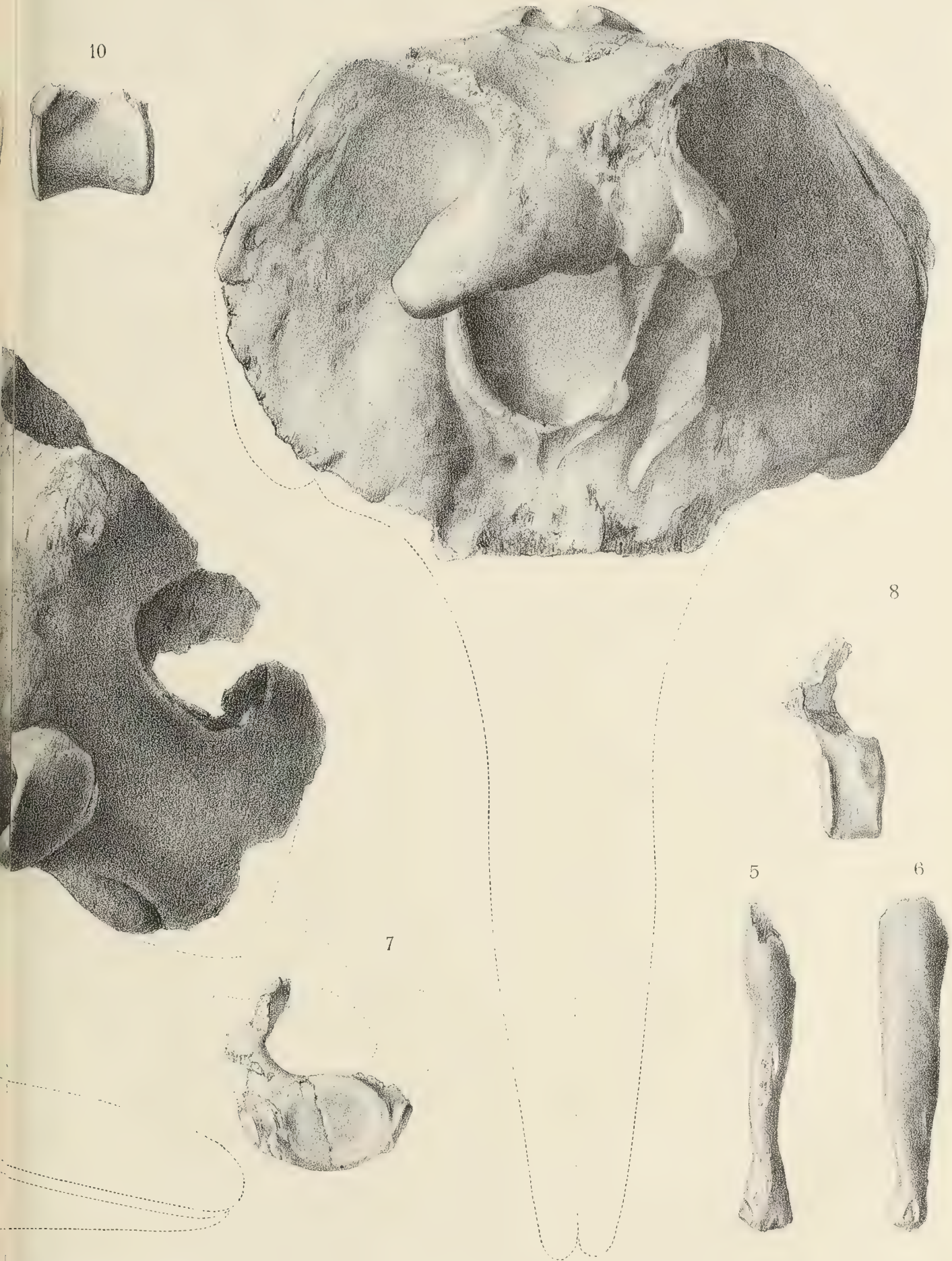
9

1

SHONEZIPHIU

(Tutte le fi

4



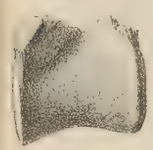
LANIROSTRIS

1/3 del vero)

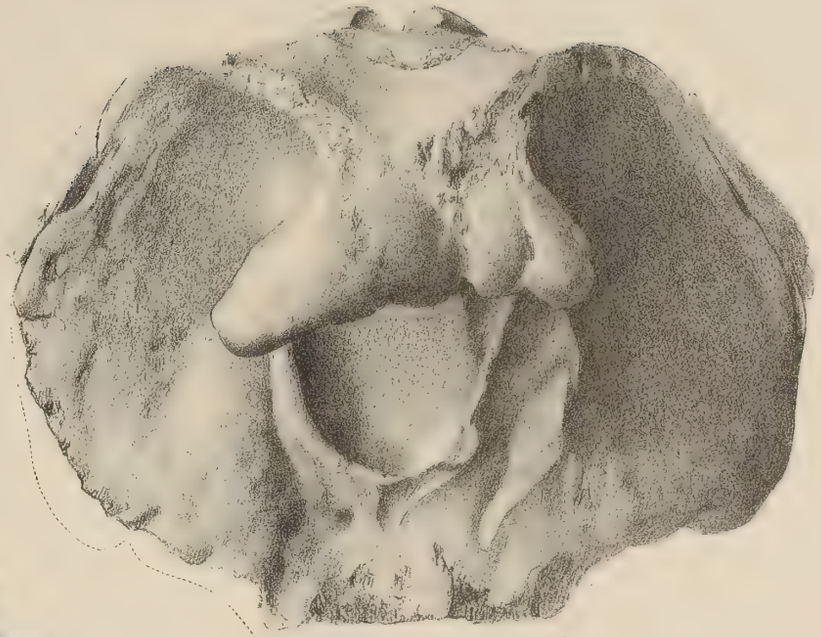
2

9

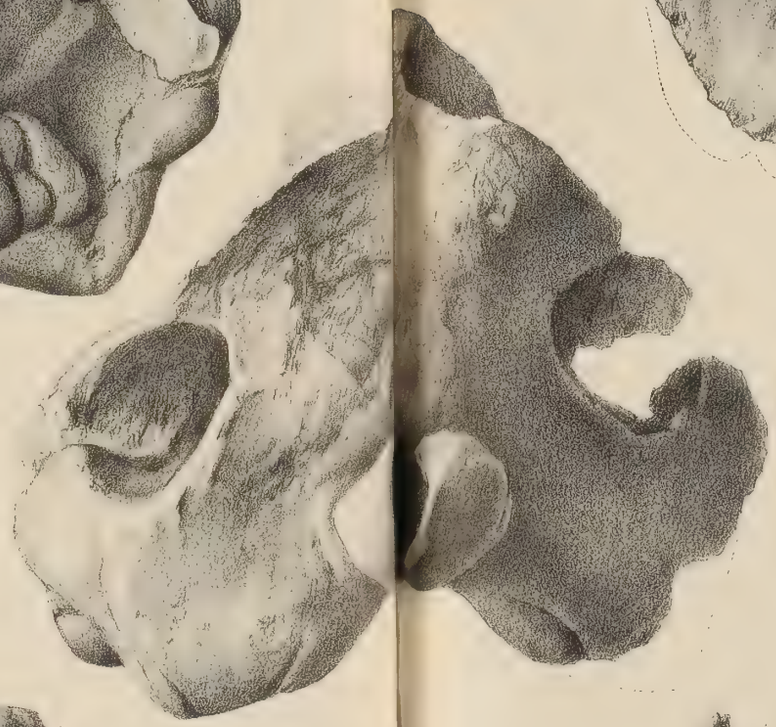
10



4



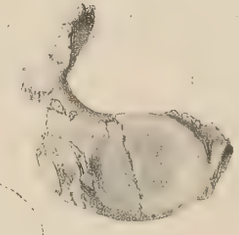
3



8

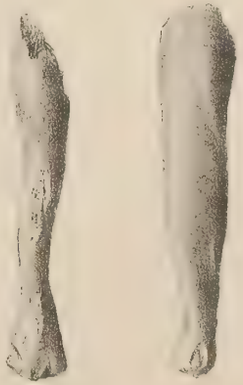
1

7



5

6



CHONEZIPH. PLANIROSTRIS

(Tutte le [illegible] del vero)

Sulle osservazioni del bordo e delle protuberanze solari fatte al r. Osservatorio del Campidoglio.

Nota VIII del prof. LORENZO RESPIGHI

letta nella seduta del 15 giugno 1884

(Con quattro tavole)

Fra i vantaggi, procurati dalle sistematiche osservazioni della cromosfera e delle protuberanze solari nelle ricerche relative alla fisica costituzione del sole, è certamente uno dei più importanti quello di averci fornito un nuovo ed efficacissimo mezzo per confermare la periodica perturbazione dello strato superficiale di questo astro, per meglio definire le successive fasi e la durata di questa perturbazione, e per accertare il suo dominio o la sua influenza anche in quelle regioni nelle quali mancano i fenomeni delle facole e delle macchie, costituenti pel cannocchiale semplice i soli indizî palesi dello stato anormale della fotosfera.

Quantunque le protuberanze debbano considerarsi anch'esse come effetti di quella stessa perturbazione cui sono dovute le facole e le macchie, pure la loro dipendenza da questa causa comune può ritenersi come più diretta ed immediata, sia per la maggiore frequenza del fenomeno, sia per la sua produzione anche sulle zone solari, nelle quali la mancanza delle facole e delle macchie sembrerebbe dimostrare uno stato di apparente calma.

La produzione delle macchie e delle facole, e le loro rapide e gigantesche trasformazioni, se manifestamente comprovano lo stato anormale o perturbato della superficie solare, però riducendosi questi fenomeni a semplici variazioni di splendore, a forti condensamenti di luce, o ad oscuramenti più o meno pronunciati e più o meno duraturi in alcune località, non ci forniscono per se stessi alcuna positiva notizia sulle azioni meccaniche, fisiche e chimiche da cui sono prodotti.

E la nostra mente, volendo dar corpo a queste apparenze, malgrado la guida e il valido appoggio dei principî della meccanica, della fisica, della chimica e della geometria, trovandosi di fronte ad un problema per se stesso indeterminato, fu costretta ad avventurarsi nel campo delle congetture e delle ipotesi, per procurarsi nuovi dati più o meno probabili o verosimili, ma sempre arbitrarî, pei quali la soluzione del problema diventasse in qualche modo possibile. Ma la inevitabile varietà e divergenza delle idee e dei concetti posti a base di queste indagini doveva naturalmente condurre a risultati molto diversi ed anche contraddittorî, quali appunto si ebbero nelle varie e spesso strane interpretazioni date a questi fenomeni od apparenze solari; le quali tutte sono più o meno soggette a gravi obbiezioni e tutte più o meno involute nell'incertezza e nel mistero.

Se coi dati forniti dal cannocchiale non possiamo stabilire i veri caratteri, la natura e il meccanismo di quei fatti, che sono quasi per effetto di fantasmagoria rappresentati dalle macchie, dalle facole ecc. ecc., anche giovandoci di tutte quelle risorse che possono ritrarsi da supposte analogie coi fenomeni prodotti sotto i nostri occhi alla superficie della terra, non è certo ragionevole lo sperare che, dall'esame di queste misteriose manifestazioni dello stato anormale della superficie del sole, si possa arguire la sorgente o la causa di questa perturbazione nelle condizioni della sua massa.

Fortunatamente lo spettroscopio, associato al cannocchiale, ci ha svelato nelle protuberanze e nelle eruzioni solari una nuova manifestazione di questo perturbamento degli strati superficiali del sole; nella quale si possono direttamente riconoscere alcune delle traccie caratteristiche di quelle azioni meccaniche che agitano e sconvolgono la massa solare.

In quasi tutte le spiegazioni date ai fenomeni delle macchie e delle facole si ricorre all'ipotesi di gigantesche eruzioni, di grandi sollevamenti ed abbassamenti della fotosfera, considerando però come reali trasporti, o movimenti di masse luminose e di masse oscure od opache, tutte le rapide e grandiose variazioni di forma e di splendore che si osservano nelle macchie e nelle parti circostanti della fotosfera.

Ma di queste ipotetiche eruzioni il cannocchiale semplice non ha potuto fornire alcuna prova diretta e positiva, se non quando esso venne associato allo spettroscopio, in quell'apparato complesso di osservazione che fu chiamato telespettroscopio; col quale furono rese realmente visibili le masse di gas e vapori incandescenti, che di tratto in tratto erompono sul posto delle macchie ed in altre località della superficie solare, sotto l'apparenza di getti compatti e ben definiti, o di giganteschi ammassi nebulosi, lanciati spesso all'esterno del sole con enorme violenza e velocità.

Ma queste eruzioni sono ben diverse da quelle dapprima invocate per ispiegare la produzione delle macchie e delle facole, la loro persistenza, e le rapide e gigantesche trasformazioni cui sono soggette: poichè lo spettroscopio ha mostrato che i centri di eruzione o la base dei getti e delle colonne gassose erompenti dalla superficie del sole non corrispondono al posto preciso delle macchie, mentre ordinariamente sorgono sul loro contorno; in modo che la macchia, anzichè costituire il vero centro di eruzione, sembra piuttosto formare una specie di isole resistenti alla espasione dei gas e vapori sottoposti, costringendoli ad aprirsi violentemente la via nelle regioni limitrofe della fotosfera.

Lo spettroscopio ha mostrato che queste eruzioni sono ordinariamente molto intermittenti e di breve durata, a guisa di violentissime esplosioni; mentre non di rado si verificano anche sul contorno delle macchie dei periodi abbastanza lunghi di apparente calma, nei quali lo stato anormale della cromosfera non è accusato altro che da un esagerato splendore e dalla presenza di piccoli e vivissimi getti.

Questa intermittenza nelle eruzioni od esplosioni, e la moderata quantità dei gas e vapori eruttati, mostrano poi l'impossibilità di accumulare ed alimentare sul posto delle macchie quelle enormi masse assorbenti, alle quali alcuni astronomi vorrebbero attribuire gli oscuramenti locali della fotosfera.

Lo spettroscopio ha pure mostrato che, anche nella circostanza di violente eruzioni od esplosioni, le condizioni idrostatiche della fotosfera nella località delle macchie

non sembrano notevolmente alterate, non avendosi indizî e traccie sensibili di quei giganteschi dislivelli, coi quali molti astronomi vorrebbero spiegare le apparenze luminose e prospettiche della fotosfera sul contorno delle macchie, considerandoli come effetti meccanici delle supposte eruzioni.

Finalmente lo spettroscopio ha mostrato che anche fuori delle zone in cui sono confinate le macchie, e perfino nelle regioni polari hanno luogo dei fenomeni di eruzione o di esplosione, principalmente di masse idrogeniche, i quali manifestamente dimostrano, che lo stato di perturbazione può estendersi a tutte le parti della superficie solare.

Al cannocchiale lo stato normale della fotosfera è caratterizzato dalla quasi uniforme e regolare distribuzione di piccole masse lucide ed oscure, che danno alla superficie stessa l'apparenza di una generale granulazione o scabrosità, soggetta però a continui ondeggiamenti o trepidazioni, talora apparenti e dovute all'influenza della nostra atmosfera, ma talora reali e tali da assumere in alcune località enormi proporzioni, condensando apparentemente le masse luminose in quella specie di isole splendenti che diconsi facole, o addensando le masse oscure in modo da formare quella specie di isole apparentemente prive di luce, che diconsi pori, fori e macchie.

Allo spettroscopio invece lo stato normale della superficie solare è caratterizzato da un apparente e quasi uniforme strato di gas e vapori incandescenti, e principalmente di idrogeno, inviluppante tutta la superficie solare, e costituito da una densa selva di piccoli getti di quasi uniforme altezza, dove più, dove meno splendenti e condensati, più spesso verticali, ma talora inclinati. L'instabilità di questi getti e la loro subitanea scomparsa e ricomparsa sembrano mostrare che quello strato, che dicesi cromosfera, vada continuamente rinnovandosi per mezzo di bolle gassose erompenti dalla fotosfera, in modo da costituire una specie di generale e continua circolazione di masse dall'interno all'esterno del sole, quale viene invocata per ispiegare la costanza dell'irraggiamento calorifico e luminoso della sua superficie.

Questo stato generale ed abituale della cromosfera viene di tempo in tempo, e in varie località alterato o interrotto da masse più o meno gigantesche di idrogeno, talora misto ad altri gas e vapori incandescenti, le quali col loro modo di diramazione e di trasformazione presentano, specialmente nel loro primordiale sviluppo, tutti i principali caratteri di reali e spesso violentissime eruzioni dall'interno del sole, e per le quali è manifestamente comprovato uno stato anormale o di perturbazione nelle sottostanti parti della massa solare.

Queste anormalità della cromosfera, alle quali venne dato il nome generico di protuberanze, dominano ordinariamente in quelle parti della superficie solare, nelle quali la presenza delle facole e delle macchie attesta uno stato anormale o di perturbazione anche nella fotosfera, per cui vi ha ragione di ritenere che tutti questi fenomeni siano dovuti ad una medesima causa perturbatrice, agente tanto nella fotosfera quanto nella cromosfera, quantunque non si possano direttamente stabilire le mutue relazioni e il nesso delle due distinte specie di fenomeni.

Ma prescindendo dall'indagare l'intima natura di queste diverse manifestazioni della misteriosa causa perturbatrice, è certo però, che la maggiore frequenza delle protuberanze in confronto di quello delle facole e delle macchie e le loro frequenti

produzioni anche fuori delle regioni e delle zone delle macchie e delle facole, mostrano evidentemente, che la perturbazione dello strato superficiale del sole si manifesta molto più facilmente ed in maggiori estensioni nella cromosfera che non nella fotosfera.

Mi è parso quindi ragionevole che nello studio della sua successiva propagazione nelle varie zone solari e nella ricerca delle epoche di massimo e di minimo di questa perturbazione, si dovessero prendere come punto di partenza o come base piuttosto i fenomeni della cromosfera, anzichè quelli della fotosfera, riservando però l'esame comparato colle macchie e colle facole più specialmente allo studio delle modificazioni prodotte nella fotosfera dalle eruzioni dei gas e vapori costituenti le protuberanze.

Nelle mie antecedenti pubblicazioni su questi fenomeni, e principalmente nella mia Nota VII: *Sulle osservazioni spettroscopiche del bordo e delle protuberanze solari*, pubblicata nel 1877 nel Volume I della terza serie delle Memorie della classe di scienze fisiche, matematiche e naturali della r. Accademia dei Lincei, mi proponeva appunto di ricercare nelle periodiche variazioni nella frequenza e nella grandezza delle protuberanze il progressivo incremento e decremento della causa perturbatrice dello stato normale della cromosfera, e implicitamente della fotosfera. E quantunque le mie sistematiche e regolari osservazioni non si estendessero in allora altro che dall'ottobre 1869 al 31 maggio 1877, e quindi non comprendessero altro che una parte del periodo di perturbazione, pure esse furono sufficienti a mostrare col massimo di frequenza e di grandezza delle protuberanze, il massimo decisivo di perturbazione verso la metà del 1871, mentre colla successiva e quasi regolare diminuzione della frequenza e grandezza del fenomeno veniva segnalato l'approssimarsi dell'epoca del minimo verso la fine del periodo di osservazione.

Di più queste osservazioni bastarono a constatare che la perturbazione crescendo o diminuendo di intensità cresceva eziandio e diminuiva di estensione, avvicinandosi successivamente al polo verso l'epoca del massimo, ritirandosi poscia verso l'equatore fino all'epoca del minimo: di modo che nell'epoca del massimo tutta la superficie solare era invasa da numerose e grandi protuberanze.

La temporaria invasione del fenomeno a tutta la superficie solare, durante il massimo della perturbazione, è certamente un fatto molto rimarchevole, risultando dal medesimo che gli effetti della causa perturbatrice non sono risentiti soltanto nelle zone delle macchie e delle facole, ma bensì in tutta la superficie, eziandio nelle regioni polari, dove mancano questi fenomeni della fotosfera.

Nella mia citata Nota VII del 1877, discutendo questo fatto, cercai di mostrare che esso difficilmente può conciliarsi con quelle teorie che fanno dipendere la periodica perturbazione della superficie solare da cause esterne alla massa del sole, mentre colla scorta del medesimo siamo condotti a ricercare questa causa nelle condizioni interne e proprie della massa stessa.

Questi importanti risultati, ottenuti dall'indicato periodo di osservazione, naturalmente mi consigliavano a proseguire le osservazioni fino ad abbracciare l'intero periodo di perturbazione, per verificare, se realmente col solo esame delle protuberanze o delle anomalie della cromosfera si possano seguire le varie fasi di questa

perturbazione, determinarne la durata, fissare le epoche dei suoi massimi e minimi di intensità, e finalmente rilevare la sua successiva propagazione e dominio nelle varie parti della superficie solare con maggiore sicurezza di quella che può ottenersi dalle osservazioni delle facole e delle macchie.

A questo scopo vennero continuate le osservazioni della cromosfera e delle protuberanze con tutta la possibile regolarità fino al presente, facendo in ogni giorno il rilievo e il disegno per tutto il lembo solare, e notando tutti i particolari fenomeni verificati nello stato della cromosfera nella località delle macchie. Che se nel corso delle osservazioni si ebbero a lamentare delle lacune, esse furono causate dalle condizioni atmosferiche, che principalmente nei mesi invernali si mostrano spesso contrarie alle osservazioni spettroscopiche del sole.

Questo lungo e laborioso lavoro venne diviso fra me e l'assistente dott. Francesco Giacomelli, molto esercitato ed abile in questo genere di osservazione, al quale sono ben lieto di attestare la mia piena soddisfazione per la sua intelligente e zelante cooperazione.

Nella riduzione delle osservazioni, e cioè nella determinazione delle latitudini eliocentriche delle protuberanze, e nella compilazione dei quadri indicanti la frequenza relativa delle protuberanze stesse nelle varie zone solari e nei varî periodi, in cui venne divisa la complessiva durata delle osservazioni, mi fu poi di grande aiuto la cooperazione dell'astronomo aggiunto dott. Alfonso Di Legge, al quale sono dovuti i più grandi elogi pel suo zelo ed accuratezza nell' esecuzione dei lavori affidatigli.

Dopo la mia Nota VII, pubblicata nel 1877, nella quale vennero esposti i risultati ottenuti dalle osservazioni fatte dall' ottobre 1869 fino al 31 maggio 1877, prima di fare nuove pubblicazioni sui risultati delle osservazioni posteriori, ho creduto opportuno di aspettare l' epoca nella quale si fosse decisamente compito l'intero ciclo della perturbazione, per evitare il pericolo di fare apprezzamenti prematuri e non ben fondati sulla durata del medesimo e sulle epoche del suo minimo e massimo di intensità. E quantunque al principio del 1882 si potesse ritenere con molta probabilità che la perturbazione avesse già raggiunto il suo massimo, e fosse già iniziato il periodo di decrescenza, pure volli attendere la fine del 1883, per rimuovere qualche dubbio, che a riguardo della vera epoca di questo massimo veniva suscitato dal fatto di sensibili irregolarità o recrudescenze di attività nel periodo di decrescimento in questi ultimi anni, durante i quali erano accennati dei massimi secondarî di non molto inferiori a quello avuto verso la fine del 1881.

Rimosso ora qualunque pericolo a questo riguardo, essendo decisamente constatata, malgrado queste irregolarità, la progressiva decrescenza del fenomeno, mi propongo colla presente Nota VIII di esporre i risultati delle osservazioni fatte dal 1° giugno 1877 sino alla fine del 1883, principalmente in riguardo all' andamento della frequenza e della grandezza delle protuberanze o delle anomalie della cromosfera durante questo periodo di tempo, per ricavarne l'epoca approssimativa del minimo e del massimo di perturbazione in esso verificatisi; facendo poi uno speciale esame dei fenomeni cromosferici nella località delle macchie, per meglio confermare i loro speciali caratteri e le loro relazioni coi fenomeni della fotosfera, e cioè colle facole e colle macchie.

Queste osservazioni furono fatte collo stesso strumento e collo stesso metodo usato e seguìto nelle precedenti osservazioni, per cui a questo riguardo nulla ho da aggiungere alle dichiarazioni fatte nelle mie precedenti pubblicazioni. Non credo però inutile di richiamare i criterî e le norme, colle quali vennero definite quelle anomalie o irregolarità della cromosfera, che vengono da noi chiamate col nome generico di protuberanze, e il cui numero ed altezza costituiscono i dati su cui è basata la stima o l'apprezzamento della causa perturbatrice, o come molti dicono dell'attività solare.

Qualunque siasi il concetto che noi possiamo formarci sulla causa perturbatrice della superficie del sole, è certo che le grandi protuberanze o le violente eruzioni prodotte nella cromosfera debbono considerarsi come una prova della maggiore energia di questa causa perturbatrice nei varî luoghi della superficie solare, dai quali esse emergono; ma le loro indicazioni sono spesso troppo locali e parziali, perchè noi possiamo considerarle come un sicuro mezzo per istimare e valutare i varî gradi di intensità o di attività dominante nel complesso della superficie solare.

Il maggiore o minore sviluppo delle protuberanze può dipendere non tanto dalla intensità degli agenti da cui queste sono prodotte, quanto da un complesso di circostanze di tempo e di luogo più favorevoli all'eruzione e diffusione delle masse gassose di cui sono costituite; dimodochè volendo procedere con questo solo elemento alla caratterizzazione ed alla misura della causa perturbatrice, si incorrerebbe nel pericolo di dare la preferenza a fatti in certa guisa accidentali e parziali, anzichè ai fatti generali e sistematici. Lo stato di perturbazione nella superficie solare non è segnalato soltanto dalle grandi protuberanze, ma molto più frequentemente e generalmente da meno appariscenti anomalie della cromosfera; quali sono gli esagerati condensamenti e altezze di quei piccoli getti che emergono dalla cromosfera stessa, il loro esagerato splendore, le loro irregolari inclinazioni ecc. che ordinariamente sono il residuo di gigantesche eruzioni o detonazioni già esaurite, o i primi germi, o le prime fasi di prossime e grandiose eruzioni. Perciò lo stato di perturbazione, o come dicesi di attività solare, non devesi ricercare e valutare, soltanto colla frequenza e grandezza delle protuberanze propriamente dette, ma bensì dal complesso di tutte le marcate anomalie riscontrate nella cromosfera.

Egli è perciò che noi comprendiamo sotto il nome generico di protuberanze anche quei modesti gruppi di getti e quelle piccole masse di idrogeno che per la loro compattezza, per la vivacità della loro luce, o per le loro anormali direzioni e conformazioni, e per le loro rapide trasformazioni indicano uno stato eccezionale nella ordinaria struttura e meccanismo della cromosfera, quantunque la loro altezza apparente possa ridursi a soli 20″ ed anche 15″ contati dal bordo solare o dalla base di essa cromosfera.

Invece per le grandi protuberanze, estese a notevole parte del bordo solare, ne viene aumentato il numero, suddividendole in tante protuberanze distinte, quanti sono i getti distinti, pei quali ogni protuberanza complessa sembra decisamente emergere dal comune livello della cromosfera o della fotosfera.

Questo processo nel definire e numerare le protuberanze, o le anomalie della cromosfera, venne adottato fino dalle prime osservazioni nello scopo di rendere la

loro statistica più adatta a rappresentare nelle varie parti ed alle varie latitudini della superficie solare e nei varî tempi l'energia della causa perturbatrice.

Ordinariamente col nome di protuberanze vengono indicati solamente i grandi getti, o le gigantesche masse di idrogeno o di altri gas e vapori sporgenti sul comune livello della cromosfera, ed è quindi naturale che per molti osservatori il loro numero o la loro frequenza riesca di molto inferiore a quella risultante dalle nostre statistiche, nelle quali vengono classificate fra le protuberanze anche le più moderate irregolarità della cromosfera.

Ma se col sistema da noi adottato si ha il vantaggio di meglio accertare le parti della superficie solare soggette a perturbazione, si incorre però nel pericolo di falsare l'energia della causa perturbatrice, tenendo conto soltanto del numero e della frequenza delle protuberanze, senza avere riguardo alla loro altezza, la quale potrebbe costituire un elemento o criterio di stima relativamente alla intensità delle forze incognite, da cui è prodotta la perturbazione stessa.

Ma questo pericolo viene, se non rimosso, certamente di molto diminuito dal fatto, che ordinariamente la frequenza delle protuberanze, quali noi le consideriamo, è prossimamente proporzionale alla loro media altezza: di guisa che se, come nel caso presente, le nostre ricerche si limitano alla determinazione delle epoche dei massimi e minimi della perturbazione, quale essa si manifesta nei fenomeni della cromosfera, noi potremmo basarci, tanto sul numero quanto sulla grandezza delle protuberanze. Ma a me sembra che il primo mezzo sia preferibile al secondo, essendo molto più facile e sicuro il constatare e numerare le anomalie della cromosfera o le protuberanze, di quello che il misurarne le altezze, le quali spesso sono alterate o falsate dalle condizioni atmosferiche.

Ciò non ostante nelle nostre osservazioni si è tenuto conto anche di questo elemento e di tutte quelle particolarità della cromosfera e delle protuberanze, perchè possono giovare specialmente alla ricerca delle relazioni fra i fenomeni della cromosfera e quelli della fotosfera, e nella ricerca dei caratteri delle forze perturbatrici.

Che anzi, per mostrare che l'altezza delle protuberanze è realmente collegata o subordinata alla loro frequenza, si è fatta come per le antecedenti osservazioni una speciale statistica delle protuberanze alte non meno di 1′, ossia più di tre diametri terrestri; i cui risultati, in riguardo all'epoca dei massimi e minimi di perturbazione, si accordano convenientemente con quelli ottenuti dalla statistica generale di tutte le protuberanze, senza avere riguardo alla loro altezza; quantunque nei risultati parziali ottenuti per i varî periodi di osservazione si incontrino alcune sensibili discrepanze, certamente dovute all' andamento più irregolare o saltuario della frequenza delle grandi protuberanze, in causa anche delle condizioni atmosferiche.

Dal 31 maggio 1877 fino al 31 decembre 1883 furono eseguiti 1403 rilievi completi della cromosfera, o come dicesi profili solari, oltre molti rilievi resi incompleti dalla contrarietà dello stato del cielo, e molti rilievi parziali fatti nella località delle macchie nella circostanza del loro nascere o tramonto al bordo del sole. Come nelle precedenti osservazioni i rilievi furono presi sulla immagine della cromosfera formata dai raggi della riga C dell' idrogeno, dove l'osservazione è più facile e sicura per la maggiore chiarezza e distinzione della cromosfera e delle protuberanze; non

tralasciando però, specialmente nelle eruzioni prossime alle macchie, di esaminare le immagini sulle altre righe dell' idrogeno, e di verificare il rovesciamento delle altre righe spettrali, e principalmente la presenza delle due righe lucide aB e BC, le quali ordinariamente si mostrano nella cromosfera e nelle protuberanze in vicinanza alle macchie.

Per rendere più manifesta la progressiva variazione delle protuberanze nelle varie epoche, si è divisa la totale durata del periodo 1° giugno 1877 al 31 decembre 1883 in 13 periodi secondarî, ciascuno di 6 mesi; non essendosi creduto opportuno di adottare una più minuta suddivisione, perchè l'andamento della frequenza delle protuberanze sarebbe riescito troppo influenzato da queî temporarî e forse accidentali rialzi e deficienze, che di tanto in tanto si presentano nella frequenza delle protuberanze, sia durante il periodo di aumento, sia in quello di decrescimento: tanto più che a queste apparenti irregolarità della perturbazione possono contribuire talora anche le interruzioni nelle osservazioni, causate dalla contrarietà della stagione e dalla imperfetta trasparenza e tranquillità dell' atmosfera nei giorni di osservazione.

Nel seguente specchietto sono riportati i tredici periodi colle rispettive date, col numero ordinale, successivo a quello dei 16 periodi delle osservazioni precedenti, quali furono adottati nella Nota VII del 1877; e finalmente coi rispettivi numeri dei giorni di osservazione completa:

Periodo						Giorni di osserv.	Protub. osserv.
XVII	1 giugno 1877	al	30 novembre	1877	117	1041
XVIII	1 decembre 1877		31 maggio	1878	97	657
XIX	1 giugno 1878		30 novembre	1878	115	1340
XX	1 decembre 1878		31 maggio	1879	68	618
XXI	1 giugno 1879		30 novembre	1879	123	1729
XXII	1 decembre 1879		31 maggio	1880	114	2090
XXIII	1 giugno 1880		30 novembre	1880	134	3781
XXIV	1 decembre 1880		31 maggio	1881	84	2344
XXV	1 giugno 1881		30 novembre	1881	128	4014
XXVI	1 decembre 1881		31 maggio	1882	106	2868
XXVII	1 giugno 1882		30 novembre	1882	117	3126
XXVIII	1 decembre 1882		31 maggio	1883	80	1845
XXIX	1 giugno 1883		31 decembre	1883	120	2779
					Somma 1403	28232

Ognuno di questi periodi comprende sei mesi, ad eccezione dell'ultimo, che fu esteso a 7 mesi per inchiudervi l' intero anno 1883.

Il medio annuo dei giorni di osservazione è 216, ossia $^3/_5$ soltanto del numero totale dei giorni contenuti nell'anno; ma questo medio risulterebbe molto più elevato, se noi tenessimo conto anche dei giorni, nei quali l' osservazione della cromosfera non potè eseguirsi altro che in parte, per la sopravvenienza di nubi o nebbie. Ad ogni modo la media piuttosto bassa dei giorni di osservazione anche in un clima, come il nostro, di grande prevalenza della serenità del cielo, si spiega facilmente

col fatto che l'osservazione della cromosfera è resa incerta e non di rado impossibile dai più leggeri veli nebulosi o cirri che ricoprono il sole.

Volendo determinare la frequenza relativa delle protuberanze nei varî periodi, si è diviso il numero delle protuberanze osservate in ciascun periodo pel rispettivo numero dei giorni di osservazione, e si sono avuti i seguenti risultati:

Periodi		N.° diurno delle protuberanze	Periodi		N.° diurno delle protuberanze
XVII	—	8, 9	XXIV	—	27, 9
XVIII	—	6, 8	XXV	—	31, 4
XIX	—	11, 6	XXVI	—	27, 1
XX	—	9, 1	XXVII	—	26, 7
XXI	—	14, 1	XXVIII	—	23, 0
XXII	—	18, 3	XXIX	—	23, 2
XXIII	—	28, 2			

Da questi numeri è manifestamente indicato l'andamento o variazione sistematica nella frequenza delle protuberanze, con un minimo ben definito nel periodo XVIII, ossia dal 1° decembre 1877 al 31 maggio 1878; e un massimo assoluto nel XXV periodo, ossia dal 1° giugno al 30 novembre 1881.

Quantunque questi numeri rappresentino soltanto il medio diurno delle protuberanze osservate al bordo solare, pure considerando che essi sono dedotti dalle osservazioni fatte quasi sistematicamente sui meridiani solari, successivamente portati al bordo dalla rotazione del sole, e avendo riguardo alla circostanza di avere tenuto conto anche delle piccole protuberanze, che ordinariamente sono in numero molto prevalente rispetto alle grandi, non mi sembra, nè irragionevole, nè lontano dal vero il supporre che questi numeri siano prossimamente proporzionali ai numeri complessivi delle protuberanze esistenti su tutta la superficie solare; e che perciò possano rappresentare anche la frequenza relativa di questi, e considerarli perciò come elementi di misura o di stima per determinare i varî gradi della perturbazione solare.

Contro la supposta proporzionalità della frequenza delle protuberanze osservate al bordo con quelle realmente esistenti su tutta la superficie solare si potrebbe temere l'influenza delle grandi protuberanze, e principalmente di quelle vicine ai poli, le quali per la loro maggiore persistenza possono figurare successivamente in più profili solari, e quindi esagerare il numero diurno delle protuberanze al bordo. Il numero di queste grandi protuberanze specialmente nella vicinanza dei poli è ordinariamente abbastanza piccola per poter ritenere la loro influenza insufficiente ad alterare notevolmente i rapporti fra i numeri diurni delle protuberanze al bordo nei varî periodi. Che anzi, tenendo conto di questa influenza, si potrebbero probabilmente spiegare alcune anomalie, che si riscontrano nell'andamento della frequenza delle protuberanze, nel passaggio dal minimo al massimo; quali sono per esempio, l'abbassamento del numero diurno delle protuberanze nel XX periodo rispetto a quello del periodo precedente, da 11,6 a 9,1; e così il troppo rapido aumento del numero diurno delle protuberanze dal XXII al XXIII periodo, e cioè da 18,3 al 28,2, verificandosi infatti che nel XX periodo si hanno pochissime protuberanze grandi, mentre esse sovrabbondano nel periodo XXIII.

Per verificare se l'altezza o la grandezza delle protuberanze è realmente collegata colla loro frequenza, o ad essa subordinata, sarebbe stato necessario di determinare per ogni periodo di osservazione l'altezza media delle protuberanze osservate; ma considerando che questi dati difficilmente si sarebbero ottenuti, non dirò esatti, ma neppure sufficientemente approssimativi, per l'incertezza di misura di oggetti, come questi, soggetti a continue e rapide variazioni, e spesso deformati e velati dalle agitazioni e dagli assorbimenti dell'atmosfera, si è preferito di valutare l'energia della causa perturbatrice colla maggiore o minore frequenza di quelle protuberanze la cui altezza superava un certo limite, e precisamente quello di 1′ in angolo, o più di 3 diametri terrestri in grandezza lineare.

Per verità questo limite di altezza era arbitrario, ma ciononostante la sua scelta presentava alcuni vantaggi, quali sono quello di potersi facilmente verificare, se l'altezza delle protuberanze raggiungeva o superava questo limite; e quello di essere il fenomeno abbastanza frequente principalmente verso l'epoca del massimo di perturbazione, e quasi mancante od eccezionale verso l'epoca del minimo.

Di queste protuberanze, di altezza apparente non minore di 1′, nell'intero periodo di osservazione, e cioè dal 1° giugno 1877 al 31 decembre 1883, ne furono osservate 1656, ripartite fra i 13 periodi secondarî in cui fu diviso questo intervallo di tempo, nelle proporzioni indicate nel seguente specchio, nel quale sono riportati anche i medî diurni, dedotti dal rapporto del numero dei giorni di osservazione.

Grandi protuberanze.

Periodi	Giorni di osservazione	Protuberanze osservate	Medî diurni
XVII	117	9	0,08
XVIII	97	22	0,23
XIX	115	27	0,25
XX	68	8	0,14
XXI	123	31	0,25
XXII	114	49	0,42
XXIII	134	179	1,36
XXIV	84	173	2,06
XXV	128	398	3,12
XXVI	106	206	1,95
XXVII	117	227	1,96
XXVIII	80	138	1,69
XXIX	120	189	1,56

Quantunque l'andamento del medio diurno delle grandi protuberanze, ossia la loro frequenza relativa presenti qualche piccola irregolarità in alcuni periodi, pure anche in questo elemento, che si collega colla grandezza delle protuberanze, è manifestamente indicata la periodica variazione della perturbazione nella superficie solare, e convenientemente segnalata l'epoca del minimo, e nettamente fissata l'epoca del massimo.

Prescindendo dal periodo XX, in cui il medio diurno delle grandi protuberanze non merita grande fiducia pel numero troppo scarso dei giorni di osservazione, si avrebbe il minimo di frequenza nel XVII periodo, e cioè verso il settembre 1877;

mentre dalla frequenza di tutte le protuberanze grandi e piccole esso corrisponde prossimamente col principio del marzo 1878.

Questa differenza di data nel minimo della perturbazione dipende certamente dalla circostanza che nei periodi immediatamente precedenti e susseguenti il fenomeno delle grandi protuberanze od eruzioni è del tutto eccezionale, e quindi poco adatto a stabilire l'epoca del suo minimo di frequenza: per cui merita maggiore fiducia l'epoca ottenuta pel minimo di perturbazione dalla minima frequenza di tutte le protuberanze, per le quali l'andamento di questa si mantiene anche verso il minimo sensibilmente sistematico.

In quanto al massimo di perturbazione, tanto la frequenza di tutte le protuberanze, quanto quella delle grandi protuberanze si accordano nello stabilire l'epoca di questo massimo nel XXV periodo verso il settembre 1881: epoca nella quale la massima energia della causa perturbatrice era simultaneamente manifestata, tanto per la maggiore frequenza delle protuberanze od eruzioni, quanto dalla loro maggiore violenza o grandezza.

Quantunque questi risultati non possano accettarsi altrochè come dati approssimativi, però io ritengo che il loro avvicinamento al vero sia molto maggiore di quello che può ricavarsi dall'esame dei fenomeni della fotosfera, ossia delle facole e delle macchie.

Fino ad ora si sono considerate le protuberanze soltanto in riguardo alla loro frequenza relativa nei varî periodi di osservazione, senza interessarsi del loro modo di distribuzione sulla superficie solare: ciò che è assolutamente necessario per verificare quali siano le parti di essa superficie a cui si estende lo stato di perturbazione, e in quali località la sua energia si manifesti con maggiore o minore intensità.

Volendo intraprendere queste ricerche in tutta la loro estensione e dettaglio, bisognerebbe primieramente determinare la longitudine e la latitudine di tutte le protuberanze, operazione molto laboriosa in causa del grande numero di queste, senza speranza di poter ottenere questi elementi colla richiesta approssimazione, per la grande difficoltà di fissare il posto della superficie solare, su cui realmente sorgono le protuberanze stesse, specialmente per le grandi, nell'osservazione delle quali abbiamo soltanto la loro projezione sul bordo solare, mentre la loro base ordinariamente è già tramontata od ancora lontana dal bordo.

Però se questo difetto delle osservazioni può rendere incerta la longitudine, la sua influenza è certo meno temibile nella latitudine, perchè nella maggior parte dei casi la projezione si effettua prossimamente nella direzione del parallelo, eccettuati i casi di getti molto inclinati o incurvati, e dei getti vicini ai poli.

Di più, volendo ricercare la parte della superficie solare, ove le protuberanze sono più condensate o diradate, sarebbe necessario che le osservazioni fossero regolarmente continuate, senza quelle interruzioni, che spesso e per parecchi giorni specialmente in alcune stagioni, sono causate dalla contrarietà dello stato dell'atmosfera.

D'altronde anche quando si avessero i dati necessarî per potere intraprendere la discussione delle osservazioni sotto questo punto di vista generale, probabilmente si troverebbe che in riguardo alla longitudine la frequenza delle protuberanze presenta nei varî periodi un andamento probabilmente accidentale, senza poterne conchiudere

che la maggiore o minore frequenza del fenomeno sia abitualmente propria di alcuni determinati meridiani o fusi della superficie solare.

Restringendo invece la questione alla ricerca della frequenza delle protuberanze in riguardo alla loro latitudine, abbiamo il vantaggio di poterci basare sopra dati, se non rigorosamente esatti, certamente molto approssimativi e collegati con quelle speciali condizioni, che la rotazione produce nello stato statico e dinamico delle parti interne e superficiali della massa solare; e che perciò possono esercitare una qualche influenza sui fenomeni che si osservano nella fotosfera e nella cromosfera; come appunto si è verificato nelle precedenti osservazioni, dalle quali venne manifestamente comprovato, che la frequenza delle protuberanze è subordinata alla rotazione solare, variando la medesima nelle varie zone di latitudine, e in proporzioni diverse secondo le varie fasi della perturbazione solare.

Come nella Nota VII, anche nella presente Nota vengono perciò separate le protuberanze nei due emisferi, e per ognun di essi ripartite nelle varie zone di 10° in 10° nelle quali furono osservate, e cioè da 0° a 10°, da 10° a 20° ..... da 80° a 90° di distanza polare: e questa statistica è data in fine della Nota nello Specchio A, nel quale sono riportati i numeri delle protuberanze osservate nelle varie zone e nei 13 periodi, in cui fu divisa la durata totale delle osservazioni.

Una analoga statistica fu fatta separatamente per le grandi protuberanze, la cui altezza apparente risultava non minore di 1′, ed i risultati ottenuti sono riportati nello Specchio B.

I numeri contenuti in questi due specchi A e B non sono paragonabili fra loro, perchè ricavati da un diverso numero di giorni di osservazione; ma per renderli tali si è diviso ciascuno di essi pel rispettivo numero dei giorni di osservazione; con che si è ottenuto per ogni periodo il medio diurno delle protuberanze osservate in ciascuna zona. Nel compilare i due Specchi C e D, destinati a rappresentare i medî diurni delle protuberanze osservate in ciascuna zona solare e in ciascun periodo, si è però cercato di evitare i numeri frazionarî, moltiplicando questi medî diurni per 100, anche allo scopo di renderne più marcate le differenze.

Per rendere più manifesto l'andamento della frequenza delle protuberanze nelle varie zone solari durante ciascun periodo, si è fatta la costruzione grafica dello Specchio C nella figura 1ª della Tavola IX, mentre nella figura 2ª della stessa Tavola IX si è fatta la costruzione dello Specchio D, per rendere egualmente manifesto l'andamento delle grandi protuberanze nelle varie zone solari per ciascun periodo di osservazione. Queste costruzioni grafiche furono eseguite, collo stesso metodo seguìto nelle analoghe costruzioni grafiche fatte per le osservazioni antecedenti al 1° giugno 1877, unite alla Memoria VII; e che perciò facendo seguito alle medesime, si ha nel loro complesso l'andamento della frequenza delle protuberanze nelle varie zone solari nei 29 periodi di osservazione dal 26 ottobre 1869 al 31 decembre 1883. Nella stessa Tavola IX è rappresentata nella fig. 3ª la curva della frequenza media delle protuberanze in ciascuno dei 29 periodi in cui fu divisa la totale durata delle osservazioni, per mostrare l'andamento della frequenza media del fenomeno durante il periodo di perturbazione; mentre nella fig. 4ª viene allo stesso scopo rappresentato l'andamento analogo della frequenza media delle grandi protuberanze.

Dall'esame dello specchio C si rileva che nei primi periodi di osservazione, cioè verso l'epoca del minimo, le protuberanze erano quasi uniformemente distribuite nelle varie zone solari, con qualche indizio però di un massimo di frequenza nella zona compresa dai 40° ai 50° di distanza polare e di un minimo all'equatore e verso i poli. Ma nei periodi successivi, col progressivo aumento nella frequenza delle protuberanze in tutta la superficie solare si venivano sempre più sviluppando due massimi, uno nelle zone di maggiore frequenza delle macchie, l'altro più vicino ai poli e successivamente avvicinantesi ai medesimi sino ad occupare verso l'epoca del massimo di frequenza delle protuberanze la zona compresa dai 20° ai 30°, discendendo poi nuovamente e gradatamente verso l'equatore nei successivi periodi, mentre si rendevano sempre più marcati due minimi uno all'equatore, l'altro ai poli.

In generale l'aumento della frequenza delle protuberanze nei vari periodi procedeva di pari passo nei due emisferi, facendo però eccezione ad alcuni periodi, e principalmente nei periodi posteriori a quello del massimo, nei quali le frequenze nei due emisferi presentano sensibili discordanze, le quali si riscontrano anche più spesso nelle frequenze parziali delle varie zone: il che prova che la causa perturbatrice della cromosfera non agisce sempre con uguale energia sui due emisferi e sulle zone simmetriche rispetto all'equatore. Però nei due periodi critici e cioè il XVIII di minima frequenza delle protuberanze, e nel XXV di massima frequenza, è rimarchevole la simmetria nei due rami nord e sud delle curve della frequenza; nella prima delle quali sono nettamente indicati, quantunque in deboli proporzioni, due massimi a 45° sud e nord e il minimo equatoriale; mentre nella seconda, ossia nel periodo del massimo, il minimo equatoriale è molto pronunciato, molto spiccati i due massimi a 65° nord e sud di distanza polare, e i due massimi a 25° nord e sud, mentre sono pure ben delineati il minimo polare e i due minimi a circa 35° nord e sud.

Per rendere ben manifesta la grande differenza della frequenza delle protuberanze nei due indicati periodi XVIII e XXV, e la grande diversità del loro modo di distribuzione nelle varie zone solari, credo opportuno di riportare nel seguente specchietto le somme dei medî diurni delle protuberanze osservate nelle zone sud e nord, egualmente lontane dai poli o dall'equatore; coll'aggiunta dei corrispondenti risultati avuti nel periodo IV, in cui cadde il massimo del 1871.

Numeri diurni delle protuberanze.

Distanza polare	Periodo XVIII	Periodo XXV	Periodo IV
0° a 10°	0,61	1,96	4,17
10 » 20	0,68	2,24	5,35
20 » 30	0,56	4,60	1,97
30 » 40	0,77	3,13	2,46
40 » 50	1,23	3,63	4,12
50 » 60	1,00	4,35	4,52
60 » 70	0,67	4,71	4,77
70 » 80	0,72	4,10	4,58
80 » 90	0,54	2,63	4,03
Somma	6,78	31,35	35,97

Da questi dati si deduce che nel XXV periodo il numero diurno delle protuberanze fu quasi quintuplo di quello del periodo XVIII, e che perciò dal minimo al massimo di perturbazione il numero diurno delle protuberanze si accrebbe prossimamente da 1 a 5; mentre nella zona da 20° a 30° di distanza polare si accrebbe prossimamente nel rapporto da 1 a 9, e nella zona da 60° a 70° da 1 a 7 circa.

Dallo Specchio D e dalla sua grafica costruzione nella figura 4ª della Tavola IX si rileva, che il fenomeno delle grandi protuberanze poteva considerarsi come straordinario ed accidentale nei primi periodi di osservazione sino al XXI periodo, nel quale esso accennava già a divenire un fenomeno ordinario o comune, quantunque ancora poco frequente.

Fino a quell'epoca le zone solari più soggette allo straordinario fenomeno erano comprese da 40° a 50° sud e nord; mentre nelle regioni circumpolari sud e nord fino a 25° circa esso era totalmente mancante. Nel XXIII periodo le grandi protuberanze si rendevano tanto numerose, da doversi considerare come fenomeni ordinarî della cromosfera, predominanti però in alcune zone solari, e principalmente verso i 35° di distanza dal polo nord e dal polo sud, con manifesta deficienza all'equatore e mancanza assoluta nelle calotte polari.

Nel successivo periodo XXIV il numero totale delle grandi protuberanze aumentava rapidamente, ma la curva delle loro frequenze nelle varie zone solari diventava sensibilmente irregolare e dissimetrica nei due emisferi, rimanendo però sempre ben marcati i due massimi a circa 35° di distanza polare sud e nord, il minimo equatoriale e i due minimi polari, spingendosi però le grandi protuberanze verso i poli sino a circa 25°.

Nel periodo XXV la frequenza delle grandi protuberanze nella superficie solare raggiungeva il suo massimo, ma la loro distribuzione nelle varie zone solari si rendeva più irregolare, prevalendo la loro frequenza nell'emisfero sud. Malgrado questa irregolarità nella curva della frequenza, si rendeva però sempre più manifesta la tendenza delle grandi protuberanze ad avvicinarsi ai poli; avendosi nei due emisferi un massimo ben marcato verso i 25° di distanza polare, e le calotte polari, mancanti di grandi protuberanze, ristrette a soli 10° circa dai poli, mentre poi si aveva ben distinto il minimo assoluto all'equatore.

Nei periodi successivi diminuendo il numero delle grandi protuberanze, la curva della loro frequenza si rendeva ognora più irregolare ed instabile, con massimi e minimi meno decisi ed oscillanti da una zona all'altra, e con manifesta tendenza ad allontanarsi dai poli, quantunque nel XXVII si abbia qualche traccia di protuberanze molto vicine ai poli stessi.

Per rendere più manifesta la diversità del periodo XVIII, che io ritengo comprendere il minimo della perturbazione solare, col periodo XXV, che io ritengo comprendere il massimo, in riguardo alla frequenza delle grandi protuberanze nelle varie zone solari, credo opportuno di riportare nel seguente specchietto la somma dei numeri diurni ottenuti per le grandi protuberanze nelle zone simmetriche, pei due indicati periodi, coll'aggiunta dei dati analoghi ottenuti nel periodo IV del massimo del 1871.

Numeri diurni delle grandi protuberanze.

Distanza polare	Periodo XVIII	Periodo XXV	Periodo IV
0° a 10°	— 0,00	— 0,00	— 0,70
10 » 20	— 0,00	— 0,03	— 1,50
20 » 30	— 0,00	— 0,68	— 0,27
30 » 40	— 0,03	— 0,32	— 0,50
40 » 50	— 0,05	— 0,56	— 1,04
50 » 60	— 0,04	— 0,57	— 1,38
60 » 70	— 0,04	— 0,47	— 1,08
70 » 80	— 0,03	— 0,35	— 0,79
80 » 90	— 0,03	— 0,14	— 0,52
	Somma 0,22	Somma 3,12	Somma 7,78

Da questo quadro comparativo risulta manifestamente, che il fenomeno delle grandi protuberanze è realmente eccezionale nel periodo XVIII, mentre nel periodo del massimo di perturbazione il fenomeno diventa comune, avendosi in risultato medio almeno 3 grandi protuberanze al giorno. Merita poi singolare attenzione il fatto che mentre la frequenza delle grandi protuberanze, dal massimo al minimo aumenta nelle varie zone, in proporzione quasi costante e prossimamente da 1 al 10, invece nella zona fra 20° e 30° di distanza polare, durante il periodo del massimo, si è avuto il massimo assoluto di frequenza là, dove nel periodo del minimo di perturbazione il fenomeno era assolutamente mancante. Un altro fatto anch'esso rimarchevole è che nella zona equatoriale la frequenza delle grandi protuberanze dall'uno all'altro periodo presenta un aumento molto limitato, in modo da segnare il minimo assoluto di frequenza, escludendo però le due prime zone, nelle quali, anche nel periodo del massimo di perturbazione, il fenomeno era quasi del tutto mancante.

Nel massimo di perturbazione nel 1871, come mostrai nella mia Nota VII del 1877, le grandi protuberanze si spinsero abbastanza numerose sino ai poli, mentre nel massimo del 1881 esse si arrestarono a circa 15° dai poli; ma ciò non ismentisce il fatto della tendenza delle protuberanze a riversarsi nelle regioni polari verso il massimo della perturbazione; e mostra soltanto che da massimo a massimo possono variare notevolmente le proporzioni nella manifestazione della perturbazione in questo elemento, come in quello della frequenza e della grandezza delle protuberanze.

Quantunque nei periodi posteriori al XXV, che io ritengo corrispondere al massimo, e cioè durante l'anno 1882 ed anche 1883 si siano avuti dei forti rialzi nella frequenza delle protuberanze, in modo da far credere che la perturbazione solare non avesse raggiunto il suo massimo nel 1881; pure avendo riguardo alle irregolari alternative di massimi e di minimi, che si andavano succedendo nella frequenza delle protuberanze ad intervalli piuttosto brevi, ed avendo riguardo alla irregolarità ed instabilità della loro frequenza nelle varie zone solari, e finalmente al progressivo decrescere della frequenza media delle protuberanze nei successivi periodi, ritengo non giustificato il dubbio su espresso, e perciò realmente confermato che dopo il 1881

la perturbazione solare si incamminava verso il suo minimo, quantunque lentamente e saltuariamente, come si era già verificato dopo il massimo del 1871.

Tutti o quasi tutti gli astronomi e i fisici convengono ora nell'ammettere una certa corrispondenza o correlazione fra i fenomeni della fotosfera e della cromosfera solare, ed i fenomeni presentati dai varî elementi del magnetismo terrestre; poichè quantunque a priori non si possa arguire alcun nesso o legame fra le due specie di fenomeni, però è in fatto che spesso le grandi perturbazioni della superficie solare sono accompagnate da forti perturbazioni degli elementi del magnetismo terrestre; mentre poi esaminando l'andamento di alcuni di questi elementi per lunga serie di anni, si trovano delle variazioni sistematiche o periodiche molto prossimamente coincidenti con quelle presentate dai fenomeni osservati alla superficie solare.

Fra i fenomeni del magnetismo terrestre, apparentemente collegati colle perturbazioni periodiche della superficie solare, quello che si presenta come maggiormente probabile e verosimile è senza dubbio la variazione od escursione diurna della declinazione magnetica, la cui estensione, indipendentemente dal luogo di osservazione e dalle stagioni, cresce o decresce molto regolarmente durante il periodo della perturbazione solare, coincidendo prossimamente i massimi e minimi dell' una con quelli dell'altra.

Quantunque io sia lontano dall'ammettere che tra i fenomeni solari e gli elementi del magnetismo terrestre esistano relazioni così intime e dirette, da dovere ritenere che tutti gli straordinari fenomeni, che avvengono nella fotosfera e nella cromosfera, debbano avere un riflesso nello stato del magnetismo terrestre, ossia una corrispondente perturbazione ne' suoi elementi; e quantunque non convenga nell'ammettere che fra le varie fasi della periodica perturbazione del sole e l' andamento della variazione diurna della declinazione magnetica esista un vero e regolare parallelismo, in modo che i massimi e minimi dell' una coincidano esattamente con quelli dell'altra, pure in base ai risultati delle ricerche fatte a questo riguardo, non credo irragionevole di invocare anche questo elemento come una prova indiretta della coincidenza del massimo della perturbazione solare col terzo trimestre 1881, od almeno come una conferma del fatto, che nel 1881 è compresa l'epoca del massimo suddetto.

Nel 1875 vennero introdotte nel nostro Osservatorio le osservazioni della declinazione magnetica, principalmente allo scopo di verificare, se realmente esiste una qualche relazione fra gli straordinari fenomeni osservati nella fotosfera e cromosfera solare e lo stato di perturbazione della declinazione magnetica. Per rendere questa ricerca più efficace e concludente, le osservazioni della declinazione magnetica venivano fatte a brevi intervalli di tempo, e cioè prossimamente di ora in ora dalle 6^h del mattino sino alla mezzanotte e spesso anche nelle ore più avanzate della notte, in modo da potere sorprendere il declinometro anche in quelle temporarie irregolarità di movimento o di perturbazione, che talora si esauriscono in brevi intervalli di tempo.

Le riduzioni di tutte queste numerose osservazioni fatte dal gennaio 1875 sino alla fine del 1883, quantunque già in parte eseguite, pure richiederanno ancora non breve tempo prima di poter essere utilizzate nello studio delle relazioni tra i fenomeni solari e le perturbazioni magnetiche; e perciò riservandomi di ritornare in

altra circostanza su questa importante questione, per ora mi limito a presentare i risultati ottenuti sulla oscillazione o escursione diurna del declinometro, e specialmente allo scopo di fissare almeno approssimativamente l'epoca della sua massima grandezza od estensione.

Nel presentare questi risultati, quantunque non abbia la pretesa di garantire i valori assoluti ed esatti delle oscillazioni diurne del declinometro, pure li credo abbastanza approssimativi pel nostro scopo; e cioè per rappresentare l'andamento relativo della escursione diurna, e per fissare con sufficiente approssimazione le epoche del suo minimo e massimo.

Nel seguente specchio sono dati per ciascun mese i medî delle escursioni diurne del declinometro, dedotte dalla differenza del minimo del mattino col massimo della sera, prendendo come minimo la declinazione minima osservata nelle tre ore di osservazione 20^h, 21^h e 22^h, e come massimo la massima declinazione avuta nelle tre ore di osservazione 0^h, 1^h e 2^h; e ciò allo scopo di tener conto delle ore tropiche nelle varie stagioni, trascurando però quei giorni nei quali il declinometro appariva in istato di forte perturbazione.

Il valore delle escursioni è dato in minuti di arco, essendosi fatta la relativa riduzione delle parti della scala usata nelle osservazioni.

Escursioni diurne della declinazione magnetica osservate nel R. Osservatorio del Campidoglio negli anni 1875 *al* 1883.

Medie mensili

Anno	Genn.	Febbr.	Marzo	Aprile	Maggio	Giugno	Luglio	Agosto	Sett.	Ottobre	Nov.	Dec.	Media annua
1875	3'00	3'29	6'78	9'03	7'83	7'88	7'03	7'13	7'49	5'12	4'10	3'65	6'03
1876	3,86	3,87	6,33	8,16	5,71	7,47	7,54	7,26	6,09	5,90	3,91	2,71	5,73
1877	3,27	3,32	5,92	7,24	5,93	6,76	7,06	7,37	6,74	5,76	3,48	2,65	5,47
1878	2,58	3,57	6,00	7,07	5,87	7,13	6,38	6,35	6,55	4,18	2,65	2,11	4,96
1879	1,93	2,83	5,27	6,49	6,44	6,67	6,54	6,29	5,22	5,03	3,25	2,40	4,86
1880	2,78	4,09	6,16	7,57	6,88	7,59	7,33	7,39	7,34	6,98	4,90	2,76	5,98
1881	3,82	5,33	7,50	8,16	8,02	9,57	8,62	8,51	8,35	7,39	4,62	3,42	6,96
1882	3,11	5,56	7,34	9,29	9,33	7,92	7,24	8,00	8,28	6,76	4,62	2,80	6,69
1883	3,65	5,06	7,18	8,81	6,29	7,20	7,36	7,15	9,01	7,67	5,15	3,54	6,50

Da questo Specchio si rende manifesta la progressiva e quasi regolare decrescenza della escursione diurna del declinometro sin verso la fine del 1878, ed il suo progressivo accrescimento sin verso la fine del 1881, nel quale anno sembra raggiunto il massimo; considerando come eccezionali ed accidentali i temporarî rialzi nell'escursione stessa specialmente nei mesi aprile e maggio 1882, nell'aprile e settembre 1883.

Questi risultati, mentre rendono sempre più probabile la relazione fra l'andamento della diurna escursione della declinazione magnetica colla frequenza delle protuberanze, mostrerebbero poi che i minimi e massimi di quest'escursione coincidono,

almeno nel presente periodo, con sufficiente approssimazione col minimo e massimo della perturbazione solare, dedotta dalla minima e massima frequenza delle protuberanze o delle anomalie della cromosfera solare; per cui mi sembra che anche questo elemento venga a circoscrivere l'epoca del massimo della perturbazione solare nel 1881, ed a farla ritenere come molto prossima alla fine del 3° trimestre dello stesso anno, quale risulta dalla massima frequenza delle protuberanze.

Le nostre sistematiche osservazioni sulla cromosfera e sulle protuberanze solari estendendosi, come già si è accennato, dall'ottobre 1869 al decembre 1883, ed abbracciando perciò un intero periodo di perturbazione, ci permettono di fissare con conveniente approssimazione le date corrispondenti a due successivi massimi e quella del minimo ad essi intermedio, deducendo queste date dai soli fenomeni della cromosfera, e cioè dallo stato di massima e minima agitazione della cromosfera stessa, senza avere riguardo ai fenomeni della fotosfera, ossia alle macchie, ai fori, alle facole ecc. ecc. E da quanto fu esposto nella Nota VII del 1877, e da quanto risulta dalla discussione fatta nella presente Nota VIII, le epoche approssimative suaccennate sarebbero definite come segue:

1° Massimo di perturbazione — Giugno 1871.
Minimo » » — Marzo 1878.
2° Massimo » » — Settembre 1881.

Secondo questi dati la durata della perturbazione sarebbe stata prossimamente di 10,3 anni, mentre il periodo di decrescenza sarebbe stato di 6,7 anni, e il periodo di accrescimento di soli 3,6 anni; dimodochè la perturbazione avrebbe raggiunto il suo massimo con una rapidità quasi doppia di quella impiegata nella sua totale estinzione o scomparsa.

La durata media della periodica perturbazione solare, quale venne dedotta dai massimi e minimi delle macchie, sarebbe di anni $11\,^1/_9$, e perciò maggiore di circa 0,8 anni di quella ora dedotta per questo ultimo periodo dalla massima e minima frequenza delle protuberanze. Ma questa differenza non deve considerarsi come effetto della non coincidenza della massima frequenza delle protuberanze coi massimi di perturbazione, potendo ciò dipendere dalla reale inconstanza della durata del periodo così detto undecennale, come spesso ed anche in maggiori proporzioni si è verificato nella durata dei singoli periodi determinata coi massimi e minimi delle macchie.

Nella mia Nota VII, già più volte citata, basandomi principalmente sui fenomeni della cromosfera o sulle eruzioni solari durante il periodo delle macchie, cercai di mostrare che la causa di questa periodica perturbazione dello strato superficiale del sole, non doveva ricercarsi fuori del sole, e cioè nelle misteriose influenze delle masse planetarie, nelle ipotetiche correnti di materia meteorica o cosmica ecc. ecc., ma bensì nell'interno dello stesso corpo solare, e specialmente nello stato di continua lotta fra le parti superficiali, soggette alle inevitabili influenze di un rapido e progressivo raffreddamento, e le parti interne energicamente tendenti ad arrestare e paralizzare le conseguenze fisiche e meccaniche del raffreddamento stesso.

Secondo questa opinione, che ora va sempre più accreditandosi fra gli astronomi ed i fisici, non è difficile il concepire, come malgrado l'enorme prevalenza delle forze riparatrici interne, pure le loro azioni, in causa di speciali condizioni della massa

solare, possano non riescire sempre così pronte ed efficaci da impedire un qualche parziale e temporaneo successo della forza antagonista sulla parte superficiale della massa stessa, finchè le azioni interne, acquistato il sopravvento, distruggendo gli effetti di questa effimera vittoria, ricondurrebbero la massa al primitivo stato.

Continuando però il raffreddamento superficiale, si entrerebbe ben presto in un secondo periodo di lotta simile al precedente, il quale potrebbe ripetersi per un tempo anche lunghissimo e prossimamente colle stesse fasi, fino a che rimanessero sensibilmente inalterate le condizioni fisiche e meccaniche della massa solare.

Durante questi avvicendamenti, quasi ritmici, della massa solare, lo strato superficiale subirebbe necessariamente nella sua attuale costituzione delle trasformazioni o modificazioni temporarie e quasi passeggere, di cui le protuberanze, le macchie, le facole ecc. sarebbero le speciali manifestazioni; ben inteso però che trattandosi di fenomeni fisici dipendenti da varî elementi, fra i quali l'influenza della rotazione solare, la loro successiva riproduzione non potrebbe riescire rigorosamente periodica, nè in riguardo alla durata, nè in riguardo all'ordine ed entità delle sue manifestazioni. Ciò si accorderebbe col fatto delle sensibili irregolarità nella durata dei singoli periodi della perturbazione solare, e della notevole diversità delle sue proporzioni nei varî periodi.

Confrontando i fenomeni della cromosfera, osservati durante il massimo di perturbazione del 1871, con quelli del massimo del 1881, quantunque nel loro modo di successione e nelle loro apparenze si riscontrino gli stessi caratteri fondamentali, comprovanti l'identità della natura delle cause perturbatrici, pure nella loro frequenza e nelle loro proporzioni si rimarcano tali differenze, da dovere ritenere che nel massimo del 1871 l'energia di quelle cause era molto più pronunciato, che nel massimo del 1881; principalmente per la maggiore frequenza delle protuberanze, per la loro maggiore grandezza, per la maggiore rapidità e violenza nel loro sviluppo, per la maggiore frequenza delle eruzioni cosidette metalliche, ossia delle protuberanze composte di varî gas e vapori oltre l'idrogeno, e finalmente per la più marcata irruzione delle protuberanze nelle regioni polari.

Il numero diurno delle protuberanze grandi e piccole osservate all'epoca del massimo del 1871 sta a quello delle protuberanze osservate nel massimo del 1881 nel rapporto di 36 a 31; ma una più grande sproporzione si è verificata per le grandi protuberanze i cui numeri diurni stanno nel rapporto di circa 2 ad 1. E probabilmente alla maggior copia delle eruzioni, e principalmente al loro più gigantesco sviluppo nella perturbazione del 1871, debbono attribuirsi le enormi masse incandescenti di idrogeno e della sostanza, cui spetta la riga 1474 di Kircoff, che vennero osservate nella corona solare durante l'eclisse totale dello stesso anno 1871, delle quali si ebbero indizî e saggi molto ridotti e modesti nei posteriori eclissi totali.

Nel massimo di perturbazione del 1871 le grandi protuberanze si spinsero numerose anche nelle regioni polari, mentre in quello del 1881 esse si arrestarono circa al parallelo di 75° di latitudine, rendendosi rarissime e quasi eccezionali nelle regioni più vicine ai poli. Dove poi riescirono marcatissime le differenze fra i fenomeni cromosferici nei due massimi di perturbazione del 1871 e del 1881, si fu nelle regioni e nella località delle macchie, ove ordinariamente si osservano le più gigantesche,

le più violente, e le più complesse eruzioni; poichè mentre nella perturbazione del 1871 questi fenomeni erano tanto comuni, che ben di rado si presentava una macchia al bordo, senza essere segnalata da grandiosi e violentissimi getti, contenenti anche a notevoli altezze varî vapori metallici, nella perturbazione del 1881 frequenti volte si sono viste sorgere e tramontare al bordo solare delle macchie, anche grandi, colla circostante cromosfera nello stato quasi normale, o con getti di mediocri dimensioni, di moderata violenza e con deboli traccie di altri materiali oltre l'idrogeno e la sostanza incognita della riga lucida D^3, cui si è dato il nome di *elio*. Nel massimo del 1881 anche nei getti più sviluppati e giganteschi sono stati più rari, che nel 1871, gli esempî di quelle straordinarie velocità colle quali sembrano projettate dalla superficie solare principalmente le masse di idrogeno, e quelle enormi rapidità colle quali queste masse sembrano diffuse e diramate nelle forme le più strane e le più complesse. Così pure nel massimo del 1881 riescirono molto più rari e ordinariamente meno pronunciati quei fenomeni di ingrossamento, di incurvamento e di spostamento delle righe spettrali, specialmente alla base dei getti o protuberanze prossime alle macchie; quei fenomeni che si vorrebbero spiegare come cambiamenti di refrangibilità, prodotti dalla velocità dei getti nella direzione della visuale.

Malgrado le modeste proporzioni nelle quali furono ristretti i fenomeni della cromosfera durante il massimo di perturbazione del 1881, pure si ebbe campo di verificare in essi tutti i principali caratteri e proprietà già rilevate nel massimo di perturbazione del 1871, in riguardo al modo di sviluppo e di trasformazione delle protuberanze nelle varie zone solari, ed alle loro speciali relazioni colle macchie e colle facole.

Nelle mie precedenti pubblicazioni sulle osservazioni del bordo e delle protuberanze solari furono già minutamente esposte le proprietà e i caratteri delle protuberanze e le loro relazioni colle macchie e colle facole: per cui ritenendo superfluo di ritornare su questa questione, mi limiterò a dichiarare che dalle osservazioni fatte durante la perturbazione ultima, col massimo nel 1881, vennero pienamente confermati i risultati ottenuti dalle osservazioni precedenti al 1877 in cui il massimo di perturbazione si ebbe nel 1871.

Riassumendo questi risultati nella loro parte sostanziale, ritengo confermata la verità, od almeno la grande probabilità delle seguenti conclusioni relative alla cromosfera ed ai principali fenomeni da essa presentati.

1° La cromosfera è costituita da un innumerevole ammasso di piccoli e quasi istantanei getti, che continuamente si slanciano attraverso la fotosfera, portando sulle varie parti della medesima l'idrogeno e gli altri gas incandescenti, destinati a compensare la perdita di calore prodotta dall'irraggiamento. Questo concetto della cromosfera, da me propugnato nelle mie antecedenti pubblicazioni sulla cromosfera stessa e sulle protuberanze, e principalmente nella Nota VII del 1877, non mi sembra sostanzialmente diverso da quello recentemente espresso dal celebre spettroscopista americano Young nella sua opera *The Sun* pubblicata nel 1882, nella quale a pagina 180 parlando della cromosfera, dice: « The appearance, which probably indicates « a fact, is as if countless jets of heated gas were issuing through vents and spi- « racles over the whole surface, thus clothing it with flame, which heaves and tosses « like the blaze of a conflagration ».

2° Le protuberanze altro non sono che esagerazioni locali e temporarie di questo stato di generale eruzione; e perciò sono costituite di masse gassose e principalmente di idrogeno, lanciate attraverso alla fotosfera con velocità più o meno grande e talora enorme.

3° Quantunque in generale le protuberanze siano di origine eruttiva, però la diramazione e diffusione delle masse eruttate al di sopra della fotosfera e della cromosfera non dipendono semplicemente da una velocità o forza di projezione e dall'azione della gravità solare, ma ordinariamente sono soggette all'azione di altre forze, tuttora ignote, capaci però di produrre in quelle masse i più svariati e strani movimenti e delle conflagrazioni aventi tutte le apparenze di successivi scoppî o detonazioni.

4° L'altezza delle protuberanze è ordinariamente un dato mal sicuro per valutare la velocità di projezione delle masse gassose attraverso la fotosfera, concorrendo spesso al sollevamento ed alla diffusione di queste masse altre forze oltre quella di projezione.

5° In quelle protuberanze nelle quali si manifestano movimenti apparenti, straordinariamente rapidi, verticali od inclinati, rettilinei, o curvilinei, probabilmente non si tratta di reali trasporti di masse gassose, ma di semplici cambiamenti di stato in masse rischiarate da potenti azioni elettriche, come nei fenomeni delle aurore boreali della terra.

6° Le protuberanze, almeno nelle parti più elevate, sono costituite quasi esclusivamente di idrogeno e della sostanza incognita chiamata *elio*, eccettuate però quelle che sorgono in vicinanza alle macchie, dove le eruzioni portano talora a notevole altezza anche altri gas o vapori, come quelli del magnesio, del ferro, del sodio, ecc., e principalmente quelle sostanze incognite, cui spettano le righe spettrali *a* B e B C, che non rare volte dominano in tutto il corpo delle protuberanze.

7° Le protuberanze od eruzioni, specialmente in prossimità alle macchie, presentano talora l'aspetto di veri getti parabolici, quali sarebbero prodotti da una velocità di projezione combinata coll'azione della gravità; ma ordinariamente questi getti non si slanciano ad altezze maggiori di 2′ o 2′.30″; per cui la velocità di projezione può stimarsi in circa 200 o 250 kilometri per secondo: mentre le protuberanze più elevate sembrano risultare da cause più complesse, da successive detonazioni e da forze speciali e diverse da quella della primitiva projezione.

8° Le protuberanze ordinariamente sorgono sul contorno delle facole, ma non sul posto preciso delle facole.

9° Sul posto delle macchie la linea di demarcazione fra la fotosfera e la cromosfera è generalmente regolare, come nelle altre parti del bordo solare, senza traccie di sensibili dislivelli.

10° La cromosfera nelle località delle macchie è ordinariamente bassa, molto lucida, con scarsi getti, ma molto splendenti; e le protuberanze od eruzioni che frequentemente sorgono sulle medesime, sono contraddistinte da quelle, che dominano nelle altre località, per una maggiore intensità di luce, per la moltiplicità delle righe spettrali, per la maggiore rapidità e violenza di sviluppo e di trasformazione.

11° Le protuberanze od eruzioni cosidette metalliche, che si sviluppano nelle

località delle macchie, hanno ordinariamente la loro base sul contorno della macchia, ma non sul corpo o nucleo della medesima.

Questo speciale carattere della cromosfera sul posto delle macchie, che io ebbi occasione di verificare prima e dopo il massimo di perturbazione del 1871, e di confermare pienamente con tutte le posteriori osservazioni, venne negato da alcuni spettroscopisti italiani; ma ora son ben lieto di vedere che il sullodato spettroscopista americano sig. Young, la cui autorità è certamente indiscutibile, la trova pienamente concordante colle sue accurate osservazioni, dicendo a questo proposito a pag. 201 della citata sua opera: *The Sun*:

« The spots, on the other hand, when they reach the border of the sun's image, « are commonly surrounded by prominences more or less completely, but seldom « overlaid by them. Indeed, Respighi asserts (and the most careful observations « we have been able to make confirm his statement) that as a general rule the chro- « mosphere is considerably depressed immidately over a spot ».

Questa marcata relazione fra lo stato della cromosfera e le sottostanti macchie, a quanto mi sembra, trae seco la conseguenza che la fotosfera o lo strato superficiale del sole, trasformato in macchia, costituisce una massa resistente alla libera emersione o circolazione dei gas interni, obbligandoli perciò ad aprirsi più violentemente la via attraverso le parti più cedevoli del suo contorno; ove viene in certo modo condensata o sommata l'attività propria della parte di superficie perturbata: di modo che le macchie, anzichè centri di eruzione, dovrebbero invece considerarsi come locali e temporarî ostacoli allo stato di generale e permanente eruzione od ebollizione della superficie solare.

Per confermare la verità di questa conclusione che, a mio modo di vedere, dovrebbe costituire il punto di partenza per la spiegazione del misterioso fenomeno della macchie, non ho mancato di osservare con tutta la possibile attenzione lo stato della cromosfera nel posto delle macchie, nel loro sorgere o tramontare al bordo solare, e facendone accuratamente i disegni colla esatta indicazione del posto relativo della macchia, rilevato insieme a quello delle protuberanze per mezzo dello spettroscopio.

Nella mia Nota VII, già più volte citata, vennero dati nelle tavole I, II, III, IV e V tutti i principali disegni della cromosfera sul posto delle macchie, rilevati dall'ottobre 1869 sino alla fine del decembre 1876, dai quali era ad evidenza mostrato, che nella grande maggioranza delle 750 osservazioni, le protuberanze od eruzioni sorgevano a fianco delle macchie, lasciando su queste la cromosfera sensibilmente depressa e talora quasi del tutto mancante. Nei casi, piuttosto rari, nei quali i getti si projettavano sul posto della macchia, molto probabilmente ciò accadeva per effetto di prospettiva, sorgendo i getti stessi nel piano visuale al di là o al di qua della macchia, ma non sulla medesima; quantunque non si possa assolutamente escludere che in casi eccezionali, e specialmente nella circostanza di grandi trasformazioni delle macchie, i getti o le eruzioni possano irrompere anche attraverso il loro nucleo. Che le protuberanze sorgano ordinariamente sul contorno delle macchie e non sul nucleo delle medesime viene poi manifestamente confermato dal fatto, che malgrado lo straordinario splendore dei getti in quelle località, essi riescono piuttosto rare volte visibili sul corpo delle macchie osservate sul disco solare in distanza dal bordo; mentre

nei casi, in cui si ottiene il fenomeno, il rovesciamento delle righe dell'idrogeno trovasi ordinariamente ristretto soltanto ad alcune parti della macchia, e spesso più marcato o distinto sul contorno di questa, e cioè sulla penombra o sulla fotosfera stessa; il che proverebbe, che i getti, anzichè sorgere sul nucleo, sono semplicemente projettati sul medesimo.

Queste speciali osservazioni sullo stato della cromosfera vennero continuate negli anni posteriori al 1876 fino al presente, e i disegni rilevati dal principio del 1877 fino alla fine del 1882, sono riportate nelle Tavole VI, VII ed VIII della presente Nota, adottando questa numerazione, per indicare che esse formano seguito alla serie dei rilievi contenuti nelle tavole I, II, III, IV e V della precedente Memoria VII pubblicata nel 1877.

Anche in queste Tavole, come nelle precedenti, ad ogni rilievo della cromosfera in rosso è segnato il posto della macchia o delle macchie con piccoli tratti egualmente rossi, coll'indicazione del rispettivo angolo di posizione, contato da Nord verso Ovest, da 0° a 360°, e colla data dell'osservazione; mentre la scala per le distanze e per le altezze apparenti dei getti e delle protuberanze è data in minuti primi al margine inferiore della Tavola VII.

Alle Tavole VI, VII e VIII si fa precedere un Catalogo di tutte le figure o rilievi in esse contenute, il quale oltre alla data fornisce anche l'ora dell'osservazione, e qualche speciale notizia sui fenomeni osservati, e principalmente in riguardo alla visibilità nelle protuberanze e nella cromosfera delle due righe spettrali, denominate aB e BC, e corrispondenti alle lunghezze d'onda 7055,0 e 6676,9 secondo lo spettro normale di Angström; le quali righe frequentemente e talora molto vive spiccano sulla cromosfera e sui getti prossimi alle macchie.

Questi rilievi danno una nuova conferma del fatto della quasi abituale mancanza della eruzione sul nucleo delle macchie; ma in quest'ultimo periodo di perturbazione come già si è riferito, le eruzioni cosidette metalliche furono meno frequenti e meno gigantesche che nell'epoca del massimo 1871; e così pure meno frequenti le apparizioni di queste righe lucide aB e BC e di altre righe spettrali oltre alle solite righe dell'idrogeno e dell'*elio*: il che costituisce una manifesta prova della minore energia nel massimo di perturbazione nel 1881 in confronto di quella constatata nel massimo del 1871.

SPECCHIO A — NUMERO D

DISTANZE POLARI	EMISFERO NORD — PERIODI											
	XVII	XVIII	XIX	XX	XXI	XXII	XXIII	XXIV	XXV	XXVI	XXVII	XXVII
0° a 10°	53	30	62	36	94	75	114	111	137	102	118	80
10 « 20	62	38	52	33	86	99	116	95	141	183	194	73
20 » 30	44	33	60	30	84	89	181	168	296	193	126	66
30 » 40	52	45	77	44	138	185	339	168	192	138	157	126
40 » 50	86	67	128	54	123	152	221	95	194	165	177	109
50 » 60	67	53	108	46	107	136	240	138	246	171	222	138
60 » 70	61	35	98	32	111	152	294	198	288	212	226	138
70 » 80	74	38	70	22	90	103	212	130	298	188	232	141
80 » 90	32	26	66	29	71	56	157	99	184	155	184	102
SOMME												
Nord	551	365	721	326	904	1047	1874	1202	1976	1507	1636	973
Sud	490	292	619	292	825	1043	1907	1142	2038	1361	1490	872
TOTALE . . .	1041	657	1340	618	1729	2090	3781	2344	4014	2868	3126	1845

SPECCHIO B — NUMERO D

DISTANZE POLARI	EMISFERO NORD — PERIODI											
	XVII	XVIII	XIX	XX	XXI	XXII	XXIII	XXIV	XXV	XXVI	XXVII	XXVII
0° a 10°	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1
10 » 20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	14	0
20 » 30	0	0	0	0	0	1	3	25	37	22	0	3
30 » 40	0	1	2	1	5	13	33	31	16	16	3	9
40 » 50	3	2	8	2	6	5	21	6	23	15	7	12
50 » 60	0	3	7	0	3	4	15	12	27	16	29	14
60 » 70	1	2	4	0	2	5	11	15	18	18	18	11
70 » 80	2	1	2	0	3	0	6	7	21	13	24	16
80 » 90	0	2	1	0	0	0	1	5	11	11	16	10
SOMME												
Nord	6	11	24	3	19	28	90	101	153	117	111	76
Sud	3	11	3	5	12	21	89	72	245	89	116	62
TOTALE . . .	9	22	27	8	31	49	179	173	398	206	227	138

TUBERANZE SOLARI

NZE POLARI	EMISFERO SUD — PERIODI												
	XVII	XVIII	XIX	XX	XXI	XXII	XXIII	XXIV	XXV	XXVI	XXVII	XXVIII	XXIX
0 a 10°	51	29	60	36	82	88	95	87	114	94	101	45	64
1 » 20	33	28	59	25	76	89	127	86	146	131	118	45	65
2 » 30	51	21	61	21	69	98	203	152	293	127	124	62	111
3 » 40	45	30	75	34	96	173	314	153	209	142	166	76	134
4 » 50	59	52	92	48	143	166	249	138	272	180	185	98	141
5 » 60	57	44	86	38	102	134	267	179	311	176	224	136	228
6 » 70	63	30	65	27	98	138	278	151	315	227	246	167	222
7 » 80	69	32	63	30	86	94	213	108	226	173	198	130	245
8 » 90	62	26	58	33	73	63	161	88	156	111	128	113	185
Somme	490	292	619	292	825	1043	1907	1142	2038	1361	1490	872	1395

NDI PROTUBERANZE

NZE POLARI	EMISFERO SUD — PERIODI												
	XVII	XVIII	XIX	XX	XXI	XXII	XXIII	XXIV	XXV	XXVI	XXVII	XXVIII	XXIX
a 10°	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
» 20	0	0	0	0	0	0	0	0	4	2	8	2	0
» 30	0	0	0	0	0	0	9	7	50	7	2	1	5
» 40	0	2	0	2	8	7	33	19	24	6	20	6	4
» 50	0	3	2	1	3	5	12	16	49	13	23	7	11
» 60	0	1	1	0	0	5	17	17	46	15	20	14	26
» 70	1	2	0	1	1	4	11	5	42	26	21	18	21
» 80	1	2	0	0	0	0	6	3	24	13	14	9	15
» 90	1	1	0	1	0	0	1	5	6	7	8	5	14
Somme	3	11	3	5	12	21	89	72	245	89	116	62	96

SPECCHIO A

NUMERO DELLE PROTUBERANZE SOLARI

DISTANZE POLARI	EMISFERO NORD — PERIODI												
	XVII	XVIII	XIX	XX	XXI	XXII	XXIII	XXIV	XXV	XXVI	XXVII	XXVIII	XXI
0° a 10°	53	30	62	36	94	75	114	111	137	102	118	80	
10 « 20	62	38	52	33	86	99	116	95	141	183	194	73	
20 » 30	44	33	60	30	84	89	181	168	296	193	126	66	
30 » 40	52	45	77	44	138	185	339	168	192	138	157	126	
40 » 50	86	67	128	54	123	152	221	95	194	165	177	109	
50 » 60	67	53	108	46	107	136	240	138	246	171	222	138	
60 » 70	61	35	98	32	111	152	294	198	288	212	226	138	
70 » 80	74	38	70	22	90	103	212	130	298	188	232	141	
80 » 90	32	26	66	29	71	56	157	99	184	155	184	102	
SOMME													
Nord	551	365	721	326	904	1047	1874	1202	1976	1507	1636	973	
Sud	490	292	619	292	825	1043	1907	1142	2038	1361	1490	872	
TOTALE . . .	1041	657	1340	618	1729	2090	3781	2344	4014	2868	3126	1845	

DISTANZE POLARI	EMISFERO SUD — PERIODI												
	XVII	XVIII	XIX	XX	XXI	XXII	XXIII	XXIV	XXV	XXVI	XXVII	XXVIII	XXIX
0° a 10°	51	29	60	36	82	88	95	87	114	94	101	45	64
10 » 20	33	28	59	25	76	89	127	86	146	131	118	45	65
20 » 30	51	21	61	21	69	98	203	152	293	127	124	62	111
30 » 40	45	30	75	34	96	173	314	153	209	142	166	76	134
40 » 50	59	52	92	48	143	166	249	138	272	180	185	98	141
50 » 60	57	44	86	38	102	134	267	179	311	176	224	136	228
60 » 70	63	30	65	27	98	138	278	151	315	227	246	167	222
70 » 80	69	32	63	30	86	94	213	108	226	173	198	130	215
80 » 90	62	26	58	33	73	63	161	88	156	111	128	113	185
SOMME	490	292	619	292	825	1043	1907	1142	2038	1361	1490	872	1395

SPECCHIO B

NUMERO DELLE GRANDI PROTUBERANZE

DISTANZE POLARI	EMISFERO NORD — PERIODI												
	XVII	XVIII	XIX	XX	XXI	XXII	XXIII	XXIV	XXV	XXVI	XXVII	XXVIII	XXI
0° a 10°	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	
10 » 20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	14	0	
20 » 30	0	0	0	0	0	1	3	25	37	22	0	3	
30 » 40	0	1	2	1	5	13	33	31	16	16	3	9	
40 » 50	3	2	8	2	6	5	21	6	23	15	7	12	
50 » 60	0	3	7	0	3	4	15	12	27	16	29	14	
60 » 70	1	2	4	0	2	5	11	15	18	18	18	11	
70 » 80	2	1	2	0	3	0	6	7	21	13	24	16	
80 » 90	0	2	1	0	0	0	1	5	11	11	16	10	
SOMME													
Nord	6	11	24	3	19	28	90	101	153	117	111	76	
Sud	3	11	3	5	12	21	89	72	245	89	116	62	
TOTALE . . .	9	22	27	8	31	49	179	173	398	206	227	138	

DISTANZE POLARI	EMISFERO SUD — PERIODI												
	XVII	XVIII	XIX	XX	XXI	XXII	XXIII	XXIV	XXV	XXVI	XXVII	XXVIII	XXIX
0° a 10°	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10 » 20	0	0	0	0	0	0	0	0	4	2	8	2	0
20 » 30	0	0	0	0	0	0	9	7	50	7	2	1	5
30 » 40	0	2	0	2	8	7	33	19	24	6	20	6	4
40 » 50	0	3	2	1	3	5	12	16	49	13	23	7	11
50 » 60	0	1	1	0	0	5	17	17	46	15	20	14	26
60 » 70	1	2	0	1	1	4	11	5	42	26	21	18	21
70 » 80	1	2	0	0	0	0	6	3	24	13	14	9	15
80 » 90	1	1	0	1	0	0	1	5	6	7	8	5	14
SOMME	3	11	3	5	12	21	89	72	245	89	116	62	96

SPECCHIO C

NUMERI DIURNI DE

DISTANZE POLARI	EMISFERO NORD — PERIODI											
	XVII	XVIII	XIX	XX	XXI	XXII	XXIII	XXIV	XXV	XXVI	XXVII	XXVIII
0° a 10°	45	31	54	53	76	66	85	132	107	96	101	100
10 » 20	53	39	45	49	70	87	87	113	110	173	166	91
20 » 30	38	34	52	44	68	78	135	200	231	182	108	82
30 » 40	44	46	67	65	112	162	253	200	150	130	134	157
40 » 50	74	69	111	79	100	133	165	113	151	156	151	136
50 » 60	57	55	94	68	87	119	179	164	192	161	190	172
60 » 70	52	36	85	47	90	133	219	236	225	200	193	172
70 » 80	63	39	61	32	73	90	158	155	233	177	198	176
80 » 90	44	27	57	43	58	49	117	118	144	146	157	127
SOMME												
Nord	470	377	627	479	735	918	1398	1431	1544	1422	1398	1213
Sud	420	301	538	429	671	915	1423	1359	1592	1284	1273	1090
TOTALE . . .	890	678	1165	908	1406	1833	2821	2790	3136	2706	2671	2303

SPECCHIO D

NUMERI DIURNI DE

DISTANZE POLARI	EMISFERO NORD — PERIODI											
	XVII	XVIII	XIX	XX	XXI	XXII	XXIII	XXIV	XXV	XXVI	XXVII	XXVIII
0° a 10°	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1
10 » 20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	12	0
20 » 30	0	0	0	0	0	1	2	30	29	21	0	4
30 » 40	0	1	2	2	4	11	25	37	13	15	3	11
40 » 50	3	2	7	3	5	4	16	7	18	14	6	15
50 » 60	0	3	6	0	2	4	11	14	21	15	25	17
60 » 70	1	2	4	0	2	4	8	18	14	17	15	14
70 » 80	2	1	2	0	2	0	5	8	16	12	21	20
80 » 90	0	2	1	0	0	0	1	6	9	10	14	12
SOMME												
Nord	6	11	22	5	15	24	68	120	120	110	96	94
Sud	3	11	3	9	10	18	68	86	192	85	100	75
TOTALE . . .	9	22	25	14	25	42	136	206	312	195	196	169

UBERANZE SOLARI

ZE POLARI	EMISFERO SUD — PERIODI												
	XVII	XVIII	XIX	XX	XXI	XXII	XXIII	XXIV	XXV	XXVI	XXVII	XXVIII	XXIX
a 10°	44	30	52	53	67	77	71	104	89	89	86	56	53
» 20	28	29	51	37	62	78	95	102	114	124	101	56	54
» 30	44	22	53	31	56	86	151	181	229	120	106	77	92
» 40	39	31	65	50	78	152	234	182	163	134	142	95	112
» 50	50	54	80	71	116	146	186	164	212	170	158	122	117
» 60	49	45	75	56	83	118	199	213	243	166	191	170	190
» 70	54	31	56	40	80	121	207	180	246	214	210	209	185
» 80	59	33	55	44	70	82	159	129	177	163	169	162	204
» 90	53	27	50	49	59	55	120	105	119	105	109	141	154
OMME	420	301	538	429	671	915	1423	1359	1592	1284	1273	1090	1161

NDI PROTUBERANZE

ZE FOLARI	EMISFERO SUD — PERIODI												
	XVII	XVIII	XIX	XX	XXI	XXII	XXIII	XXIV	XXV	XXVI	XXVII	XXVIII	XXIX
a 10°	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
» 20	0	0	0	0	0	0	0	0	3	2	7	2	0
» 30	0	0	0	0	0	0	7	8	39	7	2	1	4
» 40	0	2	0	3	7	6	25	23	19	6	17	7	3
» 50	0	3	2	2	2	4	9	19	38	12	20	9	9
» 60	0	1	1	0	0	4	13	20	36	14	17	17	22
» 70	1	2	0	2	1	4	8	6	33	25	18	22	17
» 80	1	2	0	0	0	0	5	4	19	12	12	11	12
» 90	1	1	0	2	0	0	1	6	5	7	7	6	12
OMME	3	11	3	9	10	18	68	86	192	85	100	75	79

SPECCHIO C

NUMERI DIURNI DELLE PROTUBERANZE SOLARI

DISTANZE POLARI	EMISFERO NORD — PERIODI												
	XVII	XVIII	XIX	XX	XXI	XXII	XXIII	XXIV	XXV	XXVI	XXVII	XXVIII	XXIX
0° a 10°	45	31	54	53	76	66	85	132	107	96	101	100	
10 » 20	53	39	45	49	70	87	87	113	110	173	166	91	
20 » 30	38	34	52	44	68	78	135	200	231	182	108	82	
30 » 40	44	46	67	65	112	162	253	200	150	130	134	157	
40 » 50	74	69	111	79	100	133	165	113	151	156	151	136	
50 » 60	57	55	94	68	87	119	179	164	192	161	190	172	
60 » 70	52	36	85	47	90	133	219	236	225	200	193	172	
70 » 80	63	39	61	32	73	90	158	155	233	177	198	176	
80 » 90	44	27	57	43	58	49	117	118	144	146	157	127	
SOMME													
Nord	470	377	627	479	735	918	1398	1431	1544	1422	1398	1213	
Sud	420	301	538	429	671	915	1423	1359	1592	1284	1273	1090	
TOTALE . . .	890	678	1165	908	1406	1833	2821	2790	3136	2706	2671	2303	

DISTANZE POLARI	EMISFERO SUD — PERIODI												
	XVII	XVIII	XIX	XX	XXI	XXII	XXIII	XXIV	XXV	XXVI	XXVII	XXVIII	XXIX
0° a 10°	44	30	52	53	67	77	71	104	89	89	86	56	53
10 » 20	28	29	51	37	62	78	95	102	114	124	101	56	54
20 » 30	44	22	53	31	56	86	151	181	229	120	106	77	92
30 » 40	39	31	65	50	78	152	234	182	163	134	142	95	112
40 » 50	50	54	80	71	116	146	186	164	212	170	158	122	117
50 » 60	49	45	75	56	83	118	199	213	243	166	191	170	190
60 » 70	54	31	56	40	80	121	207	180	246	214	210	209	185
70 » 80	59	33	55	44	70	82	159	129	177	163	169	162	204
80 » 90	53	27	50	49	59	55	120	105	119	105	109	141	154
SOMME	420	301	538	429	671	915	1423	1359	1592	1284	1273	1090	1161

SPECCHIO D

NUMERI DIURNI DELLE GRANDI PROTUBERANZE

DISTANZE POLARI	EMISFERO NORD — PERIODI												
	XVII	XVIII	XIX	XX	XXI	XXII	XXIII	XXIV	XXV	XXVI	XXVII	XXVIII	XXIX
0° a 10°	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	
10 » 20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5	12	0	
20 » 30	0	0	0	0	0	1	2	30	29	21	0	4	
30 » 40	0	1	2	2	4	11	25	37	13	15	3	11	
40 » 50	3	2	7	3	5	4	16	7	18	14	6	15	
50 » 60	0	3	6	0	2	4	11	14	21	15	25	17	
60 » 70	1	2	4	0	2	4	8	18	14	17	15	14	
70 » 80	2	1	2	0	2	0	5	8	16	12	21	20	
80 » 90	0	2	1	0	0	0	1	6	9	10	14	12	
SOMME													
Nord	6	11	22	5	15	24	68	120	120	110	96	94	
Sud	3	11	3	9	10	18	68	86	192	85	100	75	
TOTALE . . .	9	22	25	14	25	42	136	206	312	195	196	169	

DISTANZE POLARI	EMISFERO SUD — PERIODI												
	XVII	XVIII	XIX	XX	XXI	XXII	XXIII	XXIV	XXV	XXVI	XXVII	XXVIII	XXIX
0° a 10°	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10 » 20	0	0	0	0	0	0	0	0	3	2	7	2	0
20 » 30	0	0	0	0	0	0	7	8	39	7	2	1	4
30 » 40	0	2	0	3	7	6	25	23	19	6	17	7	3
40 » 50	0	3	2	2	2	4	9	19	38	12	20	9	9
50 » 60	0	1	1	0	0	4	13	20	36	14	17	17	22
60 » 70	1	2	0	2	1	4	8	6	33	25	18	22	17
70 » 80	1	2	0	0	0	0	5	4	19	12	12	11	12
80 » 90	1	1	0	2	0	0	1	6	5	7	7	6	12
SOMME	3	11	3	9	10	18	68	86	192	85	100	75	79

CATALOGO E SPIEGAZIONE DELLE FIGURE DELLE TAVOLE VI, VII ed VIII.

N. B. *Le ore sono contate dalla mezzanotte, e da* 0^h *a* 24^h.

1877.

	g	h m		
Genn.	3	14.45	A 278.°	(*a*) Macchia al bordo, getti lucidissimi e variabili, molto vive le righe *a*B e BC — $16^h.10^m$ (*b*) getti molto lucidi e vivissime *a*B e BC: il giorno dopo bel gruppo di macchie.
	8	15.20	281.	(*a*) Cromosfera bassa, getti lucidissimi vicini, visibili *a*B e BC, traccie di macchie.
	9	10. 0	282.	(*a*) Macchia vicinissima al bordo, altra distante 20″ circa, getti lucidissimi, cielo nebbioso — $15^h.10^m$ (*b*) getti lucidissimi, ma più bassi — $15^h.50^m$ (*c*) grande getto incurvato e variabile.
	22	15.10	87.	Macchie tramontate, getti lucidissimi.
Febb.	18	11.55	100.	(*a*) Macchia distante 7″ circa dal bordo, cromosfera bassa, getti lucidissimi — $15^h.30^m$. (*b*) cromosfera bassa, getti lucidissimi.
	19	10. 0	100.	(*a*) Macchia tramontata; getti lucidissimi vicini — $12^h.55^m$ (*b*) sempre getti lucidissimi, più sviluppati.
	25	13.25	300.	(*a*) Larga macchia distante 25″ circa dal bordo, ed altra macchia al bordo a 302°; getti lucidissimi, e visibili *a*B e BC — $13^h.55^m$ (*b*) getti lucidissimi e variabili, sempre visibili e vivissime *a*B e BC: gigantesca protuberanza a 292°.
Mar.	24	10. 0	299.	Traccie di macchie presso al bordo, getti lucidissimi, visibili *a*B e BC, ma deboli.
April.	27	16.20	285.	Traccia di macchie vicine al bordo, getti lucidissimi, e sembrano visibili *a*B e BC.
Mag.	16	16.30	302.	Traccia di macchia al bordo, getti lucidissimi piuttosto bassi, visibili *a*B e BC.
	18	14.10	96.	Macchie presso al bordo, cromosfera molto bassa, getti bassi lucidissimi, visibili *a*B e BC.
	19	10.55	94.	Macchie e facole vicine al bordo, getti lucidissimi.
	27	11. 0	96.	Piccole macchie al bordo, piccoli getti lucidissimi.
Giug.	4	15.45	248.	Gruppo di macchie al bordo, getti lucidissimi.
	14	9·38	290.	Macchie al bordo, getti lucidissimi variabili, visibili e vivissime la *a*B e BC.
Giug.	29	9.30	284.	Getti lucidissimi, sembrano visibili *a*B e BC, probabilmente macchie al bordo.
Lugl.	2	9.40	105.	Macchie vicine al bordo, getti lucidissimi.
Agos.	22	14. 0	257.	Gruppo di macchie vicino al bordo, getti bassi lucidissimi.
	31	14. 0	237.	Gruppo di macchie al bordo, getti lucidissimi, visibili *a*B e BC.
Sett.	15	13.40	57.	Macchie al bordo, getti lucidissimi.
Ott.	27	14.20	242.	Piccole macchie vicine al bordo, getti lucidissimi.
Nov.	7	10.22	77.	(*a*) Macchie vicine al bordo, getti lucidissimi e variabili: visibili *a*B e BC — $10^h.28^m$ (*b*) getti variati e lucidissimi: visibili *a*B e BC — $15^h.28^m$ (*c*) getti lucidissimi, ma più piccoli: la riga C vedesi lucida anche sul disco, dal bordo sino alla macchia.
Nov.	21	12.15	245.	Macchia al bordo, getti lucidissimi: visibili *a*B e BC.

1878.

Febb.	9	13.25	50.	Traccie di macchie al bordo, getti lucidissimi.
Marz.	19	12.45	103.	Macchie al bordo, getti lucidissimi.
Mag.	25	13.20	297.	Macchie vicinissime al bordo, getti lucidissimi e variabili.
	29	16.40	288.	Macchie al bordo, getti lucidissimi, cromosfera bassa, forse visibili *a*B e BC.

g	h m		
Giug. 30	14. 0	80.°	Macchie al bordo, cromosfera bassa, getti lucidissimi: visibili *a*B e BC.
Sett. 1	16. 2	249.	Macchie al bordo, getti lucidissimi.
2	15.50	248.	Macchia distante 35″ e traccie di macchie al bordo, getti lucidissimi.
14	16. 0	62.	(*a*) Macchia vicinissima al bordo, getti lucidissimi: — 16h.35m (*b*) cromosfera bassa.

1879.

Apr. 24	13.30	136.	Macchia al tramonto, getti bassi lucidissimi.
Lugl. 6	9.30	119.	(*a*) Macchia al bordo, getti lucidissimi, visibili, ma deboli *a*B e BC — 10h30m (*b*) traccia di macchie, getti bassi e lucidissimi.
18	14. 5	83.	Macchie vicine al bordo, cromosfera con piccoli getti, e quasi normale.
18	15. 0	83.	Macchie e facole al bordo, cromosfera quasi normale con piccoli getti.
Agos. 2	16.45	251.	Piccole macchie al bordo: getti lucidissimi.
13	14. 5	66.	Traccia di macchia al bordo, cromosfera quasi normale.
14	13.30	65.	Macchia vicina al bordo, cromosfera lucida, ma quasi normale.
14	13.40	96.	Macchie e facole al bordo, cromosfera quasi normale con piccoli getti vivi.
15	10. 0	65.	Macchie tramontate, getti lucidissimi.
29	15.50	260.	Macchie al bordo getti lucidi bassi.
Sett. 13	14.40	262.	Cromosfera viva con piccoli getti, facole e traccie di macchie presso al bordo.
Ott. 1	11. 0	117.	Piccoli getti lucidissimi, facole e forse macchie presso al bordo.
22	11.10	88.	(*a*) Macchie poco distanti dal bordo ed altre più lontane, cromosfera bassa, piccoli getti lucidissimi — 12h.0m (*b*) getti lucidi bassi e bella protuberanza a 94°.
23	11.20	88.	Macchie tramontate, getti lucidissimi.
Nov. 5	15. 0	220.	Cromosfera vivissima e piccoli getti lucidissimi, traccie di macchie al bordo.
19	14. 0	94.	Macchia al bordo, cromosfera bassa, getti moderati ma lucidissimi.
Dec. 26	12.25	106.	(*a*) Macchia vicina al bordo, getti lucidissimi e variabili: visibili *a*B e BC — 15h.45m (*b*) getti bassi e lucidissimi, sembrano ancora visibili *a*B e BC.

1880.

Gen. 2	14.50	288.	(*a*) Macchia distante circa 30″ dal bordo, a 286° altra al bordo, getti lucidissimi, visibili *a*B e BC, la C sul disco solare è rovesciata sino alla macchia, ma su questa è nera — 15h.15m(*b*) getti lucidissimi e variabili.
8	15.15	73.	Macchie e facole vicino al bordo, getti lucidissimi.
9	11.50	73.	Macchia tramontata, cromosfera lucida ma quasi normale.
14	12.55	75.	Macchia presso al bordo, getti bassi e lucidissimi — 15h.45m. macchia distante 4″ circa dal bordo, cromosfera bassa: la C rovesciata dal bordo alla macchia.
15	12.35	75.	Macchia tramontata, cromosfera normale.
15	12.45	110.	Macchie vicinissime al bordo, cromosfera quasi normale.
16	11.18	110.	Macchia tramontata, pochi getti lucidissimi.
19	11.15	71.	Macchia distante 20″ dal bordo, getti lucidi alti e variabili: visibili *a*B e BC anche sulle parti alte dei getti.
19	11.30	108.	Macchia presso al bordo, getti lucidi, cromosfera bassa.
20	10. 0	108.	Macchia al bordo getti lucidissimi e variabili : visibili *a*B e BC.
Feb. 10	13. 5	82.	Macchie vicine al bordo, getti lucidi e bassi.
10	13.15	119.	Macchia vicina al bordo, cromosfera quasi normale, ma molto lucida.
14	14.50	86.	Macchia al bordo, getti lucidissimi.
Mar. 5	10.55	142.	Macchie presso al bordo, cromosfera bassa; pochi getti lucidi.
6	13. 0	142.	Macchie tramontate, getti sottili e lucidissimi.
12	14.10	137.	Macchia al bordo ed altre più lontane, getti compatti straordinariamente lucidi e quasi parabolici; la riga C sui getti presenta irregolarità: visibili *a*B e BC, molto splendenti anche alla sommità dei getti.

	g	h m		
Mar.	12	13.50	278.°	(*a*) Macchia al bordo, getti lucidissimi e rapidamente variabili: visibili *a*B e BC. — 15h.15m (*b*) getti lucidissimi e variabili: a 276° piccola massa straordinariamente lucida: visibili *a*B e BC: sul posto della macchia cromosfera sfumata e senza getti.
	13	11.33	137.	Sul posto della macchia cromosfera bassa, getti vicini lucidissimi colle righe lucide *a*B e BC.
	14	11.15	91.	Macchie presso al bordo ed altre più lontane, getti bassi e lucidi, cromosfera quasi normale.
	15	10. 8	92.	Macchie al bordo, cromosfera bassa, getti vicini lucidissimi ed arcuati, con tratto o punto straordinariamente lucido anche sul disco solare: visibili *a*B e BC e rovesciate varie righe dello spettro solare.
	18	16.10	92.	Macchia poco lontana dal bordo, cromosfera alta con getti lucidissimi.
	19	11. 3	92.	Macchia tramontata, cromosfera bassa e regolare, getti vicini lucidissimi.
	28	16.54	315.	Macchie al bordo, getti e masse nebulose molto lucide.
	29	9.45	315.	Macchie poco lontane dal bordo, cromosfera quasi regolare con pochi getti lucidissimi.
Apr.	10	14. 5	93.	Macchie vicine al bordo, altra a 97°; getti compatti e lucidissimi.
	10	14.50	276.	Macchia al bordo, cromosfera bassa e debole, fiancheggiata da getti sviluppati e lucidissimi.
	23	11. 0	320.	Macchia al bordo, altra macchia grande a 315° vicina a spuntare, al posto della macchia cromosfera bassa, getti lucidissimi e sviluppati.
	24	10.45	320.	Macchia distante 35″ circa dal bordo, grande macchia vicinissima al bordo a 315°, getti variati lucidissimi, visibili *a*B e BC sulla cromosfera ed alla base dei getti.
	25	10. 0	315.	Macchia distante 25″ circa dal bordo, cromosfera quasi normale con piccoli getti lucidissimi.
Mag.	14	9.35	85.	(*a*) Larga macchia vicina al bordo ed altre macchie e facole più vicine, cromosfera lucida con piccoli getti — 10h.43m. (*b*) cromosfera lucida, bassa e con rari e piccoli getti.
	15	9.20	80.	Macchia al bordo, cromosfera bassissima: ad 85° macchia tramontata getti vicini lucidissimi e visibili *a*B e BC.
Mag.	29	10. 0	313.	(*a*) Macchia distante 13″ circa dal bordo, cromosfera bassa, getti vicini lucidissimi e variabili: visibili *a*B e BC, — 10h.10m (*b*) getti meno lucidi e meno sviluppati.
Giug.	4	15. 0	89.	Gruppo di macchie presso al bordo, getti lucidissimi, cielo nuvoloso.
	5	18.45	89.	Gruppo di macchie al bordo, cromosfera quasi normale, cielo nuvoloso.
	7	16. 0	68.	A 68°, 71° ed 82° strato regolare e basso, getti lucidissimi, probabilmente macchie al bordo.
	16	14. 0	260.	(*a*) Gruppo di macchie al bordo a 260°, getti lucidissimi vicini, altri giganteschi più lontani, variazioni rapide: visibili *a*B e BC da 251° a 264° — 17h.0m (*b*) getti lucidissimi compatti: visibili *a*B e BC e rovesciate molte altre righe dello spettro solare, la C è lucida sul disco solare dal bordo sin presso la macchia.
	17	9.55	259.	Macchie vicinissime al bordo, grande macchia più lontana, getti lucidissimi, traccie di macchie al bordo a 264° con cromosfera molto bassa.
	29	9.50	116.	(*a*) Gruppo di macchie al bordo da 116° a 120°, cromosfera bassa, getti alti e lucidissimi — 13h.0m (*b*) rinforzati i getti e visibili *a*B e BC.
Lug.	8	16.50	130.	Macchie lontane 20″ dal bordo, macchia larga più distante, cromosfera quasi normale con piccoli getti.
	9	10. 0	126.	(*a*) Larga macchia presso al bordo, altre più lontane a 129°, getti lucidissimi, alti e variabili, visibili *a*B e BC — 16h.50m (*b*) getti piccoli, cromosfera quasi normale.

g	h m		
Lug. 10	10. 0	127.°	Macchia tramontata, cromosfera sfumata, getti vicini lucidissimi ed alti.
14	17. 7	280.	Traccie di macchie al bordo, getti compatti e lucidissimi: visibili *a*B e BC ed altre righe lucide.
15	9.40	282.	Traccie di macchie, cromosfera lucida con getti bassi: visibili *a*B e BC.
24	16. 2	286.	Macchie al bordo, cromosfera bassa, getti piccoli lucidissimi, altri più alti ma deboli.
25	15.50	58.	Macchia al bordo circondata da getti lucidissimi, fra i getti, alla base della cromosfera, sul posto della macchia sporge una piccola massa lucidissima sulla C ed a spettro continuo: visibili *a*B e BC.
26	16.20	58.	Macchie al bordo, getti lucidissimi: visibili *a*B e BC.
28	16.10	58.	Cromosfera bassa, getti vicini lucidissimi, sembrano visibili *a*B e BC.
31	17.20	269.	Gruppo di macchie al bordo, getti lucidissimi e variabili, visibili *a*B e BC.
Agos. 8	16.30	236.	(*a*) Macchia al bordo, cromosfera bassa e viva, getti vicini lucidissimi: sembrano visibili *a*B e BC — $16^h.45^m$ (*b*) getti ingrossati, lucidissimi e rapidamente variabili.
13	16.40	62.	(*a*) Larga macchia distante 6″ circa dal bordo; getti compatti lucidissimi ed alti, sembrano visibili *a*B e BC — $17^h.0^m$(*b*) getti lucidissimi, alti ed intrecciati.
14	15.25	62.	Macchia tramontata, getti lucidi e bassi.
16	13.43	56.	Macchia presso al bordo, getti lucidi bassi; cielo nuvoloso.
19	16.25	254.	Macchie al bordo, cromosfera quasi normale.
20	15.25	49.	Macchie al bordo, getti compatti, lucidissimi e variabili: visibili *a*B e BC.
21	15.45	49.	Macchie tramontate e larga macchia ancora distante dal bordo, getti lucidissimi: visibili *a*B e BC.
22	17.10	48.	Piccola macchia presso al bordo, altre più lontane, cromosfera quasi normale.
23	15.45	47.	(*a*) Macchia vicinissima al bordo, cromosfera bassa, getti vicini lucidissimi e variabili; visibili *a*B e BC — $16^h.55^m$ (*b*) getti nuovi e meno lucidi, ma più alti.
24	10.10	50.	(*a*) Macchie vicine al bordo, cromosfera bassa, getti vicini lucidissimi; visibili ma deboli, le *a*B e BC: a 47° macchia tramontata, e cromosfera bassa — $15^h.45^m$. a 50° (*b*) getti lucidissimi, bassi.
Sett. 1	15.55	47.	Macchie vicine al bordo, getti lucidissimi, ma bassi: grande macchia distante circa 40″ dal bordo.
2	10. 0	45.	(*a*) Macchia distante circa 20″ dal bordo, gran fascio di getti lucidissimi: visibili e vivissime le *a*B e BC; in una macchia più vicina al bordo la C è rovesciata sul contorno, lasciando però un tratto nero nel mezzo: rovesciate molte righe dello spettro solare — $10^h.45^m$ (*b*) sempre grandi getti lucidi, ma trasformati — $16^h.25^m$ (*c*) getti lucidissimi, intrecciati e compatti: sulla macchia vicina al bordo la C è scura, mentre è invertita sotto i getti anche sul disco solare, visibili sempre *a*B e BC.
3	10.10	45.	Sul posto della macchia tramontata getti piccoli lucidissimi.
3	10.35	228.	(*a*) Grande macchia al bordo, ed altra piccola macchia pure al bordo a 230°: fascio di getti lucidissimi a 231°, piccolissimi getti sulla macchia grande — $15^h.35^m$ (*b*) sulla grande macchia cromosfera bassissima, contornata da bellissimi e lucidissimi fasci di getti con rapide variazioni, visibili *a*B e BC e rovesciate molte righe solari — $15^h.45^m$ (*c*) getti variati e giganteschi le cui basi sono rovesciate entro il disco solare per piccolo tratto; sempre visibili *a*B e BC, sempre bassa assai la cromosfera al posto della macchia con archi deboli e sfumature al di sopra — $17^h.27^m$ (*d*) aspetto del tutto cambiato, gran fascio di getti lucidi convergenti: visibili *a*B e BC.
3	10.54	273.	Macchia al bordo, cromosfera bassissima e regolare, getti isolati ed altri in fascio lucidissimi.

	g	h m.		
Sett.	4	13.50	227.°	Macchie al bordo piccole, cromosfera bassa con fascio vicino di getti arcuati, lucidissimi, visibili *a*B e BC e rovesciate altre righe solari.
	5	16.10	267.	Macchia vicina al bordo, cromosfera bassa e piccoli getti lucidissimi.
	7	16. 7	263.	Macchie vicine al bordo, cromosfera quasi normale con piccoli getti.
	9	12.30	57.	Macchia a circa 10″ dal bordo, cromosfera quasi normale.
	13	16.45	260.	Macchia al bordo, getti alti, lucidissimi e variabili: visibili *a*B e BC.
	14	16.20	261.	Larga macchia presso al bordo, ed altre macchie più lontane, cromosfera bassa al posto della macchia con piccoli getti vicini.
	15	13. 0	81.	(*a*) Macchie presso al bordo, getti lucidissimi, fra i quali uno gigantesco quasi rasente il bordo — 16h.25m (*b*) macchia vicinissima al bordo, massa nebulosa lucidissima a forma di bouquet, fiancheggiata da getti lucidissimi; visibili *a*B e BC; dopo pochi minuti getti notevolmente trasformati.
	16	10. 0	82.	(*a*) Macchia vicinissima al bordo, cromosfera bassa, dalla parte del nord gran fascio di getti incurvati sopra la macchia e lucidissimi: visibili *a*B e BC: deformata in alcuni getti la C: ad 81° luogo di macchia tramontata, cromosfera bassa — 16h.15m (*b*) cromosfera bassa, getti vicini lucidissimi con direzioni varie, cielo nebbioso.
	17	10.15	82.	(*a*) Macchia tramontata, cromosfera bassa fiancheggiata dalla parte del sud da getti lucidissimi, e variabili: visibili *a*B e BC: macchia a 83° distante 20″ circa dal bordo — 14h.45m (*b*) cromosfera bassa sopra la macchia, gruppo vicino di getti lucidissimi a guisa di piramide.
	21	11.16	44.	Macchia presso al bordo, getti lucidissimi.
	22	12. 0	42.	Macchia al bordo, cromosfera bassa con grande protuberanza dalla parte del sud.
	22	13.10	222.	Macchia al bordo, cromosfera bassa con piccoli getti vicini.
	26	13.45	41.	Macchia al bordo getti lucidissimi e variabili: visibili *a*B e BC.
	29	10. 3	45.	Macchia presso al bordo, cromosfera bassa e regolare con getti lucidissimi: visibili *a*B e BC.
	30	13.20	224.	(*a*) Macchia quasi al bordo, cromosfera bassa, getti lucidissimi dalla parte nord — 16h.20m (*b*) cromosfera bassa sulla macchia, getti lucidi sul contorno, grande protuberanza dalla parte del sud, con rapide trasformazioni.
Ott.	1	16.15	225.	Macchia al bordo, strato basso con piccoli getti, magnifico fascio di getti lucidissimi e intrecciati dalla parte del sud: getti troncati e inclinati sopra la macchia: vivissime le righe *a*B e BC.
	2	16.16	225.	Macchia distante 35″ circa ed altre vicine al bordo, cromosfera con piccoli getti lucidi, magnifica e lucida protuberanza dalla parte dell'est.
	3	16.20	84.	Macchia tramontata, altra macchia distante dal bordo circa 30″; cromosfera bassa con getti vicini lucidissimi e variabili: vivissime le righe *a*B e BC.
	4	16.35	86.	(*a*) Macchie presso il bordo ed altre più lontane, cromosfera bassa: getti vicini, lucidissimi e variabili: visibili *a*B e BC;, altre righe rovesciate alla base dei getti — 16h.50m (*b*) getti trasformati e nuovi getti lucidissimi.
	5	11.30	83.	Macchia grande vicina al bordo e macchia tramontata, cromosfera lucida con pochi getti lucidissimi: visibili, ma deboli le *a*B e BC.
	6	13.20	83.	Al posto della macchia tramontata cromosfera bassa e getti lucidissimi.
	11	12.30	266.	(*a*) Macchia vicinissima al bordo, getti lucidissimi: visibili *a*B e BC. — 13h.0m (*b*) cromosfera bassa al posto della macchia e getti lucidissimi vicini.
	15	13.30	82.	(*a*) Macchia presso al bordo, cromosfera regolare e bassa con getti piccoli e lucidissimi — 16h.20m (*b*) getti più sviluppati e lucidissimi: visibili e vivissime *a*B e BC.
	20	9.45	222.	Macchie vicine al bordo, getti e cromosfera lucidissimi, cielo nebbioso.
	21	8.30	257.	Macchie distanti 10″ circa dal bordo, cromosfera bassa, getti vicini lucidissimi, piuttosto bassi.

	g	h m		
Ott.	25	10.15	45.°	Macchie vicine al bordo, cromosfera viva con piccoli getti; getti vivi più alti e lucidissimi, macchia a 46° più lontana dal bordo.
	26	9.55	47.	Larga macchia vicina al bordo, cromosfera viva e piuttosto bassa, getti lucidissimi sul contorno; la C, scura sulla macchia, rovesciata fra questa e il bordo, atmosfera pessima.
	31	12.30	219.	Macchie vicine al bordo, getti lucidissimi; altra macchia poco lontana dal bordo a 225°, cromosfera e getti limitrofi lucidissimi, ma piuttosto bassi.
Nov.	15	14.35	259.	Cromosfera bassa con piccoli getti lucidissimi; probabilmente macchia al bordo: straordinaria protuberanza a 265°, lucida e variabilissima.
	22	15.42	269.	Gruppo di macchie al bordo, cromosfera bassa a 269° e 272°, fascio di getti lucidissimi e variabili: visibili aB e BC.
	23	10. 0	80.	Macchie al bordo ed altra più lontana, cromosfera piuttosto bassa, getti vicini lucidissimi.
Dec.	2	14. 5	239.	Bel gruppo di macchie poco lontane dal bordo, cromosfera bassa con piccoli getti, e getto lucido con masse deboli verso Est.
	6	15.15	54.	Macchia tramontata, cromosfera bassa con pochi getti lucidissimi.
	15	15. 0	274.	Gruppo di macchie vicinissime al bordo, getti lucidissimi.
	25	13.15	52.	Macchia distante 30″ circa, e traccia di macchia vicina al bordo, cromosfera bassa con getti vicini lucidissimi.
	26	13.14	52.	Macchia tramontata, cromosfera viva, ma di altezza quasi normale.

1881.

Gen.	21	15.10	79.	Macchia vicina al bordo, piccoli getti lucidi vicini.
	21	15.20	118.	Macchie poco lontane dal bordo, piccoli getti vicini.
	24	13.30	119.	Getti lucidissimi bassi, probabilmente piccole macchie al bordo.
Febb.	5	10.10	115.	Macchia al bordo, cromosfera bassa, getti vicini lucidissimi.
	5	15.45	308.	Piccole macchie presso al bordo ed altre più lontane; getti vicini lucidissimi: visibili e vive le aB e BC.
	10	13.10	74.	Piccole macchie vicine al bordo, altre più lontane, piccoli getti vicini e lucidissimi.
	13	15.20	266.	Macchia al bordo, cromosfera bassa, piccoli getti lucidi vicini.
	13	15.30	310.	Macchia al bordo, getti piuttosto bassi, ma lucidi.
	14	13. 5	82.	Piccole macchie e facole presso al bordo, cromosfera quasi normale.
	19	13.25	277.	Macchia al bordo, cromosfera bassa, getti lucidissimi vicini; aria pessima.
	21	12.20	127.	Cromosfera lucida e getti lucidissimi, probabilmente macchie al bordo.
	23	13.35	315.	Macchia al bordo, cromosfera lucida con piccoli getti, getto alto, compatto e lucidissimo; aria pessima.
Mar.	11	13.30	279.	(a) Macchia al bordo, cromosfera bassa, getti vicini lucidissimi — $17^h.0^m$ (b) gruppo di getti compatti e lucidissimi: visibili aB e BC.
	12	14.45	305.	Macchia vicina al bordo, getti lucidissimi e variabili.
	18	12.45	92.	Macchie al tramonto, piccoli getti lucidissimi.
	18	16.45	268.	Macchia al bordo, cromosfera bassa e sfumata, getti vicini lucidissimi; visibili aB e BC.
	19	14.50	130.	Piccole macchie e facole al bordo, cromosfera quasi normale con piccoli getti.
	24	9.45	313.	Piccola macchia al bordo, cromosfera viva, getti vicini lucidissimi: aria cattiva.
April.	10	15.15	309.	Macchia al bordo, cromosfera viva, gruppi di getti vicini e lucidissimi.
	20	15.25	129.	Macchia al bordo, piccoli getti lucidissimi.
	20	15.35	139.	Macchie vicinissime al bordo, getti lucidissimi vicini.
	24	12.50	259.	Macchia vicinissima al bordo, cromosfera bassa con getti vicini lucidissimi.
	24	11.30	320.	Macchie vicinissime al bordo, getti lucidissimi.
	28	17.30	109.	Macchie vicinissime al bordo ed altre più lontane, getti lucidissimi vicini.
	29	10. 5	106.	(a) Macchia presso al bordo, ed altre più lontane; cromosfera bassa, getti

g	h m		
			lucidissimi e variabili: visibili αB e BC — 17h.5m (*b*) getti compatti lucidissimi.
Magg. 9	10 40	308.°	Macchie al bordo, cromosfera bassa, getti lucidissimi: visibili e vivissime le αB e BC.
12	16.10	273.	Gruppo di getti bassi lucidissimi, e getti alti ricadenti sul bordo: traccie di macchie e facole vicine: sembrano visibili αB e BC.
12	16.25	299.	Macchie al bordo, cromosfera quasi normale con piccoli getti lucidissimi.
22	9.30	96.	Macchia tramontata, cromosfera quasi normale.
24	15.45	130.	Macchiette vicine al bordo, cromosfera normale.
24	15.50	140.	Gruppo di macchie vicine al bordo, cromosfera lucida con piccoli getti lucidissimi.
25	16.30	139.	Gruppo di macchie al bordo, cromosfera bassa, getti vicini lucidissimi: sembrano visibili αB e BC.
26	11.25	280.	Macchia vicina al bordo altre lontane, cromosfera viva, getti lucidissimi, getti vicini alti e lucidissimi: visibili αB e BC.
31	17.20	132.	Gruppo di macchie al bordo, getti lucidi e bassi, magnifico gruppo di lucidissimi getti intrecciati; visibili αB e BC.
Giug. 11	17.20	259.	Macchia al bordo cromosfera viva, gruppo vicino di getti lucidissimi
12	9.30	80.	Macchia al tramonto, pochi getti lucidi.
12	16. 0	259.	Macchia poco distante dal bordo, altra più vicina, grandi gruppi di getti lucidi.
13	15. 0	86.	Macchie tramontate, cromosfera viva, getti lucidissimi discretamente alti.
14	16.15	254.	(*a*) Macchia al bordo, cromosfera bassa, getti lucidissimi vicini — 17h.0m (*b*) cromosfera bassa al posto della macchia, getti o pennacchi vicini, lucidissimi: visibili αB e BC.
18	15. 0	79.	Piccole macchie al bordo, gruppo complesso di getti lucidissimi: cielo nebbioso.
24	17. 0	287.	Macchie presso al bordo, cromosfera compatta, piccoli getti e gruppo di grandi getti lucidi; visibili αB e BC.
25	16. 5	80.	Macchia vicinissima al bordo, altre più distanti: cromosfera bassa, protuberanza e nubi idrogeniche poce luminose.
26	11.15	78.	Macchie vicinissime al bordo, cromosfera viva, getti vicini lucidissimi.
30	16. 0	294.	Macchia al bordo, cromosfera lucida e quasi regolare con pochi getti lucidissimi.
Lugl. 3	17. 0	283.	(*a*) Macchia al bordo, altra macchia vicina al bordo a 293°, cromosfera piuttosto bassa al posto delle macchie, gruppo di getti lucidissimi — 17h.30m (*b*) sulla macchia cromosfera bassa, gruppi di getti lucidissimi: visibili αB e BC.
4	16.30	110.	Macchie al bordo, piccoli getti lucidissimi.
5	16. 0	65.	Gruppo di piccole macchie al bordo, cromosfera quasi normale.
7	17.20	250.	Gruppo di macchie al bordo, cromosfera bassa con piccoli getti lucidissimi, in mezzo a due grandi gruppi di getti non molto lucidi.
8	16. 0	69.	Gruppo di macchie vicinissime al bordo, cromosfera bassa e quasi regolare: gruppi di getti bassi ai lati.
9	17.45	285.	Macchia al bordo, cromosfera lucidissima, con grossi getti pure lucidissimi: visibili αB e BC, ma deboli.
10	10.30	283.	Macchia distante 15″, altra più vicina al bordo a 284: cromosfera viva con getti lucidi, nubi idrogeniche non molto lucide.
16	13.30	73.	Macchia al bordo cromosfera bassa e quasi regolare, grandi getti vicini lucidissimi e rapidamente variabili: visibili αB e BC.
16	16.40	108.	Traccie di macchie, cromosfera viva, grande getto lucidissimo: visibili αB e BC.
17	16.55	281.	Macchia al bordo, gruppi di getti lucidi vicini, cromosfera bassa
19	16.15	101.	Piccole macchie al bordo, getti giganteschi lucidissimi e variabili.
21	17. 0	286.	Macchie al bordo, cromosfera bassa, gruppi di getti compatti e lucidissimi; visibili le αB e BC, e rovesciate molte righe dallo spettro solare.

g	h	m		
Lugl.	22	15.45	250.°	Macchie al bordo, cromosfera bassa, getti vicini lucidissimi.
	23	16.10	68.	Macchie presso al bordo, cromosfera bassa, gruppi lucidissimi di getti.
	28	13.20	73.	Macchie vicinissime al bordo, altre più lontane: getti lucidi e bassi.
	31	9.20	273.	Gruppo di macchie presso al bordo, cromosfera bassa con pochi getti lucidissimi.
Ago.	1	16. 0	99.	Traccie di macchie al bordo, cromosfera bassa, getto vicino lucidissimo, alto 2′. 50″. di forma complessa, strana e variabile, altri getti più bassi.
	1	16.25	271.	Larga macchia vicina al bordo, cromosfera quasi normale con getti vicini, lucidi e bassi.
	2	14.40	100.	Macchia distante 25″ dal bordo, altre più vicine, gruppi di getti lucidi vicini, ed uno molto alto e sviluppato.
	3	8.40	102.	Macchie al bordo, cromosfera bassa, getti vicini lucidissimi.
	3	16.15	54.	Macchia a 15″ circa dal bordo, altre più vicine, cromosfera viva e bassa con piccoli getti lucidi.
	4	8.30	57.	(*a*) Macchia al bordo, ed altre macchie più o meno distanti dal bordo, cromosfera viva con getti lucidissimi, getti più sviluppati presso le altre macchie: visibili ma deboli le *a*B e BC — $15^h.0^m$ (*b*) cromosfera bassa e regolare con gruppi di getti lucidissimi.
	5	8.30	58.	(*a*) Macchie vicinissime al bordo ed altre macchie tramontate, cromosfera bassa e lucida sul posto delle macchie, getti piuttosto bassi ma lucidissimi: sembrano visibili *a*B e BC — $15^h.46^m$ (*b*) getti ingranditi, e cromosfera bassa al posto delle macchie: visibili *a*B e BC.
	6	16.20	265.	Macchie al bordo, cromosfera quasi normale fra due protuberanze discretamente alte e lucide.
	14	9.54	65.	(*a*) Macchie tramontate, cromosfera bassa con getto alto, lucidissimo.
	17	15.45	272.	Traccie di macchie presso al bordo, cromosfera bassa con piccoli getti e grande protuberanza quasi isolata dalla cromosfera: figura imponente.
	20	8.40	229.	Gruppo di macchie vicine al bordo, cromosfera lucida con piccoli getti.
	20	8.54	280.	Macchie poco distanti dal bordo, cromosfera lucida con piccoli getti lucidissimi.
	21	9.25	265.	(*a*) Macchia al bordo cromosfera bassa, gruppo di getti lucidissimi: visibili *a*B e BC per tutta l'estensione dei getti — $15^h.15^m$ (*b*) getti totalmente trasformati ed ingigantiti: visibili *a*B e BC.
	22	16.20	273.	(*a*) Gruppo di macchie al bordo, cromosfera viva, getti mediocri e lucidissimi: visibili *a*B e BC — $16^h.36^m$ (*b*) magnifico gruppo di getti alti e lucidissimi sviluppati in breve tempo: visibili *a*B e BC in tutta l'estensione dei getti.
	23	11.30	274.	Gruppo di macchie vicino al bordo, cromosfera bassa e viva, con qualche getto lucidissimo.
	26	9.40	230.	Macchia vicina al bordo, cromosfera lucida con getti lucidissimi.
	26	13.20	265.	Cromosfera sfumata, getto lucidissimo vicino, e bassa protuberanza dalla parte dell'Est.
	29	8.43	223.	Gruppo di macchie al bordo, cromosfera piuttosto bassa e lucida con grande protuberanza al S, e getti lucidissimi all'Est.
Sett.	2	10.40	49.	Macchia vicina al bordo, cromosfera compatta e quasi regolare con getti vicini, formanti un'ammasso di nubi sopra il posto della macchia.
	4	7.10	48.	Macchia vicinissima al bordo, altre più distanti, cromosfera viva quasi senza getti: visibili *a*B e BC.
	4	7.15	52.	(*a*) Macchie sul bordo: altra vicinissima al bordo a 48°, gruppi di getti lucidissimi e cromosfera bassa al posto delle macchie — $15^h.30^m$ (*b*) cromosfera bassa, getti lucidissimi; gruppo di getti staccati dal bordo a guisa di nubi sulla grande macchia prossima al bordo: visibili *a*B e BC.

	g	h m		
Sett.	9	16.35	94.°	Larga macchia distante di circa 20″ dal bordo, cromosfera quasi normale con piccoli getti.
	10	11. 0	94.	Macchia tramontata, cromosfera bassa, getti vicini lucidissimi e variabili.
	16	15. 0	54.	Macchie al bordo, cromosfera regolare e bassa, getti mediocri e bel gruppo di getti lucidissimi.
	17	14.10	259.	Macchie al bordo, cromosfera compatta, piccoli getti lucidissimi.
	18	13.30	259.	Macchie vicine al bordo cromosfera lucida e bassa con pochi getti, in mezzo a due gruppi piuttosto grandi di getti lucidissimi.
	19	14. 5	55.	Macchie poco distanti dal bordo: cromosfera lucida con piccoli getti.
	20	16.30	55.	Macchia tramontata, cromosfera lucida con getto piuttosto alto isolato.
	24	17.15	47.	Macchie vicinissime al bordo: gruppo di getti lucidissimi.
	24	17.30	256.	Macchia al bordo, cromosfera bassa e quasi regolare. con pochi getti lucidissimi e grandi masse idrogeniche staccate dal bordo a guisa di nubi.
	25	11.45	48.	Macchie tramontate, cromosfera lucida con piccoli getti.
Ott.	1	14.20	44.	Grossa macchia distante 20″ circa dal bordo, cromosfera lucida e irregolare con getti lucidissimi.
	4	17.15	44.	Macchia poco lontana dal bordo, cromosfera irregolare con piccoli getti lucidissimi; cielo nuvoloso.
	18	13.30	53.	(*a*) Grossa macchia al bordo; cromosfera bassa, ammasso compatto di getti lucidissimi: visibili *a*B e BC su tutta la protuberanza, la cui immagine e riprodotta completamente dalla luce delle *a*B e BC — $13^h.50^m$ (*b*) getti trasformati, alcuni molto alti, ma non molto lucidi: visibili, ma deboli le *a*B e BC.
	26	13.25	50.	Macchia poco distante dal bordo, cromosfera lucida con getti bassi lucidissimi.
	27	10. 5	50.	Macchia tramontata: cromosfera lucida irregolare: getti vicini lucidissimi e grande protuberanza dalla parte del nord: visibili *a*B e BC.
	28	14.30	52.	Macchia distante 20″ circa dal bordo, e traccia di macchie più vicine, cromosfera bassa e lucida, con getti vicini lucidissimi.
Nov.	9	13.30	262.	Grossa macchia al bordo, getti bassi lucidissimi, e gruppo di getti più sviluppati dalla parte del Sud: visibili *a*B e BC.
	10	12.30	262.	Traccie di macchie vicine al bordo e grossa macchia più lontana, cromosfera bassa, fiancheggiata da gruppi di getti lucidissimi.
	12	13.30	269.	Gruppo di macchie al bordo: getti bassi molto lucidi.
	14	12.35	56.	Macchie tramontate, cromosfera lucida con piccoli getti.
	14	13.30	258.	(*a*) Macchia vicissima al bordo, cromosfera bassa e lucida, gruppi di grandi getti vicini: visibili, ma deboli *a*B e BC — $14^h.25^m$ (*b*) getti trasformati sempre lucidissimi colle righe *a*B e BC.
	15	12.40	97.	Macchie tramontate, cromosfera irregolare, getti lucidissimi ed abbastanza alti.
	15	13. 5	258.	Macchia vicinissima al bordo, altre più lontane, cromosfera normale, getti vicini molto lucidi.
	16	12.25	49.	Piccole macchie vicine al bordo: cromosfera irregolare con piccoli getti lucidissimi.
	26	12.15	55.	Macchia distante 30″ circa dal bordo, e traccia di macchie più vicine: cromosfera bassa, getti lucidi vicini.
	27	10.30	56.	(*a*) Macchia vicinissima al bordo, cromosfera bassa e lucida, gruppi di getti vicini lucidissimi: visibili *a*B e BC — $11^h.0^m$ (*b*) giganteschi getti ad arco e pennacchio quasi verticale, getti più bassi lucidissimi: visibili *a*B e BC — $15^h.18^m$ (*c*) gruppi di getti bassi lucidissimi e due giganteschi pennacchi: visibili e vivissime le *a*B e BC.
	27	10.45	231.	Macchia presso al bordo, macchiette più distanti, cromosfera debole e sfumata, getti vicini lucidissimi; visibili *a*B e BC.

	g	h m		
Nov.	28	10.53	63.°	(*a*) Macchia vicinissima al bordo, sormontata da getti lucidi e cromosfera bassa, fascio di getti lucidissimi al Nord: visibili *a*B e BC in tutta l'estensione dei getti — 11h.5m (*b*) cromosfera debole e sfumata, persistono i getti lucidi, ma deformati.
Dec.	4	14. 0	95.	Macchie poco distanti dal bordo, cromosfera viva, irregolare e con piccoli getti.
	5	13.45	95.	Macchie tramontate, cromosfera bassa, piccoli getti lucidi al Sud e grande fascio di getti inclinati dalla parte dell'Ovest.
	5	13.10	238.	Piccole macchie al bordo, cromosfera quasi regolare con piccoli getti, e gruppo di getti lucidissimi dalla parte dell'Est.
	26	13.45	108.	Macchiette vicine al bordo, cromosfera normale, getti vicini e nebulosi.

1882.

Gen.	7	15.24	302.	Macchie al bordo, cromosfera bassa, gruppi di lucidissimi getti vicini.
	9	14.30	74.	Traccie di macchie vicine al bordo, e macchie più lontane, cromosfera con piccoli getti e getti lucidissimi dalla parte dell'Ovest: sembrano visibili *a*B e BC.
	10	13.15	75.	Macchie tramontate, cromosfera bassa con piccoli getti: gruppo di getti lucidissimi dalla parte dell'Ovest.
	14	12.30	77.	Piccole macchie al bordo, getti vicini lucidissimi.
	21	12.30	82.	Macchie al bordo, cromosfera normale.
	22	13.20	252.	Piccole macchie al bordo, cromosfera lucida con piccolissimi getti lucidissimi; grande gruppo di getti vicini, dalla parte del Sud.
	24	13.25	77.	Macchie piccole tramontate, cromosfera normale, grande ammasso di getti dalla parte dell'Ovest.
	24	13.10	297.	Macchie vicine al bordo, cromosfera quasi normale, piccoli getti vicini.
Feb.	1	13.40	123.	Macchia vicina al bordo, cromosfera irregolare, getti vicini, alti e lucidissimi.
	3	14. 0	298.	Piccola macchia al bordo, macchie più lontane a 30″ circa, gruppi di piccoli getti lucidissimi: sembrano visibili *a*B e BC.
	5	12.45	87.	Gruppo di macchie vicino al bordo, cromosfera irregolare con piccoli getti lucidissimi, grandi getti staccati a guisa di nubi dal bordo: sembrano visibili *a*B e BC.
	6	13.30	85.	Macchie al bordo, cromosfera bassa per un gran tratto, con gruppo di getti bassi verso l'Ovest, e getti lucidissimi dalla parte N con una straordinaria e gigantesca protuberanza isolata dal bordo, a guisa di nube: visibili *a*B e BC.
	6	14.40	303.	Macchia piccola al bordo, cromosfera lucida con piccoli getti, gruppo vicino di getti lucidissimi: visibili *a*B e BC.
	8	14.15	298.	Macchie al bordo, cromosfera irregolare con getti bassi e lucidissimi, getti più alti vicini dalla parte dell'Est.
	9	14.40	298.	Macchie vicine al bordo, altre più lontane, cromosfera lucidissima, compatta con pochi getti, fiancheggiata da due gruppi di getti lucidissimi: visibili, ma deboli le *a*B e BC.
	10	15.30	265.	Macchie al bordo, cromosfera bassa con piccoli getti lucidissimi, gruppi vicini di getti lucidissimi intrecciati, dalla parte del Sud: visibili e vive le *a*B e BC.
	11	12.30	266.	Macchie vicine al bordo, cromosfera bassa, getti piccoli vicini, grande gruppo di getti dalla parte del Sud.
	13	13.20	118.	Macchie e facole al bordo, cromosfera quasi regolare senza getti e molto lucida, getti lucidissimi e piccoli dalla parte dell'Ovest, più alti dalla parte del Sud.
	14	14. 0	269.	Gruppo di macchie vicine al bordo, cromosfera lucida e quasi regolare con qualche piccolo getto, protuberanza abbastanza sviluppata verso il Nord.
	15	15. 0	88.	Macchiette al bordo, altre macchie vicine al bordo, cromosfera quasi regolare con piccoli getti lucidi: sembrano visibili *a*B e BC.

	g	h m		
Feb.	18	12.50	105.°	(*a*) Macchia a 4″ circa dal bordo, altra un poco più lontana, cromosfera lucida con piccoli getti, getto lucidissimo staccato dal bordo — 14h.10m (*b*) getto compatto, lucidissimo: visibili *a*B e BC.
	18	13.30	275.	Macchietta al bordo, cromosfera bassa con getti lucidissimi, e gruppo staccato dal bordo.
	19	13. 0	105.	Piccole macchie tramontate, cromosfera quasi regolare e compatta qualche getto lucidissimo dalla parte del Sud.
	21	10.45	92.	Macchie e facole vicine al bordo, cromosfera bassa con qualche piccolo getto, gruppo vicino di getti lucidissimi: visibili *a*B e BC.
	21	11.25	273.	(*a*) Macchie vicine al bordo ed altre più lontane, cromosfera irregolare, bel gruppo di getti alti quasi verticali e lucidissimi — 13h.15m (*b*) cromosfera bassa, gruppo di getti trasformato e lucidissimo: visibili *a*B e BC, la C è rovesciata per 6″ circa anche sul disco solare — 13h.28m (*c*) grandi getti nuovamente trasformati, cromosfera bassissima: sempre visibili *a*B e BC.
	21	11.45	313.	(*a*) Macchiette presso al bordo, cromosfera irregolare con getti lucidissimi piuttosto bassi — 13h.20m (*b*) cromosfera bassa, divisa da un getto compatto e lucidissimo.
	24	14.40	128.	(*a*) Macchia vicinissima al bordo, cromosfera piuttosto bassa sulla macchia, e fiancheggiata da getti lucidissimi bassi — 17h.15m (*b*) cromosfera sempre bassa al posto della macchia, grande gruppo di getti lucidissimi e variabili: sembrano visibili le *a*B e BC.
Mar.	8	14.30	86.	Traccie di macchie al bordo, cromosfera in qualche tratto bassa, getti lucidi piccoli, e grandi masse nebulose sino a 100°.
	12	13.45	123.	Macchie tramontate: a 128° macchie vicine al bordo ed altre più lontane, cromosfera in qualche tratto regolare, getti lucidissimi piuttosto bassi.
	13	14. 0	127.	Piccole macchie al bordo, e macchie tramontate, getti lucidi.
	15	14.15	130.	Piccole macchie vicine al bordo, altre più lontane, altre tramontate a 126°. cromosfera bassa con piccoli getti lucidi.
	15	14.40	271.	(*a*) Macchie distanti 10″ circa dal bordo, cromosfera bassa con gruppo vicino di getti lucidissimi: visibili *a*B e BC, bella prutuberanza da 277° a 282°, traccia di macchia a 279° — 15h.0m (*b*) cromosfera bassa al posto della macchia, gruppo gigantesco di getti lucidissimi e variabili: visibili *a*B e BC.
	17	13.30	114.	Traccie di macchie al bordo, cromosfera bassa, regolare e con piccoli getti, gruppo mediocre di getti lucidissimi dalla parte dell'Ovest.
	20	15. 0	285.	Macchia al bordo, cromosfera irregolare e lucida, getti vicini lucidissimi: visibili *a*B e BC.
	29	13.40	106.	Macchie vicine al bordo, altre più lontane, cromosfera regolare e lucida, getti alti ed inclinati dalla parte del Sud.
	30	13.15	106.	Macchia tramontata, cromosfera lucida con getti lucidissimi e alti.
	30	14.30	317.	Macchie al bordo, cromosfera lucida e bassa con getti lucidissimi.
Apr.	1	13.35	93.	Macchie tramontate, cromosfera quasi normale con gruppo di getti lucidi.
	3	14. 5	126.	Macchie tramontate, altre macchie distanti 30″ circa, cromosfera lucida ed irregolare, gruppo di getti lucidissimi verso l'Ovest: visibili *a*B e BC.
	5	16.15	319.	Macchie poco lontane dal bordo, gruppi circostanti di lucidissimi getti.
	7	14.45	291.	Traccie di macchie al bordo, cromosfera bassa, gruppo di getti alti e lucidissimi vicino: sembrano visibili *a*B e BC: aria pessima.
	9	12.50	97.	Traccie di macchie al bordo, cromosfera bassa e irregolare, gruppo vicino di getti lucidissimi, sui quali sono visibili le *a*B e BC sino alla sommità.
	12	15.50	109.	Macchie distanti 20″ circa dal bordo, macchiette più vicine, cromosfera bassa, gigantesca protuberanza, spezzata in alto in tronchi isolati a guisa di nubi.
	12	16.30	269.	Macchia distante dal bordo 10″, altra macchia più distante a 260°, cromosfera lucida, con getti di moderata altezza ma lucidissimi: visibili *a*B e BC.
	13	14.40	109.	Macchie tramontate, cromosfera irregolare con piccoli getti lucidi.

g	h m		
Apr. 16	10.35	94.°	Piccole macchie vicine al bordo e grande macchia più lontana, cromosfera bassa con piccoli getti e gruppetto di getti lucidissimi: visibili aB e BC.
17	13.35	94.	Macchie tramontate e macchia ancora distante dal bordo, cromosfera lucida con getti vicini molto lucidi.
18	17.30	131.	Macchie presso al bordo, altre più lontane: cromosfera irregolare con getti lucidissimi.
19	15.15	131.	Macchie vicine al bordo ed altre più lontane, cromosfera irregolare con gruppo di getti lucidissimi.
21	15.10	135.	Macchie vicine al bordo, e macchie tramontate a 129°, cromosfera irregolare con getti lucidissimi, grande protuberanza a 129°.
23	17.45	131.	Macchie vicine al bordo altre più lontane, cromosfera bassa con piccoli getti vicini lucidissimi.
24	15. 0	132.	Macchie tramontate, macchie distanti 1′ circa dal bordo, altre più vicine a 141°, cromosfera bassa e regolare con getti lucidissimi, fra i quali uno altissimo a 136°, vagamente diviso e intrecciato alla sommità, e collegato con altre strane derivazioni di fili lucidi provvenienti da un gigantesco gruppo di getti lucidissimi a 142°, oggetto sorprendente: visibili e vivissime aB e BC sulla cromosfera e sulla parte inferiore dei getti.
25	17.30	139.	Macchie vicinissime al bordo, altre vicinissime a 144°, cromosfera bassa con getti lucidissimi, gruppo di getti quasi parallellemente incurvati dalla parte delle macchie: visibili aB e BC sui getti e in un grande tratto della cromosfera.
Mag. 1	16.30	317.	Macchie poco distanti dal bordo, cromosfera viva con piccoli getti.
9	13.25	265.	Gruppo di macchie al bordo, cromosfera viva con grandi fasci di getti, alcuni dei quali lucidissimi: visibili aB e BC.
11	13.28	304.	Macchie al bordo, cromosfera bassa e viva, getti lucidissimi dalla parte dell'Est: visibili aB e BC nei getti e nella cromosfera da 300° a 312°.
12	10.40	301.	(a) Macchia presso al bordo, massa straordinariamente lucida sul posto della macchia, getti vicini, alti e lucidissimi: visibili aB e BC: traccie di macchie al bordo a 307° con cromosfera bassissima e gruppo gigantesco di getti lucidissimi — $16^h.0^m$ (b), getti sempre lucidissimi ed alti, ma molto trasformati.
13	15.10	277.	(a) Macchia al bordo, altra vicina ed altra a 280°: cromosfera bassa, gruppo di getti lucidissimi fra le due macchie: visibili aB e BC — $15^h.50^m$ (b) cromosfera sempre bassa al posto delle macchie, getti ingranditi e lucidissimi: visibili sempre aB e BC.
14	10.45	89.	Macchie vicine al bordo, cromosfera quasi normale.
14	11.10	272.	Macchie vicinissime al bordo, cromosfera normale con qualche getto lucido.
23	15.20	137.	Macchie vicinissime al bordo, cromosfera bassa getti lucidi.
26	15. 0	124.	Macchie vicine al bordo, cromosfera viva con piccoli getti lucidissimi.
27	14.45	124.	Macchie al tramonto, cromosfera quasi normale con piccolissimi getti.
28	11. 0	309.	Macchie al bordo: cromosfera piuttosto bassa con getti lucidi.
Giug. 1	15.50	301.	Gruppo di macchie al bordo, cromosfera viva e compatta, gruppo di getti lucidissimi vicini alle macchie: visibili aB e BC.
6	13. 0	257.	Macchiette vicine al bordo ed altre più lontane; cromosfera viva quasi regolare con getti lucidissimi.
12	15.30	302.	(a) Traccie di macchie al bordo, gruppi di getti lucidissimi — $16^h.30^m$ (b) getti trasformati, grande protuberanza molto lucida.
14	9.45	84.	Traccie di macchie al bordo, gruppi di getti lucidissimi, piuttosto bassi: visibili aB e BC.
20	15.40	110.	Macchie vicine al bordo, cromosfera bassa, gruppo di lucidissimi getti.
21	15.30	110.	Macchiette e facole al bordo, cromosfera bassa, getti vicini lucidissimi.
Lugl. 1	16.10	113.	Gruppo di macchie vicine al bordo, cromosfera bassa con piccoli getti lucidissimi, e gruppi di getti lucidissimi, vicini.

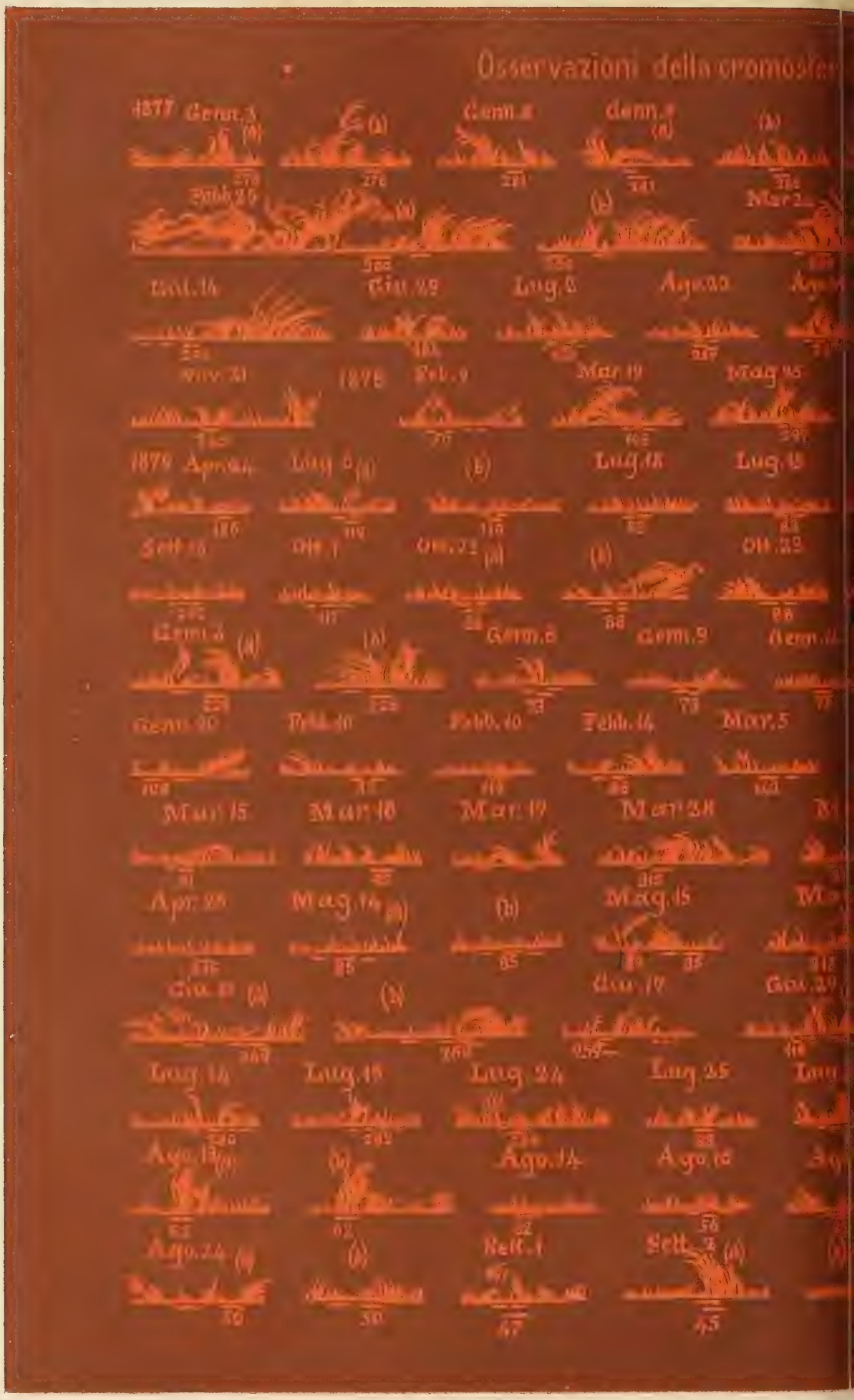
g	h m		
Lugl. 2	10.30	112.°	(*a*) Macchie tramontate e macchie vicine al bordo, cromosfera lucida, gruppi di getti lucidissimi: visibili *a*B e BC — $15^h.40^m$ (*b*) macchie vicine al bordo a 109°, cromosfera bassa, gruppo gigantesco di getti lucidissimi, altri getti minori: visibili *a*B e BC.
13	16.15	281.	(*a*) Macchie vicine al bordo, altre più lontane, cromosfera bassa, getti lucidissimi alti con pennacchi staccati a guisa di nubi: visibili *a*B e BC — $17^h.25^m$ (*b*) gruppi giganteschi con larghe diramazioni nebulose, variabili a vista, cromosfera bassa e lucida: visibili *a*B e BC, rovesciate molte righe dallo spettro solare — $17^h.35^m$ (*c*) getti giganteschi troncati: grande e stravagante massa nebulosa sospesa a guisa di nubi: sempre visibili *a*B e BC e rovesciate molte righe spettrali.
17	15.50	246.	Facole e macchiette al bordo, cromosfera bassa, pochi getti lucidissimi e piuttosto bassi,
18	16.40	102.	Macchie al bordo, cromosfera bassa e lucida, sormontata da nebbia luminosa, getti vicini lucidissimi; visibili *a*B e BC.
20	16.10	272.	Macchie al bordo; cromosfera lucida con getti vicini lucidissimi.
21	16.10	276.	Macchie al bordo, altra più lontana a 272°, cromosfera con piccoli getti lucidissimi vicini: aria pessima.
26	14.30	69.	Macchie tramontate, altre vicine al bordo, cromosfera bassa con getti vicini lucidissimi e nubi lucide: visibili *a*B e BC.
Agos. 3	16.15	56.	Macchie presso al bordo, cromosfera viva con piccoli getti lucidissimi: visibili *a*B e BC.
4	16.15	94.	Macchietta al bordo, cromosfera bassa, getti lucidissimi vicini: visibili *a*B e BC.
7	15.15	90.	Macchie vicine al bordo, cromosfera con piccoli gruppi vicini di getti lucidissimi.
7	16.20	274.	Macchie al bordo cromosfera bassa, gruppetto vicino di getti lucidissimi, con getti più alti troncati: visibili *a*B e BC.
16	14.26	55.	Macchie vicine al bordo, cromosfera viva e bassa, piccoli getti lucidissimi vicini e gigantesca protuberanza con masse di alte nubi a 58°.
17	15.15	55.	Macchie al tramonto, cromosfera bassa, getti piccoli vicini, e gruppo di getti lucidissimi dalla parte del Nord: visibili *a*B e BC.
17	16.15	264.	Macchie vicine al bordo, cromosfera viva con getti vicini lucidissimi: visibili *a*B e BC.
21	16. 0	237.	Macchie al bordo, cromosfera bassa e viva, grande getto o protuberanza vicina, molto lucida.
24	13.45	92.	(*a*) Macchia vicinissima al bordo, altre più lontane, cromosfera bassa, getti vicini lucidissimi — $16^h.46^m$ (*b*) cromosfera bassa, getti vicini lucidissimi — $17^h.35^m$ (*c*) gruppi di getti lucidissimi: visibili *a*B e BC.
25	14.15	92.	Macchia tramontata, altre ancora distanti dal bordo, cromosfera lucida con piccoli getti lucidissimi e gruppo di getti vicini: visibili *a*B e BC.
29	14. 0	56.	Macchie poco lontane dal bordo, altre più lontane, cromosfera piuttosto bassa con piccoli getti lucidissimi, e grande protuberanza dalla parte del Nord.
30	13.55	57.	Macchie presso al bordo e macchie tramontate, cromosfera lucida e quasi regolare, gruppi di getti lucidissimi, e grande protuberanza dalla parte del Nord: cielo nebbioso
Sett. 4	14.15	84.	Macchie tramontate e macchie vicine al bordo, cromosfera bassa, gruppi di getti lucidissimi: visibili, ma deboli le *a*B e BC.
5	14.20	82.	Macchie tramontate, cromosfera irregolare con piccoli getti lucidi.
22	17.15	260.	Macchiette al bordo, cromosfera bassa con piccoli getti e grandi getti dalla parte del Sud.
23	14.10	220.	Larga macchia al bordo, cromosfera viva con piccoli getti, masse isolate a guisa di nubi sopra la macchia, grande protuberanza dalla parte del Sud.

	g	h m		
Sett.	24	12.30	216.°	Traccie di macchie al bordo, cromosfera irregolare, getti bassi e lucidissimi, grosse nubi idrogeniche: visibili *a*B e BC.
	24	12.50	252.	Macchie al bordo, cromosfera bassa con piccoli getti, fra due gigantesche protuberanze.
Ott.	7	16.30	86.	Macchia al tramonto, cromosfera bassa con piccoli getti; cielo nebbioso.
	8	12.35	86.	Macchia tramontata, cromosfera viva con piccoli getti lucidissimi.
	22	14.25	52.	Gruppo di macchie presso al bordo, cromosfera normale,
	24	13.25	55.	Gruppo di macchie poco lontano dal bordo, cromosfera viva con piccoli getti lucidissimi.
Nov.	3	13.15	89.	Grossa macchia distante 20″ circa dal bordo, cromosfera quasi normale, cielo nebbioso.
	3	15.26	222.	Macchia distante 8″ circa dal bordo, e macchiette al bordo, cromosfera irregolare con piccoli getti e gruppi di getti dalla parte dell'Est: visibili *a*B eBC.
	4	10.20	89.	(*a*) Macchia tramontata: cromosfera invasa da getti lucidissimi, con un grande gruppo dalla parte del Nord: visibili *a*B e BC e rovesciate varie righe dallo spettro solare — $13^h.40^m$ (*b*), cromosfera bassa con piccoli getti lucidi e gruppo grande dalla parte del Nord: visibili *a*B e BC.
	4	10.50	225.	(*a*) Piccole macchie vicine al bordo, gruppi di getti lucidissimi — $14^h.18^m$ (*b*) getti meno lucidi e meno alti.
	15	15.15	259.	Piccole macchie al bordo, altre più lontane, cromosfera bassa con piccoli getti lucidissimi, gruppo di getti lucidissimi dalla parte dell'Est: visibili *a*B e BC, ma deboli per la nebbia.
	17	15.30	95.	Macchie vicine al bordo, altre più lontane, cromosfera normale.
	18	11.30	95.	Macchie tramontate, cromosfera bassa, getti vicini lucidissimi: cielo nebbioso
	18	15.14	226.	Gruppo di macchie vicinissime al bordo, cromosfera bassa, getti vicini lucidissimi: aria pessima.
	22	13.10	244.	(*a*) Macchiette al bordo, cromosfera bassa con piccoli getti, gruppo di getti lucidissimi: visibili *a*B e BC — $15^h.40^m$ (*b*) gruppi di getti ingranditi e trasformati, lucidissimi: visibili e vivissime *a*B e BC, e rovesciate molte righe dello spettro solare.
	25	12.30	53.	(*a*) Grossa macchia vicinissima al bordo, gruppi giganteschi di getti lucidissimi incurvati sopra la macchia: visibili le *a*B e BC in tutta l'estensione dei getti — $13^h.5^m$ (*b*) cromosfera bassa sulla macchia, i grandi getti ridotti a gruppi di piccoli getti lucidissimi: visibili *a*B e BC — $15^h.0^m$ (*c*) cromosfera bassa, gruppi di piccoli getti lucidissimi: visibili *a*B e BC.
	25	12.15	233.	Gruppo di macchie al bordo, cromosfera quasi normale con due gruppi di getti lucidissimi, ma poco alti: visibili *a*B e BC: aria pessima.
	26	15.15	83.	Macchie vicine al bordo ed altre più lontane: gruppi di getti lucidissimi di moderata altezza: aria pessima.
	26	15.45	233.	Gruppo di macchie vicinissime al bordo, cromosfera normale con piccoli getti lucidi, gruppo di getti alti dalla parte dell'Est.
Dec.	6	11.18	86	Traccie di macchie al bordo, gruppo di getti lucidissimi; visibili *a*B e BC.
	12	13.40	96.	Piccole macchie presso al bordo, cromosfera bassa con getti lucidissimi, gruppi vicini di getti lucidissimi.
	18	12.15	279.	Traccie di macchie al bordo: cromosfera bassa con piccoli getti lucidi, bel gruppo di getti lucidissimi.
	25	14.40	250.	Macchie al bordo cromosfera lucida, getti lucidissimi.
	25	14.50	275.	Macchie al bordo, cromosfera normale, gruppo di getti lucidissimi dalla parte del Sud, sormontati da nubi isolate.
	30	12.30	267.	Macchie al bordo, cromosfera quasi normale con piccoli getti lucidi.
	31	11.55	97.	Macchie al bordo, cromosfera normale con piccoli getti lucidi.

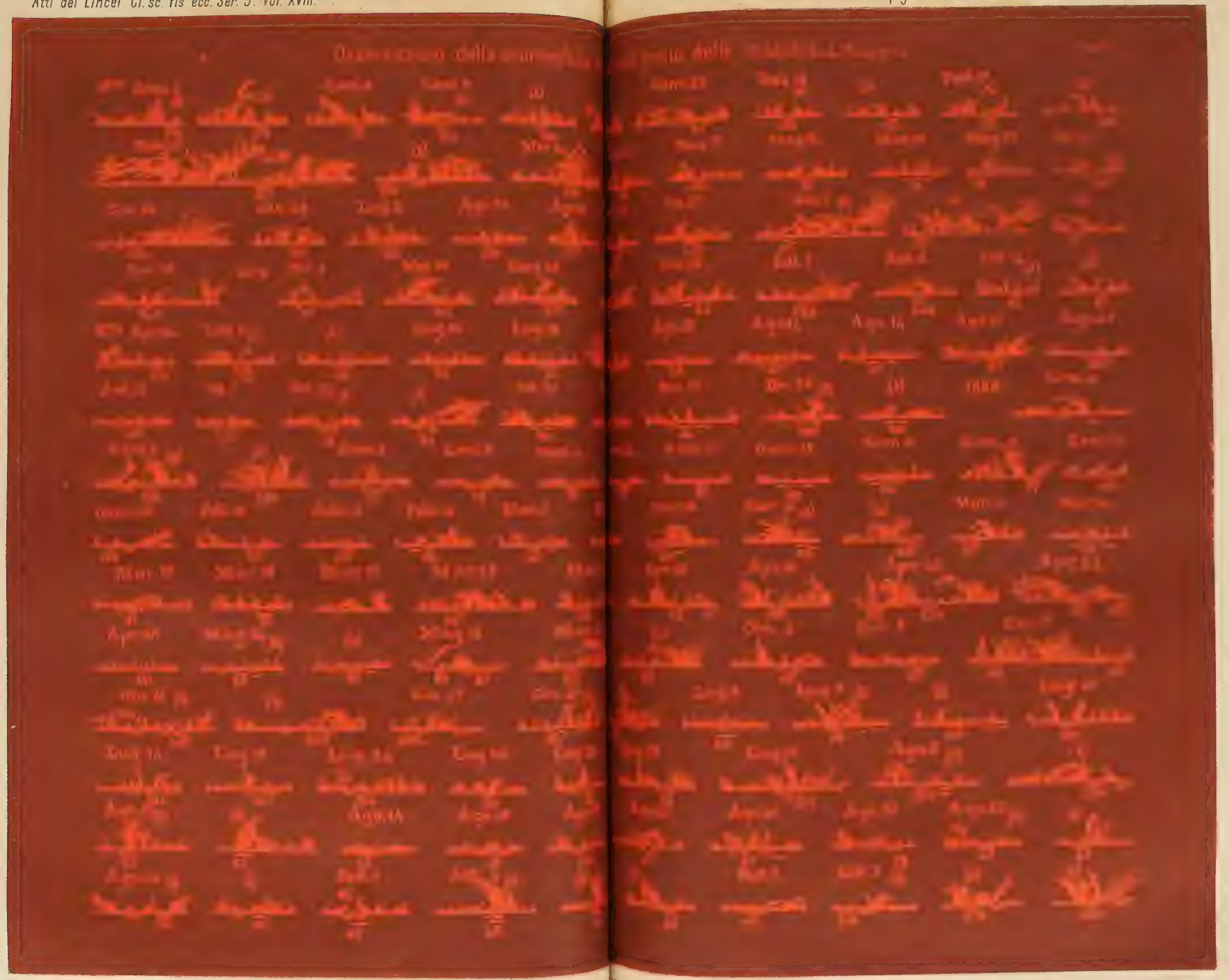
CORREZIONI PER LE TAVOLE VI, VII E VIII

	ERRATA		CORRIGE	
Tav.ª VI	1878 Lugl. 18		Lug. 13	
» »	1880 Genn. 2		Genn. 2	288°
» »	» Genn. 2(*a*)	228°	Genn. 2(*a*)	288°
» »	» Genn. 2(*b*)	228°	Genn. 2(*b*)	288°
» »	» Mar. 19		Mar. 19	92°
Tav. VII	1880 Dec. 2	289°	Dec. 2	239°
» »	1881 Giug. 12	132°	Giug. 12	259°
» »	» Agos. 20	29°	Agos. 20	229°

	ERRATA		CORRIGE	
Tav.ª VIII	1881	258°	Nov. 15	258°
» »	1882 Genn. 24	297°	Gen. 24	77°
» »	» Mar: 30	106°	Mar. 30	317°
» »	» Apr. 23	231°	Apr. 23	131°
» »	» Mag. 13(*a*)		Mag. 13(*a*)	277°
» »	» Mag. 13(*b*)		Mag. 13(*b*)	277°
» »	» Lugl. 21	18°	Lugl. 21	276°
» »	» Ott. 7	116°	Ott. 7	86°

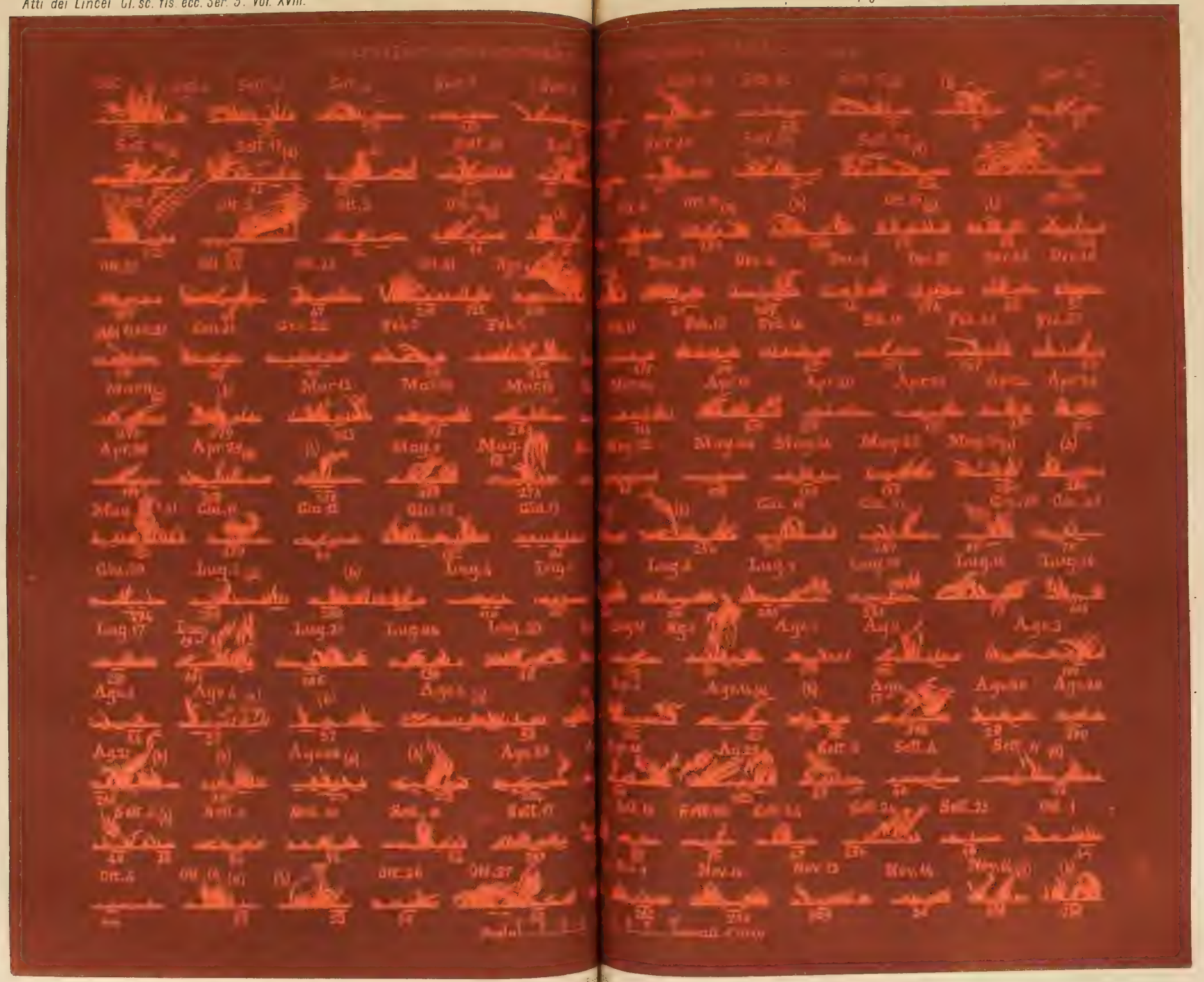

Osservazioni della cromosfe
1877 Genn.3
Genn.8
Genn.9
Mar.2
Giu.16
Giu.29
Lug.8
Ago.30
Nov.30
1878
Feb.9
Mar.19
Mag.25
1878 Aprile
Lug.9
Lug.18
Lug.19
Sett.16
Ott.1
Ott.22
Ott.29
Genn.6
Genn.9
Genn.30
Febb.10
Febb.14
Marz.5
Mar.15
Mar.16
Mar.17
Mar.28
Apr.25
Mag.14
Mag.15
Giu.8
Giu.19
Lug.14
Lug.15
Lug.24
Lug.25
Ago.13
Ago.14
Ago.16
Ago.24
Sett.1
Sett.2

posto delle macchie
Genn.23
Febb.8
Febb.9
May.16
May.17
May.18
May.27
Dic.27
Nov.7
Dic.30
Sett.1
Sett.3
Sett.14
Ago.12
Ago.14
Ago.14
Ago.15
Ago.29
Nov.19
Dic.26
1880
Genn.4
Genn.15
Genn.15
Genn.16
Genn.17
Genn.17
Mar.12
Mar.12
Mar.13
Mar.14
Apr.10
Apr.10
Apr.23
Apr.24
Giu.4
Giu.5
Giu.7
Lug.8
Lug.9
Lug.10
Lug.31
Ago.8
Ago.21
Ago.22
Ago.23
Sett.3
Sett.3

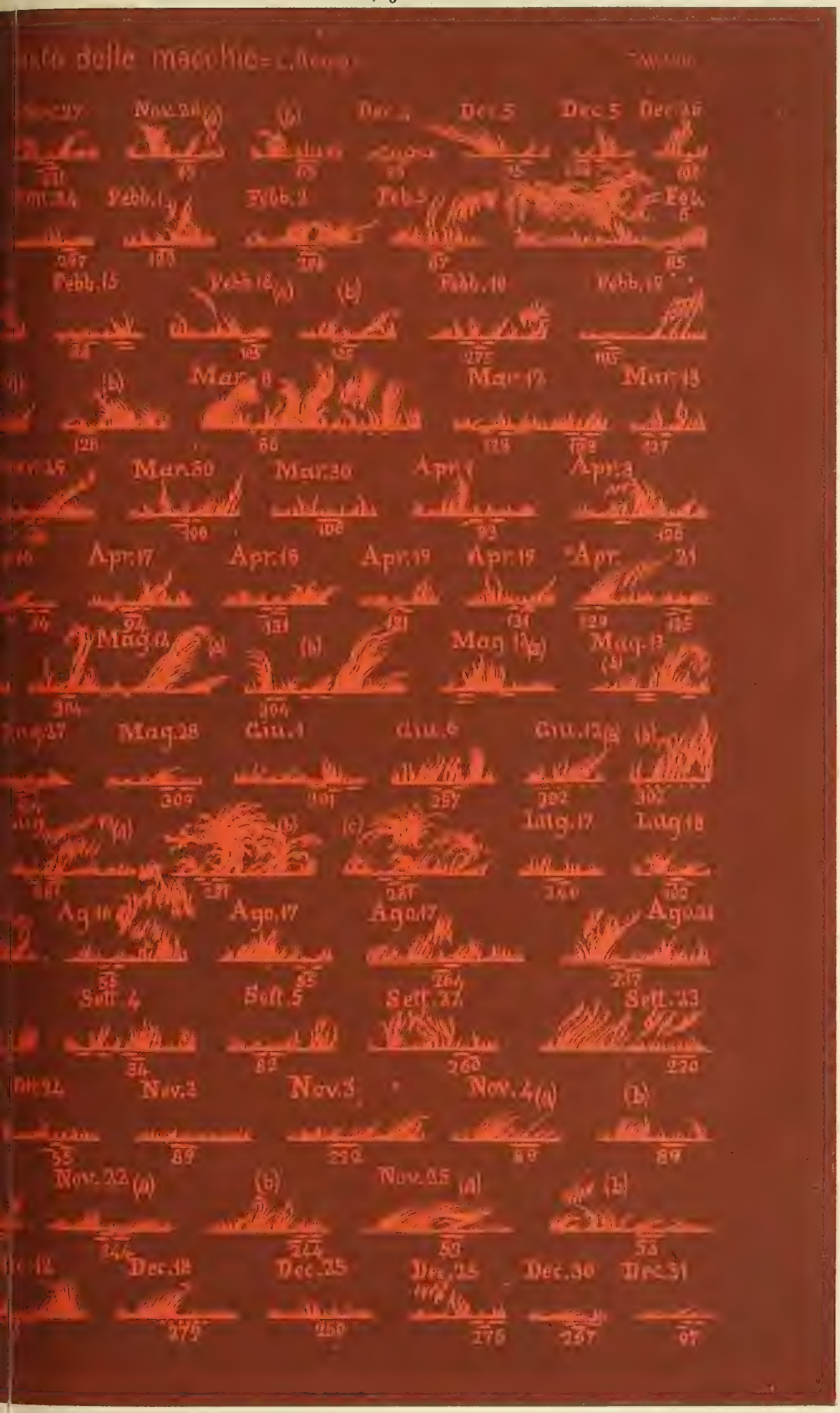


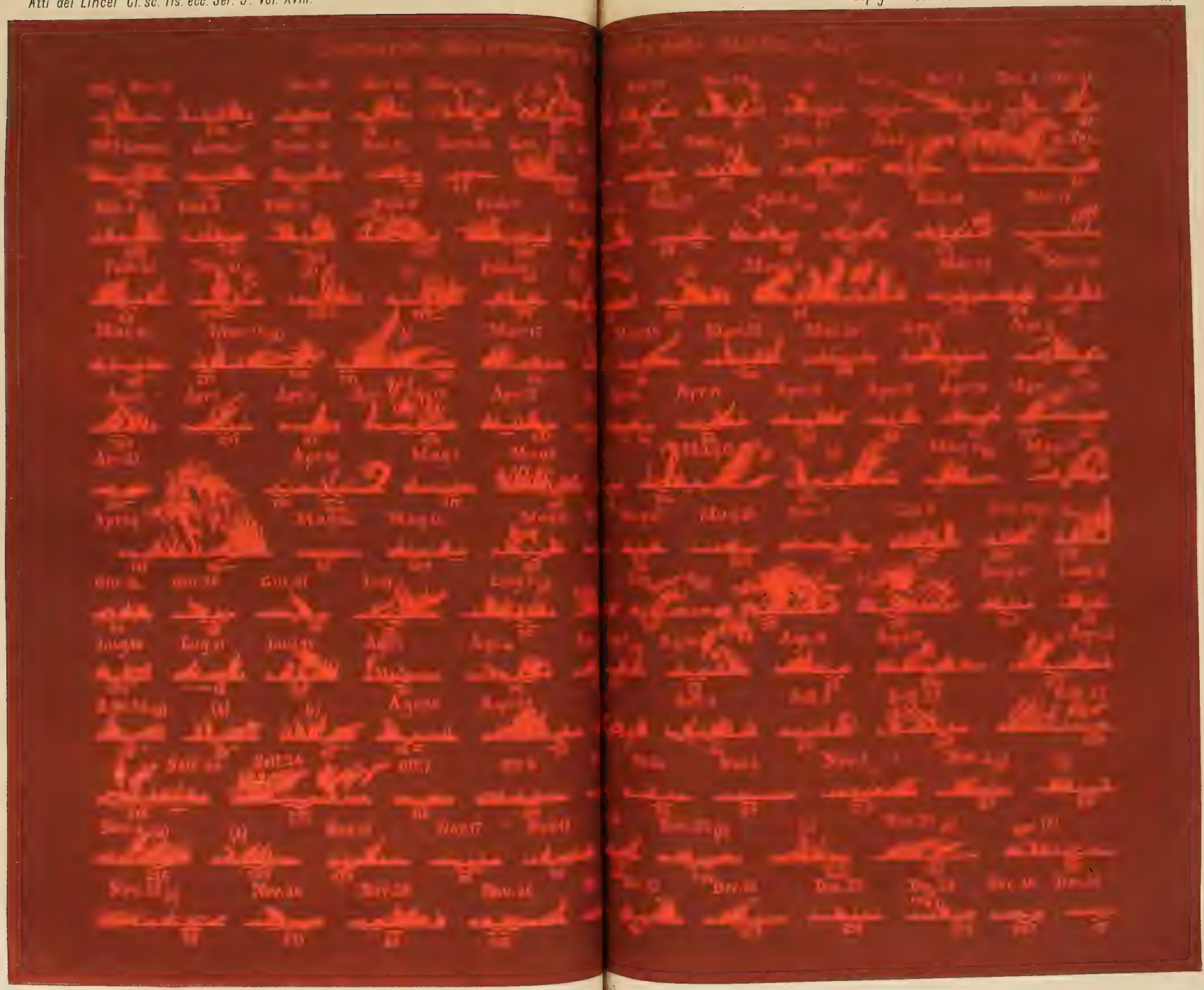
Osservazioni della cometa
Sett.4
Sett.5
Sett.31
Ott.1
Ott.2
Ott.3
Ott.4
Ott.31
Ott.25
Ott.26
Ott.31
Nov.
Feb.5
Feb.5
Mar.12
Mar.18
Mar.18
Apr.28
Apr.29
Mag.9
Mag.
Mag.
Giu.11
Giu.12
Giu.12
Giu.13
Giu.30
Lug.3
(b)
Lug.4
Lug.17
Lug.
Lug.21
Lug.28
Lug.23
Ago.3
Ago.4
(b)
Ago.5
Ago.21
(b)
Ago.22
(b)
Ago.28
Sett.4
Sett.5
Sett.10
Sett.10
Sett.17
Ott.4
Ott.16
(b)
Ott.26
Ott.27
Scala

Sett.26
Sett.29
Sett.30 (a)
(b)
Ott.31 (a)
(b)
Ott.15 (a)
(b)
Ott.20
Nov.23
Dec.2
Dec.6
Dec.15
Dec.25
Dec.26
Feb.13
Feb.14
Feb.19
Feb.21
Feb.23
Apr.16
Apr.20
Apr.20
Apr.24
Apr.24
Mag.24
Mag.24
Mag.25
Mag.26 (a)
(b)
Giu.12
Giu.24
Giu.26
Giu.26
Lug.8
Lug.9
Lug.10
Lug.16
Lug.16
Ag.1
Ag.1
Ag.2
Ago.3
Ago.16 (a)
(b)
Ago.
Ago.20
Ago.20
Ag.29
Sett.3
Sett.4
Sett.4 (a)
Sett.20
Sett.24
Sett.24
Sett.25
Ott.1
Nov.10
Nov.12
Nov.14
Nov.14 (a)
(b)
minuti d'arco

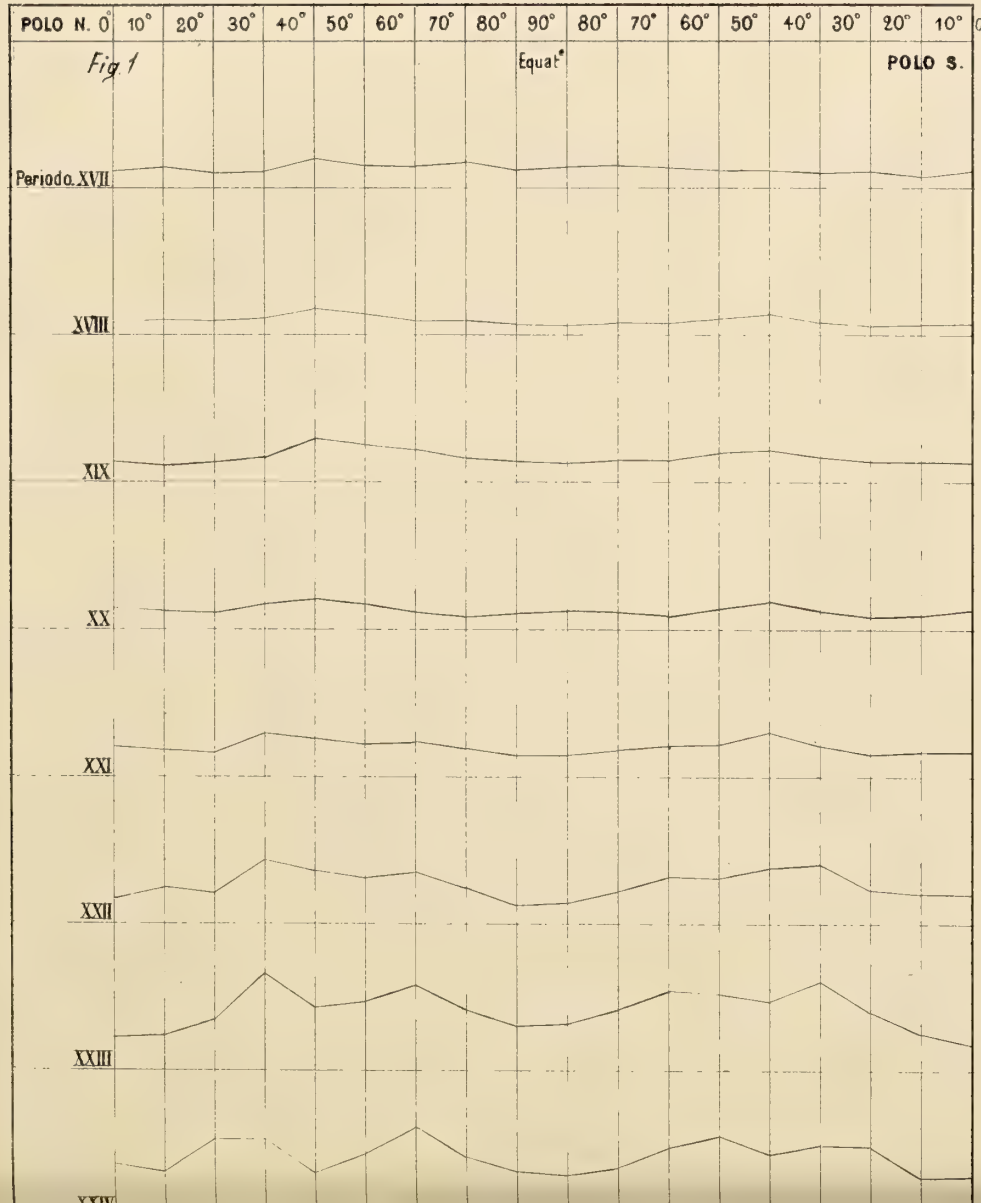


Osservazioni della cometa
1891 Nov.15
Nov.16
Nov.26
Nov.27 (a)
1892 Genn.7
Genn.9
Genn.10
Genn.16
Genn.21
Febb.6
Febb.8
Febb.9
Febb.10
Febb.11
Febb.21
Febb.21 (a)
Febb.21 (b)
(c)
Febb.21 (d)
Mar.15
Mar.15 (a)
(b)
Mar.17
Apr.5
Apr.7
Apr.9
Apr.13
Apr.22
Apr.24
Apr.25
Mag.1
Mag.4
Mag.13
Mag.14
Mag.16
Giu.16
Giu.20
Giu.21
Lug.1
Lug.2 (a)
Lug.20
Lug.21
Lug.26
Ago.3
Ago.4
Ago.24 (a)
(b)
(c)
Ago.25
Ago.29
Sett.22
Sett.24
Ott.7
Ott.8
Nov.4 (a)
(b)
Nov.15
Nov.17
Nov.18
Nov.25 (c)
Nov.25
Nov.26
Nov.26


Nov.24 (a)
(b)
Dec.4
Dec.5
Dec.5
Dec.26
Febb.1
Febb.2
Febb.3
Febb.15
Febb.16 (a)
(b)
Febb.18
Febb.19
Mar.8
Mar.12
Mar.13
Mar.30
Mar.30
Apr.1
Apr.3
Apr.17
Apr.18
Apr.19
Apr.19
Apr.21
Mag.2 (a)
(b)
Mag.3 (a)
Mag.3 (b)
Mag.27
Mag.28
Giu.1
Giu.6
Giu.13 (a)
(b)
Lug.17
Lug.18
Ag.16
Ago.17
Ago.17
Agos.21
Sett.4
Sett.5
Sett.27
Sett.23
Nov.2
Nov.3
Nov.4 (a)
(b)
Nov.22 (a)
(b)
Nov.25 (a)
(b)
Dec.18
Dec.25
Dec.25
Dec.30
Dec.31

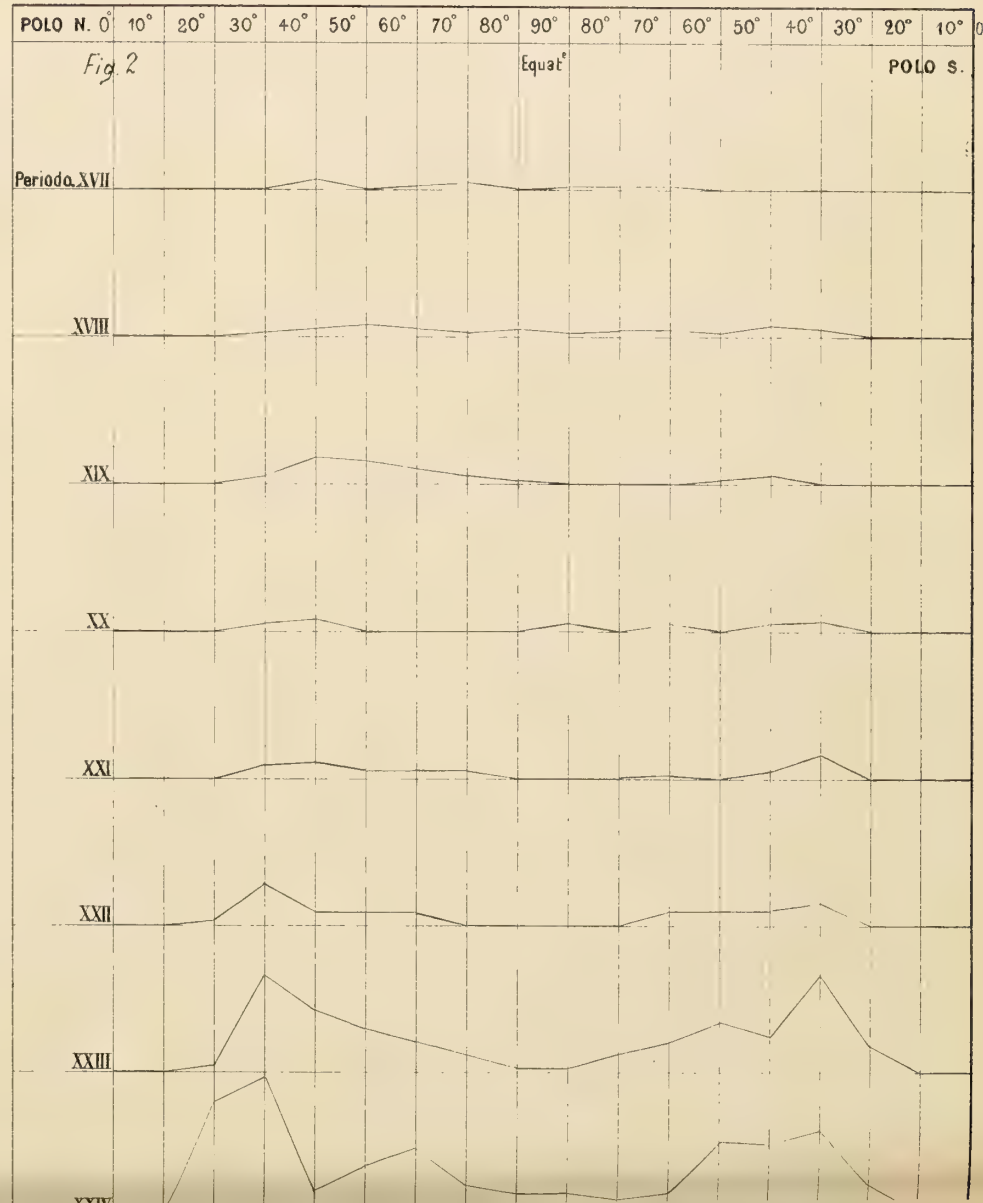


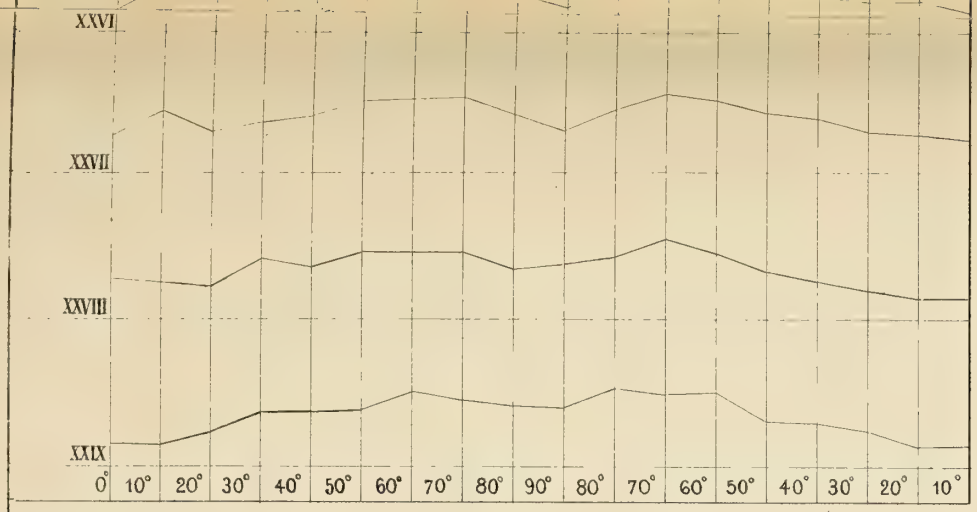
FREQUENZA RELATIVA DELLE PROTUBERANZE NELLE VARIE ZONE SOLARI



FREQUENZA RELATIVA DELLE GRANDI PROTUBERANZE NELLE VARIE ZONE SOLARI

Tav. IX .





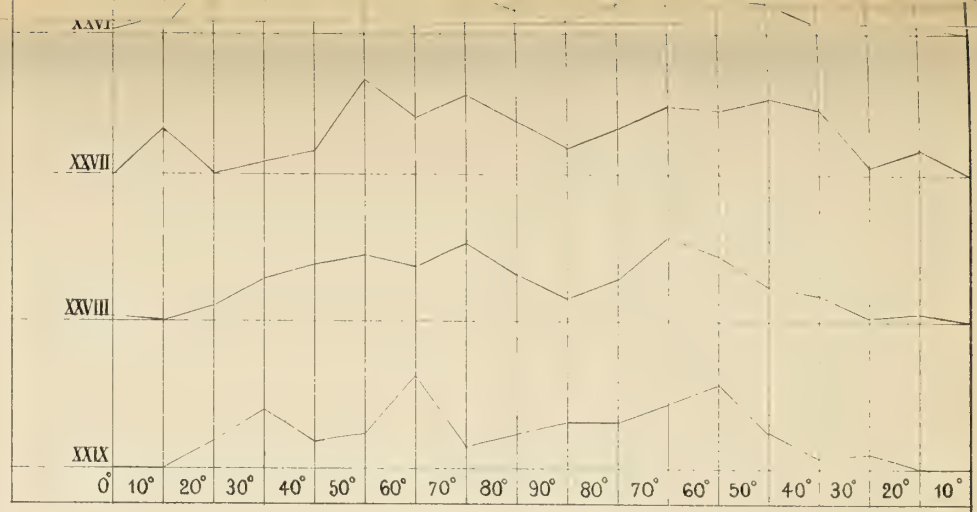


Fig. 3

Curva delle frequenze medie delle protuberanze nei 29 periodi

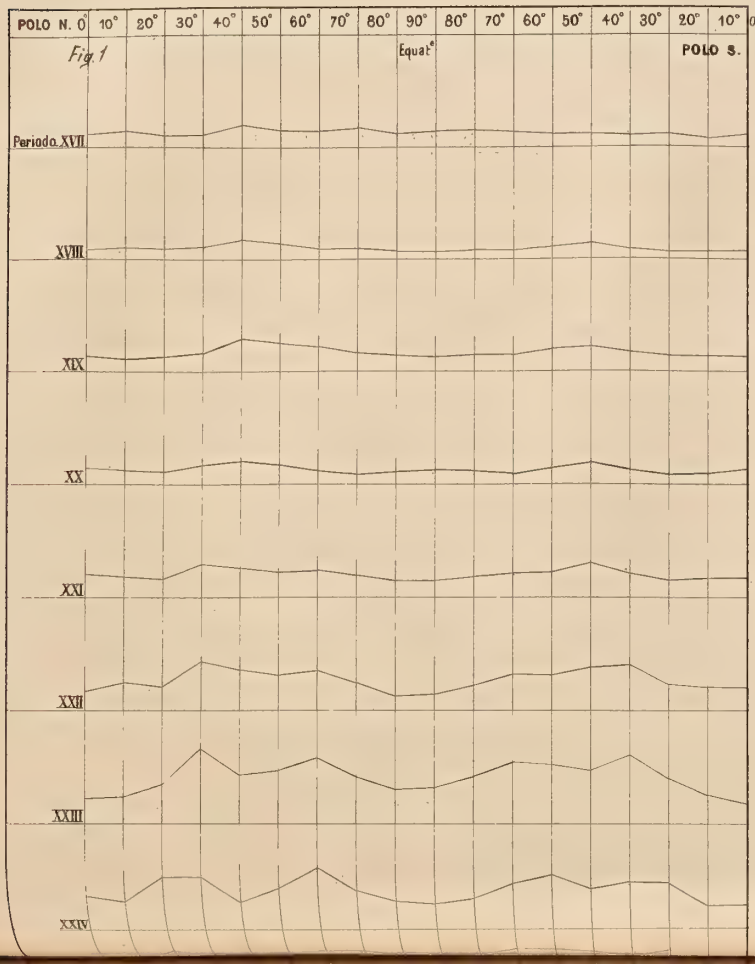
Fig. 4

Curva delle frequenze medie delle grandi protuberanze nei 29 periodi

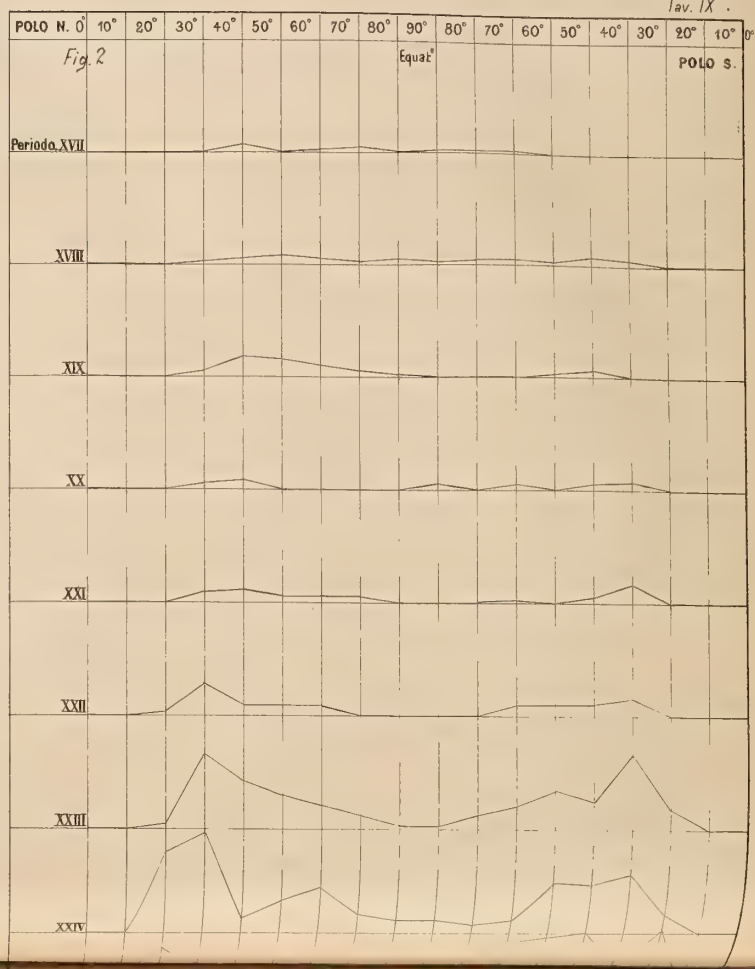
Periodi I II III IV V VI VII VIII IX X XI XII XIII XIV XV XVI XVII XVIII XIX XX XXI XXII XXIII XXIV XXV XXVI XXVII XXVIII XIX

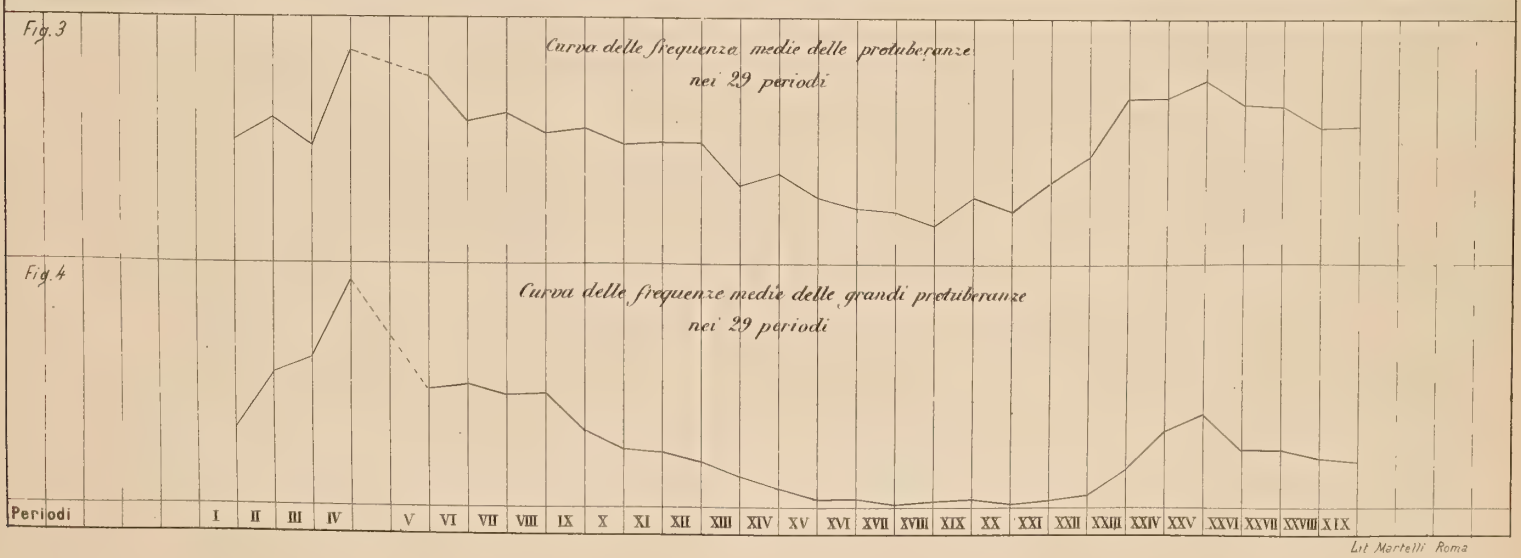
Lit Martelli Roma

FREQUENZA RELATIVA DELLE PROTUBERANZE NELLE VARIE ZONE SOLARI



FREQUENZA RELATIVA DELLE GRANDI PROTUBERANZE NELLE VARIE ZONE SOLARI





Lit Martelli Roma

Studî paleozoologici sulla creta superiore e media dell' Apennino settentrionale.

Memoria di CARLO DE STEFANI

approvata per la stampa negli Atti dell'Accademia
nella seduta del 17 giugno 1883.
(Con due tavole)

Altra volta ho considerato l'Apennino come diviso naturalmente in tre parti (1), meridionale, centrale e settentrionale. La prima si estende da Melito di Porto Salvo nell'estremità sud della penisola alla valle del Coscile in Basilicata, ed è costituita per lo più da rocce cristalline antichissime formanti pieghe serrate fra loro e spesso ribaltate. La seconda, dalla valle del Coscile va fino a quella del Chiascio nell'Umbria e fino alla depressione che è fra l' Alpe della Luna ed i monti Nerone e Catria; è formata per lo più da terreni mesozoici e da plaghe quasi peculiari di terreni terziarî che si estendono in numerose pieghe regolari e parallele, dirette quasi secondo il meridiano. L'Apennino settentrionale finalmente, dai confini di quello centrale va presso a poco fino al Colle dall'Altare donde si stacca dalle Alpi marittime; le cime principali e gran parte delle circostanti pendici sono costituite da terreni terziarî formanti pieghe più o meno larghe ed oblique al meridiano, a volte regolari, a volte compresse e rovesciate: nel fianco occidentale compariscono inoltre estesi terreni mesozoici ed in parte paleozoici, costituenti gran parte di quelle colline toscane che dal Savi ebbero nome di Catena metallifera.

Io parlerò soltanto della Creta dell'Apennino settentrionale, anzi di una parte della Creta, giacchè escluderò gli strati inferiori nei quali all'infuori di protozoi e di alghe non sono ancora stati trovati fossili ben riconoscibili. Gli strati cretacei dei quali parlerò sono di quelli che alcuni autori riuniscono coi nomi di Creta superiore e media dal Cenomaniano in su, e che altri, distinguendo soltanto due serie principali nella Creta, attribuiscono senz'altro alla Creta superiore; dal punto di vista litologico, come dirò, forse quest' ultima opinione sarebbe preferibile pel nostro Apennino.

È forza riconoscere che dopo le variazioni portate dagli studî del Murchison e salve rarissime eccezioni dovute per lo più a stranieri, la geologia del crinale apenninico principale e delle sue pendici adriatiche è assai poco schiarita, non già per la complicazione dei particolari e pella varietà dei terreni, ma perchè tuttora vi sono controversi o sconosciuti alcuni dei fatti stratigrafici fondamentali e perchè non di

(1) C. De Stefani, *Quadro comprensivo dei terreni che costituiscono l'Apennino settentrionale.* Atti Soc. Tosc. sc. nat. vol. V, p. 2, 1881.

rado vi manca tuttora l'applicazione di alcuni degli assiomi principali della stessa geologia e della paleontologia. Quando notiamo che la formazione delle argille galestrine e dei calcari, la quale costituisce la metà dell'Apennino e che è il tipo più indiscutibile delle rocce sedimentarie, viene riguardata come eruttiva negli scritti dei più numerosi e dei più autorevoli geologi fino ai giorni nostri: quando vediamo geologi valenti, salve poche eccezioni, ritenere i fossili mesozoici essersi perpetuati nell'Apennino fino nell'era terziaria, non possiamo a meno di concludere che si deve ancora aspettare la fondazione di una nuova geologia speciale all'Apennino, ovvero rinunciare a sbrogliar la matassa che è pur tanto semplice. Queste cose si debbono intendere specialmente dei terreni cretacei e dei terreni terziarî eocenici, giacchè pel miocene fu fatto di recente qualche gran passo.

Siccome nell'occuparmi della Creta comincerò col fare la storia delle vicende di quel terreno ne'varî luoghi, debbo fare la premessa solita quando si parla di qualche terreno italiano; che cioè bisogna fare una storia diversa secondo le singole regioni, giacchè soltanto ora, per effetto dei nuovi ordini di cose, la geologia d'Italia accenna a farsi meno provinciale di quello che per necessità fu in passato.

Il Brocchi, dopo distinti i terreni subapennini (postpliocenici, pliocenici e miocenici) attribuiva tutti gli altri che costituiscono l'Apennino al *gruppo di transizione* (1). Il Pareto nel 1827 riguardava il macigno (eocene) della Liguria (2) come appartenente allo stesso *gruppo*. Il Guidoni nel 1828 (3), La Bêche nel 1829, seguiti poi dal Savi (1832), dall'Hoffmann (1833) e da altri valenti, per lo più stranieri, distinguevano però, cominciando nei monti della Spezia, poi nelle Alpi Apuane, dei terreni più recenti dell'era primaria, che riguardavano come *intermedî* (infralias, lias, giura, creta, eocene). Il Savi, il quale ancora nel 1830 dava a tutti quei terreni, riguardati da lui come *primarî*, il nome di macigno, trovava nel 1832 dei fossili nel calcare di S. Giuliano (lias inferiore) presso Pisa, e per sollecita reazione riguardava i *medesimi* terreni, in Toscana, come *secondarî* e vi distingueva i terreni calcarei inferiori, i quali con le rocce sottostanti (triassiche e paleozoiche) vennero attribuiti al lias, detto allora lias apenninico, mentre i terreni sovrastanti, fra i quali i nostri cretacei, vennero posti nella parte superiore del secondario col nome solito di macigno (4). Poco di poi, anzi, tutto questo macigno (dall'eocene superiore al giura inclusovi), era equiparato all'*arenaria verde* e considerato come creta superiore (5): così, adagio adagio, a forza di successive restrizioni, la determinazione dell'età dei nostri terreni si faceva più vicina al vero. Nel 1843 i calcari (creta inferiore e giura) con le rocce sottostanti fino al lias erano dal Savi staccati dal piano del

(1) G. B. Brocchi, *Conchiologia fossile subapennina con osservazioni geologiche sugli Apennini e sul suolo adiacente.* Milano, 1814.

(2) L. Pareto, *Di alcune relazioni che esistono tra la costituzione geognostica dell'Apennino ligure e quella delle Alpi della Savoia.* Giornale ligustico di sc. lett. ed arti. Genova, anno I, 1827.

(3) G. Guidoni, *Osservazioni geognostiche e mineralogiche sopra i monti che circondano il golfo della Spezia.* Giornale ligustico. Genova, anno II, 1828.

(4) P. Savi, *Osservazioni geognostiche sui terreni antichi toscani, concernenti specialmente i Monti Pisani, le Alpi Apuane e la Lunigiana.* Nuovo giornale dei letterati. Tomo XXIV, Pisa, 1832.

(5) P. Savi, *Tagli geologici delle Alpi Apuane e del Monte Pisano e cenni sull'isola d'Elba.* Nuovo giorn. dei letterati. Tomo XXVI, Pisa, 1833.

macigno ed attribuiti alla creta inferiore (1); sicchè nel macigno, cioè nella creta superiore, rimanevano i terreni veramente cretacei e quelli eocenici.

Questa successiva esclusione di piani antichi, ritenuti tutti prima come *secondarî*, riguarda unicamente la Toscana, giacchè nell'Apennino verso l'Adriatico sono poche tracce, conosciute in epoca recente, di terreni più antichi dell' eocene. Nondimeno l' opinione emessa in Toscana dal Savi nel 1843 e mantenuta ancora per qualche anno dopo sull'età cretacea dei terreni superiori al lias e sottostanti al subapennino, è l'opinione manifestata in tutti gli scritti contemporanei relativi all'Apennino settentrionale e centrale, indicato uniformemente come cretaceo. Questo vedesi anche nella carta del Collegno pubblicata nel 1844 (2). A questi tempi ed a tempi anteriori rimontano alcuni fatti di parte dei quali la geologia italiana si è andata lentamente correggendo, mentre altri, a forza di essere ripetuti e ridetti, senza sindacato, hanno preso stabilità ad onta del vero, nè della loro inesattezza si avvede se non chi rimonta alle origini storiche e puramente soggettive dei medesimi. Tra questi fatti sono l'estensione soverchia data tuttora ai terreni cretacei della penisola, come si vede anche nella recente carta geologica d'Italia pubblicata nel 1881, fatto che ogni anno si va correggendo, e l' opinione, diventata quasi indiscussa, sui pretesi sprofondamenti avvenuti dopo il terziario nelle antiche rocce di Toscana. Questi sprofondamenti furono supposti e sostenuti prima del 1843 perchè tutti i terteni terziarî esistenti con grande estensione sulle pendici toscane erano attribuiti alla creta, nè si sapeva spiegare la loro supposta mancanza se non col pensare che le antiche colline, sprofondandosi, avessero nascosto il loro mantello terziario.

Il Pilla, uno dei primi che con Giacinto Collegno e col Pareto, in tempi ben diversi dai nostri, cercasse rendere meno regionale la geologia italiana, studiando i terreni attribuiti al macigno cioè allora alla creta superiore, credè che fossero intermedî fra la vera creta e l' eocene e ne fece un piano intermedio col nome di piano *etrurio* (3). Il Murchison poco di poi fece fare il passo più importante nella distinzione di questi terreni collo stabilire che il calcare nummulitico dell'Apennino doveva essere posto nella serie inferiore del terreno eocenico, e che i terreni sovrastanti, vale a dire la massima parte del macigno, non potevano essere più antichi dell'eocene (4). Da allora in poi andò sempre più aumentando l'estensione accordata dagli autori al terreno eocenico, per modo che nella massima parte dei casi fu coll'eocene riunita anche la vera creta, mentre altrove si seguitarono ad attribuire alla creta terreni eocenici o più recenti.

Dal lavoro del Murchison prenderò le mosse per discorrere delle successive scoperte della creta superiore e media nelle varie regioni dell'Apennino settentrionale. Comincerò da settentrione e dalle pendici adriatiche.

(1) P. Savi, *Sopra i carboni fossili delle maremme toscane.* Pisa, 1843.

(2) G. Collegno, *Essai d'une carte géologique de l'Italie.* Compte rendu de l'Acad. des sciences de France. Paris, 1844.

(3) L. Pilla, *Distinzione del terreno etrurio tra i piani secondarî del mezzogiorno d'Europa.* Pisa, Vannucchi, 1846.

(4) R. Murchison, *On the geological structure of the Alps, Apennines and Carpathians.* Quarterly journal of the geol. Soc. n. 19. London, 1849.

Provincia di Pavia.

Il prof. Balsamo aveva, molti anni sono, trovato nel letto del torrente Staffora « un campione d'arenaria con una non dubbia impronta d'ammonite » che ora esiste nel Museo di Pavia (1). Piu tardi il dott. Arturo Negri trovò degl' inocerami cretacei nell'alveo dello stesso torrente di fronte al paese di Varzi, ed a metà della salita dal paesucolo di Bosmenzi alla vetta del monte Boglieglio in un mucchio di pezzi calcarei esistente a lato della stradà. L'Omboni tenne giusto conto di quella scoperta, indicando in quei luoghi l'esistenza di rocce « certamente cretacee » (2); ed avendo il Negri, gentilmente determinato a mia richiesta l'*Inoceramus* di Varzi, l'unico rimastogli, come *I. Cripsii* Mant., io indicai nella val di Staffora l'esistenza della creta superiore (3). Da quanto dice il Taramelli pare che la roccia cretacea comparisca in mezzo ad « arenarie quarzose e puddinghe ad elementi alpini, alternate a lavagne » cioe probabilmente in mezzo alla formazione del macigno dell'eocene medio. Egli soggiunge: « dal vedere come tali rocce vengano dal Pareto riferite al liguriano, e perchè quivi non furono fino ad ora osservati fossili sicuramente cretacei, io non so decidermi a portare queste rocce fuori dell'era cenozoica, ad onta che io sappia degl'inocerami trovati appunto in quei monti » (4), conclusione, questa, della quale non potrei convenire

Provincia di Parma.

Il dott. Giuseppe Sabbioni raccolse nella valle d' Enza a Selvanizza di Palanzano superiormente a Ranzano « uno stupendo esemplare di *Inoceramus* che egli staccò da un masso calcare. Questo calcare grigio assai compatto con minute venature spatiche, è di quei calcari schistosi che si trovano come piccoli interstrati ai calcari che formano quella località, intercalati con strati di arenarie ed appunto caratteristici per presentare alla loro superficie di stratificazione caratteri di un'arenaria grossolana con disegni molto somiglianti a quelli delle arenarie mioceniche, che vengono chiamati *serpentoni* » (5). Avendo io avuto vaga notizia del rinvenimento d' inocerami in val d'Enza v'indicai la probabile esistenza di terreni della creta superiore (6). Più tardi il dott. Del Prato gentilmente m'inviava per istudio l'*Inoceramus* (*I. Cripsii* Mant.) sopra detto che ora si conserva nel Museo di Parma e vidi che esso si trova in una vera *pietraforte*. Non ho visitato i dintorni di Selvanizza e non mi son note le circostanze stratigrafiche di quel giacimento cretaceo, ma so che tutto all'intorno fino alle vette verso Val di Magra si estendono le arenarie dell'eocene medio che un poco a valle scendono sotto i terreni dell'eocene superiore. Secondo il Del Prato « questi fossili mesozoici sarebbero proprî della formazione

(1) T. Taramelli, *Sopra due giacimenti nummulitici dell' Apennino pavese.* Rendiconti dell' Ist. lomb. 26 gennaio 1882, p. 4.

(2) G. Omboni, *Le nostre Alpi e la valle del Po.* Milano, 1879, p. 73.

(3) C. De Stefani, *Quadro comprens. dei terr. Ap. sett.* Pisa, 1881, p. 21.

(4) T. Taramelli, loc. cit. p. 3.

(5) A. del Prato, *La geologia dell'Apennino parmense.* Rend. Ist. lomb. 23 marzo 1882, p. 2.

(6) C. De Stefani, *Quadro comprens.* p. 21.

argillosa del Flysch apenninico e non darebbero sufficiente ragione di ammettere nell'Apennino parmense veri lembi di terreni mesozoici ». (1)

Provincia di Reggio-Emilia.

Alla Costa dei Grassi in val di Secchia nel circondario di Castelnuovo ne'monti furono trovate delle Ammoniti, e poco lontano, a Vigolo, degl'Inocerami. Ecco come racconta la scoperta delle Ammoniti e come descrive i luoghi il prof. Pio Mantovani in un suo encomiabile scritto. « Nel giugno 1874, trovandomi in Sassari, ebbi notizia da mio padre, conservatore del Museo Spallanzani in Reggio d'Emilia, che da certo signor Domenico Romei di Costa de' Grassi, giovine studioso di scienze naturali, erano stati donati al Museo diversi oggetti fra i quali un ammonite trovato nelle montagne reggiane. Il fatto mi parve così strano e importante che scrissi di assicurarne bene la cosa, il che non fu difficile, perchè l'ammonite era stato trovato e staccato dalla roccia, che l'includeva, dal nominato Romei a pochi passi dalla sua abitazione. Io stesso poi essendomi recato a Reggio, nei primi di settembre intrapresi una piccola escursione allo scopo di precisare colla guida dello scopritore, le condizioni geologiche nelle quali era il fossile » (2). Il dosso sul quale sta il villaggio di Costa de'Grassi secondo il Mantovani è costituito da « due diverse rocce, a strati spinti quasi alla verticale con direzione evidente al nord, che sono fra loro alternate, cioè un'arenaria grigiastra a minutissimi elementi, scistosa e tutta seminata di piccole pagliette di mica ed un calcare argilloso, or bianco, or giallognolo, gremito d'impronte di fucoidi (3). In prossimità al villaggio sonvi diversi campi coltivati, ne'quali veggonsi sporgere all'infuori le testate degli strati del macigno e del calcare a fucoidi. In uno di essi, nella primavera del 1874 venne tolta qualcuna di tali sporgenze rocciose. In tale lavoro appunto, nello spezzare uno degli strati del macigno, fu scoperto l'ammonite, che il Romei vide e raccolse staccandolo a viva forza dalla roccia ». L'autore aggiunge uno spaccato del luogo (4). Nel 1875 il Romei faceva pervenire al Mantovani « quattro schegge del solito macigno, con piccoli brani dell'impronta di un altro grosso ammonite, non determinabile per il cattivo stato di conservazione, ma senza dubbio di specie affatto diversa dal primo » (5). Nel 1883 finalmente l'Ab. G. Mazzetti riceveva da Vigolo e presso la Costa « una bellissima impronta d'Inoceramo » (6). Tutto intorno al dosso della Costa si trovano le argille scagliose, i gessi, le serpentine e le eufotidi dell' eocene superiore, dal Doderlein attribuite al cretaceo medio, salvo i gessi posti nel cretaceo superiore. La roccia della Costa viene attribuita dal Doderlein al giovine

(1) A. Del Prato, loc. cit. p. 3.

(2) P. Mantovani, *Delle argille scagliose e di alcuni ammoniti dell'Apennino dell'Emilia.* Atti della Soc. it. di sc. nat. vol. XVIII, 1875, p. 28.

(3) P. Mantovani, *Arg. scagl.* p. 49.

(4) *Arg. scagl.* p. 51, fig. 3.

(5) P. Mantovani, *Intorno ad alcuni ammoniti dell'Apennino dell'Emilia.* Reggio, 1877, p. 10.

(6) G. Mazzetti, *Della stratificazione delle argille scagliose di Montese, e dell'analogia che passa fra alcuni lembi di terreno di Costa de'Grassi nel Reggiano, ed alcuni affioramenti di S. Martino e di Ranocchio nel Modenese* (Bollettino della Società geologica italiana. Vol. II, 1883 6, 129.

macigno, cioè al piano Modenese od Eocene superiore; secondo il Mantovani a nord della Costa essa è sottoposta alle argille scagliose, mentre a sud, per riguardo alla direzione degli strati, sarebbe sovrapposta (1); si troverebbe cioè, secondo l'autore, interstratificata alle argille scagliose. Il Mantovani discute a lungo per provare che il fossile era proprio della roccia e contemporaneo a questa, non ruzzolato da altrove (2), e conclude; « io non so quali più evidenti caratteri vi possano essere per dimostrare, che in questo ammonite abbiamo un vero fossile del macigno; non resta che rispondere a un dilemma; o l'ammonite è realmente eocenico ed anzi dell'eocene superiore, o non sono terziarî l'alberese, i macigni ed i calcari a fucoidi ». Sul principio egli accettò la prima opinione, parendogli «più facile l'ammettere che qualcheduno di quei bizzarri cefalopodi abbia durato più a lungo degli altri, di quello che distruggere i fatti che indussero fino ad ora tutti i geologi a collocare nell'eocene le ora nominate rocce » (3). Perciò l'ammonite fu descritto e figurato col nome di *Ammonites eocenicus* (4). Più tardi però, dopo la nuova scoperta fatta nel 1875, il Mantovani, considerando che le rocce dell'alto Apennino reggiano mancano di fossili caratteristici e che desse sottostanno ai calcari di Bismantova ritenuti da lui e dal Doderlein inesattamente come calcari nummulitici eocenici, fu portato a riguardare come cretacee tutte quelle rocce, comprese quelle della Costa (5).

Ho veduto l'esemplare del primo ammonite (*Acanthoceras* cfr. *navicularis* Mant.) nel Museo Spallanzani di Reggio ed ho veduto che si trova in un'arenaria finissima, in strati distinti con tracce carboniose, simile alla solita *pietraforte* identica a quella della creta superiore delle vicinanze di Perticara nell'Urbinate. Il Pantanelli esaminò la roccia in cui il Mazzetti trovò l'Inoceramo e vi scoprì calcite ed un materiale argilloso con frammenti di mica, quarzo, granuli cloritici, pirite, spicule silicee ed alcune globigerine (6). Il dott. Del Prato mi ha pure fatto esaminare un frammento esistente nel Museo di Parma che forse è un pezzo delle impronte trovate nel 1875. Sebbene non abbia visitata la Costa dei Grassi, conosco però la stratigrafia de' calcari e delle argille scagliose circostanti. Esse appartengono realmente all'Eocene superiore perchè i sovrastanti calcari di Pietra Bismantova non sono eocenici ma miocenici, e perchè esse sono sovrastanti all'arenaria dell'eocene medio del Cerreto, del Ventasso, del Caval bianco, ecc., e tanto più ai veri calcari nummulitici del piano a *Nummulites Ramondi* (eocene medio) del Riarbero. La roccia arenacea di Costa de'Grassi estesa fino a Vigolo e probabilmente fino a Bondolo al di là del piccolo torrente Dorgola occupa una piccola estensione di suolo giacchè subito a S. sulla Secchia sono le eufotidi ed i gessi eocenici di Monte Zabello, e M. Rosso, a E. della Costa e subito a N. di Vigolo sono i galestri colla serpentina bastitica e coi conglomerati serpentinosi di Talada, Frassinedole, e del Monte Fiorino, ad O. sono i galestri di Garfagnolo, Parisolo e Ginepreto coperti dal Miocene.

(1) *Arg. scagl.* p. 50.
(2) *Arg. scagl.* p. 53.
(3) *Arg. scagl.* p. 54.
(4) *Arg. scagl.* p. 52, tav. I, fig. inferiore.
(5) P. Mantovani, *Int. ad alcune amm.* p. 11.
(6) Pantanelli, *Note paleontonologiche* (Rendiconti Soc. nat. Modena S. III, Vol. I, 1883).

Secondo la descrizione del Mantovani la roccia ammonitifera della Costa è diversa da quelle che solitamente si trovano in que' monti in mezzo alle argille dell'Eocene superiore, e tale è secondo le osservazioni del Mazzetti che la trovò in tutto identica a quella pure cretacea del territorio di Montese in quel di Modena (1). Piuttosto che ritenerla interstratificata all'Eocene è a credersi che gli sia sottostante, che debba attribuirsi alla *pietraforte*, di cui già vedemmo rappresentanti litologicamente analoghi nelle valli della Staffora e dell'Enza, e che rappresenti la Creta superiore e media, opinione la quale sarebbe d'accordo colla paleontologia. Quest'idea avrebbe una forte conferma nella scoperta che io ho fatto della creta media ed inferiore nella valle del Riarbero alla grotta della Tecchia sopra il Cerreto (2). Non è qui luogo a discorrere di questo terreno formato da calcari schistosi rossi e verdi, che io ritenevo altra volta liassici, ma nei quali ho scoperto fucoidi identiche o simili a quelle della creta inferiore o media (parte inferiore) di Roggio nelle Alpi Apuane cui que' calcari sono pure identici litologicamente. Quella roccia si trova non già sotto l'arenaria dell'eocene medio che è sì prossima, bensì discordante sotto ai galestri ed ai calcari appartenenti all'eocene superiore dai quali la separa il calcare nummulitico del piano a *Nummulites Ramondi* che si trova frequentemente in quel luogo. Qui si verifica una volta di più quel fatto, che sì sovente trae in inganno gli osservatori non pratici della geologia apenninica, della sottoposizione indifferente dei terreni preterziarî a rocce di diverse età terziarie, inganno reso tanto più facile quando si tratta di rocce, come quelle della Creta superiore, assai analoghe o identiche all'Eocene superiore. Qui pure si spiega come rocce con fossili certamente cretacei possano trovarsi a diretto contatto dei piani più recenti dell'eocene anche alla Costa dei Grassi, e forse a Varzi, a Bosmenzi e, come vedremo, nel Bolognese e nel Modenese. Come ho detto di sopra le argille scagliose e i gessi attribuiti dal Doderlein alla Creta superiore e media, e questi ultimi, da me in addietro a terreni anche più antichi, appartengono invece all'Eocene superiore.

Il Mantovani accenna « un altro ammonite trovato spezzando un frammento di calcare grigio raccolto nelle argille scagliose fra il Tresinaro e il Crostolo, presso la sommità del monte Evangelo nello Scandianese, dov'è un cumulo ingente di detrito di roccie d'ogni sorta, fra le quali prevalgono le calcari non determinabili per mancanza di fossili, ma vi sono facilmente riconoscibili il calcare a fucoidi e la molassa miocenica che a non molta distanza esiste in posto. Disgraziatamente questo ammonite venne confuso con altri di varia provenienza ed età, ora dispersi o nelle collezioni del Museo Spallanzani in Reggio o in quelle della r. Università di Modena », perciò non se ne può tenere il dovuto conto (3).

Provincia di Modena.

Nel Comune di Montese, nella valletta del Rio di S. Martino affluente al Panaro, il dott. A. Lorenzini ha raccolto degli inocerami che il Cappellini avvicina all' *I.*

(1) Loc. cit. p. 192.

(2) C. De Stefani, *Il Gault e la creta superiore nell'Apennino settentrionale.* Proc. verbali Soc. tosc. sc. nat. 14 novembre 1880.

(3) P. Mantovani, *Di alcune amm.* p. 7.

subcardissoides; altri ne raccolse il sig. Burchi presso Cassellano (1) ed uno (*I. Cripsii*) ne raccolse pure l'abate G. Mazzetti che gentilmente me lo comunicò.

Il Capellini indica pure, e figura « un'impronta singolare che ritiene possa riferirsi ad un *Hamites* » raccolta dal Lorenzini cogl' inocerami (2). Non ho veduta quell'impronta della cui natura non si puo giudicare dal semplice disegno. Questi fossili si raccolgono in un'arenaria compattissima identica alla *pietraforte* : essa alterna con « calcari più o meno marnosi » e con argille terroso-micacee differenti dalle argille scagliose dell'Eocene (3): e l'insieme delle rocce secondo il Mazzetti è identico a quello delle rocce cretacee di Costa de' Grassi nel Reggiano. Questo terreno affiora secondo il Mazzetti « alle Coste di Ranocchio e sulla destra del torrentello Riola in S. Martino, di fronte al Campazzo nel Modenese, torrentello che sbocca nel Rio di S. Martino » (4); secondo il Capellini predomina nel poggio di Doccia ed è coperto tutto intorno da argille scagliose dell'Eocene superiore (5). Il Mazzetti dice d'aver trovato l' *Inoceramus* « in un blocco erratico nell'alveo del torrente di S. Martino » e come Taramelli, e Del Prato attribuì il fossile all'eocene superiore (6). Il Capellini lo ritiene però cretaceo ed attribuì alla creta anche un dente di *Ptychodus polygirus* trovato a Cà di Mattiozzo fra Maserno e Monte Specchio (7).

Provincia di Bologna

Abbondano documenti dell'esistenza di terreni cretacei nella provincia di Bologna. Rodolfo Farneti, nel 1881, raccolse sulla destra del torrente Dardagna all'incontro col Rio de' Bardini presso Rocca Corneta, un Ammonite, che Capellini attribuì all'*Acanthoceras Mantellii*, in un masso calcare simile alla pietraforte in mezzo alle argille scagliose (8) sottostanti all'arenaria eocenica; fossili attribuiti alla Creta vengono ricordati pure in varî luoghi della valle del Reno.

È utile ricordare come la parte alta di questa valle a monte del Mulino del Pallone sia costituita da strati verticali e spesso rovesciati, con pendenza verso il Tirreno, di arenarie dell'eocene medio che sono quelle medesime le quali racchiudono i calcari screziati talora nummutitici del Lago Scaffaiolo e di altri luoghi più a settentrione e che riposano sui calcari a *Nummulites Ramondi*, indi sulla Creta superiore del Pistoiese. Alle arenarie medesime succedono in ordine stratigrafico i terreni dell'eocene superiore con le serpentine, le eufotidi e i conglomerati ofiolitici della bassa val di Reno dai dintorni di Porretta in giù, quindi il miocene superiore, il pliocene, il quaternario. Il Bianconi ritenne giustamente eoceniche le

(1) G. Capellini, *Il cretaceo superiore e il gruppo di Priabona nell' Apennino settentrionale e in particolare nel Bolognese* (Mem. Acc. sc. Bologna S. IV, T. V, 1884, p. 540).

(2) G. Capellini, *Il macigno di Porretta e le rocce a Globigerinae dell'Apennino bolognese.* Mem. Acc. sc. Bologna, 1881, p. 190, tav. I, fig. 1.

(3) G. Mazzetti, *Della strat. arg. scagliose*, p. 192.

(4) G. Capellini, *Cret. sup.* p. 540.

(5) G. Mazzetti, *Della strat.* p. 190.

(6) G. Mazzetti, *Montese e i suoi terreni geologici, le sue acque minerali ed i suoi prodotti.* Ann. della Soc. dei naturalisti di Modena, anno XV, 1881.

(7) G. Capellini, loc. cit. p. 542.

(8) G. Capellini, *Cret. sup.* p. 537.

argille scagliose e galestrine della bassa val di Reno, e nel 1877 riguardò come miocenico il macigno di Porretta e le rocce analoghe; il Capellini, per via di alcune ammoniti, delle quali or ora dirò, le ritenne cretacee, opinione che tenni io pure un tempo, ingannato dai parziali rovesciamenti, pei quali credevo quelle rocce più antiche del macigno. Più accurati studî mi mostrarono che quelle rocce appartengono alla zona serpentinosa dell'eocene superiore, mentre le osservazioni del Manzoni, del De Bosniaski e mie, sancirono definitivamente l'idea che il macigno di Porretta ed i terreni analoghi, creduti cretacei fino a poco prima dal Capellini, dovessero porsi nel miocene superiore. Peraltro specialmente fra le argille scagliose dell'eocene superiore delle vicinanze di Porretta si sono trovati de' fossili cretacei. Il Mortillet narra; nel 1863 « M.r Sieben m'a montré un morceau de calcaire alberèse (Capellini dice arenaria a grana fine) qui contenait une empreinte d'*Ammonites* en très mauvais état, mais pourtant bien reconnaissable. Elle a été recueillie par M.r l'ingénieur Rieumès au souterrain de Casale (sulla ferrovia tra Riola e Porretta) dans la vallée du Reno. L'échantillon n'était pas isolé. M.r Rieumès a été obligé de le detacher d'un bloc d'alberèse » (1). La galleria di Casale penetrò a profondità maggiore di 100 metri (2) sotto la superficie del Piano di Casale. Questo fossile per mezzo del Mortillet fu donato al Museo di Bologna ed il Capellini lo ha figurato (3), ritenendolo come il Mortillet cretaceo. Se veramente si tratta, come pare, di un ammonite, essendo che tutto intorno alla galleria non si trovano che argille dell'eocene superiore, convien ritenere che nell'interno siasi incontrata e scavata una piccola piega di rocce cretacee che forse non giungono all'aperto. Un altro « frammento di calcare argilloso fu raccolto dal sig. Lorenzini nelle argille scagliose del Rio Muro » con « un esemplare riferito al genere Ammonite » figurato pur esso dal Capellini (4): dal semplice disegno però non si può giudicare se si tratti d'ammonite o d'altra cosa; il Capellini lo ravvicina alla *Schloembachia Goupiliana* d'Orb. (5). Finalmente lo stesso dott. Lorenzini, « pregato dal Capellini di cercare fra le roccie sparse in mezzo alle argille scagliose, ebbe la fortuna di trovare un rimarchevole frammento di arenaria, poco diversa dall'ordinaria pietraforte, sulla quale si ammirano parecchie impronte e modelli di ammoniti. L'esemplare fu raccolto fin dal 1873 nel podere denominato il Fradetto a circa un miglio di distanza dalla stazione di Porretta ». Esso si trovò dunque erratico in una regione costituita prevalentemente da argille scagliose dell'eocene superiore. Il Capellini lo figurò (6) ed avendolo il Mojsisovics paragonato col *Peltoceras Arduennense* che è una specie oxfordiana; « questo fatto », dice il Capellini, « veniva a schierarsi contro il carattere cretaceo delle argille scagliose porrettane....; da quel momento mi sono persuaso che ai fossili i quali

(1) Bonetti, *Notizie intorno alla ferrovia appenninica da Bologna a Pistoia* (*L'Appennino Bolognese* p. 412, Bologna, 1881).

(2) G. De Mortillet, *Inoceramus et ammonites dans les argilles scalieuses*. Atti. Soc. it. sc. nat. Milano 1862, vol. V, p. 417.

(3) G. Capellini, *Il mac. di Porretta*, p. 18, tav. I, fig. 3.

(4) G. Capellini, loc. cit. p. 19, tav. I, fig. 4.

(5) G. Capellini, *Il Cret. sup.* p. 539.

(6) G. Capellini, loc. cit. p. 18, tav. I, fig. 2.

s'incontrano come veri erratici nelle argille scagliose non si poteva attribuire soverchia importanza per precisarne l'età»: opinione che accetto quando si tratti di frammenti trovati erratici sulla superficie del suolo, ma non pegli esemplari facenti parte della formazione stessa. Più tardi però il Capellini paragonava quel fossile all'*Ammonites Neptuni* Gein. del Turoniano (1). Ad ogni modo mancano ancora precisi documenti sull'estensione dei terreni cretacei nella valle del Reno e nuovi studî per escludere l'ultimo resto di antiche opinioni in forza delle quali le argille scagliose di quelle regioni sono riguardate come detriti di rocce cretacee, eoceniche e mioceniche rimpastate.

Nelle valli dell'Idice e della Zena invece, da quel che dissero il Mortillet ed il Manzoni, si può ricavare essere molto esteso il terreno della creta superiore coi medesimi caratteri litologici che vedremo avere nella provincia di Firenze. Mortillet narra che «en 1858 parcourant la vallée de l'Idice, près de Bologne, j'ai trouvé au sommet des argiles de la zone la plus voisine de la plaine tout près de l'église de Monte Armato, mais sur la rive opposée de la rivière, un fragment de grès anguleux, non roulé, contenant un de ces grands *Inoceramus* acceptés comme caractéristiques de la craie en Italie. J'ai donné cet échantillon intéressant à M.r le professeur Bianconi qui l'a deposé au Musée de Bologne». E conchiude «le fait paléontologique est des plus curieux et des plus embarassants (2). Il serait curieux de voir la faune crétacée se prolonger jusque dans les argiles scalieuses. Vraiment l'Italie semble le pays des surprises paléontologiques» (3). Più tardi il Manzoni trovava un Inoceramo al monte Venere, in una pietra forte, e con più ragione diceva questa a dirittura cretacea, ritenendo però pur cretacei altri terreni attorno Scanello e Quinzano e fra Loiano e Monghidoro (4) per la cui determinazione è necessario ancora qualche documento paleontologico.

Secondo il Bombicci la sommità del Monte Venere, tra i fiumi Sambro e Savena, è costituita da arenarie e da marne bianche del Miocene. «Scendendo i fianchi del M. Venere per arrivare al letto del Savena, si trovano, a mezza costa, nuove arenarie grossolane e affioramenti di marne bianche ricche di fucoidi». Sopra Trasasso vicino al corso del Savena, le marne bianche a fucoidi assumono un considerevole sviluppo, e presentano graduati passaggi al calcare compatto, all'alberese pure a fucoidi, con copia della modalità della *pietra paesina* o *ruiniforme*. Queste rocce sono di quelle dell'Eocene superiore. «Al disotto, come può vedersi salendo il M. Venere da S. Giorgio a valle di Sambra, sta sviluppatissimo il macigno tipico, con le modalità a lastroni superficialmente ondulati, bernoccoluti, increspati come quelli della pietraforte e delle arenarie di formazione littorale» (5). Quivi è il Macigno da me attribuito all'Eocene medio e nelle parti inferiori deve essere la pietraforte dove fu raccolto l'Inoceramo (6).

(1) Il *Cret. sup.* p. 539.

(2) G. De Mortillet, *Inoc. et amm.* p. 416.

(3) Loc. cit. p. 418.

(4) A. Manzoni, *Il Tortoniano e i suoi fossili nella provincia di Bologna*. Boll. r. Com. geol. 1880, p. 518.

(5) L. Bombicci, *L'Appennino Bolognese*, 1881, p. 619.

(6) Si riteneva che dalla Creta provenissero anche i tronchi di Cicadacee silicizzate raccolti nell'Imolese ed altrove; ma il rinvenimento in posto di alcuni di essi dove non esistono terreni cretacei, ed ultimamente nel Reggiano, mostrò che provengono dal Miocene.

Pendici adriatiche della provincia di Firenze.

Nel Santerno presso Firenzuola, il dott. G. Carli di quel paese trovò in una roccia, litologicamente identica alla pietraforte, due denti di *Ptycodus* (*P. polygirus* L. Ag.) già ricordati dal Manzoni (1). Se ne conserva un modello nel Museo geologico di Firenze. Probabilmente esiste in quei dintorni qualche lembo della creta superiore. Però, vista la poca importanza paleontologica dei denti di pesce e del genere *Ptycodus* trovato di recente anche nel pliocene a S. Quirico d'Orcia dal Simonelli ed a Castellarquato dal Lawley, convien tenersi in qualche riserbo.

Provincia di Pesaro e Urbino.

Lo Scarabelli raccolse « sulla superficie d'un calcare due esemplari d'inocerami alla Serra di Perticara e un altro poco distante nel fosso di Gaggio (2). Tre esemplari d'inocerami vennero somministrati da un macigno assai molle esistente presso la Serra di Perticara non lungi dal luogo stesso dove il calcare sottostante ha pur dato degl'inocerami » (3): ed « esemplari d'inocerami » dice aver raccolti presso Perticara anche il Capellini (4). Io ho veduto quattro esemplari gentilmente comunicatimi dal senatore Scarabelli ed erano d'*Inoceramus Cripsii*; si trovano per lo più in un'arenaria stratificata molto calcarea, con frustoli carboniosi, identica a quella di Costa de' Grassi nel Reggiano e a molte arenarie cretacee del Fiorentino. Nel Museo comunale d'Imola si trova « un bel frammento di ammonite forse paragonabile all'*A. Mantellii* Sow., come pure un altro (creduto) di un inoceramo (*Acanthoceras* cfr. *navicularis* Mant.). Entrambi questi fossili erano nelle argille scagliose di Cà di Panico presso Ripa Canea sulla Marecchia, in mezzo anche a frantumi di una roccia schistosa interposta alle argille medesime. Un intero ammonite, ma però molto deformato, venne pure raccolto dal sig. dott. Azzaroli presso Monte San Paolo » (5). Lo Scarabelli ritiene giustamente cretacei i terreni che racchiudono tali fossili; però egli comprende nella medesima epoca tutte le argille scagliose, anche quelle d'altre parti dell'Emilia, e riunisce le rocce ofiolitiche e le rocce del monte della Vernia colle loro continuazioni, che almeno in gran parte sono eoceniche.

Le mie osservaziozi paleontologiche non rispondono interamente a quelle stratigrafiche dello Scarabelli, perchè mentre gl' *Inocerami* delle arenarie accennano ad un piano più recente delle *Ammoniti* dei galestri, dal chiaro geologo or nominato questi sono ritenuti sovrastanti a quelle. Credo che ciò derivi dall'avere lo Scarabelli riunito i poco estesi galestri cretacei colle comunissime argille galestrine dell'Eocene superiore, attribuite pur esse alla Creta e realmente sovrastanti alla pietraforte con Inocerami. Da un pezzo ritenni che quelle argille galestrine fra il

(1) A. Manzoni, loc. cit.

(2) G. Scarabelli, *Descrizione della carta geologica del versante settentrionale dell'Apennino fra il Montone e la Foglia.* Forlì, 1880, p. 19.

(3) Loc. cit. p. 20.

(4) G. Capellini, *Sui terreni terziarî di una parte del versante settentrionale dell'Apennino.* Mem. Acc. scienze di Bologna, 1876, p. 589.

(5) G. Scarabelli, loc. cit. p. 23.

Montone e la Foglia, contenenti pure alcuni piccolissimi lembi di conglomerato serpentinoso, appartenessero all'Eocene superiore (1) ed in ciò mi confermarono pienamente più recenti escursioni ed osservazioni; quei galestri infatti sono sovrastanti all'arenaria dell'eocene che costituisce un poco ad occidente l'asse delle principali pieghe apenniniche delle valli del Tevere e dell'Arno. I calcari ad *Orbitoides* di Monte Barbotto e probabilmente di qualche altra delle località indicate dallo Scarabelli che si trovano negli strati più recenti dei galestri sono analoghi a quelli del Massese in Toscana o forse anche a quelli un poco più recenti di Monte Sporno nel Parmense ed appartengono tutt'al più all'Eocene superiore, nè hanno che fare col calcare a *Nummulites Ramondi* dell'Eocene medio nè tampoco coi calcari nummulitici nel *Macigno* del Trasimeno e delle valli del Serchio, della Secchia e del Panaro.

Prima di lasciare il versante adriatico dell'Apennino settentrionale dirò che nelle provincie di Cuneo, Alessandria, Piacenza, Ravenna, Forlì, non furono ancora indicati fossili cretacei. A Sogliano nel Forlivese il Capellini rammenta Inocerami ed Ammoniti (2); ma lo Scarabelli che descrisse i luoghi non ne parla e probabilmente fu inteso dire del contiguo agro urbinate.

Versante Tirreno. Provincia di Perugia.

Sono molto estesi i calcari con selce e gli schisti rossi dell'Albiano e del Neocomiano, ma non si conoscono bene per ora i terreni rispondenti al Cenomaniano ed alla Creta superiore.

Provincia di Roma.

I monti di Civitavecchia che pure si possono riguardare come ultimo limite dell'Apennino settentrionale verso sud, erano ritenuti in addietro come eocenici dal Ponzi, dal Mantovani, dal Meli e da me.

Il Bosniaski ha scoperto che essi sono prevalentemente cretacei (3), ed in una comunicazione fatta dinanzi alla Società toscana di scienze naturali, che spiacerà ai geologi non aver visto pubblicata fin qui, dopo aver parlato dei terreni Neocomiani che già avea distinti nella prima Nota, ha mostrato parecchi alcionarî del genere *Pennatulites*, che si trova nella creta del Fiorentino, provenienti dagli strati superiori della creta di quei monti costituiti da una pietraforte molto calcarifera o calcare arenaceo. Egli attribuiva quei fossili e quegli strati alla creta superiore.

Provincia di Firenze.

Dopo che il Savi, come dissi a principio, ebbe ammessa nel 1843 la distinzione del terreno della creta inferiore affermata poi anche dal Murchison, solo modificazioni secondarie si verificarono nell'ordinamento di quel terreno. Maggiori vicende ebbero

(1) C. de Stefani, *La montagnola senese*. Bull. Com. geol. 1879, p. 439.

(2) G. Capellini, *Il mac. di Porretta*, p. 18.

(3) G. De Bosniaski, *L'età geologica dei monti della Tolfa*. Proc. verb. Soc. tosc. sc. nat. 13 marzo 1881, Pisa.

invece i terreni della creta media e superiore della Toscana. Nella provincia di Firenze esistono varî piani di questi terreni, distinti in pareccie masse, pur prescindendo da quella incerta di Firenzuola situata nel versante adriatico; alcune, rese spesso irregolari da rovesciamenti e ripiegamenti, formano pieghe dirette circa da N. O. a S. E. fra i monti di Campiobbi e quelli del Chianti da una parte, ed il monte Giovi e la giogaia di Pratomagno dall'altra: sono traversate dall'Arno tra le Sieci e Rignano e comprendono i poggi di Pontassieve e Montefiesole lungo la parte inferiore della val di Sieve, le vallette del Vicano a destra d'Arno, e i colli di Villamagna Rosano, San Prugnano, Vologuano e Paterno a sinistra di questo fiume. Nel maggior tratto la Creta è cinta da alti strati di calcare a *Nummulites Ramondi* dell'eocene medio, specialmente sulle due rive dell'Arno, oppure da terreni alquanto più recenti. Roccia molto comune vi è la vera *pietraforte* che ebbe appunto il suo nome nei dintorni di Firenze dove pur la dicono *pietra-ferrona*, e che è un'arenaria molto calcarea, a grani silicei molto fini e compattissima: in essa alternano calcari marnosi compatti simili all' alberese, oppure silicei, che segnano per tal modo un passaggio alla pietraforte stessa, e abbondantissimi schisti argillosi galestrini, scuri; vi alternano pure arenarie analoghe a quelle dell'eocene medio e raramente filari di selce nei calcari: abbondano le fucoidi e le impronte di anellidi (*Nemertilites*, *Helminthoida labyrinthica*, etc.). A N. si estende una massa minore, in mezzo alle arenarie, paralellamente all'alta di Sieve, ed è solcata dal torrente Faltona in Mugello e dagli altri vicini. A S. fra l'Arno e l'Ema si estendono strati per lo più della Creta media, molto fossiliferi a M. Cuccioli sulla sinistra dell'Ema, a S. Francesco di Paola, S. Margherita a Montici e M. Ripaldi sulla destra. Della medesima roccia sono le colline di Marignolle, Bellosguardo, Poggio imperiale e Boboli fin sull'Arno in Firenze, coperte qua e là dal Pliocene, cinte dall'Arenaria o dall'Eocene superiore a S. I signori Alessandri, Grattarola e Momo descrivono così la roccia cretacea delle cave di monte Ripaldi a sud di Firenze, che può servire di tipo, e donde proviene la massima parte dei fossili fino ad ora noti nella creta dell'Apennino. Ivi si mostra « una numerosa serie di strati d'arenaria calcarea, alcuni dei quali hanno una grossezza di pochi centimetri appena, altri invece raggiungono perfino la potenza di un metro. Questi banchi di pietraforte sono per lo più intercalati da filaretti d'una materia argillosa fissile e spesso untuosa al tatto » detta in volgare *bardellone* (1). I terreni di Camporbiano e Montaione attribuiti alla pietraforte nel lavoro più volte citato di Alessandri, Grattarola e Momo appartengono invece all'eocene superiore.

Nelle colline di Mosciano a SO. di Firenze gli strati della Creta superiore con *Nemertilites* compaiono sotto il piano a *Nummulites Ramondi;* e poco più a NO. lungo le Strette della Golfolina, formate da un regolare anticlinale diretto da E. ad O. che l' Arno solca da NE. a SO., costituiscono le colline di Bruccianese, delle Lamole, di Poggio alla Malva, di S. Martino in Campo, connettendosi a N. a traverso tutto il Monte Albano, cogli strati cretacei del Pistoiese e dell' alta Val di Nievole. Essi stan sotto al pliocene esteso ad O. quasi mancante ad E.; sotto gli

(1) A. Alessandri, G. Grattarola e F. Momo, *Taglio del viale dei Colli a Firenze.* Boll. r. Com. geol. vol. I, Firenze, 1870, p. 110.

alberesi ed i galestri dell'eocene superiore di Signa, S. Martino Gangalandi e Comeano, mancanti ad O., e sotto l'arenaria, ad ambedue i lati, di Samminiatello, S. Gallo, Querceto, e della Villa Campi. Gli strati cretacei sono superiormente di calcare argilloso od arenaceo, inferiormente di galestri scuri, cerulei o verdognoli, friabili, con rari calcari cerulei chiari o verdognoli a spalmature schistose verdi, con pietraforte compattissima a vermicolazioni ed arenaria sciolta come a S.E. di Camaione, e tracce di manganite. Vi sono fucoidi; forse gli strati più alti appartengono già all'eocene. Un'altra massa cretacea forma un anticlinale nella parte inferiore della Val d'Ombrone pistoiese ed in Val di Brana sotto all'arenaria ed al calcare nummulitico eocenici. Predominano calcari cerulei marnosi, molto silicei (*Pietra ferrona*) con galestri e ftaniti, e oltre ad Inocerami contengono *Pennatulites*, *Nemertilites*, *Helminthoida* e fucoidi delle quali si può fare ampia raccolta lungo le trincee della ferrovia per Bologna. In Val di Brana sono grossolane brecciole calcaree verdastre che a prima vista si prenderebbero per conglomerati serpentinosi. Dei terreni cretacei estesi a SO. di Pistoia parlerò con quelli della Provincia di Lucca.

Quanto ai fossili dei dintorni di Firenze, già nel 1776 il Ferber ricordava un corno d'Ammone trovato dal Micheli nelle cave di pietraforte di S. Francesco di Paola a mezzo giorno della città ([1]), ed è questo uno dei più antichi fossili conosciuti nei nostri monti. Il Brocchi scriveva poi di aver veduto quel fossile nella collezione Targioni ([2]), e il Pentland narrava più tardi di aver veduto nel lastrico di Firenze un'impronta di ammonite che evidentemente proveniva dalle circostanti cave di pietra-forte. Pilla figurava l'esemplare di S. Francesco di Paola col nome di *Hamites Michelii* Savi, attribuendolo al suo sistema *etrurio* ([3]). Ma il Murchison osservando questi ammoniti diceva essere dessi « bastanti a persuaderlo che nei dintorni di Firenze sia una zona, la quale in una forma litologica peculiare rappresenta il sistema cretaceo » ([4]). Il Meneghini poi tornava a descrivere l'*Hamites Michelii* che attribuiva solo con probabilità al sistema cretaceo e descriveva contemporaneamente un *Inoceramus* (*I. Cripsii*) trovato dallo Strozzi nelle vicinanze di Pontassieve, ma col nome nuovo di *I. eocenus*, ritenendo che provenisse da terreni eocenici ([5]). Poco di poi però riconoscendo che queste forme sono proprie della creta, lo riuniva all'*I. Lamarckii*, e lo ammetteva come documento dell'epoca cretacea della pietraforte donde esso proveniva: aggiungeva pure uno *Scaphites? Strozzii* sp. n. trovato a monte Ripaldi sull'Ema ([6]), fossile del quale dovrò limitarmi a riportare la descrizione fatta dal Meneghini, non avendolo io veduto. Nuovi ed importanti fatti pel cretaceo della provincia

([1]) Ferber, *Lettres sur la minéralogie et divers autres objets de l'histoire naturelle de l'Italie*, traduit de l'Allemand par le baron de Dietrich. Strasbourg, 1776, lettre XIX, p. 406.

([2]) Brocchi, *Conch. foss. sub.* vol. I, p. 17.

([3]) L. Pilla, *Sur la vraie position du terrain du macigno en Italie et dans le midi de l'Europe.* Mém. Soc. géol. de France S. 2, p. II, pag. 150, pl. fig. 6, 1846. — *Distinzione del terreno etrurio tra i piani secondarî del mezzogiorno d'Europa*, p. 4, tav. II, fig. 7, 1846.

([4]) R. Murchison, *On the geol. struct.* 1849.

([5]) P. Savi e G. Meneghini, *Considerazioni sulla geologia della Toscana.* Firenze, 1851, p. 403.

([6]) G. Meneghini, *Nuovi fossili toscani.* Annali delle Università toscane, t. III. Pisa, Nistri, 1853, p. 21, 37.

aggiungeva il Mortillet. Nella trincea di S. Anna presso Pistoia lungo la ferrovia bolognese egli raccoglieva due *Pennatulites*, determinate da Strozzi e Meneghini col nome di *Amphytrite* sp., sulla superficie di uno strato di grès, ed una terza alla superficie di uno strato di puddinga eocenica a *Nummulites* (1). Nella trincea a nord dell'entrata della galleria di Ponzano lungo la stessa ferrovia in val d'Ombrone, si trovano strati di poco spessore calcarei, schistosi e di pietraforte; la superficie del calcare marnoso « est très souvent toute labourèe de ces empreintes en creux que M. Meneghini a nommé *Nemertilites? meandrites* (*Helminthoida labyrinthica* Heer). Sur cette surface j' ai trouvé deux échantillons de grand *Inoceramus*. Le principal est déposé au Musée de Pise, l'autre est entre mes mains (e credo sia ora uno fra quelli esistenti nel Museo di Firenze). Il semblent bien suffisants pour établir que l'assise qui les contenait fait partie du crétacé supérieur » (2). Frattanto nel Museo geologico di Firenze e presso il marchese Strozzi si andava radunando lentamente, per opera di numerosi cercatori e scalpellini, un ragguardevole insieme di fossili cretacei, alghe, molluschi, cefalopodi ed altro, ed il Meneghini collo Strozzi ne preparavano una illustrazione con parecchie tavole già stampate e pronte; ma disgraziatamente il lavoro non venne più pubblicato.

Un elenco di fossili esaminati dal Cocchi con una breve descrizione litologica della creta dei dintorni di Firenze fu pubblicato da Alessandri, Grattarola e Momo (3). I fossili indicati, compreso l'*Ammonites* di Vezzano nei monti della Spezia che si possono vedere nel Museo di Firenze sono i seguenti: *Ammonites Austeni* Sharpe o specie affine (*Haploceras Austeni* Sh.), *Ammonites navicularis* Sow. o sp. aff. (*Acanthoceras navicularis* Sow.), *Ammonites Michelii* Savi (*Schloembachia Michelii* Sav.), *Ammonites Cocchii* Mgh. (*Schloembachia Cocchii* Mgh.), *A. sp. ined.* cfr. *tricarinatus* D'Orb. (*Schloembachia tricarinata* D'Orb.), *A. sp. ined.* cfr. *A. Cocchii* (*Schl. Cocchii* Mgh.), *A. sp. ined.* N. 12 (*Schloembachia Targionii* De St. sp. n.), *A. sp. ined.* N. 13 (*Schloembachia Ferberi* De St. sp. n.), *A. sp. ined.* 14 (*Schl. tricarinata* D'Orb.), *Turrilites costatus* Lck., *Turrilites sp. aff. T. Wiesti* Sharpe, *Toxoceras* sp., *Inoceramus Cripsii* Goldf., *Pennatulites longespicata* Cocchi (*Paleosceptron*), oltre a molte alghe ed impronte vermiformi. Sono ricordate anche le seguenti specie, le quali debbono togliersi, *Ammonites varians, A. peramplus, A. rhotomagensis, A. planulatus, Inoceramus Cuvierii.*

Provincia di Lucca.

Sul confine con Firenze i terreni della Creta media e superiore si estendono molto nell'alta Val di Nievole attorno ai terreni liassici, giuresi e neocomiani di Monsummano e Montecatini (4). Sul Neocomiano posano galestri e calcari argillosi

(1) G. De Mortillet, *Note sur le crétacée et le nummulitique des environs de Pistoia.* Atti della Soc. it di sc. nat. vol. III. Milano, 1861, p. 460.

(2) Loc. cit. p. 464.

(3) *Taglio vial. Colli*, p. 114.

(4) C. De Stefani, *I dintorni di Monsummano e Montecatini in Val di Nievole* (Boll. R. Com. geol. 1877, p. 43). — D. Zaccagna, *I terreni della Val di Nievole fra Monsummano e Montecatini* (Boll. R. Com. geol. 1882, p. 235 e seg.).

rossastri o verdognoli, che per analogia con quelli di Roggio e Careggine nel Massese attribuisco all'Albiano; succedono terreni simili a quelli della Creta media e superiore del Fiorentino che si stendono pure in questa provincia sulla sinistra della Nievole nel poggio di Serravalle fino al piano di Pistoia e giù pel Montalbano fino verso quelli della Golfolina. Nella Val di Nievole occupano sulla sinistra il tratto fra il torrente e Monte Vettolini, e sulla destra le pendici intorno Montecatini dove formano un anticlinale quasi parallelo a quello della Golfolina diretto da O. ad E. o da SO. a NE., nella cui estremità occidentale sorge l'elissoide liassica dei colli delle Panteraie. Sulla destra formano pieghe oblique sulla precedente dirette fin da NE. a SO. A S. e ad E., a Monte Vettolini e nel M. Albano, come ad O. nei colli di Massa e Cozzile ed a N. nei poggi di Montacolle, Marazzano etc. stanno sotto l'arenaria eocenica: il calcare a *Nummulites Ramondi* vi sta di mezzo lungo la Nievole tra il poggio Cocamo ed il poggio delle Macchie. Più lontane a S. verso Signa, ad E. verso Prato, a N. verso Val di Reno stanno, sopra le arenarie, le rocce dell'eocene superiore. Nella parte inferiore, forse Cenomaniana, i terreni cretacei sono formati da galestri giallognoli, untuosi, lucenti, con un poco di Pietra forte e con calcare marnoso bianco o ceruleo, di rado rossastro negli strati più antichi; fucoidi e *Nemertilites* trovansi sulla strada fra Monsummano e la Grotta: vi abbondano pure galestri rossi (Forra della Giarda, sotto Montacolle, Poggio Cócamo, Colombaie). Più in alto alternano calcari screziati con frammenti angolosi di rocce calcaree diverse e foraminifere, presi talora per nummulitici (Margine di casa Neto, Capannaccio, casa Tosci, Poggio della Guardia, Poggio del Belvedere); alberesi compatti a minutissime foraminifere (sopra Pino, Poggio della Guardia, Serravalle), *pietraforte* poco calcarifera simile all'arenaria eocenica e talora scambiata con questa (Uccelliera del Capannaccio, Pino, Poggio della Guardia, Montecatini alto, Poggio del Belvedere), ed alcuni calcari molto silicei con piccole lenti di selce scura. Superiormente sono delle piccole mandorle di conglomerato durissimo con frammenti di gneiss verdognolo e d'altre rocce cristalline e calcaree, glauconioso, talora scambiato per serpentina (Poggio della Guardia, Monastero, la Maggiore, etc.). Particolarmente negli alberesi e nell'arenaria abbondano alghe ed anellidi che aiutano a distinguere la formazione dall'Eocene, come *Helminthoida, Nemertilites Strozzii* Mgh., *Palaeodyction Strozzii* Mgh., *Zosterites pelagica* Mgh., *Cylindrites*, grosse *Chondrites*, tracce di *Pennatulites, Fucoides* fra le quali una vicina o identica al *F. latifrons* H. etc. (sotto la Piana, Poggio della Guardia, presso Monsummano, alle Ville). Questi terreni furono da me già attribuiti alla Creta.

La creta superiore e media sono poco rappresentate in questa provincia appetto a quella di Firenze nè vi sono ancora stati trovati i fossili più caratteristici. A Lucchio, Vico e Pratofiorito nella val di Lima appaiono sopra i calcari con selce del titoniano e del neocomiano de' calcari molto silicei ed arenacei con qualche calcare screziato, i quali, pella loro identità con quelli fossilliferi dell'Apennino massese si possono attribuire alla creta superiore e media. Nei colli di Massaciuccoli si ripete lo stesso fatto, e la pietraforte è probabilmente rappresentata qui da un calcare siliceo verdognolo ricco di vermicolazioni superficiali e da calcari con selce biancastri o verdognoli nei quali continuano le medesime forme litologiche dei calcari della creta inferiore.

Provincia di Massa.

Varî lustri addietro nella pietraforte del monte di Sassorosso, furono raccolte varie ammoniti che vennero portate al signor Olinto Dini già professore di fisica nell'Università Pisana. Un gruppo assai malconcio di nove individui, appartenenti ad una sola specie e vicini forse all'*Acanthoceras rhotomagensis* Brug., trovasi ora nella collezione del figlio, sig. Emiliano Dini a Castelnuovo di Garfagnana dove lo vidi: un esemplare di altra specie più grande ma anco peggio conservato fu dato al Savi e si trova nel Museo di Pisa, ove dal direttore prof. Meneghini fu sempre riguardato come appartenente ad epoca cretacea. Pochi anni sono sur una lastra di Pietraforte del monte di Notte presso Sassorosso potei osservare un cattivo esemplare di una consimile ammonite. Di questo luogo niuno diede mai descrizione fuori di me, onde ripeterò quel che dissi altra volta. Ivi tutti i terreni dall' Infralias all'Eocene sono fossiliferi. Sopra l' Infralias ed il Lias inferiore e medio e forse anche superiore si trovano schisti rossi con minutissimi fossili probabilmente equivalenti agli schisti giuresi a *Posidonomyae*, indi calcari a spalmature schistose verdi con diaspri rossi un poco manganesiferi identici a quelli soliti del Titoniano. Immediatamente sopra, sempre andando dal Colle di Sassorosso al luogo detto Monte di Notte ed alla strada nazionale modenese, si ha, cominciando dal basso, la seguente serie che probabilmente appartiene quasi tutta alla creta media « 1, piccolo banco non alto di calcare screziato alternante con veli di schisto argilloso, e contenente foraminifere, fucoidi, e corpi vermiformi simili a quelli della pietraforte; 2, banco alto 3 o 4 metri di argille galestrine in straterelli abbastanza distinti, rossastre; 3, banco alto 5 a 7 metri, ma non molto esteso, di calcare compatto a foraminifere, talora penetrato da fitte vene di calcite, in strati ben distinti separati da tramezzi di schisti argillosi lionati o verdognoli e qualche volta ancora ricoperti di un calcare verdognolo o grigio chiaro, di grana uniforme e litografico. In un simile calcare sono le impronte di ammoniti della collezione Dini. 4. Banco alto da più di 10 metri di argille galestrine o scagliose, rosse, cerulee, verdi o gialle, e talora anche calcarifere, non di rado molto raddrizzate e rovesciate. Nelle argille grigie o cerulee sono abbondantissime le fucoidi la cui sostanza organica diede il colore alla roccia. Queste argille sono come il solito friabilissime e divisibili in minutissimi frammenti e piuttosto spoglie di vegetazione; ma gli strati, dove non accaddero frane, sono ben visibili, e talora vi si distinguono dei banchi più compatti che fanno passaggio ad una ftanite o ad un vero diaspro. Vi sono molte lenti del solito calcare ceruleo, a quanto pare con fossili e molto siliceo; altri banchi alternanti sono formati di un' arenaria verdolina o grigia, simile alla pietra forte, piena di rilievi e di vermicolazioni » (1). Questi banchi del n. 4 potrebbero anche appartenere all' eocene inferiore, dove infatti, nell'Apennino, si ripetono varie forme litologiche della creta; sopra succede il calcare nummulitico del piano a *N. Ramondi*, indi il Macigno. Le suddette rocce della creta media per lo più costituite da calcari cerulei o verdastri, compatti come alberesi, screziati od arenacei, con veli di schisto verde e con strati di galestro, si

(1) C. De Stefani, *Geologia del monte Pisano*. Mem. r. Com. geol. Roma, 1877, p. 54. — *Il Gault e la cr. sup.*

estendono con poca altezza e con frequenti interruzioni intorno alla massa liassica del monte di Corfino. Le identiche circostanze e la identica forma litologica si ripetono intorno al nucleo liassico di Soraggio, se non che quivi, talora, per es. nel monte Frignone ed in Corte, l'estensione della roccia cretacea è un poco maggiore. Lo stesso si verifica intorno al lias nell'alpe di Camporaghena e nelle altre elissoidi di Lunigiana. Il Cocchi attribuì alla creta le argille galestrine intorno al lias di Mommio nelle quali affermò aver trovato denti di *Ptycodus* (1). Le citate rocce le attribuii alla creta media nel mio scritto sulla *Geologia del Monte Pisano*, nel quale però riunii nello stesso piano le argille galestrine di là dall'Apennino e di qualche luogo di Toscana, perchè non avevo ancora sufficientemente estese le mie osservazioni in quelle regioni e seguivo le idee più antiche; di poi, seguendo le idee del Pareto sulla Liguria e sul Modenese, mostrai che esse appartengono all'eocene superiore.

Nella valle delle Capanne di Sillano si estendono molto dall'Ospedaletto e da presso la foce del Cagarozzo al Fonte di S. Martino ed all'inquà di Cavursella delle argille galestrine, marnose, cerulee o scure sottostanti al macigno eocenico, e ricoprenti nel Monte Ischia calcari marnosi in parte nascosti da frane glaciali, con alquanta selce, bianchicci, tutti pieni di vene di calcite; tali rocce le ritengo appartenenti alla creta superiore e sono molto analoghe a quelle cretacee del Fiorentino e della Val di Nievole.

Nelle Alpi Apuane potrei indicare varî luoghi dove, secondo ogni verosimiglianza, si trova la creta superiore e media, ma non essendosi ancora raccolto alcun fossile caratteristico, mi limito a parlare del monte di Roggio e di Careggine nella valle di Vagli.

Nel monte di Roggio, sopra la zona ad *Angulati* del lias inferiore, ovvero sulla zona ad *Arietiti*, o sopra ristrettissimi lembi del lias medio, succede una ragguardevole serie di calcari cerulei-chiari, compatti, con selce, alternanti con scisti calcarei verdognoli o rossi che in certi strati acquistano notevole predominio, specialmente verso la parte media e superiore. Queste medesime rocce le indicai già alla Costa della Tecchia nel Reggiano e somigliano ad altre, che credo coetanee, del Monte di Monsummano in Val di Nievole. Superiormente gli stessi calcari biancastri con selce alternano con un calcare or più or meno arenaceo, verdognolo, o ceruleo, ovvero compatto, con spalmature di schisto verde che, salva la prevalenza del carbonato di calcio, ricorda la pietraforte, e di cui la superficie è spesso coperta di brevi vermicolazioni; alternano pure calcari screziati, schisti argillosi rossi o verdognoli ed argille schistose cerulee o nere, che quasi prevalgono sulle altre rocce. Il tutto è ricoperto da argille galestrine rosse che secondo ogni verosimiglianza appartengono alla parte inferiore dell'eocene di quelle regioni, o da rarissimi banchi del piano a *Nummulites Ramondi*, oppure direttamente dal macigno dell'eocene medio. Forse una parte dei calcari inferiori della zona compresa fra il lias e l'eocene risponde al titoniano: negli schisti rossi e ne' calcari frapposti abbondano le fucoidi, fra le quali specialmente i *Taonurus* o *Zoophycos*, alcune specie delle quali s'incontrano poi anche ne' calcari alternati colle argille schistose scure e colla pietraforte sovrastante. Il Cocchi fu già del parere che

(1) I. Cocchi, *Sulla geologia dell'alta val di Magra*. Mem. Soc. it. sc. nat. vol. II. Milano, 1866.

tali schisti a fucoidi, da lui pel primo scoperti, equivalessero alla pietraforte della creta superiore (1). Le 7 od 8 specie di fucoidi inclusevi, cho io pure vi ho raccolto e studiato, salvo forse il *Fucoides latifrons* H., e compreso il *Zoophycos emarginatus* sp. n. nominato dal Cocchi, appartengono a specie nuove; non si può perciò ritenere come decisa la vera età di quella roccia. Io riterrei che piuttosto appartenesse ad età non più recente dell'Albiano; infatti alla pietraforte equivalgono i calcari e gli schisti scuri sovrastanti. Questi strati schistoso-calcarei verdognoli sono in certi punti a dirittura coperti di forme che ritengo alcionari (*Gyrochorte porrecta* De St. (2), o da *Cylindrites*; negli strati alquanto arenacei frapposti si trovano valve d'*Inoceramus* (*I. Cripsii*): trovai pure, nella parte inferiore, un frammento assai malconcio, perciò mal sicuro, di *Acanthoceras* (3); ne'calcari è la *Fucoides latifrons* H. e qualche altra fucoide. Stando ai fossili dunque questa sola è la roccia rispondente alla creta superiore e forse al cenomaniano. Nel monte di Careggine sulla destra della stessa valle di Vagli le circostanze sono poco diverse. Ivi la zona cretacea e forse in parte titoniana riposa sopra i calcari giurassici a *Posidonomyae;* ne' calcari con selce inferiori si trovano traccie di fossili che per ora mi sono indecifrabili. Superiormente i calcari schistosi verdognoli talora un poco arenacei, alternanti coi calcari a selce, tengono il luogo della Creta superiore; ma non vi ho trovato se non qualche fucoide. Alcuni calcari cretacei o schistosi aventi i medesimi caratteri di quelli ora descritti con *Cylindrites*, trovansi pure presso la foce della via tra Gramolazzo e Minucciano.

Provincia di Genova.

Nei monti della Spezia, a Vezzano, fu scoperta molti anni sono un'ammonite cretacea che pelle cure del Cocchi fu donata al Museo dell'Università di Pisa. Il Meneghini la descrisse col nome di *Turrilites Cocchii* (*Schloembachia Cocchii*) e riteneva che quel terreno dovesse « assolutamente riguardarsi come cretaceo » (4). Come tale fu ritenuto anche dagli scrittori successivi Cocchi e Capellini (5); ed il Capellini, visitando nel 1856 l'aia d'un podere non molto discosto dalle cessate cave di Vezzano, sur una lastra tolta da queste cave, trovava « un piccolo ammonite in così cattivo stato da non poterne determinare la specie » che raccolse e tuttora conserva. Io, dopo aver già cominciato questi studî paleontologici, indicai gli strati donde l'ammonite proveniva come probabili rappresentanti del santoniano e coniaciano (6). Queste rocce di Vezzano sono al solito arenarie calcaree identiche alla pietraforte (7).

(1) I. Cocchi, *Sulla geologia dell'Italia centrale.* Firenze, 1864, p. 8.

(2) C. De Stefani, *Le fucoidi delle Alpi Apuane.* Proc. verb. Soc. tosc. sc. nat. luglio 1881.

(3) C. De Stefani, *Il Gault e la cr. sup.*

(4) Meneghini, *Nuov. foss.* 1853, p. 21.

(5) I. Cocchi, *Description des roches ignées et sédimentaires de la Toscane dans leur succession géologique.* Bull. Soc. géol. de France, t. XIII. Paris, 1856. — G. Capellini, *Descrizione geologica dei dintorni del golfo della Spezia e della val di Magra inferiore.* Bologna, 1864.

(6) C. De Stefani, *Osservazioni sulla carta geologica d'Italia.* Boll. Soc. geol. it. Roma, 1883, vol. I, p. 182 in nota.

(7) Nella *Geologia del monte Pisano*, 1871, p. 53 erroneamente ho indicato come proveniente dalla Spezia l'*Ammonites peramplus*, per mala interpretazione di un passo del Cocchi (*Sulla geol. It.*

Considerazioni generali.

Partizioni in piani. — Nelle rocce dei varî luoghi indicati non sempre si possono fare distinzioni stratigrafiche rispondenti a differenze paleontologiche, giacchè per lo più s'incontrarono fossili rari ed isolati. Sembra però che si possano ammettere dovunque le principali zone distinte stratigraficamente dal Cocchi nelle immediate vicinanze di Firenze. Queste sono, cominciando dal basso: 1. Zona della pietraforte con ammoniti; 2. arenarie, calcari e scisti con inocerami; 3. arenarie, calcari e scisti con nemertiliti (1), cui succede il calcare nummulitico. Questi terreni sono dal Cocchi considerati, come vedremo con ragione, « come l'equivalente presso di noi, del cretaceo superiore del nord, vale a dire complessivamente della creta bianca, della creta marnosa e della creta cloritica o glauconiosa » (2). Osserverò peraltro che i fossili riuniti col nome di nemertiliti si estendono assai nella serie cretacea e si trovano insieme cogl' inocerami, se non anche in strati più antichi, come risulta del resto dalle stesse parole del Mortillet che trovò con *Nemertilites* (*Helminthoida labyrinthica*) due *Inoceramus* (3) e da quelle del Meneghini che indicò una parte di valva d'inoceramo sulla superficie della pietra a lastre del *Nemertilites Strozzii* (4). D'altronde gl'inocerami furono trovati sempre negli strati più alti e più vicini all'eocene e la specie fu ordinariamente l'*I. Cripsii*, una delle più recenti del genere. Sembra dunque opportuno, lasciando la zona a nemertiliti, distinguere due sole zone, una superiore ad inocerami che risponde alla parte superiore della *creta*, una inferiore ad ammoniti che risponde a piani alquanto più antichi. La zona ad inocerami fu incontrata finora nelle provincie di Pavia, Parma, Modena, Bologna (valle dell'Idice), Pesaro e Urbino (nelle vicinanze di Perticara), Firenze, Massa (Roggio); della zona ad ammoniti si hanno per lo meno indizî nelle provincie di Pavia, Reggio e Bologna (valle del Reno), Pesaro e Urbino (sulla Marecchia), Firenze, Massa (Sassoroso), Genova.

Caratteri litologici. — I caratteri litologici li ho descritti via via, ed anche per mostrare le analogie fra le varie regioni ho riportato le descrizioni dei varî autori. Quando si paragonino fra loro le rocce ad inocerami di Selvanizza, Montese, Perticara e di varie parti del Fiorentino non è possibile riconoscere diversità. Si tratta ovunque di arenarie finissime molto silicee, ma insieme ricche di calcare, in strati sottili e distinti, di calcari assai silicei o più di rado puri e compatti, e di argille finissime schistose. Non ho avuto possibilità di recente di fare sezioni microscopiche di queste varie rocce, ma altre volte ne feci delle arenarie dei monti di Santa Marinella presso Civitavecchia,

cent. p. 7). Questa specie non fu ancora incontrata nel nostro Apennino. Il Capellini mi ricorda giustamente che un Ammonite fu indicato dal Pareto a Sant, Olcese in Valle della Polcevera presso Genova. Chiesi all'Issel se lo si trovava nelle collezioni del Museo: mi rispose che era perso e che probabilmente si trattava di un *Nautilus*. In realtà le rocce sulla sinistra della Valle predetta sono calcari marnosi pendenti ad E. regolarmente stratificati sopra le rocce triassiche le quali cominciano ad apparire sulla destra: potrebbe darsi perciò che si trattasse di rocce veramente cretacee.

(1) I. Cocchi, *Sulla geol. It. cent.* p. 7.

(2) Loc. cit. p. 8.

(3) Mortillet, *S. crét. et numm.* p. 464.

(4) Meneghini, *Con. geol.* p. 148.

e le trovai costituite al solito da abbondanti granelli di quarzo, da pagliette di mica e da frantumi di feldspato ortoclasio e plagioclasio. Queste arenarie, come sempre, sono *arkose* finissime costituite da frantumi impalpabili, e forse più volte rimestati nel corso delle epoche geologiche, di gneiss, graniti e simili rocce cristalline. Alcuni calcari compatti degli strati a *Pennatulites* lungo il Mugnone presso Firenze sono costituiti da foraminifere più o meno ben conservate e mostrano l'origine organica che gli studî più recenti hanno mostrato comune a tutti i calcari. Queste mie sezioni sono ora nel Museo di Firenze. Sciogliendo e levigando le argille finissime e sotto ponendole al microscopio vi si vedono bricioli di quarzo e di mica; esse non sono dunque se non frammenti delle solite rocce ridotti più impalpabili che non siano nelle arenarie.

Fra gli strati inferiori e quelli superiori non si vedono gran differenze; però tanto nella provincia di Firenze, quanto, a quel che dice lo Scarabelli, nell'Urbinate, negli strati inferiori prevalgono le rocce argillose, nei superiori le arenarie ed i calcari silicei: ma di ciò riparlerò fra poco.

Ho escluso dal paragone quei lembi cretacei che si trovano lungo il Tirreno nelle Alpi Apuane, e nelle valli di Lima e del Serchio, a Sassorosso, Roggio, Massaciuccoli, e altrove, i quali, sebbene paleontologicamente coetanei agli altri, presentano alcune diversità litologiche. Non vi mancano le arenarie analoghe alla pietraforte, ma sono meno abbondanti, a strati più sottili, più calcarifere, e sempre più o meno verdognole, probabilmente per effetto della glauconia; abbondano poi e costituiscono quasi una forma litologica particolare i calcari compatti e con selce. Queste differenze si collegano secondo ogni verosomiglianza con differenze di profondità, delle quali passo ora a discorrere.

Circostanze batimetriche. — Gli studî più recenti sui depositi che si formano a profondità nei mari hanno fatto sì che i geologi possano giudicare con sufficiente esattezza delle circostanze nelle quali si formarono i depositi marini quaternarî, pliocenici e miocenici le cui faune sono più analoghe a quelle viventi; si è anzi per effetto di quegli studî che l'ordinamento di questi terreni dovette essere profondamente cambiato. Ma quando si passa a terreni più antichi s'incontrano parecchie difficoltà che non si potranno vincere se non con accurati e lunghi paragoni fra le diverse faune, passando per induzione da ciò che è ben noto all'ignoto.

Le arenarie, quantunque non grossolane, attestano depositi avvenuti probabilmente a distanze non molto grandi da terre emerse; le argille finissime e specialmente i calcari puri d'origine organica attesterebbero invece mari piuttosto profondi. Quanto alle circostanze nelle quali vissero gl'inocerami e le ostriche degli strati superiori della nostra Creta, non potrei parlare con sicurezza; ma forse quei fossili attestano profondità non grandi; nè potrebbero essere contrarie a tale attestazione le perforazioni delle spugne, benchè si trovino anche nella zona comunemente detta coralligena, ed a profondità maggiori. Gli alcionarî che impiantati nel fondo fangoso, dovettero formare in taluni luoghi (Roggio, valle del Mugnone) una vera macchia, come è loro costume, si trovano anche a profondità ragguardevoli; ma ordinariamente a non molte diecine di metri sotto il livello del mare. Le numerosissime impronte vermiformi, attribuite, credo con ragione, ad anellidi, sono prova sicura che i fondi erano fangosi

e teneri, come già lo attesta la natura della roccia; ma anellidi se ne trovano anche a discrete profondità e non credo che gli studî fatti ci diano autorità ad affermare che gli strati coperti da tali impronte erano sempre bassifondi, e molto meno terre emerse o a fior d'acqua, anzi il carattere eminentemente pelagico della fauna esclude quest'ultima supposizione. Abbondano e debbono essere prese in considerazione le alghe. Quantunque alcune specie sieno state trovate di recente a profondità di centinaia di metri nel mare; pure è certo che le alghe preferiscono quella zona speciale, non profonda, che vien detta appunto zona delle laminarie. A buon conto, sopra certi fondi argillosi e marnoso-calcarei come eran sovente questi della Creta le alghe non vivono volentieri; nè dovevano occupare i fondi abitati da innumerevoli alcionarî. Molti fuchi vivono natanti e aderenti ad altri corpi anche assai lontani dalle spiaggie, e mari di sargassi ed alghe isolate sono trasportate dai venti e dalle correnti sulla superficie del mare al di sopra delle massime profondità in fondo alle quali per qualche naturale cagione, dopo avere lungo tempo galleggiato, possono cadere e rimanere sepolte. Che ciò sia accaduto durante la creta ed in altri tempi geologici risulta sufficientemente dal vedere sovente le impronte delle alghe nei calcari finissimi a *Globigerinidae*. Però, combinando insieme tutte le diverse circostanze, si può ritenere con qualche probabilità che i sedimenti di cui parlo si formassero a non grande profondità sotto il livello del mare. La mancanza assoluta di fossili terrestri, il carattere pelagico, senza miscuglio di specie salmastrose, della fauna, la mancanza di conglomerati anche non grossolani, possono far credere che i depositi superiori si formassero in bassifondi lontani da spiaggie emerse.

Gli strati inferiori con cefalopodi, animali d'alto mare, nei quali strati prevalgono le rocce argillose, ma dove pur si trovano impronte vermiformi ed alghe, attestano mari alquanto più profondi.

Queste mie osservazioni combinano sufficientemente con quelle del Cocchi, esposte dai signori Alessandri, Grattarola e Momo (1); in alcuni punti secondarî però mi parrebbe poter sostenere opinione alquanto diversa. Per esempio la conservazione non buona dei cefalopodi l'attribuisco alla natura arenacea e porosa della roccia nella quale si sciolsero tutti i gusci calcarei e solo rimasero le impronte, alle compressioni sofferte dalla medesima ed all'impossibiità di levare i fossili interi dagli strati in cui stanno, anzichè, come gli autori citati, a rotture avvenute prima della fossilizzazione. Quelle impronte poi che gli autori dicono traccie di gocce di pioggia o increspature prodotte dall'azione del vento sulle acque superficiali, si possono secondo me spiegare altrimenti e non si può da quelle concludere col supporre l'emersione temporanea d'alcuni strati, fatto che molte circostanze, come dicevo sopra, mi sembrano contrariare. Nè meno mi accordo colla supposizione che durante il formarsi della pietraforte avesse luogo un lento e « prevalente abbassamento del fondo del mare perchè potessero conservarsi le acque di una certa profondità, malgrado l'accumularsi dei depositi e le frequenti oscillazioni del suolo » (2). Io dubito invece che a cominciare dalle zone inferiori si verificasse un sollevamento lentissimo od almeno un riempimento, a tale che gli strati

(1) *Taglio d. Colli* pag. 118.
(2) Loc. cit. pag. 121.

superiori vennero depositandosi a profondità minori. Questa mia idea è convalidata da qualche altro indizio che dirò or ora: ma io sono ben lungi dal pretender più vere le ipotesi mie di quelle contrarie, perchè è molto difficile giudicare delle oscillazioni del suolo in età a noi non contemporanee, e continuamente si trovano errate le ipotesi fatte da tanti geologi che si figurano la superficie terrestre troppo elastica e troppo compiacente ai loro modi di vedere.

I calcari compatti con selce, le poche arenarie, le argille finissime della regione orientale tirrena, accennano a mari più profondi di quelli che coprivano la regione occidentale dell'Apennino: parrebbe dunque che durante la creta superiore e media questa seconda regione rimanesse a profondità non troppo grandi sotto il mare, mentre un mare più profondo cingeva quella plaga ad oriente verso il Tirreno. Un lento sollevamento andava alzando il fondo del mare. Quando si parla delle regioni di quei tempi rispondenti all'Apennino d'oggi, occorre sempre tener presente che le distanze oggi esistenti fra un punto e l'altro in quella plaga montuosa si debbono d'assai moltiplicare, giacchè bisogna estendere la superficie terrestre di quanto è stata da allora in poi ristretta e rattrappita dalle pieghe a piccolissimo raggio che hanno modificato tutti i terreni apenninici.

Paragone con le regioni circostanti. — Le medesime circostanze descritte nella regione occidentale dell'Apennino si ripetono nelle prealpi lombarde, nella Brianza e nel Bergamasco dove si ha una roccia simile alla pietraforte con abbondanti fucoidi ed inocerami equivalente almeno alla parte superiore della creta apenninica (1) e sovrastante a calcari compatti o ippuritici della creta media i quali rappresentano una forma litologica diversa da quella dell'Apennino settentrionale. Nelle Alpi orientali invece si hanno schisti di vario colore, calcari a lastre con selce (scaglia rossa) e calcari a rudiste che accennano a mari più profondi. Queste rocce si ripetono presso a poco nell'Apennino centrale, dove, per quanto si sa, non pare esista una formazione di *pietraforte* cretacea paragonabile a quella Toscana (2), e quanto più si procede verso sud prevalgono i calcari a rudiste di formazione meno litorale. In alcune regioni della Francia meridionale si hanno invece tracce di litorali. Nell'Apennino meridionale ed in generale a sud dell'Apennino centrale la creta superiore è rappresentata, dove se ne conosce l'esistenza, per es. in Sicilia, da formazioni che paiono vicine alla pietraforte, come nelle Nebrodi, o da calcari di mare profondo come nel Catanese. La creta media, sì bene illustrata di recente dal Seguenza, si depositava in un ampio mediterraneo che si estendeva dalla Spagna all'Algeria, alla Palestina, all'Italia. I depositi dell'epoca finora noti nell'Apennino meridionale ed in Sicilia, disposti al piede degli alti monti cristallini senza alcuna traccia di conglomerati delle loro rocce, mostrano secondo me di aver dato abitazione ad esseri i quali formavano colonie attorno a quei monti sommersi,

(1) Questa equivalenza fu già affermata dal Curioni, dal Cocchi, dallo Zittel e da altri: gl' Inocerami trovati in Lombardia, come quelli della Toscana sono tutti l'*I. Cripsii*.

(2) Ciò è confermato almeno pella parte settentrionale dai lavori di Zittel, De Bosniascki, Canavari e miei. Il Capellini indica rocce simili a pietraforte nelle arzille scagliose tra Napoli e Foggia che però il Salmoiraghi attribuisce all'Eocene: il De Giorgi accenna altre rocce litologicamente simili nel Salernitano ed in Basilicata ma l'attribuzione loro alla creta è assai incerta.

a qualche profondità sotto il mare, ed isolati qua e là in mezzo a questo che probabilmente tutto all'intorno era profondissimo.

Paragone coi terreni isotopici antecedenti e susseguenti. — La creta superiore ed il cenomaniano dell'Apennino settentrionale riposano sopra calcari con selce e diaspri nei quali per lo più, salvo foraminifere e fucoidi, non si conoscono fossili, se non incerti. Probabilmente quei terreni appartengono all'albiano ed al neocomiano giacchè alla loro base contengono fossili necomiani e titoniani; ad ogni modo essi sono rappresentati da depositi avvenuti in mari più profondi di quelli successivi.

Sopra la creta succedono per lo più calcari nummulitici dell'Eocene medio a *Nummulites Ramondi, N. Tchihatcheffi, N. Lucasana, N. Guettardi, N. intermedia,* ecc. Sotto a questi in qualche luogo stanno calcari con *N. Leymeriei*, ma per lo più con specie non determinate o mal conservate; non si può giudicare perciò se appartengano all'Eocene inferiore od a qualche piano antico dell'Eocene medio. Quei calcari formano sovente delle brecciole con ghiaie di rocce più antiche, specialmente di calcari con selce cretacei, e probabilmente le nummuliti viveano attorno agli scogli de' calcari precedentemente denudati. Non si può ancora escludere che nell'area dell'Apennino settentrionale avvenisse qualche emersione durante l'eocene inferiore, e certo la forma dei mari variò e la profondità loro in certi tempi diminuì.

Sopra l'arenaria dell'Eocene medio si ripetono forme litologiche identiche a quelle della Creta superiore e media, ciò che fu cagione principale degli errori tuttora esistenti nella geologia apenninica. Vi si ripetono infatti, la pietraforte, sebbene con assai minore estensione, gli alberesi, i calcari marnosi ad *Helminthoida*, però più estesi, i galestri i quali pure hanno nell'Eocene estensione assai maggiore. Mancano in mezzo all'Eocene superiore, salvo forse qualche rara eccezione, i calcari brecciati e screziati ed i conglomerati di rocce cristalline: mancano invece alla creta le serpentine ed altre rocce vulcaniche coi relativi conglomerati.

Concludendo queste osservazioni con brevi parole si può dire che:

1. Durante la creta superiore, una regione marittima non profonda segnalata forse anche da qualche isoletta emersa, occupava tutta la regione orientale dell'Apennino settentrionale estendendosi probabilmente nella valle del Pò fino in Lombardia e probabilmente alquanto verso l'Adriatico.

2. Nello stesso tempo la regione più occidentale del predetto Apennino era coperta da mari più profondi che si estendevano verso il Tirreno e verso la Francia, mentre mari più profondi cingevano parimente a sud e ad est i bassifondi sopra citati.

3. Un periodo di lento sollevamento cominciato prima della creta inferiore e continuato durante la creta media e superiore ebbe termine nell'Eocene inferiore e medio.

Modo di conservazione dei fossili studiati. — Solo degl'inocerami si è conservata spesso qualche parte del guscio perchè è aragonitico; per lo più dei fossili restarono i modelli o le impronte. Nelle arenarie essi non sono in alcun modo conservati perchè la roccia permeabile facilitò la soluzione del carbonato di calce; i modelli però sono rimasti sulla superficie degli strati arenacei quando furono immediatamente coperti da straterelli argillosi che servirono di difesa almeno alla parte

superficiale dei fossili. Le pressioni cui andarono soggetti gli strati hanno sovente rotto e deformato i fossili stessi.

Prima di passare alla descrizione delle specie debbo manifestare i più vivi ringraziamenti ai signori dott. Del Prato, ab. Mazzetti e sen. Scarabelli che m'inviarono acciocchè li studiassi i fossili cretacei di Montese e dei musei d'Imola e di Parma, ai signori Dini e Jona che mi permisero di studiare nella collezione Dini a Castelnuovo di Garfagnana e nel Museo Spallanzani a Reggio d'Emilia le ammoniti cretacee, al dott. Negri che si prese l'incarico di determinare l'*Inoceramus* da lui trovato nel Pavese; ma specialmente ai signori prof. Stoppani e D'Ancona che misero a mia disposizione gli abbondanti fossili cretacei del Museo di Firenze, senza dei quali questo studio non mi sarebbe stato possibile. Ho visto così quasi tutti i fossili cretacei trovati finora nell'Apennino. Non ho visto l'ammonite del Pavese conservato nel Museo di Pavia, nè l'inoceramo della val d'Idice conservato nel Museo di Bologna. I fossili cretacei della valle del Reno furono figurati dal Capellini; dei denti di *Ptycodus* che sono presso il sig. Carli a Firenzuola ha un modello il Museo di Firenze, come pure questo possiede modelli di alcuni belli esemplari esistenti nella privata collezione Strozzi che io non ho visto e dell'*Ammonites* di Vezzano presso la Spezia che si trova nel Museo di Pisa. In questo ultimo vidi pure anni sono e studiai il rozzo *ammonites* trovato a Sassorosso (1). Il cav. De Bosniaski finalmente possiede alcune ammoniti della pietraforte fiorentina che io vidi una volta e che appartengono alle medesime forme di quelle del Museo di Firenze.

Quanto ai varî luoghi che verrò via via indicando per ogni specie, dirò che mi sono sempre attenuto alle indicazioni date nei musei, quali io le ho trovate.

Di questi fossili diedi già un breve cenno (*Verzeichniss der Fossilien der oberen und mittleren Kreide im nördlichen Apennin.* Verh. d. k. k. geol. Reichs. 1883, n. 3). Non starò a ripetere nella sinonimia delle singole specie le indicazioni di questo lavoro, e mi limiterò a dire che dell'*Ammonites rhotomagensis* Brug. di Sassorosso, come poco determinabile, qui non faccio ricordo, della *Schloembachia varicosa* Sow. e della *S.* cfr. *inflata* Sow., indicate con dubbio, ho fatto due specie nuove, cioè rispettivamente la *S. Targionii* e la *S. Ferberi.*

Avverto che nelle sinonimie riporto solo alcuni pochi tra i nomi principali usati dagli autori stranieri, ma cito invece tutti quelli relativi a specie italiane, specialmente apenniniche.

Avevo fatta pure la descrizione delle impronte vermiformi da me ritenute anellidi, ma siccome il cav. De Bosniacki le crede appartenenti ad alghe e si riserba di descriverle colle vere fucoidi, pur tenendo la mia opinione, le ho lasciate fuori dal presente lavoro. Se le mie parole potessero giovare a qualche cosa vorrei sollecitare la pubblicazione dell'opera del De Bosniacki sulle fucoidi della creta e dell'eocene, della cui illustrazione si sente vivo bisogno, specialmente pei terreni dell'Apennino

(1) Nel Museo di Pisa è un ammonite in una roccia arenacea indicato come proveniente da Radicofani. Acciocchè non possa derivarne inganno a qualche studioso dirò che nei dintorni di Radicofani mancano terreni più antichi del Pliocene e che nemmeno nel non lontano Montamiata conosco terreni donde possa essere derivato quel fossile. Che non fosse di Radicofani era opinione anche del prof. Meneghini.

nei quali mancano quasi i fossili macroscopici ad eccezione delle fucoidi. A chi ha studiato accuratamente questi esseri è noto qual partito se ne possa trarre per determinare l'età dei terreni, quando altro manca.

Classe. — Spongiarii

Gen. **Cliona** Grant

Cliona cretacea Portlok

Tav. II, fig. 12.

1843. *Report on the geology of the county of Londonderry*, p. 360. — 1868. Fischer, *Recherches sur les éponges perforantes*, pag. 107, pl. II, fig. 5. — 1882. Seguenza, *Studi geologici e paleontologici sul cretaceo medio dell'Italia meridionale*, pag. 135, tav. XVII, fig. 2.

1851. Clyonites Conybeari Morris, *Paleontological notes*, Ann. and Magaz. Serie 2ª, t. VIII, p. 89, tav. IV, fig. 8.

» glomerata Morris, loc. cit. pag. 88, tav. IV, fig 1.

Pontassieve sulle valve dell' *Inoceramus Cripsii* Mant., nella Creta superiore (Firenze).

È comune in Europa nella Creta superiore. Il Seguenza la indica pure nella Creta media di Sicilia.

Cliona hastata sp. n.

Tav. II, fig. 11.

Marnia, Vicano d'Altomena (Firenze) sopra un *Inoceramus Cripsii* Mant. Pontassieve (Firenze); nella Creta superiore con *Inoceramus Cripsii* Mant. e con *Ostrea Cocchii* sp. n.

Sopra una valva d'*Inoceramus Cripsii* Mant. coperta da individui d'*Ostrea Cocchii* sp. n. è una serie di profonde perforazioni simili a quelle che guastano sovente le conchiglie sui litorali odierni e su quelli terziari recenti. Sono oblunghe, talora più larghe e più rotondate da un lato ed acute dall'altro; s'internano più o meno obliquamente nel guscio, sul quale son disposte con irregolarità e tutt'al più in serie aventi fra loro qualche parallelismo.

Lunghezza dei fori $1^m,1$. — Larghezza $0^m,4$. — Profondità 1^m.

Classe. — Antozoarii

Alcionarii

Della famiglia delle *Pennatulidae* non si conoscono resti fossili, se non dei generi *Pavonaria* Cuv. e *Graphularia* E. H., rappresentati dall'asse calcareo. È certo che in molti sedimenti si debbono conservare le spicule calcaree; e attesa l'abbondanza di queste spicule e la natura coriacea dell'animale non sembra inverosimile che in certe circostanze possa mantenersi l'intera sua forma, in quel modo che nei calcari di Solenhofen vediamo essersi conservate perfino abbondanti meduse. Queste circostanze si verificano in parecchi sedimenti de'nostri terreni cretacei; in taluni luoghi gli strati arenacei, originariamente sabbiosi, sui quali vissero le *Pennatulidae*,

vennero coperti da un tenuissimo indumento argilloso e poi da finissime particelle calcaree le quali modellandosi su tutte le parti più delicate dell'animale ne curarono la conservazione. Giova poi anche soggiungere che l'acqua marina essendo dotata di virtù antisettiche, l'animale può conservarsi intatto in fondo alla medesima per un tempo più o meno lungo anche dopo morto.

Il Cocchi il quale pel primo riconobbe la vera natura della massima parte dei fossili che sto per esaminare, manifestò l'opinione che i medesimi avessero « un organismo così ricco di spicule da renderne possibile la fossilizzazione » (Alessandri, Grattarola e Momo, *Taglio del viale dei Colli a Firenze*, Boll. com. geol. vol. I, 1870), ma dietro le considerazioni da me fatte, si può anche prescindere da questa supposizione.

Ciò posto passerò alla descrizione dei generi.

ALCIONARII PENNIFORMI

Gen. **Pennatulites** Cocchi

1870. *Pennatulites* Cocchi pro parte.

Il Cocchi ha questo proposto genere, senza descrizione (Alessandri, loc. cit. pag. 116) per due specie, parimente non descritte, che io ho esaminato nel Museo di Firenze, e che mi sembrano appartenenti a generi diversi; perciò ho conservato il nome di *Pennatulites* alla prima specie mentovata (*P. longespicata* Cocchi), ed ho proposto un nome nuovo pella seconda (*P. Meneghinii* Cocchi).

Ecco la descrizione del genere *Pennatulites*.

Zoantodema grosso, cilindrico, uniforme, molto più lungo che largo; pinnule inserite sulla metà del zoantodema, coi margini ondulati e flessuosi, con ondulazioni disposte in serie longitudinali regolari e rispondenti da una pinnula all'altra. Il peduncolo è cilindrico e sembra affatto spoglio di pinnule.

Questo genere, pel zoantodema cilindrico ed uniforme, ha analogie con qualche forma di *Pteroeides*, per es. col *P. elegans*, ma specialmente lo si potrebbe riguardare come una grossa *Virgularia*.

Pennatulites longespicata Cocchi.

Tav. II, fig. 2.

1870. Pennatulites longespicata Cocchi; Alessandri, Grattarola e Momo, *Taglio del viale dei Colli a Firenze*. Boll. r. Com. geol. d'Italia, vol. I, p. 116.

Lungo il Mugnone sotto Pratolino, nella pietraforte a poca distanza dai terreni eocenici. Cercina. Melosa presso Paterno? (Firenze).

Zoantodema bipartito, di grossezza uniforme; superiormente termina molto ottuso e quasi tronco. Peduncolo cilindrico di diametro minore. Pinnule numerose, semicircolari, inserite ad angolo molto ottuso, quasi vicino al retto, nel mezzo del margine anteriore il quale è segnato dal solito solco incavato da un estremo all'altro del zoantodema.

Le pinnule sono in parte uniformi, in parte ne alterna una grossa con una

piccola; il margine loro è grosso e protuberante, regolarmente frastagliato: le grossolane ma regolari ondulazioni sono disposte in serie longitudinali, parallele al solco mediano del zoantodema, pur regolari. In una metà del zoantodema, a sinistra dell'osservatore, le ondulazioni sono disposte in quattro serie longitudinali continue e rispondenti fra esse in tutte le pinnule e separate da tenui solchi pur tutti rispondenti, per modo che l'insieme simula una pannocchia di gran turco. Nella metà opposta alternano regolarmente pinnule grosse e piccole; le ondulazioni e gl'ingrossamenti dei margini di ciascuna di esse sono disposti in serie parallele ma alternanti, giacchè i margini delle pinnule maggiori sono disposti in 4 o 5 serie tutte rispondenti e parallele una all'altra, e i margini delle pinnule minori sono disposti in 5 o 6 serie pur parallele e rispondenti fra loro ma intermedie e alternanti con quelle antecedenti. Nel grosso e bello individuo descritto in ciascun lato del solco mediano sono almeno 53 pinnule. Sugl'ingrossamenti dei margini delle pinnule, nella parte superiore, sono dei globetti rotondi aventi la medesima posizione delle punte degli *Pteroeides*.

Il peduncolo è visibile per breve tratto e sembra affatto nudo: a cagione della sua incompletezza non ne riporterò le dimensioni.

Lunghezza del zoantodema 164^{m}. — Diametro 35^{m}.

Pennatulites sp.

Tav. II, fig. 3.

Pennatulites Meneghinii Cocchi, pro parte, in collectionibus Musaei florentini.

Lungo il Mugnone sotto Pratolino (Firenze).

Questa è forse un'altra specie diversa dall'antecedente, però mal conservata; ha il zoantedema claviforme, più lungo che largo, a pinnule inserite nel mezzo, embriciate, irregolari, con peduncolo allungato.

La ravvicino ai *Pennatulites* ma probabilmente appartiene ad un genere diverso della stessa famiglia, simile ai viventi *Pteroeides* e *Pennatularia*. Il Cocchi l'aveva riunito al suo *Pennatulites Meneghinii*, da cui diversifica però pel zoantodema più claviforme e pel peduncolo nudo, sicchè apparterrebbe a genere diverso non che a diversa specie.

Gen. **Paleosceptron** m.

1870. *Pennatulites* Cocchi pro parte.

Zoantodema superiormente claviforme, più lungo che largo, inferiormente più ristretto, cilindrico, allungato; peduncolo cilindrico.

Il Cocchi (Alessandri ecc. loc. cit. pag. 116) ravvicinò le specie di questo genere e quelle descritte dianzi al *Pteroeides elegans* Herklots e al *Ptilosarcus sinuosus* Gray. Il presente genere secondo me sta di mezzo fra le vere *Pennatulae* e le *Virgulariae*; poichè ha il zoantodema superiormente claviforme con pinnule bene sviluppate come i generi *Pteroeides*, *Pennatula*, *Ptilosarcus*, *Leioptilum* ecc., ed inferiormente ristretto con pinnule poco estese come le *Virgulariae*. È vicino perciò agli *Halisceptrum* (V. Kölliker, *Systematische Beschreibung der Alcyonarien*. Frankfurt, 1872); questi ultimi non hanno spicule calcaree.

Paleosceptron Meneghinii (Cocchi)

Tav. II, fig. 2.

1870. Pennatulites Meneghinii Cocchi; Alessandri. Grattarola e Momo, *Taglio* ecc. pag. 116.

Lungo il Mugnone sotto Pratolino (Firenze).

Zoantodema bipartito, superiormente rigonfiato, nell' estremità superiore ottuso, nel resto di diametro quasi uniforme, inferiormente più ristretto, allungato, cilindrico; peduncolo grosso, cilindrico (non si vede se più lungo o più corto della parte pinnulifera). Pinnule semicircolari, numerose, parallele e piuttosto regolari, embriciate e dirette verso la porzione superiore del zoantodema, inserite sempre nella linea di mezzo della parte anteriore, a margine grosso, piatto, irregolarmente ondulato e frastagliato. Le pinnule dell'estremità ottusa superiore sono piccolissime, quelle della parte cilindrica inferiore sono più brevi che nella parte claviforme e meno oblique sull'asse. La superficie de' margini è tutta granulosa (forse pella natura della roccia che si adattò all' impronta). Il peduncolo è coperto da corpi estranei e dalla roccia, per cui non se ne possono veder bene i caratteri.

Lunghezza della parte claviforme dol zoantodema		110-120^m
Diametro maggiore	» »	45^m
Lunghezza della parte cilindrica del zoantodema e del peduncolo, più di		200^m
Diametro del peduncolo	» »	32^m

Riunisco a questa specie almeno provvisoriamente e come individuo forse giovane un esemplare che il Cocchi nelle collezioni del Museo di Firenze ha attribuito alla *Pennatulites longespicata*. Non è certo quest' ultima specie perchè diversi sono la forma ed i caratteri del zoantodema; piuttosto si avvicina al *Paleosceptron Meneghinii*, almeno genericamente, ma potrebbe essere una specie diversa. Ne do le dimensioni.

Lunghezza della parte claviforme del zoantodema		32^m
Diametro maggiore	» »	17^m
Lunghezza della parte minore del zoantodema, almeno		40^m
Diametro	» »	12^m
Lunghezza del peduncolo	»	?

Un altro piccolo esemplare di alcionario che mi sembra appartenente almeno al genere *Paleosceptron* è indicato nel Museo di Firenze come proveniente da monte Ripaldi.

Famiglia delle Virgulariae

Gen. **Gyrochorte** (Heer)

Quenstedt descrive e figura una specie del lias, di questo genere che taluni ritennero rappresentasse impronte dello strisciare di anellidi o di ofiuri sui fondi fangosi, opinione non sostenibile quando si consideri la brevità e la forma stessa del fossile. Heer descrive o cita alcune specie del giura e del miocene, e le ritenne prima sfilate d' uova di molluschi marini, poi, ricredendosi, alghe vicine alle Caulerpe (Heer, *Flora fossilis Helvetiae*, 1877, p. 118), opinione che sul principio ritenni io pure (*Le*

alghe foss. Alp. Ap. 1881). Schimper (in Zittel, *Handbuch der Palaeontologie*, Bd. II, Lief. I, p. 51, 1879) divide l'opinione che siano alghe, sebbene rimanga incerto se si tratti di un particolare ordine o famiglia che non avrebbe più rappresentanti oggigiorno.

A me pare più verosimile d'ogni altra la supposizione che si tratti di alcionarî prossimi alle *Stylatulae*. Le specie descritte dall'Heer, specialmente la *G. comosa* più ancora della mia, hanno una singolare somiglianza con la *Stylatula gracills* Verrill del capo di San Luca e di Panama nei mari occidentali d'America. Le dimensioni combinano; si noti pure che le *Stylatulae* oltre all'asse calcareo ben distinto sono ricchissime di spicule e di foglioline calcaree, e per la natura coriacea sono in certe circostanze ben atte a rimanere fossilizzate. Nei nostri fossili non si conservarono le parti calcaree come non rimasero negli alcionarî penniformi già descritti, ma nelle medesime circostanze nelle quali si conservarono i secondi possono essersi mantenuti i primi.

Darò una nuova descrizione del genere coerente al mio modo di vedere.

Zoantodema sottile, allungato, ellittico, bipartito, superiormente alquanto bulboso; pinnule inserite nel mezzo, brevissime: peduncolo allungato con diametro poco minore del zoantodema.

Gyrochorte porrecta De Stefani

Tav. II, fig. 14

1881. Gyrochorte porrecta De Stefani, *Le alghe fossili nelle rocce delle Alpi Apuane.* Proc. verb. Soc. tosc. sc. nat. 3 luglio 1881, p. 281.

Negli strati calcareo-argillosi ed arenacei con *Inoceramus Cripsii* Mantell, nella creta superiore del monte di Roggio (Vagli, provincia di Massa), comune assai.

Zoantodema solido, sottile, allungato, diritto, a sezione ellissoidale leggermente strozzata nel senso dell'asse minore a cagione dei due solchi mediani longitudinali donde si partono le pinnule, bulboso cioè terminato superiormente con un leggero ingrossamento ovale. Il peduncolo non è ben visibile ne' frammenti che ho preso meco. Dal solco mediano del zoantodema si dipartono le pinnule brevissime, molto fitte, perpendicolari all'asse o leggermente oblique e rivolte verso la parte superiore, uniformi, e terminano all'esterno ottusamente per modo che il margine del zoantodema sembra leggermente crenulato. Nella porzione inferiore se ne contano 3 per millimetro, nella parte superiore, anche sul piccolo ingrossamento, 2.

Lunghezza de' frammenti 40-50^{m}.

Larghezza del zoantodema secondo l'asse maggiore 3^{m},5-4^{m}.

Larghezza del zoantodema secondo l'asse minore 1^{m},5-2^{m}.

Somiglia alla *G. comosa* H. ed alla *G. vermiculdris*, ma le pinnule sono molto più numerose, più fitte e più piccole.

Gen. **Virgularia**

Virgularia sp.

Nella creta superiore con *Inoceramus Cripsii* Mant., a Villamagna, con impronte vermiformi, a Vicano d'Altomena presso Pontassieve (Firenze) e negli strati ad *Inoceramus* cfr. *subcardissoides* di Montese (Museo di Bologna).

Frammenti lunghi fin 17^{m}, del diametro di 1^{m}, sparsi sulla superficie degli strati, d'asse calcareo spatico, sottilissimo, ellittico forse anche per pressione, retto o talora leggermente curvo, che da una estremità all'altra va lentamente assottigliandosi; internamente vuoto per uno spazio abbastanza ragguardevole proporzionatamente al diametro; esternamente segnato da un tenuissimo solco longitudinale, nel mezzo, ad ambedue i lati, sulle facce maggiori, e da alcune impressioni concave qua e là lungo il medesimo solco; vi sono inoltre microscopiche e fitte strie perpendicolari al solco longitudinale.

Simili fossili trovansi in parecchi altri terreni e qualche cosa di simile trovai anche nel macigno eocenico di Ponte a Piastra in Garfagnana dove li indicai coll'erroneo nome di *Batycrinus* sp. (*La Montagnola senese*. Boll. Com. geol. 1880).

Attesa la piccolezza dei frammenti e la difficoltà di levarli dalla roccia non potei esaminare la struttura microscopica della parte calcarea.

Gli alcionarî cui si riferiscono questi assi calcarei erano probabilmente *Virgulariae* o generi affini.

MOLLUSCHI

Classe. — Lamellibranchi

Gen. **Inoceramus** Sowerby

Inoceramus Cripsii Mantell. Geology of Sussex, p. 133, pl. XXVII, fig. 11.

Tav. I, fig. 1, 2

1851. Inoceramus? sp. Savi e Meneghini, *Considerazioni sulla geologia della Toscana*, p. 424.
1851. Inoceramus eocenus Meneghini, Savi e Meneghini, loc. cit., p. 485 (Pontassieve).
1853. Inoceramus Lamarcki (non Roemer), Meneghini, *Nuovi fossili toscani* (Annali delle Università toscane, t. III, p. 38).
1870. Inoceramus Cripsii Cocchi, Alessandri, Grattarola e Momo, *Taglio* ecc. p. 116.
1870. Inoceramus Cuvieri (non D'Orb.), Cocchi, loc. cit.
1881. Inoceramus Cripsii Negri, De Stefani, *Quadro comprensivo dei terreni che costituiscono l'Apennino settentrionale* (Atti della Soc. toscana di sc. nat. vol. V, p. 226).
1883. Inoceramus Cripsii Pantanelli, *Note Paleontologiche* (Rendiconti della Soc. dei naturalisti Modena S. III, vol. 1.

Varzi, fra Bosmenzi e la vetta del monte Boglieglio (Pavia — Negri); Selvanizza di Palanzano (Parma — museo di Parma) una impronta; Vigolo? (Reggio); Montese (Modena — Mazzetti una impronta); valle dell'Idice e M. Venere? (Bologna — Mortillet, Manzoni); strada fra Perticara e S. Agata Feltria (una valva) ed altri luoghi presso la Serra di Perticara (2 individui), fosso del Piano del Bosco presso Perticara (1 frammento) (Urbino — Scarabelli); Roggio nel comune di Vagli (Massa) una impronta; Villamagna (comune), Pratolino (museo di Pisa), lungo il Mugnone (una valva), S. Piero a Sieve, al Borgo nel Comune di Vaglia, Mulini di Boso (1 frammento), S. Anna nel Pistoiese (varî frammenti), presso Pontassieve (comune), Altomena (nuclei), Vicano d'Altomena (valve grandi e piccole), Ponzano (tre individui), Poggione presso Seranza (frammenti), Monte Fiesole (due valve), Melosa presso Paterno (comune), monte Ripaldi (raro — un individuo con 2 valve, e 2 frammenti), Marnia?, torrente Faltona (comune), Monte Cuccioli (Firenze — museo di Firenze).

È la specie più comune ed una delle più caratteristiche della creta superiore dell'Apennino settentrionale, trovandosi quasi dovunque affiorano terreni cretacei.

Per quanto riguarda la delimitazione di questa specie, mi attengo alla monografia dello Schlüter (*Zur Gattung Inoceramus*, 1877), il quale ha riunito coll' *I. Cripsii* una lunga serie di forme che gli autori avevano ritenuto distinte, cioè, oltre a parecchie specie determinate dal Morton, dal Roemer e dal Meek nella creta degli Stati Uniti d'America, l'*I. aratus* Conrad, l'*I. expansus* Baily, l'*I. impressus*, l'*I. regularis*, l'*I. Goldfussianus* D'Orbigny, e l'*I. planus* Münster.

Il Meneghini aveva distinto prima alcuni individui del Fiorentino col nome di *I. eocenus* (*Cons.* etc.) ma più tardi così si espresse a proposito del medesimo (*Nuovi foss.*). « Sta nella pietraforte l' *Inoceramus* descritto nelle *Considerazioni* come appartenente al terreno del macigno, e che si aveva quindi creduto eocenico. Un nuovo esemplare favoritoci dallo stesso sig. conte C. Strozzi, benchè trovato erratico, al pari del precedente, presenta con evidenza l'accennato carattere litologico. Togliendosi, quindi, con ciò la anomalia che risultava dalla presenza di un tal genere nel terreno eocenico, viene ora col riconoscimento della specie a confermarsi invece la qualificazione di cretacea superiore che diamo alla pietraforte ».

L'*I. Cripsii* è una delle specie più diffuse e più caratteristiche della creta superiore (piano santoniano e campaniano del Coquand) nell'Europa, nell'Africa, nell'Asia e nell'America.

Passerò alla descrizione sommaria di alcuni degl'individui nostri.

Un nucleo di Ponzano nel Pistoiese (tav. I, fig. 1) donato al r. Istituto di Firenze dal Mortillet, quasi isolato, ma alquanto imperfetto nella parte anteriore, si mostra identico alla fig. 4, taf. CXII del Goldfuss (*Petrefacta Germaniae*, p. 116). Nell'estremità inferiore oltre alle solite larghe coste concentriche si presentano tracce delle sottili strie superficiali che dovevano ornare tutta la conchiglia; il margine cardinale posteriore si presenta come di solito molto allungato e retto. La lunghezza è 75^m, l'altezza massima 52^m.

Si presenta quasi colle medesime apparenze una porzione anale di guscio, di Pontassieve, che dagli umboni va fino al margine ed ha 11 coste con fini strie rilevate concentriche.

Un'impronta della regione anale con 8 coste e le minutissime strie ben conservate proviene da Roggio (Massa). Per avere un' idea dell'andamento delle sottili strie le quali coprono tutta la superficie in questo ed in altri esemplari, si può consultare la figura dell' *I. regularis* D'Orb. che è appunto uno dei sinonimi dell' *I. Cripsii*.

Sul margine posteriore di un grosso individuo di Ponzano (Firenze) e sur un altro di monte Cuccioli si vede gran parte del cardine coi denti caratteristici.

Del Pontassieve (Firenze) (tav. I, fig. 2) si ha pure l'impronta di una grande valva alquanto mancante del margine cardinale e del margine palleare posteriore. Le dimensioni sono almeno 146^m per la larghezza, 131^m per l'altezza. Le coste sono circa 23 ed il parte si vedono le sottili strie superficiali. Il margine cardinale è retto, il lato boccale è convesso e più corto dell'altro, il margine palleare è maggiormente convesso; nell'insieme la forma è quella dell' *I. planus* Münster, uno dei sinonimi dell'*I. Cripsii*.

Altre valve ed impronte di queste dimensioni ed anche maggiori sono comuni nel torrente Faltona, a monte Fiesole (Firenze) ed altrove. Una valva di monte Fiesole è alta almeno 230^{m} e larga circa 300^{m}. In queste valve più grandi le grosse coste concentriche vanno per solito diminuendo verso il margine palleare dove rimangono le strie più sottili.

Da monte Ripaldi (Firenze) provengono porzioni di due grosse valve ancora appaiate, la metà anteriore d'una valva destra ed altro frammento di guscio; in questi esemplari le coste sono più fitte, più strette e più acute, serbandosi del resto le apparenze dell'*I. Cripsii.*

Per la sua importanza geologica descriverò un ragguardevole frammento d'individuo trovato dal dott. G. Sabbioni a Selvanizza di Palanzano (Parma) in un calcare arenaceo o pietraforte molto calcarifera e conservato nel Museo di Parma. Il frammento appartenente ad un grande individuo che ha i medesimi caratteri dell'*I. Cripsii* del Fiorentino, è la parte posteriore della valva sinistra; la parte anteriore è nascosta nella roccia, il margine posteriore venne rotto, e manca parte del margine palleare. L'altezza non è minore di 160^{m} e la larghezza fu certo maggiore: nella parte superiore sono 12 ondulazioni ottuse, regolari, equidistanti; manca il guscio e solo nella 11^{a} e 12^{a} ondulazione si vedono le sottili strie trasversali intermedie; a cominciare dalla 12^{a} le ondulazioni si succedono verso il margine palleare assai più irregolarmente, sono più variamente ondulate, non equidistanti, più depresse, e verso il margine palleare vanno quasi scomparendo; essendovisi conservato il guscio aragonitico si vedono strie trasversali. Si vede una porzione del margine cardinale posteriore, retto, che si dilunga dagli umboni per 35^{m}, dopo dei quali è rotto. Dall'andamento delle coste, da quel che rimane del margine posteriore e dal margine cardinale deducesi che non si tratta di *I. Cuvieri* nè d'*I. Lamarcki*, per non parlare se non delle specie indicate, benchè inesattamente, nell'Apennino.

Una impronta con 12 grosse coste, col margine cardinale posteriore retto, proveniente da Montese (Modena) mi fu comunicata dall' ab. G. Mazzetti. Il Mazzetti ebbe pure un individuo da Vigolo nel Reggiano, che io non ho visto, ma che il Pantanelli attribuì all'*I. Cripsii.*

Il conte senatore G. Scarabelli mi ha gentilmente comunicato 3 inocerami raccolti presso la Serra di Perticara ed uno del Fosso del Piano del Bosco presso Perticara. Una impronta discretamente conservata di presso la Serra appartenente ad una valva cui manca porzione dell'estremità anteriore, lunga 100^{m}, alta 75^{m} ha il margine cardinale posteriore retto, 9 grosse coste verso il margine palleare con minute strie intermedie e risponde in tutto all'*I. Cripsii.* Per l'andamento e la forma delle 12 coste rimaste vi si deve attribuire anche un frammento d'individuo poco più grande dello stesso luogo. Sulla strada fra Perticara e S. Agata Feltria pur presso la Serra suddetta fu trovato un altro individuo adulto, assai malmenato, mancante in parte dei lati anteriore e posteriore e del margine superiore: poteva essere lungo circa 140^{m} ed alto 110^{m}. Presso gli umboni vi sono 8 o 9 delle solite ondulazioni colle strie intermedie le quali verso l'estremità palleare rimangono sole: il guscio è screpolato ed in parte spostato. Dal Fosso del Pian del Bosco presso Perticara proviene un'impronta esterna ancor più incompleta, a quanto pare, della parte posteriore del guscio, con 8 coste aventi la forma e l'andamento dell'*I. Cripsii.*

L'esemplare raccolto lungo la strada fra S. Agata e Perticara trovasi alla superficie di un calcare silicifero; gli altri sono in una arenaria calcarifera di color chiaro simile alla solita pietraforte del Fiorentino, se non che ripiena di minutissimi frammenti di materia carboniosa. Negli esemplari presso la Serra la superficie dell'arenaria è coperta da argilla schistosa turchina.

Il dott. Arturo Negri ha trovato nell'alveo del torrente Staffora davanti al paese di Varzi (Pavia), un modello interno abbastanza caratteristico che egli attribuisce all'*I. Cripsii*. Inoltre « a metà circa della salita dal paesucolo di Bosmenzi (Bosmezzo della carta topografica dello Stato maggiore) alla vetta del monte Boglieglio (Pavia), in un mucchio di pezzi calcarei esistente a lato della strada » ha trovato « un'impronta, mancante però della parte corrispondente al cardine » che egli ha poi perduto e che attribuisce con incertezza « all'*I. Lamarcki* Brug.? « Siccome però questa specie non si è ancora trovata presso di noi, potrebbe darsi si trattasse di una delle solite forme dell'*I. Cripsii*. L'individuo di Varzi è tuttora in proprietà del sig. Negri a Padova.

Forse si riferiranno allo stesso *I. Cripsii* i due inocerami trovati dal Mortillet e dal Manzoni nella valle dell'Idice nel Bolognese presso monte Armato ed a monte Venere.

Una valva proveniente da Marnia (Firenze), forata dalla *Cliona hastata* De St. e tutta screpolata ha poche coste e depresse verso gli umboni; del resto la superficie è tutta ornata da regolarissime strie impresse ad intervalli assai larghi. Non è scoperto il margine superiore e non posso giudicare se si tratti, come credo, del solito *I. Cripsii* o di altra specie.

Dove è conservata qualche parte del guscio, come frequentemente accade, si vede sempre la struttura aragonitica.

Non mi è mai avvenuto fin qui di trovare frammenti attribuibili all'*I. Cuvieri* D'Orb. od all'*I. Lamarcki* Roemer (1).

Inoceramus cfr. *subcardissoides* Schlüter.

1884. Inoceramus cfr. subcardissoides Capellini, *Il Cretaceo superiore e il gruppo di Priabona nell'Apennino settentrionale.* Acc. Sc. Bologna. S. IV, T. V, p. 540.

Montese (Capellini).

Per gentilezza del prof. Capellini vidi nel Museo di Bologna alcuni belli esemplari di questa forma affatto diversi da tutti gli altri *Inocerami* da me veduti.

Gen. **Ostrea** L.

Ostrea Cocchii sp. n.

Tav. I, fig. 3, 4

Nel torrente Faltona in Mugello (due valve), Pontassieve (molte valve), Monte Cuccioli, nel fosso di Vicano presso Pontassieve (Firenze) (molte valve) sempre ade-

(1) Per gentilezza del prof. Stoppani esaminai le sue collezioni paleontologiche lombarde nel Museo Civico di Milano e vidi che gli Inocerami di Breno, Nibionno, Petana, Mere, Maglio a Merone, Rogeno, appartengono tutti all'*I. Cripsii*, confermando l'identità di quei terreni con gli altri dell'Appennino.

rente all'*Inoceramus Cripsii* Mantell, e propria per conseguenza della zona della Creta superiore caratterizzata da questo fossile.

Valve quasi triangolari, oppure a volte ovali-allungate, per lo più leggermente voltate a sinistra, coll'apice molto appuntato, triangolare, col margine palleare convesso. Nella valva inferiore l'apice presenta la fossetta del ligamento triangolare piuttosto profonda, convessa, fornita di sottili e fitte rughe trasversali, ad ambedue i lati alquanto rilevata e separata dai margini da una stretta depressione. La valva superiore è pianeggiante, per solito più piccola e sprofondata nella inferiore; la superficie di essa è ornata da coste trasversali rade, grossolane, irregolari ma continue o quasi, e da leggerissime rugosità longitudinali e strie radiali fitte, irregolari, che sovente si fanno molto visibili nella parte posteriore verso il margine palleare. In una valva, di queste linee radiali se ne contano circa 45.

Dimensioni di esemplari di media statura.

Lunghezza 17^{m} — Larghezza 8-12^{m}.

Lunghezza della fossetta del ligamento 5^{m}.

Somiglia all'*O. acutirostris* (Nilsson) figurata dal Goldfuss (*Pet. Germ.* tab. 82, fig. 3) e propria della creta superiore, ma invece di coste radiali grossolane ha le strie sottili e frequenti.

Classe. — Cefalopodi

Gen. **Turrilites** Lamarck

Turrilites costatus Lamarck

Tav. I, fig. 7.

1801. *Système des animaux sans vertèbres*, p. 102. — 1813. Sowerby, *Mineral conchology*, t. I, p. 81, tav. 36. D'Orbigny, *Paléontologie française*, t. I. *Terrains crétacées*, p. 598, pl. 145. — 1853. Sharpe, *Description of the fossil remains of Mollusca found in the Chalk of England*. Paleont. Soc. p. 66, plate XXVII, fig. 1-5, 15, 16.

1870. Turrilites costatus Cocchi; Alessandri, Grattarola e Momo, *Taglio* ecc. p. 115.

Nella creta media a Marnia (Firenze). Un bell'esemplare è nella collezione Strozzi ed un modello in gesso, che è quello da me studiato, se ne trova nel Museo dell'Istituto superiore di Firenze.

Nell'esemplare citato mancano porzione dell'ultimo giro ed alcuni dei giri superiori, ma ne rimangono ancora 5 colla lunghezza complessiva di 83^{m}. La proporzione dell'altezza dei giri alla larghezza è di poco meno che 1 a 2; l'angolo spirale è circa 27^{m}, ma convien notare che la spira è alquanto schiacciata in senso longitudinale. Sui giri si osservano bene i tubercoli allungati a mo' di coste nella parte superiore e nodiformi nella parte inferiore: nei giri più bassi, aderente alla sutura inferiore, come spesso accade in questa specie, vedesi una terza serie di tubercoletti più piccoli rispondenti per numero e per posizione a quelli superiori. Il numero dei tubercoli, invece che 19 a 29 come è per solito nel *T. costatus*, pare di circa 34, contando quelli della metà che rimane scoperta. L'individuo è però di grande statura.

Questa specie sì ben distinta è una delle più caratteristiche del piano Rotomagiano, o parte media della Creta media in Francia (Brongniart, D'Archiac, Eymerie,

Mathéron, D'Orbigny, ecc.), in Inghilterra (Mantell, Sowerby, Sharpe, ecc.), in Svizzera, Spagna, Germania, in Algeria (Coquand), nelle Indie orientali (Stoliczcka).

Turrilites cfr. *acutus* Passy

Tav. I, fig. 6.

Turrilites acutus Passy, *Description géologique de la Seine inférieure*, pl. XIII, fig. 3. — 1873. Schlüter, *Cephalopoden der oberen deutschen Kreide* (Palaeontographica) 1871-72, 76, p. 127, taf. 38, fig. 15, 16. — 1853. Turrilites Wiestii Sharpe, *Desc. of.*, p. 67, plate XXVII, fig. 8, 9. 77.

1870. Turrilites sp. aff. T. Wiestii Cocchi; Alessandri, Grattarola e Momo, *Taglio* ecc. pag. 115.

Un frammento d'individuo poco ben conservato della creta media di monte Ripaldi (Firenze).

Vi si vedono i tre quarti della base dell'ultimo giro, che è alquanto depresso e deformato; apparisce il principio dell'ombelico: 15 o 16 costicine allungate, quasi uguali agl'intervalli (nel giro interno dovrebbero essere circa 20), partendo alquanto lungi dall'ombelico vanno a terminare all'esterno, dove comincia la maggiore convessità del giro in un tubercoletto alquanto prominente; presso alla base sulla convessità è un'altra serie di tubercoletti nodosi non allungati, rispondenti per numero a quelli dianzi accennati: nulla si vede di ciò che potrebbe essere presso la parte superiore del giro.

Attesa la poco buona conservazione dell'esemplare non mi arrischio a dare la denominazione come definitiva.

Turrilites sp. n. cfr. *Hugardianus* D'Orbigny

Tav. I, fig. 5.

Nella creta media di monte Ripaldi (Firenze).

Un ultimo giro deformato e compresso di un grosso individuo si presenta assai convesso, colla spira a destra; il diametro era circa 40-45^{m}; l'altezza del giro, che mal si può giudicare perchè compresso e perchè ne manca una parte, doveva essere da 24-30^{m}, sicchè starebbe in rapporto col diametro circa come 3 a 5. La superficie è longitudinalmente ornata di circa 24 coste rilevate, piuttosto acute, molto oblique e flessuose, separate da intervalli leggermente concavi, almeno tre volte più larghi, alquanto declivi nella parte anteriore verso l'apertura, più ripide posteriormente: esse giungono a coprire tutto il giro e si vedono internare nell'ombelico. Questo pare relativamente piuttosto ampio.

Non si può verificare se questa specie appartenga al gruppo dei *Turrilites angulati* o a quello dei *rotundati*. Pel numero delle coste e pel loro andamento somiglia a quel frammento di grosso individuo chè il D'Orbigny ha attribuito al suo *T. Hugardianus* (*Pal. franc.* p. 588, pl. 147, fig. 11). Nei piani superiori e medî della creta non trovo altra specie più vicina alla nostra, ma pel cattivo stato dello esemplare non oso affermare se proprio si tratti di specie nuova, o del suddetto *T. Hugardianus*. Alcuni individui, secondo il Pictet, giungerebbero al diametro di 25^{m} ma sarebbero tuttavia più piccoli dei nostri.

Il Pictet dice che il *T. Hugardianus* caratterizza il *Grès vert supérieur* a Sainte-Croix (cioè la parte inferiore della Creta media); si trova pure in altri luoghi di Francia e di Svizzera.

Alcuni altri frammenti di monte Ripaldi mostrano un giro ornato di coste longitudinali simili a quelle della forma suaccennata, ora più fitte ora più rade; ma non si può decidere se si tratti di *Turrilites* o di *Ammonites*.

Un altro frammento di monte Ripaldi sembra attribuibile ad un *Turrilites* con ombelico piuttosto ampio, con 28-32 coste; ogni 3 o 4 coste una è più rilevata; alcune delle costicine intermedie sembrano confluire; del resto anco la superficie del frammento è mal conservata.

Due frammenti consimili, aventi 6 o 7 coste, che potrebbero essere appartenuti ad un di questi *Turrilites*, provengono pure dalle cave di S. Margherita a Montici.

Gen. **Schloembachia** Neumayr

Schloembachia Michelii (Savi)

Ammonites texanus Roemer

Tav. II, fig. 6.

1776. Corne d'ammon Ferber, *Lettres sur la minéralogie et sur divers autres objets de l'histoire naturelle de l'Italie*, traduit de l'allemand par le baron de Dietrich. Lettre XIX, p. 406.

1814. Corno d'ammone Brocchi, *Conchiologia fossile subapennina*, vol. I, p. 17.

1846. Hamites sp., Pilla, *Sur la vraie position du terrain du macigno en Italie et dans le midi de l'Europe*. Mémoires de la Soc. géol. de France, ser. 2, t. II, p. 150, pl. IV, fig. 6, *mala*.

» Hamites Michelii Savi; Pilla, *Distinzione del terreno etrurio tra i piani secondari del mezzogiorno d'Europa*, p. 4, tav. II, fig. 7, *mala*.

1850. » » Savi; Savi e Meneghini, *Cons. geol.* p. 403.

1870. Ammonites » Cocchi; Alessandri, Grattarola e Momo, *Taglio* ecc. p. 114.

1852. Ammonites texanus Roemer, *Die Kreidebildung von Texas*. — Fritsch und Schloenbach, *Cephalopoden der böhmischen Kreide*. — 1873. Redtenbacher, *Die Cephalopodenfauna der Gosauschichten in den nordöstlichen Alpen*. — 1879. Lartet, *Exploration scientifique de la Mer Morte*, p. 113, pl. VIII, fig. 4. — Schlüter, *Cephalop. d. ob.* taf. XLI, fig. 1, 2; taf. XLII, fig. 11.

Nella Creta superiore di S. Francesco di Paola (Firenze), trovato nel secolo scorso dal Micheli.

A proposito di questo individuo che descriverò Ferber (loc. cit.) dopo aver parlato delle cave di pietraforte delle Campora e di S. Francesco di Paola presso Firenze, dice « Micheli a trouvé dans la *pietra forte* un corne d'ammon pétrifié, et des impressions de plantes ». Brocchi (loc. cit.) soggiunge « io ho veduto questo identico pezzo che ora si conserva nel gabinetto del prof. Targioni, e fu tratto dalle petraie di S. Francesco di Paola ». Pilla (*Sur la pos.*) nel figurarlo affermava che « c'est un fragment d'une coquille cloisonnée, qui par le contour de la spire semble appartenir à un *Hamites* ou peut-être à un *Ancyloceras* » e soggiunge (*Dist. terr. etc.*): « Questo prezioso avanzo conservasi nella collezione del Targioni a Firenze, dove fu veduto dal Brocchi, dal prof. Nesti e dal Savi; quest'ultimo ne prese un modello in gesso, il quale si conserva nel Museo mineralogico della Università di Pisa; ed è veramente cosa dispiacevole che ne' cangiamenti a' quali è andata incontro quella

collezione l'esemplare del quale parliamo siasi perduto». Savi e Meneghini descrissero la specie sul modello in gesso, ma è stato poi di nuovo trovato l'originale nel Museo di Firenze, ed eccone la descrizione: le parole in corsivo sono quelle stesse che ha scritto il Meneghini. Quest'autore comincia così:

« Ammonitide che sembra potersi riferire così ad un *Ancyloceras* come ad un *Hamites*, benchè la curva rientri un poco troppo rapidamente così per l'uno come per l'altro, non tanto però da potersi neppure supporre che si tratti di un *Crioceras* ». Infatti l'andamento della spira è quello di un *Ammonites*, tutt'al più leggermente deformato per compressione laterale come spesso accade ne' fossili di questi luoghi, e per un *Ammonites* lo ritenne anche il Cocchi. Oltre allo stato di conservazione al solito non perfetto, sembra ch' esso sia stato alquanto sciupato coll'intendimento di pulire mediante lo scalpello le coste più esterne dell'ultimo giro e la porzione ombelicale, come pure alcuni tratti della regione sifonale.

Il diametro sembra fosse circa 160^{m}; la larghezza maggiore dell' ultimo giro è 50^{m}. La curva è *pressochè esattamente circolare;* dell' ultimo giro son rimasti poco più dei $^{3}/_{4}$. Il numero delle coste è 22, e nel giro completo doveano essere da 29 a 30: esse sono *grosse ed ottuse,* diritte, semplici, tutte dilungate uniformemente dalla regione ventrale od ombelicale alla dorsale o sifonale, « con tale ordine di decrescente grossezza e distanza che le estreme posteriori sono di metà più sottili e di metà più vicine. Evidenti sono gl' indizî di un grosso e sporgente tubercolo all' estremità ventrale, e di uno alla dorsale di ogni costa »; oltre di questi notati dal Meneghini, almeno in una parte delle coste meglio conservate si vedono altri due tubercoli mediani equidistanti fra loro e dagli altri e rilevati come gli altri. Le serie de' tubercoli visibili sono dunque 4 e si notano specialmente sulle 4 o 5 ultime coste che sono meglio conservate nella parte centrale, sebbene tracce ne sieno anche sulle altre. « Il dorso non è in alcun punto visibile. La porzione occupata dalle otto prime coste non offre vestigio di lobi; sono questi invece in parte distintamente scolpiti a partire dalla nona ».

Si vedono infatti tre lobi e tre selle. Il lobo antisifonale è sconosciuto; la sella esterna è assai larga e divisa in due parti di cui si vede solo l'interna suddivisa alla sua volta in due rami; primo lobo laterale assai profondo con 7 rami; sella laterale, di cui si vede quasi solo la parte esterna, bilobata, larga presso a poco come il primo lobo laterale. Questi lobi hanno qualche somiglianza con quelli della *S. inflata* Sow.

Pella forma e pel numero delle coste questa specie mi sembra identica all'*Ammonites texanus* Römer la cui pubblicazione è posteriore di qualche anno; però atteso il poco buono stato del nostro individuo occorre tenersi in qualche riserva. La quinta serie di nodi non si vede nel nostro individuo perchè nella forma adulta sta sulla metà della parte sifonale che nel caso nostro manca. Col nostro ha specialmente analogia l'individuo figurato dal Lartet (loc. cit.).

L'*A. texanus* è indicato nell'*Emscher-Mergel* in Vestfalia, nei Priesener-Schichten in Boemia, nel nord-est e nel sud della Francia, in Algeria (Brossard, Coquand), in Palestina (Lartet), negli Stati Uniti d'America (Roemer, Conrad). Secondo Coquand è caratteristico de'piani Santoniano e Coniaciano immediatamente sottostanti alla zona con *Inoceramus Cripsii.*

Schloembachia Cocchii (Meneghini)

Tav. I, fig. 11, 12, 13; Tav. II, fig. 7.

1853. Turrilites Cocchii Meneghini, *Nuov. foss.* p. 21, 37 (Vezzano).
1864. » » Capellini, *Descrizione geologica dei dintorni del golfo della Spezia e val di Magra inferiore*, p. 68 (Vezzano).
1870. Ammonites » Cocchi, Alessandri, Grattarola e Momo, *Taglio* ecc. p. 114 (Vezzano).
» » Cocchi, *sp. ined.*, n. 10. loc. cit. p. 114.

Nella creta superiore a monte Ripaldi (Firenze), assai comune: A monte Cuccioli (Firenze) rara.

A Vezzano presso la Spezia (Genova).

Questa specie venne stabilita sopra un individuo trovato a Vezzano (tav. I, fig. 12) che si conserva nel Museo di Pisa, e di cui è un modello in gesso nel Museo di Firenze. Io lo descriverò copiando in parte la illustrazione del Meneghini. « L'esemplare è compresso lateralmente in modo da presentare figura ellittica.... Per effetto della compressione è sfigurata porzione dell'ultimo giro e gran parte dei giri interni ». Il diametro, parrebbe di circa 217^{m}, l'altezza maggiore dell' ultimo giro nella porzione visibile è circa 62^{m}. La superficie è ornata da coste le quali si estendono dalla regione ventrale alla sifonale; dovevano essere da 30 a 35, uniformi, rette o leggermente ricurve, ottuse; « cominciano sottili e poco elevate presso all'ombelico e vanno elevandosi ed ingrossandosi fino ai due terzi esterni del giro, dove terminano con un nodo molto prominente ».

Secondo il modello, nel primo quarto del lato sifonale sarebbe una carena, che poi negl'individui meglio conservati di monte Ripaldi troviamo accompagnata dall'altra rispondente nell'estremità opposta e da una nel mezzo.

Di monte Ripaldi ho esaminato intorno a 21 o 22 individui.

Un individuo (tav. I, fig. 14), il meglio conservato tra i fossili cretacei dell'Apennino, oltre ai caratteri indicati ne presenta altri che completeranno la descrizione. Esso è leggermente deformato per compressione laterale ed insieme coi giri interni ha nascosto nella roccia un quarto dell'ultimo giro; è ben distinta in alcuni punti la regione sifonale tricarenata. Ha il diametro maggiore di circa 101^{m}, l' altezza maggiore dell'ultimo giro di circa 28^{m}. Le coste, circa 30, hanno tutti i caratteri dianzi accennati. Nel primo quarto del lato sifonale si vede l' ottusa carena che cinge tutto l'ultimo giro, alla quale, come gia accennai, non giungono le coste radianti della superficie le quali terminano prima di essa in un nodo: una depressione ampia ma non molto profonda separa questa prima carena da quell'altra pure ottusa che corre sulla metà del dorso; una terza carena si manifesta nell'altro quarto della regione sifonale. Non si vede traccia di lobi se non della sella esterna, stretta, con poche ramificazioni in un individuo.

Un individuo che parmi riferibile a questa specie nel quale si vedon solo due o tre delle solite coste e parte della regione sifonale tricarenata, giunge al diametro di 185^{m} e la larghezza dell'ultimo giro è 60^{m}. In qualche altro individuo avente le medesime dimensioni e la medesima forma, sebbene non si veda la regione sifonale, le coste, aventi pure la solita forma, sono alquanto curve. Solo in un individuo con

diametro di circa 85^{m} e larghezza dell'ultimo giro di circa 35^{m} si vedono insieme parti della regione dorsale colle caratteristiche carene ed i giri più interni. Questi si vedono pure in parecchi altri individui (tav. 1, fig. 13) nei quali è sciupato o mancante il caratteristico giro esterno, che io ciò non ostante ritengo debbansi unire alla solita specie; in quei giri interni, che sono 4, le coste sono diritte, molto ravvicinate fra loro, separate da intervalli uguali o poco minori; nel terzo giro interno sono 35, cioè quante nel giro più esterno, ma sono per conseguenza assai più ravvicinate che in questo.

La nostra specie insieme con la *S. tricarinata* d'Orb. che si trova pure a Monte Ripaldi, con la *S. westphalica* Stromb., con la *S. tridorsata* Schlüt., appartiene ad un tipo notevolissimo pelle tre carene sul lato dorsale che ricorda ammoniti di piani più antichi, che nella creta è rappresentato dalle poche specie accennate e soltanto nel piano Santoniano, in Germania, in Francia, Inghilterra, nelle Indie orientali, nel Sud Africa, e negli Stati Uniti d'America.

Per conseguenza credo che anche la *S. Cocchii* indichi l'esistenza del medesimo piano della Creta superiore, a Vezzano e monte Ripaldi. La *S. tridorsata* Schlüt. è la specie più affine alla nostra, la quale non pertanto diversifica pel numero alquanto maggiore delle coste e perchè queste mancano di tubercolo verso la regione ombelicale.

Schloembachia tricarinata (D'Orbigny)

Tav. II, fig. 4, 5.

Paléontologie franc. t. I. *Terr. crét.* p. 307, pl. 91, fig. 1,2.

1877. Schloembachia tricarinata Schlüter, *Ceph. d. ob. deut. Kreide*, taf. XIII, fig. 1, 4. — 1881, Gerster, *Die Plänerbildungen am Ortenburg bei Passau*, (Nova acta Ac. Cesareae Germ. naturae curiosorum. Halle, pag. 30).

1870. Ammonites sp. ined. cfr. tricarinatus Cocchi; Alessandri, Grattarola e Momo, *Tuglio* ecc. p. 114.

» » sp. ined. n. 14. Cocchi, loc. cit. p. 115.

Creta superiore di monte Cuccioli e monte Ripaldi (Firenze); comune per lo più in individui giganteschi: ne conosco 24 o 25 esemplari. Un individuo di M. Ripaldi è indicato come proveniente da uno strato a 25 metri sopra il piano della cava.

L'individuo meglio conservato è di monte Ripaldi ed ha il diametro di 250^{m}, e la larghezza dell' ultimo giro, all'apertura, di 45^{m}; come si vede dunque l'accrescimento è lentissimo e l'ultimo giro è poco più grande dell'antecedente. La superficie è piuttosto depressa ed ogni giro è ornato trasversalmente da coste grossolane, depresse: esse sorgono piuttosto elevate e quasi nodiformi nella regione ventrale; in questa nell' ultimo giro se ne dovevano contare 24 a 26 separate da intervalli il doppio più larghi; partendo dalla regione ventrale, verso la metà della superficie si deprimono alquanto e si biforcano. Per solito soltanto il ramo situato verso la parte posteriore di ogni giro seguita fino alla regione sifonale con elevazione alquanto uniforme, mentre il ramo anteriore accosto alla biforcazione è assai depresso e solo verso la regione sifonale torna a rialzarsi come l'altro. Ambedue i rami terminano sul principio della regione sifonale in ottusi tubercoli, sicchè contando lungo il margine di quella le coste sono in doppio numero che non sul margine ventrale e sono

separate da intervalli di poco maggiori delle medesime. È a notarsi che verso l'apertura, la quale è completa, le coste vanno facendosi alquanto meno marcate; presso quella, che è discretamente conservata, si notano parecchie linee trasversali curve parallele al margine esterno dell'apertura, che si direbbero linee d'accrescimento. In questo individuo non si vede alcun tratto della regione sifonale. Il margine dell'apertura è concavo e falcato, scende con regolare curva fino al margine ombelicale senza quell'apparenza leggermente sigmoidale che si vede nella *S. varians* Sow., nella *S. cristata* Deluc, ed in altre specie, e forse termivava con un prolungamento a guisa di becco nella parte sifonale, La regione sifonale vedesi colle tre carene o con traccia di alcuna di esse in tre individui che nel resto però sono mal conservati sebbene vi si notino alcune delle coste caratteristiche.

Un individuo giunge alle seguenti dimensioni: diametro 380^{m}, larghezza dell'ultimo giro 70^{m}. Un altro ha diametro 510^{m}, altezza dell' ultimo giro 110^{m}, ampiezza dell'ombelico 30^{m}.

Alcuni individui giovani rispondono esattamente alla figura del D'Orbigny; hanno diametro di 78^{m} circa e larghezza dell' ultimo giro di circa 17^{m}; le coste talora cominciano con un distinto tubercoletto nella regione ombelicale, dove se ne contano circa 17 e nel mezzo della superficie si deprimono. Un individuo giovane di monte Cuccioli presenta ben distinto il dorso colle tre carene.

Schloembachia Targionii sp. n.

Tav. I, fig. 9.

1870. Ammonites sp. ined. n. 12, Cocchi; Alessandri, Grattarola e Momo, *Taglio* ecc. p. 115.

Un individuo di monte Ripaldi (Firenze).

Il diametro è 20^{m}, la larghezza massima dell'ultimo giro 5^{m}. Parte dell'ultimo giro è coperta dalla roccia; in esso si vedono 23 coste diritte, ottuse, grosse quanto gl'intervalli o poco più, che dall' ombelico vanno fino al principio del dorso, fornite di un tubercolo ottuso presso l'ombelico e d'un altro verso il dorso dopo del quale vanno deprimendosi e quasi scomparendo per terminare poco prima della metà del medesimo. Sopra questo è una ottusa carena fra la quale ed il cominciamento delle coste corre una leggera depressione. Oltre il giro esterno ne sono altri tre più o meno conservati, le cui coste hanno i medesimi caratteri. Non vi sono tracce di lobi.

Dedico la specie a Giovanni Targioni Tozzetti che nel secolo scorso fu tra i più valenti illustratori delle cose naturali toscane.

Schloembachia Ferberi sp. n.

Tav. I, fig. 10.

1870. Ammonites sp. ined. n. 12, Cocchi; Alessandri, Grattarola e Momo, *Taglio* ecc. p. 115.

Un individuo di monte Ripaldi (Firenze).

Giri a lento accrescimento; diametro 21^{m}; ultimo giro largo circa 7^{m}, fornito di coste trasversali uniformi, sottili, separate da intervalli larghi il doppio, a volte dicotome verso l'esterno, leggermente flessuose, che poco prima di giungere al dorso si rivolgono con angolo ottuso verso la parte anteriore.

Non vedonsi lobi nè la parte media del dorso, ma sembra che questa fosse acuta o carenata.

La forma delle coste e la proporzione dei giri rendono questa specie diversa dalla *S. varians* Sow., dalla *S. varicosa* Sow., dalla *S. Bouchardiana* D'Orb., che ha tutte le coste dicotome, e da tutte le forme affini.

Schloembachia sp.

Monte Ripaldi (Firenze).

Un altro tipo che si potrebbe accostare alla *S. Bravaisiana* D'Orb. sembra rappresentato da due individui dei quali non si vede che uno dei fianchi. Il meglio conservato ha diametro di circa 30^{m}, larghezza dell'ultimo giro di circa 7^{m}. I giri crescono assai lentamente, sono ornati da coste depresse quasi uguali agl'intervalli, diritte, spesso dicotome verso la regione sifonale: verso l'ombelico nell'ultimo giro ne sono almeno una trentina.

Gen. **Acanthoceras** Neumayr

Acanthoceras cfr. *Mantellii* (Sowerby)

1880. Ammonites cfr. Mantellii Sow. Scarabelli, *Descrizione della carta geologica del versante settentrionale dell'Apennino fra il Montone e la Foglia*, p. 23.

Cà di Panico presso Ripa Canèa sulla Marecchia, nelle argille scagliose (Urbino) (Scarabelli).

Frammento ridotto a manganite, appartenente a porzione dell'ultimo giro, esteriormente bernoccoluto e non ben conservato, di forma ellittica, compressa, del diametro di 41^{m}, della massima altezza di 21^{m}. Sur una delle superfici vedonsi cinque coste diritte, ottuse, strette, che partendo dalla regione ventrale continuano a traverso quella sifonale e più o meno oscuramente si vedono anco sulla superficie opposta. Una di quelle coste sembra confluire con un'altra quasi a ridosso dell'ombelico; le altre sono semplici, e separate da intervalli larghi il doppio: ad ambedue i lati della regione sifonale sembra che fossero fornite di almeno una ottusa protuberanza. Sulla superficie si vedono indizî del primo lobo laterale.

Il citato esemplare somiglia alla fig. 4, tav. 104 del D'Orb. (*Paléontologie française*).

Acanthoceras cfr. *navicularis* (Mantell)

Tav. I, fig. 8.

1870. Ammonites sp. aff. navicularis Cocchi; Alessandri, Grattarola e Momo, *Taglio vial. Colli*, p. 114.

? 1875. » » eocenicus Mantovani, *Delle argille scagliose e di alcuni ammoniti dell'Apennino dell'Emilia*. Atti della Società italiana di scienze naturali, vol. XVIII, p. 52, tav. I, fig. inferiore.

? 1884 Acanthoceras Mantelli Capellini, *Il cretaceo superiore e il gruppo di Priabona* p. 5.

Creta media di monte Ripaldi e Santa Margherita a Montici (Firenze), (Museo di Firenze). Cà di Panico presso Ripa Canea sulla Marecchia (Urbino), (Museo d'Imola).

Costa dei Grassi nel circondario di Castelnuovo nei monti? (Reggio d'Emilia), (Museo Spallanzani di Reggio e Museo di Parma). Rocca Corneta (Bologna, Capellini).

Un esemplare di monte Ripaldi, alquanto ellittico per compressione laterale e sciupato in una metà dell'ultimo giro presenta la spira e il dorso mediocremente conservati. Esso è rigonfio, col dorso molto convesso, col diametro di circa 50^{m} e l'altezza dell'ultimo giro circa 15^{m}. L'accrescimento è molto rapido; i giri più interni non sono visibili, ma l'ombelico appare profondo. Le coste che ornano trasversalmente la superficie sono grossolane, ottuse, separate da intervalli quasi uguali, continue a traverso il dorso; ne alternano di solito una più lunga ed una più corta che si ferma a due terzi dei fianchi prima di giungere all'ombelico. Alcune di queste coste, nel penultimo giro, e nella parte più interna dell'ultimo sono confluenti: sul dorso dell'ultimo giro se ne contano 27.

Altri due individui peggio conservati di monte Ripaldi sembrano attribuibili a questa medesima forma.

La mancanza di tubercoli sulle coste mi ha fatto attribuire la specie all'*A. navicularis*, anzichè all'*A. Mantellii* Sow.: ambedue queste specie sono del resto caratteristiche del piano Rotomagiano in tutta Europa e in Algeria.

Secondo ogni verosimiglianza appartiene all'*A. navicularis* eziandio un nucleo trovato nelle argille scagliose di Cà di Panico, gentilmente comunicatomi dal senatore Scarabelli, formato d'ossido di ferro e di manganese, e che credevasi appartenente ad un Inoceramo. Vi si scorge il dorso molto deformato per compressione obliqua. Il frammento è lungo 81^{m}; da una parte è rotto, dall'altra, dove è meglio conservato, è largo 45^{m} ed è assai depresso; ivi si ripiega per continuare nella parte inferiore interamente nascosta dal nucleo limonitico: 11 o 12 coste trasversali semplici, ottuse, girano tutto intorno all'ultimo giro senza tubercoli. Due di tali coste sembrano confluire ad uno dei lati; esse sono leggermente convesse e separate da spazî lisci quasi uguali o poco maggiori; la grossezza ne è di 4^{m}. In un punto si vede qualche indizio di lobi.

Mercè la gentilezza del prof. Jona ho potuto esaminare nel Museo civico Spallanzani di Reggio-Emilia l'ammonite descritto e figurato dal Mantovani col nome di *A. eocenicus*, trovato alla Costa de'Grassi. Esso è isolato, molto depresso, a tale che è acutamente carenato nei margini. Si vede discretamente uno dei fianchi, salvo qualche porzione dei margini e la parte interna; dell'altro fianco si vede alcuna delle parti più esterne attigue al dorso. Il diametro è di 87^{m}; l'altezza dell'ultimo giro non è minore di 30^{m}: l'accrescimento è molto rapido. Nell'ultimo giro sono 23 o 24 coste grossolane, diritte, continue intorno al dorso, apparentemente uniformi in tutta la loro lunghezza, più grosse verso l'apertura, sempre più sottili fino a diventar minori di metà nell'estremità più interna dello stesso ultimo giro, poco più strette degl'intervalli lungo il margine ventrale. Dalla metà circa dei fianchi, fra una e l'altra delle coste accennate, parte quasi sempre e gira intorno al dorso una costa intermedia, sicchè sul dorso il numero delle coste è quasi raddoppiato e la loro larghezza è quasi uguale a quella degl'intervalli o poco minore. Pare che le coste manchino sempre di tubercoli, perciò attribuirei la specie all'*A. navicularis*, sebbene con incertezza.

Dallo stesso luogo proviene una impronta che si conserva nel Museo geologico di Parma, e la ebbi in comunicazione dai signori P. Strobel e Del Prato. L'impronta risponde a parte di un giro; è larga 22^{m}, con 8 coste ottuse, quasi uguali agl'intervalli, leggermente curve; dopo 4 coste ne è una intermedia che partendo dalla metà del fianco va al dorso.

Mi sembra attribuibile a questa specie piuttosto che all'*A. Mantelli* anche l'esemplare di Rocca Corneta descritto e figurate dal Capellini, il quale dice « per le sue dimensioni e per la forma delle coste questo esemplare si può ritenere adulto; mancano perciò i tubercoli che ornano il dorso degli individui giovani. Le coste dovevano essere 28; non si scorge alcuna traccia di lobi ».

Gen. **Desmoceras** Zittel

Desmoceras Austeni (Sharpe) con *Aptycus.*

Tav. II, fig. 10.

Desc. op. foss. rem. p. 28, pl. XII, fig. 1, 2, 1853, — 1871-76, Schlüter, *Ceph. d. ob. Kreide*, p. 38, taf. 11.

1870. Ammonites Austeni Cocchi; Alessandri, Grattarola e Momo, *Taglio* ecc. p. 114.
» » varians (non Sow.), Cocchi; loc. cit. p. 114.
» » sp. aff. planulatus (non Sow.), Cocchi; loc. cit. p. 114.

Parte superiore della Creta media di monte Ripaldi (Firenze), non comune. Ne conosco quattro individui.

Un individuo discretamente conservato ma schiacciato ha il diametro di 220^{m}, è depresso, discoidale; è ricoperto dalla roccia nella regione ombelicale, ma si vedono per intero l'ultimo giro fornito ancora all'apertura de' suoi aptici, e gran parte del penultimo. La larghezza dell'ultimo giro presso l'apertura sembra intorno a 80^{m} (84^{m} a gindicare dall'aptico) ma questa è mal conservata. Trasversalmente ai giri, dalla regione ventrale si partono numerose coste (paiono 20 a 26) rilevate, alquanto flessuose, continue a traverso il dorso, che sembrano farsi tanto meno distanti fra loro quanto più si avvicinano all'apertura; fra le coste maggiori ne sono altre pure rilevate più piccole, numerose, quasi uguali agl'intervalli, quasi uniformi, pur esse oblique e flessuose, che girano intorno al dorso ma non sembrano arrivare oltre la metà di ogni giro.

A metà e a due terzi del giro, partendo dall'apertura, si vedono alcuni dei lobi ausiliari, riccamente frastagliati.

Vi è pure una impronta d'individuo più piccolo (diametro 110^{m}, larghezza dell'ultimo giro circa 45^{m}) in certe parti meglio conservata; le coste maggiori sono meno numerose, ciò che verosimilmente si deve all'età più giovane; alcune delle costicine intermedie, facendosi meno marcate, si prolungano fino alla regione ventrale.

Alcuni esemplari più giovani erano dal Cocchi riguardati come specie affine al *D. planulatum* ma le coste maggiori più numerose e sporgenti anzichè incavate li distinguono da questa specie.

Nel primo individuo descritto si vede l'*Aptycus* colle valve in posto accoppiate, e se ne vede per conseguenza solo la parte esteriore. Le valve sono ovali inferiormente,

alquanto troncate superiormente, fornite da una piega mediana che partendosi dall'apice superiore si dirige alquanto obliquamente alla linea di armonia. La superficie esterna è fornita di rugosità irregolari incavate (altezza 84^m, larghezza di ciascuna valva 40^m). Dall'*Aptycus* ai primi lobi corre un quarto dell'ultimo giro, e tale doveva essere presso a poco la lunghezza della camera d'abitazione.

Il suddetto aptico appartiene alla serie dei cellulosi, non al tipo dell'*A. Didayi* che il Neumayr riteneva si dovesse attribuire al genere *Haploceras*, donde furono staccati i *Desmoceras*.

Il *D. Austeni* è specie della parte superiore del Turoniano e raramente più antica. Trovasi nell'Upper Green Sand presso Dorking, nel Gray Chalk del Surrey, di Kent e Sussex in Inghilterra (Sharpe), nello *Scaphiten* Pläner di Soest e nel *Cuvieri-Pläner* di Salzgitter in Germania (Schlüter).

Desmoceras sp. n., con *Aptycus?*

Tav. II, fig. 8.

Monte Ripaldi (Firenze).

Due individui, dei quali vedesi solo il fianco, hanno una conchiglia molto depressa, con giri velocemente crescenti; il diametro è 32^m, la larghezza dell' ultimo giro 10^m, l'ampiezza dell'ombelico 15^m. Delle coste trasversali depresse, flessuose, non grandi, ornano la superficie: nella regione ombelicale ne sono almeno una ventina; dal dorso ne partono alcune intermedie che si fermano a metà del fianco.

Sulla superficie della roccia presso uno degl'individui descritti è un aptico con le valve aperte forse riferibile al prossimo ammonite. Le valve sono liscie, ovali, inferiormente acuminate, superiormente troncate, con tracce d'ottusa piega mediana.

Gen. **Crioceras** Leveillé

Crioceras Pillae sp. n.

Tav. I, fig. 15.

1870. Toxoceras sp. ind. Cocchi; Alessandri, Grattarola e Momo, *Taglio* ecc. p. 115.

Monte Ripaldi (Firenze). Secondo un cartellino del Cocchi proviene dagli strati inferiori della cava.

Conchiglia allungata, piegata secondo una curva che ha il raggio di 37^m nella parte inferiore la quale solamente è visibile essendo rotto il rimanente. La lunghezza del frammento rimasto è 97^m, la larghezza nella parte anteriore circa 14^m, nella parte posteriore circa 8^m. Esso è ornato di coste ineguali, diritte, semplici, alquanto più ravvicinate fra loro nella parte posteriore; le une sono poco salienti ma ogni due o tre se ne incontrano di più rilevate, pur semplici come le altre e liscie. Non si vede la regione sifonale.

Nella Creta superiore e media di forme vicina a questa conosco soltanto il *C.* (*Toxoceras*) *Turoniense* Schl., ed il *C.* (*Toxoceras*) *Aquisgraniense*. Le altre specie sono neocomiane.

La nostra specie apparterrebbe propriamente al genere *Toxoceras*, ma seguendo il Neumayr le riunisco ai *Crioceras*.

Gen. **Nautilus** L.

Nautilus sp.

Tav. I, fig. 1 4.

Un individuo di Pontassieve (Firenze).

Si vede solo la superficie d'un fianco in mezzo alla roccia. La conchiglia è piccola, liscia, con ombelico mediocre; il diametro è 17^{m}, l'altezza dell'ultimo giro 7^{m}, l'ombelico è largo 2^{m}. Si vedono tracce di 3 o 4 setti nella metà più interna dell'ultimo giro; essi sono mediocremente ravvicinati, leggermente sigmoidali con forte convessità verso l'interno presso al dorso, quasi diritti verso l'ombelico.

Sopra questo solo e mal perfetto individuo, che potrebbe essere un giovane, non si può determinare la specie.

VERTEBRATI — Pesci

Genere **Ptycodus** Agassiz

Ptycodus polygirus L. Agassiz.

Tav. II, fig. 13.

Recherches sur les poissons fossiles, t. III, p. 156, tab. 25, fig. 10, 11; tab. 256, fig. 23, 1833.

Un pezzo di pietraforte con due denti accoppiati di diverse dimensioni fu trovato erratico nel torrente Santerno presso Firenzuola (Firenze); l'originale esiste presso il dott. G. Carli di Firenzuola: il Museo di Firenze ne ha alcuni accurati modelli.

Il Capellini (*Il cret. sup.*, 1884 p. 10) attribuisce a questa specie e ritiene cretaceo un esemplare trovato nelle argille scagliose di Cà di Mattiozzo, fra Maserna e Monte Specchio (Modena).

Denti di forma piatta o leggermente convessa, il maggiore con 9 pieghe, il minore con 7, che si estendono fino al margine tanto nel lato interno quanto nell'esterno; esse sono molto distinte e terminano con spigoli ottusi separati da intervalli non molto profondi e leggermente convessi; sono alquanto serpeggianti e presso i margini si voltano tutte più o meno verso uno dei lati. Alcuni grossi granuli si trovano qua e là in mezzo alle pieghe. In avanti e in addietro di ciascun dente le pieghe cessano e v'è uno spazio non molto ampio occupato da numerose e piccole granulazioni.

Dente più piccolo: lunghezza 32^{m}, larghezza 28^{m}.

Dente maggiore: lunghezza 41^{m}, larghezza 38^{m}.

Essendo stati trovati recentemente denti di *Ptycodus* nel pliocene a S. Quirico d'Orcia dal sig. Simonelli ed a Castellarquato si potrebbe rimanere incerti se il pezzo erratico di Firenzuola provenga da terreni cretacei o più recenti. Ma vedendo come i denti di questo luogo combinino col *P. polygirus* della creta bianca d'Inghilterra, ritengo per lo meno verosimile che provengano essi pure da terreni della Creta superiore.

Dovrei almeno accennare da ultimo lo *Schaphites Strozzii* Meneghini (*Nuovi foss.*

p. 21, 37; 1853). Non conosco questo fossile trovato dal marchese C. Strozzi a monte Ripaldi (Firenze), ma essendo stato descritto dal Meneghini che lo attribuisce incertamente al genere *Scaphites* ne riporterò le parole: « Porzione di dorso sporgente dalla superficie di una delle solite lastre della pietraforte, di 44^{m} di lunghezza, che, innalzandosi con dolce curva, raggiunge l'altezza di 13^{m} e poi nuovamente si abbassa, contemporaneamente allargandosi con divergenza dei suoi lati di 46°, fino a conseguire larghezza di 28^{m} e successivamente sembra restringersi, ma la irregolare frattura impedisce di giudicare con certezza. Diciannove belle coste trasversali si continuano da un fianco all'altro della sporgenza, su tutta lo porzione che vi è visibile, incurvandosi sul mezzo tanto maggiormente all'innanzi, quanto più procedono verso la parte più allargata. Ivi esse hanno un millimetro di spessore mentre verso la parte ristretta si assottigliano fino a non avere che mezzo millimetro. Gli spazî interposti sono piani e lisci, ed i dodici anteriori sono pressochè eguali; ma gli ultimi visibili, là ove il fossile si seppellisce nella pietra, sono rapidamente avvicinati. Nei fianchi sembra che taluna delle coste accenni di svanire, tal'altra invece di confluire nella vicina. Si vede qualche oscuro indizio di lobi, ed il poco che se ne vede mostra qualche analogia con quelli dello *S. aequalis* ».

Conclusioni Paleontologiche.

A principio distinsi stratigraficamente due zone; una superiore ad inocerami, una inferiore ad ammoniti: la paleontologia conferma questa distinzione. Certamente nell'Apennino si hanno rappresentanti della Creta superiore nella zona ad inocerami ed in parte di quella ad ammoniti, e della Creta media nell'altra parte della zona ad ammoniti. Si potrebbe aggiungere uno zona con turriliti a Marnia ed a monte Ripaldi nel Fiorentino che rappresenterebbe la parte inferiore della creta media.

Siccome però non si conosce di preciso la reciproca posizione stratigrafica delle singole ammoniti, così non possiamo ciecamente attribuire le medesime ai varî piani che molte di esse distinguono nelle altre regioni d'Europa, ed il lettore dovrà considerare, almeno per ora, con una certa riserva, il quadro seguente nel quale indico i piani ragionevolmente supponibili nella nostra Creta mediante il paragone con altre regioni già note.

Rimangono però fin d'ora saldamente stabilite l'età e le divisioni principali; come pure si può stabilire che nel nostro Apennino la distinzione fra Creta media e Creta superiore non è molto marcata appetto alle distinzioni fra altri terreni ed anche fra la Creta media e la Creta inferiore.

Zone stratigrafiche	DIVISIONE IN PIANI	ELENCO DELLE SPECIE	LUOGHI SECONDO LE PROVINCIE
Zona ad inocerami	SENONIANO SUPERIORE	*Cliona cretacea* Port. » *hastata* sp, n. *Pennatulites longespicata* Coc. » sp. *Paleosceptron Meneghinii* Coc. *Gyrochorte porrecta* De St. *Virgularia* sp. *Inoceramus Cripsii* Mant. *Ostrea Cocchii* sp. n. *Nautilus* sp. *Ptycodus polygirus* L. Ag.	Pavia (Varzi, Bosmenzi) Parma (Selvanizza) ? Reggio (Vigolo) Modena (Montese) ? Bologna (monte Armato, monte Venere) Urbino (vicinanze di Perticara) Firenze (Pontassieve, Marnia, Vicano d' Altomena, valle del Mugnone, Melosa presso Paterno, Villamagna, Pratolino, S. Anna, Ponzano, mulini di Boso, Poggione presso Seranza, monte Fiesole, torrente Faltona, Firenzuola, monte Ripaldi ? monte Cuccioli) Massa (Roggio)
Zona con turriliti. Zona ad ammoniti	SANTONIANO E CONIACIANO	*Inoceramus* cfr. *subcardissoides* Schl. *Schloembachia Michelii* Sav. » *tricarinata* D'Orb. » *Cocchii* Mgh. » *Targionii* sp. n. » *Ferberi* sp. n. » sp.	? Modena (Montese) ? Pavia (val di Staffora) ? Bologna (val di Reno) Firenze (monte Ripaldi, monte Cuccioli, S. Franc. di Paola) Genova (Vezzano)
	TURONIANO	*Desmoceras* sp. » *Austeni* Sharp.	Firenze (monte Ripaldi)
	CENOMANIANO (Rotomagiano)	*Acanthoceras* cfr. *Mantellii* Sow. » *navicularis* Mant. *Crioceras Pillae* sp. n. *Turrilites costatus* Lck. » cfr. *acutus* Passy » sp. n. cfr. *Hugardianus* D'Orb.	Reggio (Costa dei Grassi) Urbino (valle della Marecchia) Firenze (Marnia, monte Ripaldi, S. Margherita a Montici) Massa (Sassorosso) Bologna (Valle della Dardagna)

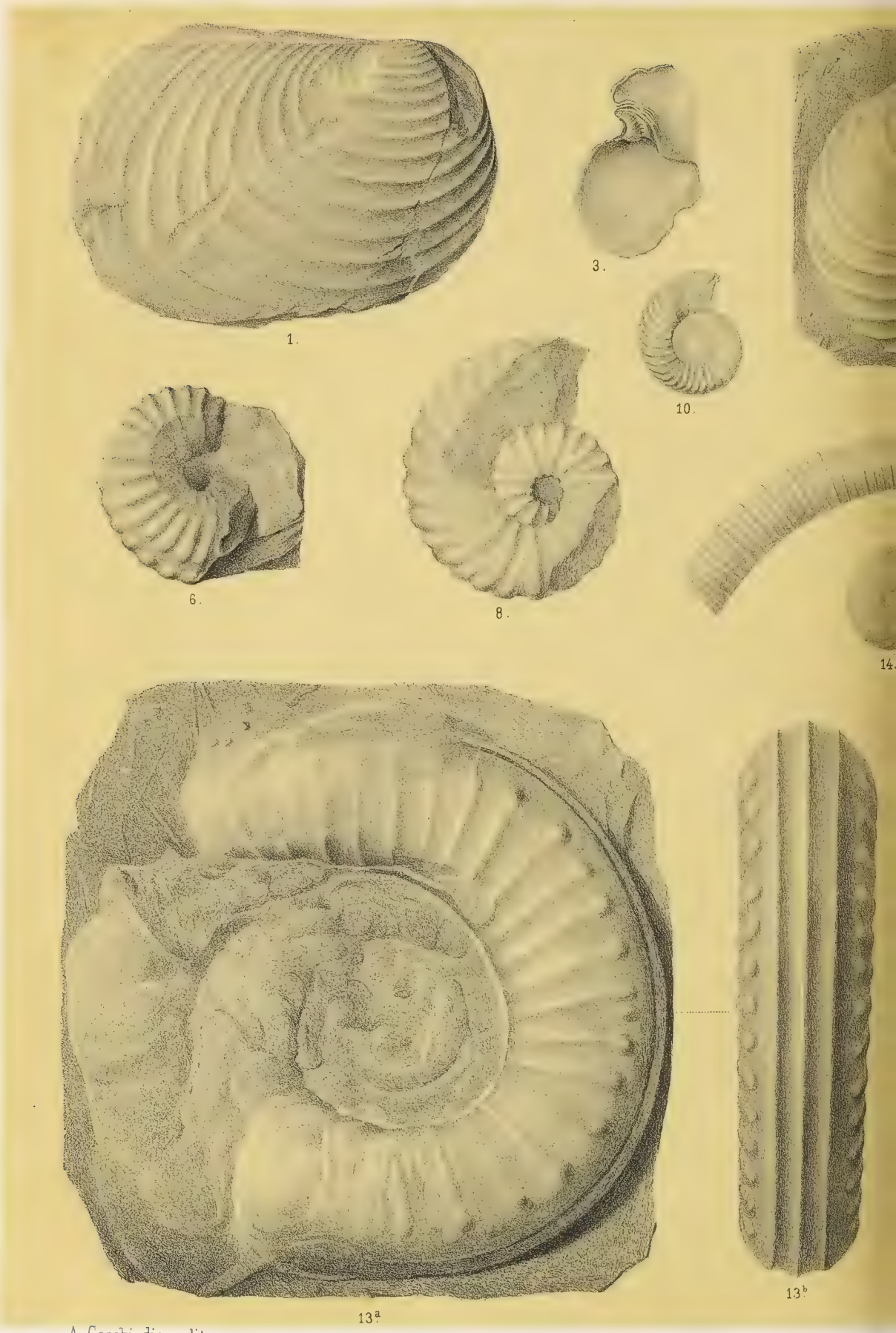
Tavola I.

Fig 1. *Inoceramus Cripsii* Mantell — Ponzano in val d'Ombrone (Museo di Firenze).
» 2. » » Pontassieve (Museo di Firenze) ridotto di metà.
» 3. *Ostrea Cocchii* sp. n. Valle del Faltona in Mugello (Museo di Firenze).
» 4. » » Valle del Faltona in Mugello (Museo di Firenze).
» 5. *Turrilites* sp. n. cfr. *Hugardianus* D'Orb. — Monte Ripaldi (Museo di Firenze).
» 6. » cfr. *acutus* Passy — Monte Ripaldi (Museo di Firenze).
» 7. » *costatus* Lamarck — Marnia (da un modello in gesso del Museo di Firenze. L' originale esiste nella collezione Strozzi).
» 8. *Acanthoceras navicularis* Mantell — Monte Ripaldi (Museo di Firenze).
» 9. *Schloembachia Targionii* sp. n. — Monte Ripaldi (Museo di Firenze).
» 10. » *Ferberi* sp. n. — Monte Ripaldi (Museo di Firenze).
» 11. » *Cocchii* Meneghini — Vezzano. Esemplare tipico (da un modello in gesso nel Museo di Firenze. L'originale esiste nel Museo di Pisa). Ridotto di metà.

Fig. 12. *Schloembachia Cocchii* Giri interni. Monte Ripaldi (Museo di Firenze).
» 13. » » Monte Ripaldi (Museo di Firenze).
» 14. *Nautilus* sp. Pontassieve (Museo di Firenze).
» 15. *Crioceras Pillae* sp. n. Monte Ripaldi (Museo di Firenze)

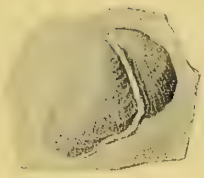
Tavola II.

Fig. 1. *Pennatulites longespicata* Cocchi. Valle del Mugnone (Museo di Firenze).
» 2. *Paleosceptron Meneghinii* Cocchi. Valle del Mugnone (Museo di Firenze).
» 3. *Pennatulites* sp. Monte Ripaldi (Museo di Firenze).
» 4. *Schloembachia tricarinata* D'Orb. Ridotto a $^1/_3$. Monte Ripaldi (Museo di Firenze).
» 5. » » Dorso di individuo giovane. Monte Ripaldi (Museo di Firenze).
» 6. » *Michelii* Savi. San Francesco di Paola (Museo di Firenze).
» 7. » *Cocchii* Meneghini. Lobi. Monte Ripaldi (Museo di Firenze).
» 8. *Desmoceras* sp. n. Monte Ripaldi (Museo di Firenze).
» 9. *Aptycus* contigui all'esemplare precedente.
» 10. *Desmoceras Austeni* Sharpe. Ridotto a $^1/_2$. Monte Ripaldi (Museo di Firenze).
» 11. *Cliona hastata* sp. n. Marnia (Museo di Firenze).
» 12. » *cretacea Portlock* Sopra una valva d'*Inoceramus Cripsii*. Melosa (Museo di Firenze).
» 13. *Ptycodus polygirus* L. Agassiz. Firenzuola (da un modello in gesso esistente nel Museo di Firenze).
» 14. *Gyrochorte porrecta* De Stefani. Roggio (Museo di Firenze).

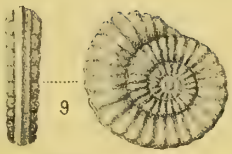


A. Cocchi dis. e lit.

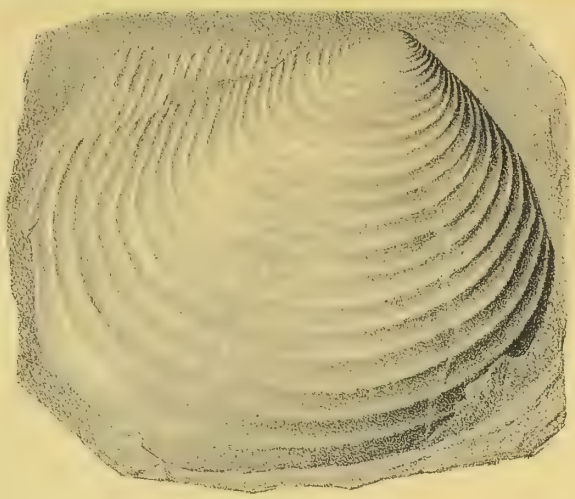
De Stefani. Studi paleozoologici sulla creta superiore ecc. Tav. I.



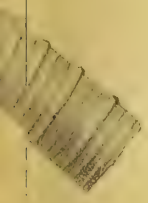
4.



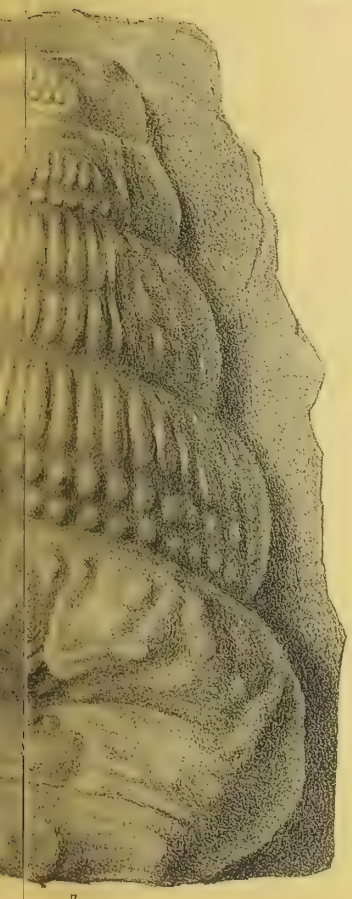
9



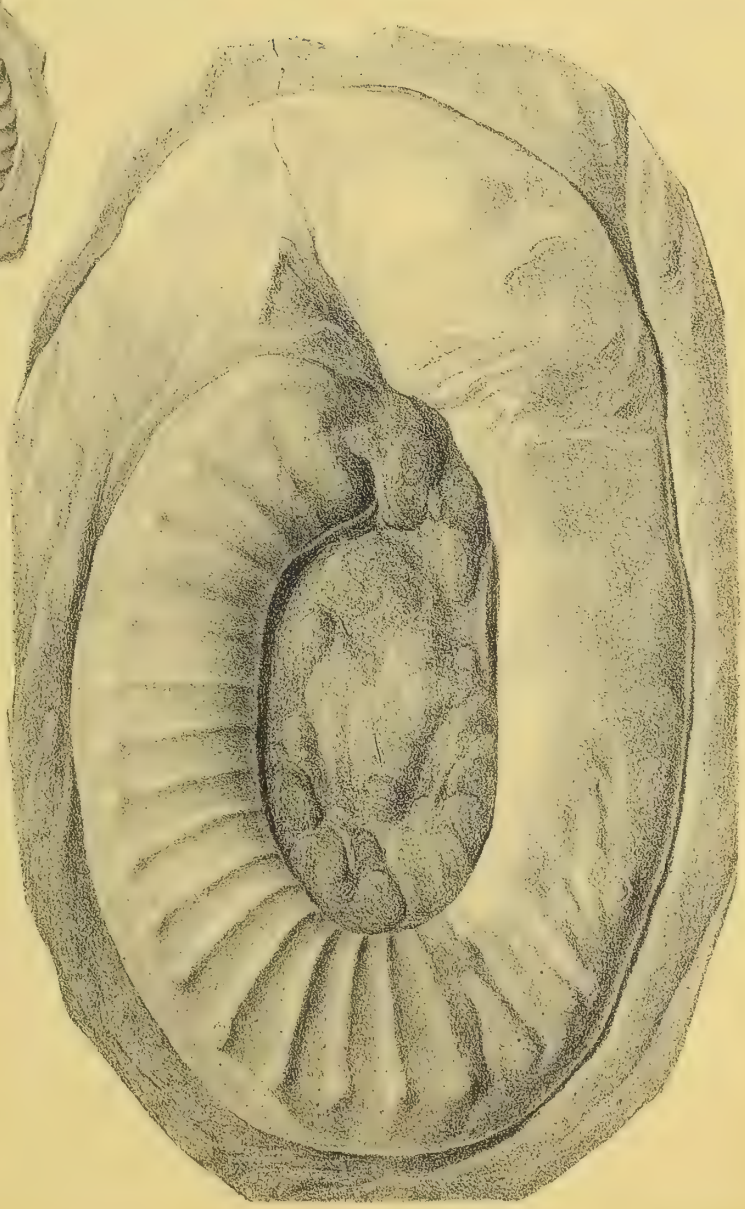
2.



12.



7.

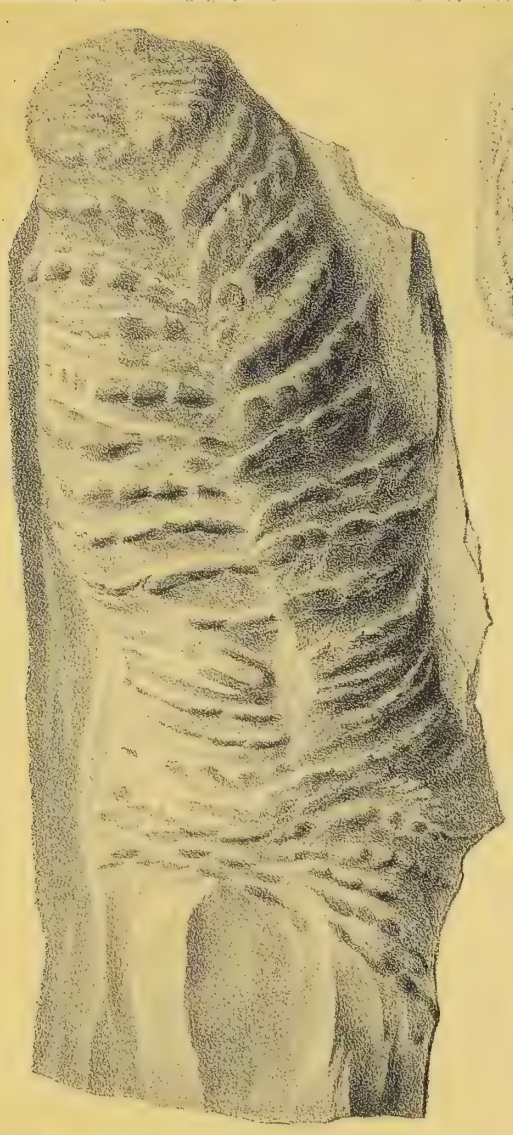


11.

Litª Ach. Paris. Firenze e Roma.

A. Cocchi dis. e lit.

Litª Ach. Paris. Firenze e Roma.



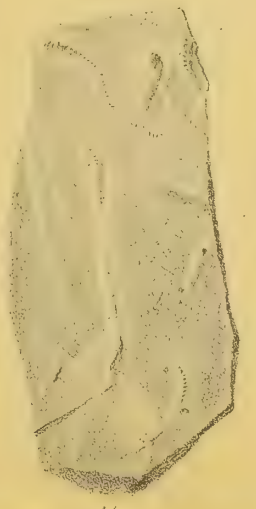
2.

13.

8.

7.

3.

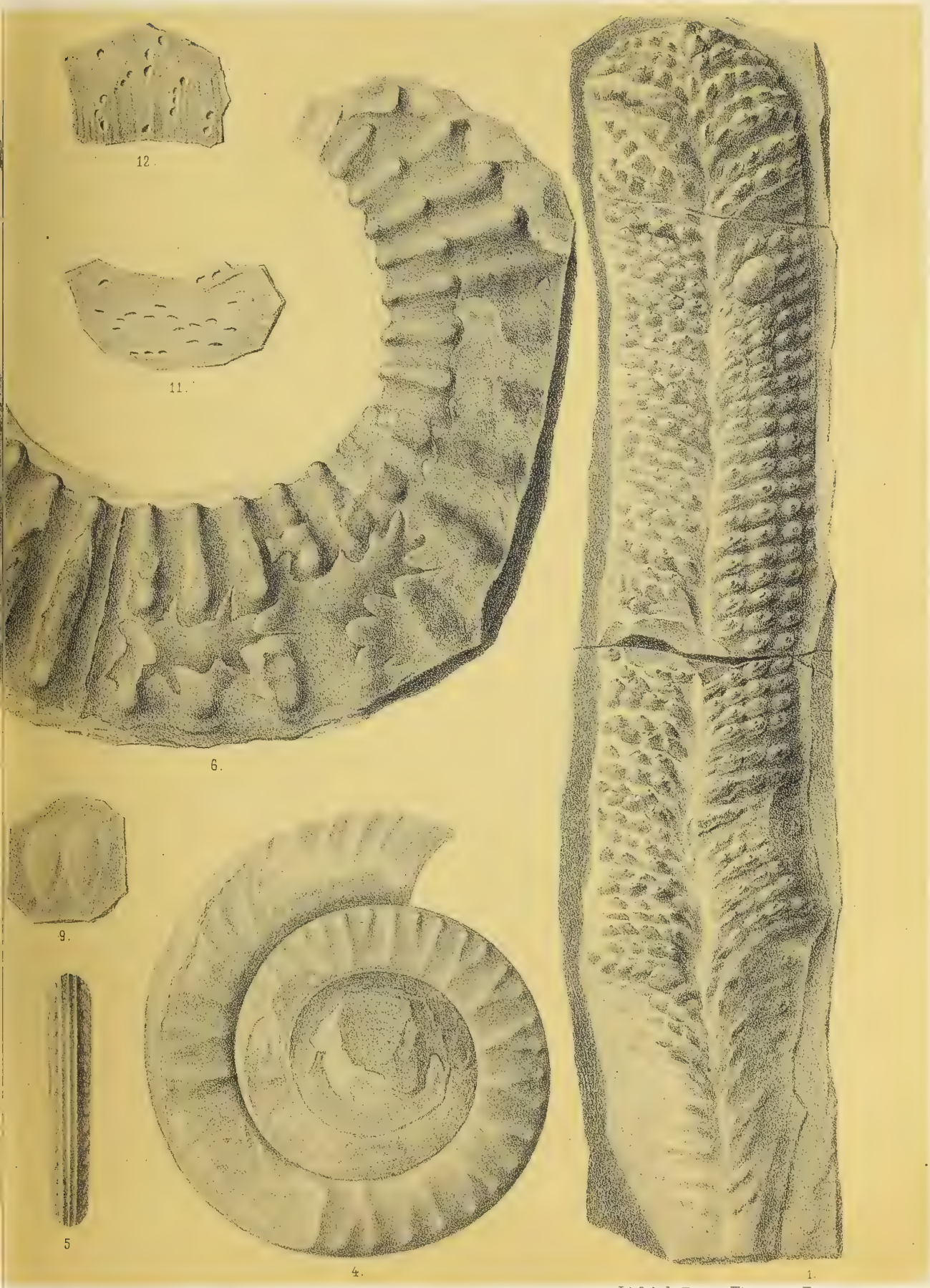


14.

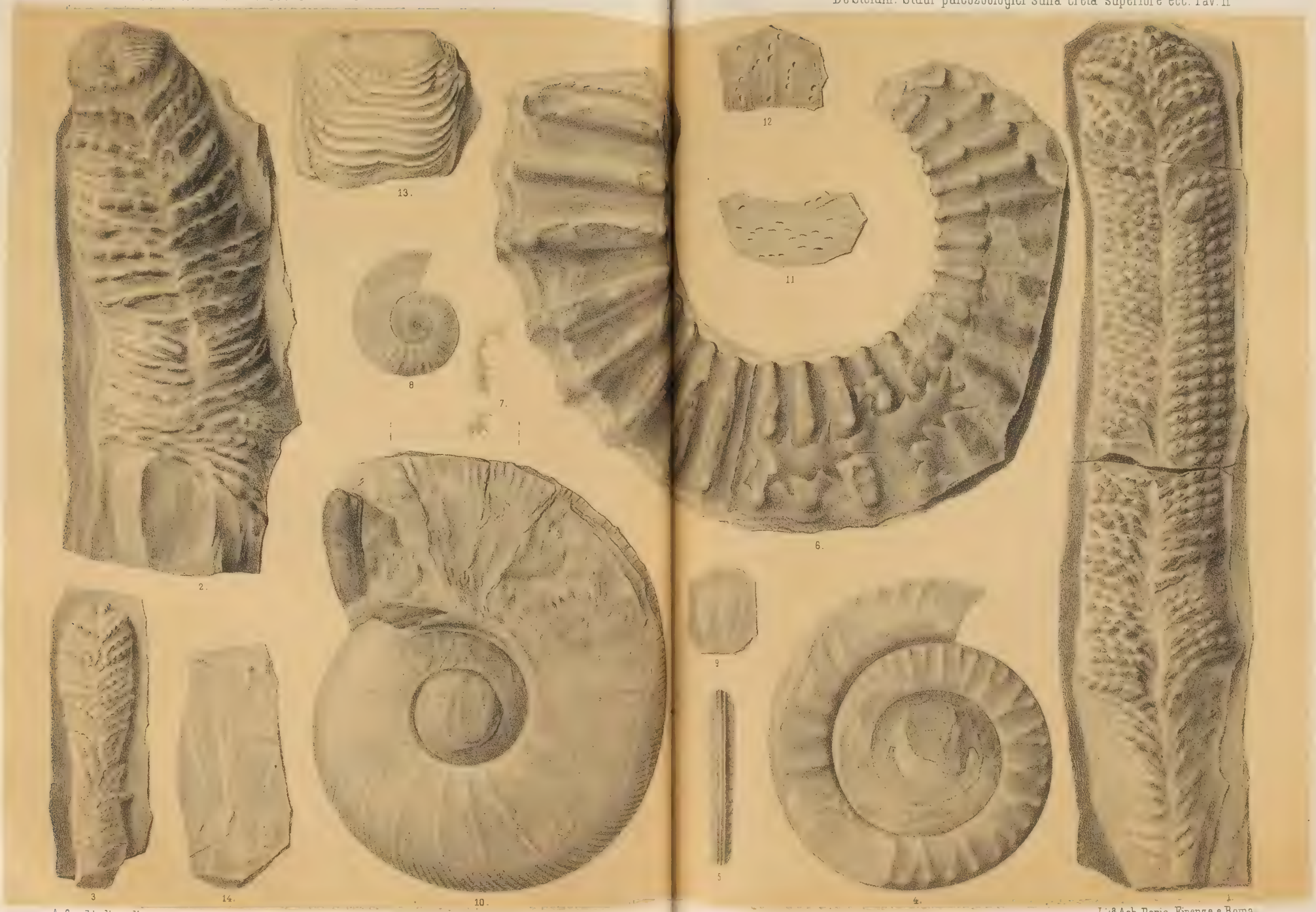
10.

A. Cocchi dis. e lit.

De Stefani. Studi paleozoologici sulla creta superiore ecc. Tav. II



Lit.ª Ach. Paris. Firenze e Roma.



A. Cocchi dis. e lit.

Litª Ach. Paris. Firenze e Roma.

Influenza del magnetismo sulla embriogenesi. Contributo alle ricerche biologiche.

Memoria del Socio CARLO MAGGIORANI

letta nella seduta del 14 dicembre 1884.

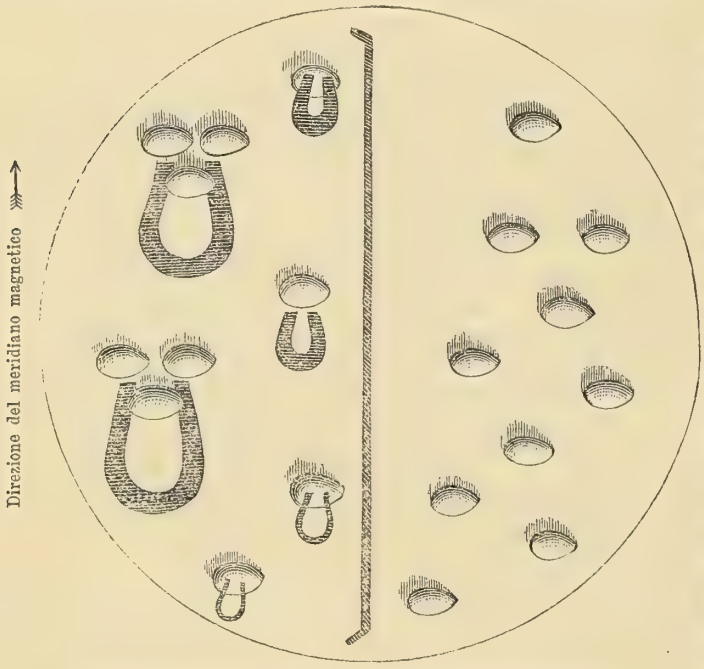
(Con una tavola).

L'Accademia non ha dimenticato, come in una delle ultime sedute del decorso anno, io avessi l'onore di esporle alcune ricerche intorno l'influenza che esercita il magnetismo sulla embriogenesi del pulcino, rallentando il corso della sua formazione, e inducendovi uno stato notevolissimo di generale ipotrofia. Se non che in quella esposizione il discorso si aggirò specialmente sopra una delle offese che la magnetizzazione dell'uovo arreca eventualmente agli ovuli primitivi, con successivo danno della funzione riproduttiva. Ma questo non è, per dir così, che un episodio dell'argomento, tanto più che la sterilità non è una sequela costante della calamita, e che può essere determinata da altre cagioni. La questione che porto oggi ai Lincei versa tutta nel fatto costante, e importante della rallentata, e impoverita formazione dell'embrione per opera del magnetismo. Dissi costante, perchè le rare eccezioni non sono inesplicabili, e ad ogni modo non possono diminuire il valore di una grande pluralità: dissi pure importante, non solo per ciò che sia nuovo affatto nella scienza, ma sippure perchè apre un'altra strada agli studî biologici.

Pertanto, desideroso di rendere altri partecipi della ricerca, e farmene testimoni della verità; come nelle prime incubazioni volli giovarmi del consiglio di illustri professori competentissimi della materia, così in questa ultima ho divisato di affidare l'operazione all'Aiuto della istologia e della fisiologia generale, esercitato nelle investigazioni embriologiche, e scevro di qualsiasi preoccupazione. Il dott. Magini si incaricò di tutte le manualità macroscopiche e microscopiche che occorrevano a raccogliere le vicende del processo embriogenetico, al fine di precisare giorno per giorno le vicende che intercedevano fra il prodotto dell'uovo libero e quello del magnetizzato. Di più: egli stesso ritrasse con molta cura dal vero i lineamenti degli embrioni, ed è l'autore delle tavole, che sono lieto di presentare, unitamente agli embrioni conservati e appajati, in modo da scorgere a prima vista la differenza smagliante fra magnetizzati e liberi.

Il metodo tenuto in queste ultime ricerche fu il comparativo come nelle antecedenti (V. la fig. annessa). Divisa l'area circolare della incubatrice in due regioni eguali con un diaframma di bandone, si deponeva in ciascuna un egual numero di uovi, lavati prima e pesati. Nell'emiciclo destinato a sperimentare l'azione del magnetismo erano

preparate calamite a f. di c. di tre gradi di potenza: *massimo* che corrispondeva alla portata di 1300 gram. dove i bracci essendo molto discosti si dava comodo ad un uovo per ciascun polo, deposto a 2 o 3 millim. di distanza da esso, e volgendogli la fascia equatoriale; *mediocre*, della portata di 300 gram. che per aste molto ravvicinate non ammetteva che un uovo nella medesima posizione dei precedenti; *minimo*, della portata di 100 gram. che si appoggiava a dirittura coi poli sull'equatore dell'uovo. Lo studio si compiva con due incubazioni separate, una fino al 10mo giorno, l'altra dal 10mo fino al 20mo, e ciò allo scopo che le uova non fossero troppo stipate, e che le linee di forza non si turbassero a vicenda, se le sorgenti fossero troppo vicine. Delle cautele prese, e degli amminicoli cercati nell' assistere al processo incubatorio fu già parlato nella prima scrittura (v. nel periodico *Natura*, Firenze, 1878: *Influenza del magnetismo sull'ovo fecondato* ecc.).



Disposizione delle uova libere, e delle magnetizzate nella incubatrice.

I risultati furono perfettamente conformi ai precedenti: cioè che il magnetismo spiega una reale influenza sui germi (i quali) si vanno svolgendo nell'uovo. Niuno sfugge alla potenza della calamita, massima, mediocre o minima che essa sia: alcuni sono arrestati nel loro sviluppo fino dai primi giorni; i più vi soffrono un ritardo e un impoverimento nella nutrizione; pochissimi, al contrario, si mostrano meglio nutriti degli altri che non vennero esposti alla influenza magnetica. Gli uovi non fecondati vanno esenti da qualsiasi modificazione scopribile ad occhio nudo. Inoltre, finchè il cuore, i grossi vasi e il sacco vitellino sono aperti alla osservazione, si potè accertare che negli embrioni provenienti dal campo magnetico i movimenti cardiaci apparivano più del solito celeri e durevoli, e che il sangue copioso offrivasi rutilante e di color scarlatto, non senza piccole chiazze emorragiche seminate qua e colà presso i vasi. Negli embrioni liberi regnavano le condizioni ordinarie: il sangue purpureo come suole. Ed ecco quel che risulta dall' ultima incubazione operata in due tempi: una nell'ottobre, l'altra nel novembre del 1884, colla incubatrice Voitellier.

Dalle 40 uova, metà libere e metà in campo magnetico:

Nel campo libero se ne svilupparono regolarmente 14; si ebbero embrioni morti senza cause apparenti 2; bianche 4.

Nel campo magnetico presentarono ritardo e ipotrofia 13; si mostrarono più sviluppati che i liberi 3; embrioni arrestati nello sviluppo in vario tempo 3; bianco 1.

I quali risultati, aggiunti a tutti gli altri ottenuti nelle incubazioni precedenti, si riassumono nel seguente:

Specchietto dei risultamenti ottenuti da tutte le incubazioni artificiali instituite al fine di stabilire la influenza del magnetismo sullo sviluppo del pulcino, avendovi impiegate 400 uova.

In campo magnetico		200	In campo libero		200
Rinvenute non fecondate (bianche) . . .		23	Non fecondate		24
Embrioni morti durante la incubazione .		41	Embrioni morti durante la incubazione .		11
» morti nascendo		04	Morti nascendo		02
» nati vivi		132	Nati vivi e normali		163
Dei quali	Ritardati nello sviluppo e ipotrofici in confronto dei nati in campo libero	117			
	Sviluppati maggiormente . .	07			
	Sviluppati egualmente . . .	08			
Dei 117 nati in ritardo e ipotrofici, erano illesi		71			
» » » erano offesi da anomalie organiche, quasi tutte innocue		46			

Per tali reperti, egli pare che l'azione modificatrice della calamita sulla embriogenesi del pulcino apparisca verità incontrastabile. Ripugna, infatti, ad ogni calcolo di probabilità che un sì gran numero di embrioni (117 su 177) abbia deviato per mero azzardo dalla norma consueta dello sviluppo, presente una forza capacissima di produrre simigliante effetto, e assente la quale, contemporaneamente in uno spazio vicino, colle medesime condizioni e sullo stesso numero di uovi, niun caso segnalavasi che accennasse a ritardo di sviluppo e ad ipotrofia. Gli 11 embrioni morti durante le dodici incubazioni nel campo dei liberi non valgono a sollevare dubbiezze serie sulla conclusione, sapendosi che anche sotto la chioccia s' incontra qualche arresto di sviluppo o per vizio originale del germe, o per raffreddamento eventuale o per altra cagione. Per i 7 sviluppati maggiormente a confronto degli embrioni liberi, il fatto non esclude la influenza magnetica, anzi tende a confermarla, quante volte si accetti per la spiegazione del fenomeno la dottrina della interferenza. E perciò che in genere qualche raro caso negativo non basta ad annientare il valore di molti esempî positivi, così non può darsi peso agli 8 che equivalevano ai liberi: tanto più che essi non riuscirebbero incomprensibili, sia pensando alla variazione di forza cui vanno soggette le magneti per cagioni diverse, sia per incuria, allontanandone l'uovo nei quotidiani rivolgimenti.

Oltre la verifica del fatto fondamentale: ritardo e ipotrofia degli embrioni per opera del magnetismo: che si compendia nei pesi, nelle misure e nella statistica, abbiamo inoltre diretta una speciale attenzione a due punti assai rilevanti nella presente questione, che sono: la proporzionalità della potenza magnetica coll'effetto seguitone, e le condizioni diverse del sangue nelle due serie di embrioni: liberi, cioè, e magnetizzati.

Per adempire fedelmente al còmpito imposto dalla tesi, converrebbe prender

le mosse dallo studio degli embrioni che venivano arrestati nello sviluppo durante il corso della loro formazione, e dei neonati che perivano poche ore dopo usciti dall' uovo, senza altri motivi apparenti se non quello della sofferta magnetizzazione. Per verità, di vite perdute in tali periodi se ne contano anche nelle incubazioni sotto la chioccia e nelle artificiali senza intervento di calamita: ma la differenza numerica fra i primi che ne provarono l'azione, e i secondi che non vi furono sottoposti, è così grande ($^6/_1$) da impegnare l'osservatore a investigarne la causa; tanto più che la conoscenza di questa aprirebbe forse l'adito a interpretare con maggior sicurezza la *influenza* in questione. Intanto ho da confessare che incapace di coltivare da per me stesso questo terreno, devo limitarmi a riferir fatti raccolti da periti competenti in soccorso de' miei studî, e questi non sono tuttavia pari al bisogno. Eccoli.

Il prof. Santi Sirena da Palermo desideroso di partecipare alle presenti ricerche, e portargliene da me l'occasione, tolse ad esaminare due pulcini, provenienti da uovi magnetizzati e morti 5 ore incirca dopo usciti alla luce. Paragonati con altrettanti, nati sotto la chioccia e uccisi nello stesso periodo in cui erano morti i primi, trovò che questi erano più piccoli dei siciliani, e che fra gli organi, il cuore si distingueva per difetto di sviluppo; piccoli più del consueto anche i polmoni che sottoposti ai debiti processi e tagli mostravano al microscopio dei punti di atelectasia embrionale. Le stesse indagini estese agli altri organi ed ai tessuti non rivelarono attendibili anomalie. Il professore di anatomia patologica concludeva « Col risultato anatomico su esposto, in verità io non saprei indicare in modo preciso la causa di morte dei pulcini in parola. Se non che inclino molto a credere che questa debba spiegarsi coll'arresto di sviluppo in volume degli organi, specie del cuore; in altri termini con un certo grado di debolezza organica » (da lettera privata).

Il dott. Magini ebbe ad esaminare 10 casi fra embrioni di vario grado di sviluppo e neonati morti poco dopo venuti alla luce, gli uni e gli altri, come s'intende, provenienti da uovi esposti all'azione della calamita. Fra questi, uno solo apparteneva alla teratologia: eccone la descrizione colle parole istesse dell'Istologo: « Embrione lungo 5 centim. poco piumato: esso presentava il petto ed il ventre formanti una sola cavità senza diaframma. Tale cavità era riempita di una massa biancastra, omogenea, liscia, alquanto consistente che non aveva alcuna aderenza colla cavità medesima. Dei visceri non ve n'era alcuno riconoscibile. Spaccando per mezzo quella massa, trovai nel suo centro un punto color caffè oscuro della grandezza di un seme di miglio. Feci di questa massa biancastra parecchi tagli microscopici, e la rinvenni costituita da cellule connettive embrionali, mentre il punto color caffè risultava di cristalli di ematoidina. Nulla di rimarchevole nel cervello, esaminato macroscopicamente ». Negli altri, ei trovò in tre la degenerazione grassa delle fibre muscolari del cuore; in uno la medesima degenerazione delle cellule epiteliali del fegato, in uno pure, deficiente lo sviluppo dell'ovario; nei rimanenti nessuna alterazione attendibile. I quali risultati, se non illustrano completamente la patologia degli embrioni magnetizzati, valgono intanto ad appoggiare il concetto del ritardato sviluppo. La somma rarità della condizione mostruosa accenna piuttosto all'adattamento di quello che a un disordine introdotto dalla magnete nell'opera della formazione organica:

sulla frequente alterazione del cuore, sorgerà altrove l'opportunità di suggerire un commento.

Ammesso il fatto che nelle nostre incubazioni artificiali siasi osservata quasi costantemente una notevole differenza nello sviluppo de' piccoli organismi in questione, non tutti però si piegheranno subito alla conclusione, che attribuisce simile diversità unicamente alla presenza della calamita. Perciò sarà espediente di liberarsi innanzi tratto dai giudizi in contrario. Per esempio, si potrebbe accamparci contro la sperimentata incertezza della data precisa in cui compariscono que' tali cambiamenti organici, indicatori del progressivo sviluppo del nuovo essere, citando all'uopo l'autorità di giudici competenti quanto altri mai, i quali scrissero: « .... dans tous les « œufs, sous l'influence de l'incubation naturelle et surtout de l'artificielle, principale- « ment durant les premiers jours, les dates de divers changements sont très-incertaines « et varient dans les limites de quelques heures; un œuf, par exemple, se trouvant « au bout de 36 heures au même degré qu'un autre après 24 ou 30 heures ou « même qu'un troisième après 40 ou 48 heures » (Foster-Balfour, *Elémens d'Em-* « *bryologie*. Trad. par Rochefort). Ma però ognun vede che facile impresa sia la dissipazione di tale dubbio ove si consideri: 1° che i lodati autori parlano di ore mentre nella questione nostra la differenza è di giorni; 2° che i medesimi trattano della embriogenesi in condizioni normali, e quindi si occupano della semplice data dei cambiamenti organici: noi, oltre questa, abbiamo che fare colla ipotrofia, che si verifica in tutto il corso della incubazione; 3° che noi facciamo sempre un esperimento *comparativo*, e che in 12 incubazioni conformi, l'attribuire a mera variazione individuale un ritardo di sviluppo, occorso quasi sempre nel campo magnetico, e quasi mai nell'emiciclo degli uovi liberi nella medesima area, trascorre fuor di tutto il probabile.

La legittimità dell'apprezzamento attribuito agli effetti che si manifestano coll'avvicinare magneti agli uovi nella incubazione non vacilla pel fatto ricordato dalle recenti Note di Dareste, cioè, che le anomalie degli embrioni « ne résultent pas uni- « quement de l'action de causes extérieures, mais qu'elles dépendent aussi, dans « bien des cas, des conditions inhérentes à l'œuf lui-même ». E prosiegue, soggiun- « gendo:

« Parmi les causes tératogéniques qui appartient à l'œuf lui-même, je signalais « l'âge des œufs, c'est-à-dire l'intervalle qui sépare le moment de la ponte de celui « de la mise en incubation. J'ai pu, dans des expériences récentes constater l'existence « de cette cause, dont je n'avais, jusqu'à présent, que présumé l'existence.

« L'œuf pondu conserve, pendant un temps plus ou moins long, sa faculté ger- « minative. Puis il arrive un moment où la cicatricule se désorganise, et où l'œuf, « par conséquent, devient incapable de produire un embryon. Or, entre la période « qui suit immédiatement la ponte et pendant laquelle la cicatricule, en état de vie « latente, est apte à produire un embryon parfaitement normal et l'époque où la « cicatricule est frappée de mort, il y a une période pendant laquelle la cicatricule, « bien que vivante, est atteinte dans sa vitalité, où elle ne donne, en évoluant, que des « embryons anormaux ou monstruoux ». Siegue l'esperimento.

8 luglio. Sei uovi deposti da quattro giorni furono messi in una incubatrice alla

temperatura di 37,5. Uno di essi non era stato fecondato: gli altri cinque fornirono embrioni normali al termine della incubazione.

13 d. Sei uovi deposti da nove giorni e messi in incubazione; il 18 sperandoli, si avverte che lo sviluppo si è arrestato in tutti e che i germi sono morti da un certo tempo. Si rinvengono quattro embrioni mostruosi (!): l'uno affetto da esencefalia e di celosomia; due altri da omfalocefalia. Il quarto era talmente disorganizzato da non poterne determinare la mostruosità, la cui esistenza risultava dallo stato dell'area vascolare. I due rimanenti presentarono blastodermi senza embrione.

18 d. Cinque uovi, deposti da quattordici giorni, messi nella incubatrice, e aperti il 20. In quattro l'embrione è morto e già in parte disorganizzato: nondimeno le tracce del solco primitivo, del midollare e dell'apertura del faringe lasciano intravedere parecchie anomalie. Il quinto presenta un blastoderma senza embrione.

21 d. Tre uovi deposti da diciassette giorni, messi del pari in incubazione, e aperti il 23. Un uovo non era fecondato, e gli altri due mostravano un blastoderma senza embrione.

L'autore termina la Nota così: « Cette expérience met en pleine évidence le rôle « de l'incubation tardive dans la production des monstruosités. Maintenant il faut « ajouter qu'elle a été faite par une température élevée. Dans des expériences faites « antérieurement, et à des températures plus basses, les effets de l'incubation tardive « ne se sont manifestés que plus tard » (*Recherches sur la production des montres, dans l'œuf de la poule, par l'effet de l'incubation tardive.* Note de M. Dareste, Comptes Rendus, 31 juillet 1882).

In appresso lo stesso autore pubblicò esperienze dalle quali risultava che « à une « température relativement basse (da ottobre a gennaio) les œufs conservent, pendant « plus long-temps (20 giorni dopo la emissione) la faculté de ce développer d'une « manière normale » (Comptes Rendus, 12 février 1883).

E nel fascicolo successivo (19 février) in una Nota intitolata: *Recherches sur la production des monstruosités par les secousses imprimées aux œufs de poule.*

L'autore conclude che: « Il résulte de ces expériences que des secousses intenses « et fréquemment répetées modifient profondément le germe des œufs fécondés, puisque « il ne peut plus se développer que d'une manière anormale lorsqu'on le soumet à « l'incubation. Cette cause tératogénique est d'autant plus remarquable qu'elle exerce « son action avant l'évolution de l'embryon; tandis que les autres causes comme « l'élévation ou l'abaissement de la température, la diminution de la porosité de la « coquille, la position verticale de l'œuf, l'échauffement inégal de l'œuf ne modifient « l'embryon que pendant son évolution. . . . . .

« Il faut encore remarquer que cette nouvelle cause tératogénique n'exerce pas « cette influence sur tous les œufs, et qu'il y en a un certain nombre qui échappent « à son action. Je ne puis m'expliquer ce fait que par l'*individualité de l'œuf*, sur « laquelle j'ai fréquemment insisté depuis le commencement de mes recherches » (Dareste).

Superfluo quasi il rispondere che le eccezioni motivate dallo scrittore francese non toccano punto il caso presente, e così che esse non possono costituire alcuna sorgente di errore pei relativi giudizî. Imperocchè si ebbe sempre cura di scegliere

uovi recentissimi, non tolti al commercio con incerta data, ma di sicura provenienza, e giunti in panieri portati a mano, esenti da ogni timore di eventuali scosse, non che forti e ripetute, ma nemmeno uniche e lievi. Aggiungo che le incubazioni furono intraprese indistintamente in qualsiasi stagione dell'anno senza alcun sospetto che la temperatura troppo elevata avesse potuto insinuare alterazione alcuna negli uovi. I quali poi venivano disposti nella incubatrice in modo eguale per tutti, e non mai verticalmente. Superfluo pure l'appoggiare sul fatto che nelle ricerche in discorso, generalmente parlando, non soleva trattarsi di mostruosità inconciliabili colla vita, ma invece di semplice ritardo nello sviluppo, e di più scarsa nutrizione degli organismi; condizioni compatibilissime collo svolgimento progressivo, siccome in realtà nel maggior numero dei casi accadeva. Finalmente è da notare come in un esperimento comparativo quale era il nostro, dove da una data quantità di uovi divisa in due serie, l'una di liberi, l'altra di esposti all'azione della calamita, toglievasi un uovo per volta dalla prima casella della incubatrice e poi un altro dalla seconda, per esaminarli e paragonarli, ripugni altamente alla ragion critica che costantemente o quasi, l'uovo dello scompartimento magnetico dovesse presentare le ridette modificazioni e non quello dell'altro. Lo stesso argomento vale ad allontanare la proposta della individualità: badate, si dice, potrebbe trattarsi di congenita malsania dal germe: ma proprio oggi, ridirei, di 20 uovi se ne trovarono 10 esili per difetto insito, e proprio quelli che erano vicino ad una magnete, non gli altri!

È noto come le uova gallinacee differiscano grandemente rispetto alla mole: noi stessi abbiamo verificato come tale differenza sia talora maggiore della metà, avendone rinvenute di 36 grammi vicino ad altre di 70. Or bene, tale diversità di grandezza derivanti in genere dalle età diverse della genitrice si è creduta corrispondere a quella dei germi stessi. Donde il dubbio che la prefata differenza fra embrione ed embrione derivasse da quella medesima che presentano gli ovi. E comunque tale spiegazione sia di origine piuttosto volgare che scientifica, nondimeno ci è parso espediente di ventilarla. Pertanto, innanzi di disporli nella incubatrice, dopo averli pesati, procuravamo di appajarli, in modo, che nell'aprirli il paragone si esercitasse sopra uovi, l'uno libero e l'altro magnetizzato, di peso eguale o pressochè tale. Eppure le differenze di sviluppo non mancarono di manifestarsi o che gli uovi fossero piccoli o grandi ambedue. Del resto potevamo anche qui ricordare che trattandosi di esperimenti numerosi, non era verisimile che sempre o quasi sempre gli uovi liberi fossero più grandi e pesanti di quelli esposti all'azione del magnetismo.

In fine, riconosciuta la piena realtà del ritardo, e l'ipotrofia nei piccoli organismi svoltisi in uovi vicini alle calamite, potrebbe affacciarsi il dubbio se tale effetto derivi dalla energia magnetica essa stessa, ovvero, se non valessero a determinarlo le masse metalliche stanziate nella incubatrice, siccome atte a turbare la equabile distribuzione del calore così urgentemente necessaria al regolare svolgimento del nuovo essere; oppure, se il ferro invece di intervenire come fonte di energia magnetica, operasse ivi vibrando sugli uovi come semplice metallo, secondo gli insegnamenti della metalloterapia. Ma però tali obiezioni furono evitate fino dalle prime incubazioni, avvicinando a qualche uovo verghette di ottone, di zinco, di stagno, o ponendone qualche altro intorno all'arco indifferente delle calamite maggiori, senza che

una sola volta si verificassero, nemmeno in lievissimo grado, quelle modificazioni dell'embrione che in quel medesimo esperimento comparivano ovunque regnasse il magnetismo.

Del resto l'influenza ritardatrice che l'agente magnetico esercita sul processo formativo dell'embrione non è un fatto isolato, ma tale che somiglia a quello che ci viene offerto dal quadro fenomenico provocato dalla stessa energia sugli animali nati e cresciuti. Così, fra i più solenni effetti della magnetizzazione si contano l'*ipnotismo*, l'*adinamia* e l'*anodinia*: condizioni che accennano tutte ad un ritardo del movimento vitale meglio che a qualsiasi altra modalità dell'organismo. La storia fisiologica del sonno abbonda di fatti che invitano a cercarne la causa efficiente più in là della variata distribuzione del sangue nel cervello, alla quale i moderni hanno rivolto con tanta solerzia il senno e la mano. I belli risultati da essi ottenuti rimangono negli archivî della scienza, ma gli studiosi non cessano dal dubitare se la ischemia cerebrale offra una spiegazione soddisfacente delle svariate cause occasionali del sonno, e se a trovare la prossima ed intima non giovasse meglio risalire alle vicende del moto molecolare. Il quale, considerando anche lo stato apparente delle principali funzioni della macchina, si può credere rallentato. Alla medesima sorgente, ci sembra possa riferirsi la diminuzione o la stessa abolizione temporanea della sensibilità tattile e della dolorifica, come pure la notevole debilitazione della forza muscolare fino a toccare l'ottavo grado nel dinamometro di Burq. E quando anche simigliante interpretazione di rallentamento del moto molecolare paresse ad alcuni troppo ipotetica, rimarrà sempre evidente che ipnotismo, anodinia, analgesia e adinamia mantengono col ritardato svolgimento dell'embrione piuttosto corrispondenza ed analogia che lontananza od opposizione.

Finalmente la virtù che dispiega la calamita nel combattere lo spasmo tonico delle membra e la efficacia che mostra nell'abbreviare il corso e mitigare il tormento delle spasmodie dolorose nella tetania, con quel carattere sedativo che manifesta, si trova anch'essa all'unisono colla influenza ritardatrice in discorso. Adunque, cotesto ritardo che il magnete induce nel processo embriologico non è un fatto isolato, ma tale invece da corrispondere coi fenomeni magnetici che si manifestano negli animali e nei nervosi della nostra specie per la ridetta applicazione.

Nel procedere alle nostre indagini, non si è mancato di badare alla proporzionalità fra il grado della virtù magnetica adoperata e l'effetto seguitone, siccome argomento di reale causalità. Sapevamo, è vero, che se la corrispondenza proporzionale fra la forza magnetizzante e la intensità della magnetizzazione appena è che si ottenga, anzi non la si ottiene che approssimativamente, fra corpi inorganici, tanto più sarà difficile il conseguirla, quando la magnete agisce sopra un corpo vivente, e perciò con un movimento delle sue particelle di ritmo diverso, e in condizione di instabile equilibrio; poi essa stessa soggetta a lievi sì ma continue variazioni di temperatura nella incubatrice; ed esposta a possibili perturbazioni per la presenza di altre calamite. Nondimeno, giovava esplorare se qualche rapporto, fosse pure di lato senso, fra la intensità magnetica e la modificazione embrionale potesse raccogliersi, e fu raccolto. Infatti, essendoci serviti di calamite dotate di tre gradi

di potenza assai discosti: la differenza comparativa negli effetti di ritardo e di ipotrofia fu notevolissimo: vale a dire che si ebbe un *massimo* colla terza, un *minimo* colla prima e un *medio* colla seconda. Adunque peso e misura in più aperture contemporanee di uovi trattati con diversa quantità di magnetismo, hanno dimostrato che una certa proporzionalità fra la presunta causa e l'effetto non manca.

L'azione ritardatrice e diminutiva della calamita verso l'embrione osserva pure una certa proporzione colla durata della sua presenza, verificandosi finchè è presente, scomparendo coll'allontanarla. Così, se un uovo deposto presso il magnete nei primi due giorni della incubazione, ne sia rimosso al terzo e trasferito subito nel campo libero, lasciandovelo fino al termine, si vedrà che all'ora della nascita l'embrione, ove non sia stato colpito da arresto, ciò che non avviene di frequente, conserva un vestigio della prima perdita proporzionato al tempo in cui soggiacque al magnetismo. Vuol dire che l'embrione il giorno che venga sottratto alla influenza della calamita, assume l'andamento naturale della sua formazione organica senza che, almeno nel maggior numero di casi, la prima jattura prosiegua a danneggiarlo.

Finalmente un altro documento della proporzionalità in discorso si era già raccolto nelle prime incubazioni, sperimentando che gli uovi posti ai lati esterni delle estremità polari non presentavano negli embrioni allo stesso grado i ricantati difetti di nutrizione, quali offrivano spiccatamente gli uovi situati coll'equatore dirimpetto ai poli; ciò che è conforme al dato fisico: cioè che le linee perpendicolari non sono induttive al grado delle superficie terminali, da cui partono gli archi di orientazione.

Dove cade in acconcio di suscitare un'altra questione che non manca d'interesse: vale a dire se cotesta modificazione, che il magnetismo imprime sul novello organismo, vi sia operata *equabilmente* in tutto il corso d'incubazione, ovvero se la quantità della energia distribuitagli in ogni istante sia maggiore in un periodo che in un altro. La risposta non pare dubbiosa: tutte le presunzioni raccolte nelle varie incubazioni parlavano in favore di una più attiva influenza nella prima settimana, e di un decremento di essa verso il termine della embriogenesi. Intanto a convertire gli indizî in prova si è instituito un esperimento diretto che è riuscito felicemente, porgendone un risultato abbastanza probativo. Eccolo: due ovi dello stesso peso (43 gram.) e nella stessa incubazione, furono mantenuti per 10 giorni presso la calamita ed altrettanti nel campo libero di maniera che l'uno consumasse la prima diecina nel campo libero e la seconda presso una calamita maggiore; l'altro adempisse alla medesima alternativa nel modo inverso e colla istessa magnete. Al ventesimo giorno della incubazione procedevasi all'apertura degli uovi, e si trovò che in quello rimasto i primi 10 giorni nel campo libero e i secondi 10 vicino alla calamita l'embrione misurava 62 millim. e pesava gram. 30,78: nell'altro che passò la prima diecina presso la calamita e la seconda in libertà, l'embrione misurava 57 mm. e pesava gr. 21,10. A completare l'esperimento, sarebbe stato opportuno un altr'uovo che avesse dimorato tutti e venti i giorni nel campo libero senza ombra di magnetizzazione, e vi era stato deposto, ma senza frutto, per ciò che era bianco. Ad ogni modo il risultato bastò a confermare che la influenza diminutiva del magnetismo sull'embrione viene esercitata assai più nel primo periodo del suo svolgimento di quello che nel secondo. Ove è giusto il ricordare,

che tale appunto fu la previsione del Moleschott, allorchè in una delle antecadute incubazioni egli ebbe a verificare la notevole differenza di sviluppo fra liberi e magnetizzati, aprendo egli stesso alcuni uovi delle prime giornate. Della qual differenza in ordine alla età si potrebbe anche assegnare una ragione materiale, dedotta dalla maggiore facilità onde le linee magnetiche valgono ad investire il molle protoplasma, le cellule delicate, i teneri foglietti, e dalla crescente resistenza che esse incontrano coi tessuti già differenziati, e che via via si vanno assodando, se non paresse invece più consono al linguaggio filosofico il parlare di vibrazioni magnetiche che nel primo periodo della embriogenesi si trovano in rapporto immediato colle nascenti onde della forza organizzatrice, non così nel successivo. E poi, da parte della materia viva che va ricevendo le impressioni delle linee di forza, ricorre anche alla mente la legge dell'abitudine, a cui la fibra animale va soggetta verso la energia magnetica. Chiunque, sia per curiosità fisiologica, o sia a fine terapeutico, abbia dato opera a tale studio, si sarà accorto ben presto come le prime applicazioni della calamita riescano più profittevoli delle succedenti, e che col mantenerla in permanenza su qualsiasi parte del corpo, si finisce col vederne indebolita prima e quindi annullata l'azione. Dal che si raccoglie come l'andamento dei fenomeni suscitati dal magnete nell'organismo dell'animale adulto non sia dissimile da quello che osservasi nell'embrione.

Ed ora ne si offre a menzionare un altro fenomeno degnissimo di attenzione: cioè, che già fino dal quarto giorno, l'apertura dell'uovo avvicinato dalla calamita ci lascia scorgere un embrione che, in mezzo alla maggior povertà di nutrizione e di sviluppo rispetto all'altro non influito, si presenta intanto più ricco di un sangue che, paragonato a quello dell'embrione del campo libero, ne riproduce esattamente la differenza fra l'arterioso ed il venoso: di un color di scarlatto vivace il primo, di un rosso cupo il secondo. Ed un'altra differenza notevolissima fra l'embrione libero ed il magnetizzato consiste in ciò che in questo ultimo, il cuore batte con maggior frequenza, e con più lunga durata, sicchè talvolta il moto cardiaco si protragga a meglio che un'ora. Oltrechè, i vasi del sacco vitellino si veggono più o meno intercalati di piccole chiazze emorragiche. Abbiamo così nel campo magnetico il fatto anomalo di embrioni ritardati nello sviluppo generale, e intanto con una funzione principalissima esagerata. Del quale non mi affiderei di porre subito innanzi una spiegazione completa e incolpabile, sembrandomi solo di poter affermare con qualche fondamento come quell'apparenza arteriosa del sangue abbia origine da una maggiore quantità di ossigeno combinatosi in modo più o meno intimo colla nascente emoglobina. Ma donde questa copia più grande di ossigeno? Se non vado errato la risposta scaturisce limpidamente dalla notizia già tempo fornitaci da Faraday sulla qualità magnetica dell'ossigeno. Ei vide, infatti, che riempiendo di gas leggiere bolle di sapone, in un campo magnetico esse erano attratte o respinte secondo che i fluidi contenutivi fossero magnetici o diamagnetici, trovando pure che una bolla si mostrava magnetica in proporzione dell'essigeno che conteneva (Mem. della S. R. di Londra 1855). E recentemente fu aggiunto che l'ozono, ossia l'ossigeno eccitato colla elettricità è anche più magnetico del mero ossigeno: « le magnétisme spécifique de « l'ozone est plus grand que celui, qui correspondrait à la quantité d'oxygéne qu'il

« contient » (H. Becquerel. Com. Ren. 1881). Ora nelle nostre incubazioni, essendo le uova avvicinate da fonti perenni di magnetismo, non è da maravigliare che siasi attivata intorno ai germi una maggior copia di ossigeno, oltre quella che ordinariamente vi si introduce attraverso il guscio per i bisogni dello sviluppo: indi una sovraossigenazione della emogoblina con sequela di più vivo rossore del sangue; indi pure l'accresciuta irritabilità del cuore e di tutto il sistema vascolare con l'effetto di 200 pulsazioni in circa al minuto, e di piccole emorragie accennanti ad iperemia con distensione dei canali sanguigni.

Questa coesistenza della ipotrofia generale con una vita più rigogliosa del sangue nell'embrione influito dal magnete ha l'aria di un paradosso che dovrà essere considerato e chiarito. Intanto gioverà fin d'ora tener conto di un fatto già promulgato: cioè, che nei primordi della vita l'assorbimento dell'ossigeno è relativamente più attivo che nol comporti la produzione in acido carbonico, donde l'accumulamento di un capitale in ossigeno. Dall'altra parte lo stesso Faraday insegna « che quando la « materia è aggiunta allo spazio essa vi porta le sue proprietà particolari, ed ag- « giunge forza magnetica o diamagnetica allo spazio che occupa in proporzione alla « quantità di materia » (l. c.). Adunque, tutto l'ossigeno che non è impiegato all'ossidazione carbonica, e che rimane temporaneamente sepolto negli spazî organici, vi apporterebbe la sua qualità dell'essere altamente magnetico.

Tale còmpito dell'ossigeno, quando ben dimostrato, aprirebbe un nuovo orizzonte alla biologia. Esso comincierebbe dal dirci il perchè l'assorbimento dell'ossigeno dal sangue non obbedisca alla legge della pressione; illustrerebbe il singolare contegno dell'emoglobina di combinarsi coll'ossigeno in modo da dissociarsene facilmente, e questa speciale combinazione riferirebbe unicamente al ferro in essa contenuto (privata infatti del ferro la emoglobina cessa dal combinarsi coll'ossigeno); giustificherebbe in parte l'opinione di Schmid, che l'emoglobina sia portatrice di ozono; ove l'autore manifesta in certo modo il bisogno di annettere all'ossigeno qualche elemento dotato di maggior attività che per se stesso non abbia; consacrerebbe la metafora di Pflüger; che l'ossigeno aiuta a caricare l'orologio della vita, ma una volta caricato, l'orologio cammina per un periodo di tempo senza bisogno di essere ricaricato: ciò che non sembra possa affermarsi dall'ossigeno, fattore puro di ossidazioni, ma sarebbe bene appropriato, se si trattasse dell'ossigeno apportatore di una energia ai tessuti. Ed in vero, se l'ossigeno è necessario alla vita dei muscoli, e lo scorrere sangue venoso in vece dell'arterioso nei vasi di un muscolo equivarrebbe a scomparsa della irritabilità, può anche verificarsi che, a malgrado dell'impedito accesso dell'ossigeno nel muscolo, la contrazione avvenga per qualche tempo (Forster). Gli è che alla mancanza di pascolo ordinario dell'ossigeno in corso per alimento della irritabilità, supplisce la energia messa in serbo. La quale, sotto nome di forza latente, viene già assunta a spiegare quegli scatti insperati, e quelle stupende esplosioni di gagliardia muscolare che occorrono in momenti supremi della vita nel senso di conservarla.

Adunque, cotesta arteriosità assunta dal sangue dell'embrione innanzi ad una magnete è sempre un fenomeno di grande significato: ben compreso col raffrontarlo all'altro della sì facile unione e dissociazione dell'ossigeno colla emoglobina, in quanto essa contiene ferro, questo fatto può aiutarci ad interpretare quello che Forster

chiama il *mistero della vita;* cioè il contegno dell'ossigeno dal momento in cui entra nello stato intramolecolare all'altro in cui esce combinato al carbonio, in forma di a. c. Confessa l'autore che l'ufficio dell'ossigeno in questo cammino non possa limitarsi nel muscolo alla mera ossidazione, e però gli affida l'altro di cooperare alla fabbrica di sostanze esplosive. Intanto le nostre osservazioni alletterebbero in prima a considerare la verisimiglianza che il ferro annidato nella emoglobina attiri l'ossigeno dalla sua combinazione aerea, e investitolo di energia magnetica, ne lo faccia portatore al tessuto muscolare per alimento alla sua funzione; l'esercizio della quale sarebbe seguìto dai noti processi chimici di decomposizioni e di riduzioni. Similmente nel regno delle piante, comunque con altro fine e verso altri composti, la clorofilla s'impadronisce dell'ossigeno contenuto nell'a. c. e lo restituisce all'aria provvedendo di carbonio il vegetabile: per altro i granuli di clorofilla non si sviluppano, ed il processo di separare l'ossigeno dall'a. c. non si compie, ove la pianta non siasi fornita di ferro, assorbendone dal terreno che non ne è mai privo del tutto. Così questo ferro, il più tenace dei metalli, prototipo e simbolo del magnetismo, alberga in tutti gli esseri che hanno vita, e riesce loro della maggiore importanza.

Intanto, se giuste ragioni portano a pensare che le molecole del ferro organico, non altrimenti che quelle del non organico, possano orientarsi in modo da divenire sorgenti di forza elettro-motrice e serbatoi di energia latente; che l'ossigeno sia il conduttore e distributore di tale energia nel sistema muscolare; che i muscoli — i quali, striati trasversalmente o no, presentano tutti una scanalatura longitudinale, indizio probabile di antica polarità — si comportino come altrettanti fasci magnetici: nondimeno è assai difficile che si giunga mai a convertire tale opinione in un vero postulato scientifico, per ciò sopratutto che non possiamo inferire la distribuzione magnetica entro un corpo magnetizzato eterogeneamente dalla sua azione magnetica esterna. Così avviene: i sistemi magnetici perfettamente chiusi, si sottraggono alla influenza d'altri corpi magnetici esterni; quindi è che non tutti gl'individui risentano egualmente l'azione della calamita, anzi i più, almeno per breve tempo, vi rimangono neutri, e sono probabilmente i dotati di maggiore coibenza fra le parti del sistema magnetico interno. Vale qui il corollario. « Così nella polarizzazione elet-
« trica come nella magnetica, lo stato di maggior coerenza di un sistema elettrico
« o magnetico che sia, corrisponde ad un minimo per le sue azioni induttrici rispetto
« ai corpi esterni » (Cantoni, *Relazioni fra la polarizzazione elettrica dei coibenti e la polarizzazione dei magneti*).

Di quanto un fatto nuovo sembra allontanarsi più dall'andamento ordinario, tanto maggiore è lo stimolo ad illustrarlo con una interpretazione che lo ravvicini ad altro già conosciuto e plausibilmente spiegato. Un fenomeno a cui non si riesca a trovare un addentellato nella suppellettile delle cognizioni congeneri può cader facilmente in dimenticanza. Cl. Bernard, non avendo saputo raccogliere dal campo fisiologico una spiegazione soddisfacente dei fenomeni che si manifestano dopo il taglio del simpatico, e non volendo lasciarli del tutto inesplicati, si affacciò nel fisico, e vi trovò l'*interferenza*: il fatto, cioè, che date alcune condizioni, il concorso di due stati attivi ne induce uno passivo. So bene che la fisica classica non applica tale

dottrina che a speciali occasioni occorrenti nell'esercizio delle vibrazioni luminose a delle ondulazioni sonore, ma dopo questo periodo di rigore, la natura vibratoria fu segnalata in altre energie, e l'argomento di analogia fece allargare l'invocazione della interferenza. Così, l'indole vibrante del magnetismo veniva dimostrata sperimentalmente da Hugues, e fisiologi di molta autorità insegnarono che tale è pure il modo onde esercitano loro funzioni i nervi, ed i muscoli. Studiando il progresso della contrazione nella vena, si vede come essa partendo dal punto stimolato, passi lungo il muscolo in *forma di onda* che diminuisce di vigore a mano a mano che procede (Foster). « Un movimento tetanico muscolare è essenzialmente *vibratorio;* la massa muscolare, « in apparenza rigida e salda, è in realtà il soggetto di una serie di vibrazioni » (Id.)

E poi, quando un fisico come Tyndall ricorre alla interferenza per spiegare l'ostacolo che il movimento calorifico oppone al passaggio della corrente elettrica, dimostrandolo con elegante esperienza in una delle note sue conferenze; e allorchè pure in Inghilterra la medesima teoria è invocata dal Burton per interpretare i fenomeni fisiologici registrati sotto il titolo di *inibizione*, che mal si comprendevano colla dottrina di Brown Séquard, non andrò, spero, in voce di troppo ardito novatore misurandola al caso nostro.

Ma innanzi tutto debbo premettere che allora solamente può comprendersi e accarezzare tale dottrina, quando si parta dal principio che il nuovo organismo non si costruisce da se stesso, e che perciò l'organizzazione non è l'ultimo termine dell'analisi fisiologica della embriogenesi. Una energia attrattiva e direttiva dee presiedere all'aggregazione ed alla distribuzione delle molecole organiche perchè ne sorgano regolari strutture. In somma, la forza innanzi la materia. Allora s'intende come alle onde di moto di questa *vis formativa* del mezzo interno si accostino quelle di un'altra energia venuta di fuori. Allora può ammettersi, senza cadere nell' inverisimile, che le onde magnetiche, secondo le variabili condizioni della lunghezza e della velocità loro, ora vibrino coincidendo, ed ora interferendo con quelle della energia vitale, variabili anch'esse, e chiamate ad operare più alacremente in quel primo periodo della formazione organica, ove incessante dev'essere il metabolismo. Imperocchè, le veci di riposo corrispondenti alla interferenza produrranno una fugace sì, ma reale interruzione del lavoro, e alla fine de' conti con qualche difetto della materia organica, mentre quelle della coincidenza sarebbero accompagnate dall'effetto contrario.

Del resto, non sono i soli fenomeni della incubazione che possono spiegarsi plausibilmente colla dottrina della interferenza: avviene lo stesso degli effetti soliti a manifestarsi nell'animale adulto in seguito all'applicazione della calamita. Frequentissima, in fatti, fra le conseguenze di essa è il rallentarsi, ovvero l'accelerarsi del respiro; ciò che spiegherebbesi da alcuni fisiologi colla diversità delle due serie di fibre afferenti del pneumogastrico verso il centro respiratorio, *inibitorie* le une, acceleranti le altre, ma che con maggiore semplicità s'interpreta, assumendo che le vibrazioni magnetiche operanti sul midollo allungato ora rallentino il movimento respiratorio interferendo colle correnti nervose, ed ora lo accelerino sovrapponendosi alla medesima con effetto di aumento. Lo stesso dicasi del centro della circolazione, sul quale il magnetismo induce talora un ritardo notevole colla forma lipotimica, altre volte, e assai più spesso, determina la frequenza dei battiti. Così pure quando

uno spasmo tonico si fa cessare ad un tratto coll'applicazione della calamita, e allorchè questa dissipa parimenti in un attimo ogni molesto prurito, ed ogni senso di legatura della mano e del braccio, dopo introdotti e mantenuti per brevi istanti nel risonatore di un diapason percosso dolcemente di tempo in tempo: in tali casi il principio della interferenza è il primo ad affacciarsi alla mente.

Se il principio della interferenza è opportunamente invocato, non fa d'uopo a lunghi commenti per giustificare la importanza delle nostre osservazioni, siccome quelle che si traducono necessariamente in sistema vibratorio della forza organogenica fin dai primi suoi moti, e quindi in affinità o correlazione di questa forza colla energia magnetica.

Ma qualunque sia il grado di fiducia che verrà accordata a cotesta interpretazione, e postane anche la esclusione, rimane sempre intiero e incontrastabile il fatto sperimentale che forma il soggetto della presente Memoria: quello, cioè, della profonda influenza che il magnetismo esercita sul germe e sul piccolo organismo che si va svolgendo nell'uovo, manifestata col ritardo, colla ipotrofia, e colla maggiore arteriosità dell'embrione. Assegnai fin da principio molto valore al semplice fatto in discorso per ciò che delle due teorie sui rapporti della forza colla materia, onde l'una ammette l'azione diretta della prima sulla seconda; l'altra insegna, le forze agire direttamente le une sulle altre, e trasformarsi a vicenda, la materia non essendone affetta che in modo secondario, ove si accetti l'ultima, come i più fanno, noi siamo già in possesso di una verità deduttiva. Ed è: che la potente influenza esercitata dalla energia magnetica sul germe e sull'embrione non cade sulla pasta organica, ma sulla forza che presiede alla sua distribuzione. E giacchè la energia magnetica colla sua aggiunta non altera punto il tipo formale della specie, limitandosi nel maggior numero de'casi a ritardarne lo sviluppo, e che poi gli embrioni venuti a luce precocemente, si mostrano dopo la nascita più vivaci degli altri; così, sulla scorta dei fatti è lecito argomentare che le due energie, la organizzatrice, cioè, e la magnetica siano per lo meno affini fra loro, seppure non sono la stessa forza.

In vero, il magnetismo, essendo costituito da una energia essenzialmente *direttiva*, e per questa sua natura valendo esso a mutare la direzione di altre energie — fa deviare un raggio di luce, polarizza il calore, cambia l'andamento della corrente elettrica nei tubi vacui di aria, modifica colla sua presenza l'esercizio delle affinità chimiche — noi ci attenderemmo a veder mutata la direzione delle linee organiche per la sua influenza, se tra la energia vitale e la magnetica intercedesse una sostanzial differenza di natura e di azione. Aggiungi il fatto che la calamita avvicinata all'uovo non vi manifesta alcuna influenza attendibile, finchè una congrua temperatura più elevata non abbia suscitati i primi atti del processo vitale: essa non v'imprime alcun saggio della sua virtù direttiva, come non la spiega sull'uovo infecondato. L'energia magnetica comincia ad intervenire allorquando siasi posta in moto la energia formativa: la influenza viene adunque esercitata direttamente da forza a forza, e perchè ciò avvenga senza impedimento del fine, conviene credere ad una certa omogeneità di natura fra l'una e l'altra.

Questo discorso non teme le censure della scienza, la quale insegna come il magnetismo rappresenti abitualmente una energia statica, e che siccome tale non

sia capace di iniziare il moto, ma debba aspettare che altra forza ve lo determini, se pure il corpo che dee riceverne la influenza non gli si movesse intorno esso stesso: imperocchè, come già fu accennato, anche qui la calamita può rimanere applicata all'uovo fecondato per giorni e settimane senza indurvi alcuna modificazione apparente, finchè una opportuna quantità di calore non venga a farsi iniziatrice del moto. Gli è solo dopo simile iniziazione che si attua la influenza magnetica. Dissi che il magnetismo rappresenta *abitualmente* una energia statica, non mancando occasioni in cui essa può farsi dinamica; le condizioni, cioè, del nascere o del terminare, e quelle del crescere e del decrescere: ma queste non trovano posto nel caso nostro.

La tesi dell'affinità che dee correre fra la forza organogenica e la energia magnetica viene avvalorata dall'argomento di analogia. Così, fra le più mirabili virtù onde spiegasi la *vis formativa* del germe spicca lo svolgersi a poco a poco con ordine, proporzione e somiglianza delle parti fra loro e col tutto: ora, a niun'altra energia come alla magnetica appartiene la virtù di segnare colle sue linee di forza, figure così regolari e simmetriche da rassembrare bozzetti di forme organiche. Non fu accolta senza uno speciale interesse l'esperienza di Grove ove la polvere di ossido di ferro sospesa in acqua contenuta in un tubo di vetro, da ammassata e informe che appariva, assunse forma regolare e simmetrica tosto che fu magnetizzata con un rocchetto all'intorno. Del resto, il fatto in discorso è assai facile ad essere verificato e variato per mezzo dei così detti spettri magnetici, pronti e fedeli sempre nel rappresentarci la eleganza e la simmetria delle loro forme. Per tanto Hugues stampò che la simmetria appartiene alle proprietà essenziali del magnetismo.

Attributo caratteristico del protoplasma e delle forme viventi che ne derivano è la facoltà di *moltiplicarsi indefinitamente*: del pari una barra di acciaio magnetizzata partecipa la sua virtù a cento altre che non lo erano, e ciascuna di queste in continuazione la comunica ad altrettante senza fine. È una vera generazione moltiplicativa, in cui il simile produce simile con simiglianza di forza.

Gli esseri viventi, in ispecie i meglio organizzati, atteso il sommo grado di complicazione nei loro atti e in ragione della variabilità dell'ambiente a cui devono adattarsi non possono presentarci fenomeni compassati di immutabile costanza nel loro andamento; anzi è la *variazione* che appartiene alle loro caratteristiche. Similmente è nota la incostanza degli effetti magnetici. Insegna la fisica come non sia dimostrabile che una calamita trovisi mai in condizione di assoluta stabilità, e quantunque il Nobili studiasse in tempo già da noi lontano, rimane pure il suo giusto valore al noto esperimento degli aghi col quale quel gran fisico volle provare la continua *influenza de' corpi non magnetici sulla calamitazione* (*Questioni sul magnetismo*). E l'analogia tra gli effetti magnetici e le leggi che governano i fenomeni vitali si mostra anche in questo fatto; che siccome i corpi inorganici variano grandemente nella suscettività verso la induzione magnetica e differiscono poi nella facoltà di conservare il magnetismo dopo rimossa la forza inducente: così diversano gli organismi vivi nel grado di attitudine a risentire le impressioni degli stimoli esteriori, e poi in quella di custodire le impressioni ricevute, cessata la presenza di essi.

Famigerata virtù dell'ago calamitato è l'*orientazione*; e non meno comune è la credenza che gli animali, dal più al meno, siano forniti di una specie di bussola interna che addita loro il cammino. Non fu senza avere consultato documenti in gran numero che Viguier si risolse a dettare: « il existe, non seulement chez les « animaux, mais même chez l'homme, un véritable sens d'orientation ou de direction, « sens dont l' ..... varie grandement suivant les sujets, etc. etc. » (*Le sens de l'orientation*. Revue philosoph. 1882). E per quanto possa opporsi che una piena dimostrazione scientifica di questo senso è tuttavia un desiderio, nondimeno rimane l'altro fatto, che gli embriologisti, senza ombra di allusione alla energia magnetica dei fisici, alle cellule polari dell'uovo maturo (occupantivi una posizione assiale!) attribuirono il significato di *direttive* col chiamarle indistintamente con questo nome, giustificando così in qualche modo, il criterio dell' analogia colla virtù dell' ago calamitato.

Fu detto giustamente che l' accrescimento organico differisce dall'inorganico in ciò che il primo è vincolato da un *limite*: ora il magnetismo, comunque agente cosmico, pure non è al tutto sconfinato. La forza magnetizzante non può oltrepassare un valore massimo, corrispondente alla saturazione; vi è inoltre in essa un termine non solo nella intensità, ma ancora nello spazio: il campo determinato dalla induzione magnetica è ristretto entro cancelli stabiliti dalla entità della energia. Ed anche quando agisca polarizzando, le distanze a cui giungono gli effetti magnetici non suol esser grande. Quindi un' altra conformità fra la forza organogenica e la magnetica.

« Non dobbiamo confondere la questione del cibo che forma e risarcisce il muscolo somministrando abilità permanente alla forza muscolare con quello che fornisce i requisiti per l'attività temporanea. Non è dubbio che i carnivori siano gli animali costituiti colla maggior potenza, ma il camoscio e la gazzella hanno una gran capacità temporanea per l'esercizio muscolare, benchè il loro cibo sia tratto dai vegetali ». La giusta distinzione della forza permanente dalla temporanea secondo la differenza del cibo, suggerita da Grove, suggerisce a vicenda un'altra analogia dell'organismo col magnetismo, il quale alla sua volta ci si offre coi due aspetti di temporaneo e di permanente secondo il modo di suscitarlo e di conservarlo, non che la natura del corpo su cui si suscita. Fonti di magnetismo non mancano agli organismi nell'aria, nel cibo, nella elettricità. Della energia circolante coi corpuscoli del sangue, una parte servirebbe come forza motrice; un'altra immobilitata e stratificata nei tessuti, assumerebbe il carico di forza conservativa a tutela del corpo vivente. E questa efficacia *conservativa* della forza organica ha il suo raffronto nel magnetismo: conciossiachè una barra di acciaio ben temperato e magnetizzata a saturazione non dissipa facilmente la sua virtù per intervallo che trascorra di tempo, ma la conserva indeterminatamente. L' analogia persiste negli esempî, ove la *forza conservativa* si frange istantaneamente per alterazione profonda di stato e di moto moleculare così nell'animale compreso da commozione cerebrale in seguito di grave percossa al capo, senza lesione della parte, come nella spranga calamitata rimasta ad un tratto spogliata di ogni energia per colpo di martello assestatole. E basti delle analogie, alle quali, se può sempre opporsi come esse non costituiscano

un sistema di prove dimostrative può anche attribuirsi il merito di servirci di avvisi alle opportune investigazioni. E fu detto giustamente da Bain che una difficoltà è già superata quando ne riesce di provare che l'oggetto della ricerca somiglia a qualche altra cosa, od è esempio di un fatto già conosciuto. Il mistero sta nell'isolamento: la soluzione si trova nella fraternità, nell'assimilazione.

Pertanto, numerose osservazioni sperimentali, liberate da ogni critica, dimostrano indubitabilmente che il magnetismo esercita una profonda influenza sugli organismi in via di svolgimento. Pochi embrioni sono arrestati a dirittura nel corso di loro formazione; poichè altri soffrono qualche danno al cuore, al fegato, all'ovario; i più sviluppansi con ritardo e con difetto della nutrizione, intanto che il sistema sanguigno mostrasi rigoglioso oltre misura. Gli esenti da gravi offese viscerali, quantunque ipotrofici, sogliono uscire precocemente alla luce, e comparir più vivaci dei contemporanei non magnetizzati: direste che vi si è accumulata maggior quantità di energia, che trovansi con una tensione che li spinge a bucare il guscio più presto. Fra i danneggiati, alcuni periscono poco dopo la nascita, altri vivono paralitici o malmenati da qualche forma convulsiva. In via di eccezione, qualche pulcino nasce più prospero del compagno libero. Taluni crescono e invecchiano colla semplice mancanza di una funzióne; così femine fetano uovi piccolini e senza tuorlo. In mezzo alle modificazioni che induce, il magnetismo non altera mai il piano generale della organizzazione. Il tipo della specie si conserva immutato.

Per la qual cosa, ammessa la proposizione che la energia magnetica debba, nel caso nostro, agire direttamente sulla forza organogenica, l' affinità fra le due, se non pienamente dimostrata, risulta almeno assai verisimile. Quindi parrebbe che nelle ricerche di biologia si dovesse dare al magnetismo una importanza maggiore che non le sia stata attribuita finora.

Del resto, è già tempo, dacchè in un libro divenuto famoso, il Grove, scrivendo della reciprocanza di azione tra la forza che unisce le molecule della materia e la energia magnetica, mostrato che col mezzo di questa avrebbe potuto stabilirsi la correlazione fra la semplice *aggregazione* e gli altri modi della forza, procedeva fino al manifestare la opinione che i principî adottati nel suo *Saggio* (*La correlazione delle forze fisiche*) avrebbero potuto applicarsi al mondo organico così opportunamente come all'inorganico; e che, o prima o poi, verrebbe dimostrato che la forza muscolare, il calore animale, vegetale ecc. possedono anch' esse simiglianti correlazioni. « I believe that the same principles and mode of reasoning « as have been adopted in this Essay might be applied to the organic as well « as the inorganic world; and that muscular force, animal and vegetable heat etc. « might and at some time will, be shown to have similar definite correlations » (*The correlation of Physical Forces,* sixth edition, London 1874, c. 155). Gli è a questo indirizzo che appartiene il presente studio, meritevole, per quel che a me sembra, di essere continuato, siccome quello che prometta nuovi acquisti e più saldi corollarî. Abbandonato dai moderni il concetto di una forza vitale al tutto specifica ed arbitra, converrà adoperarci con più di vigore e di perseveranza ad investigare se, e quale delle note energie signoreggi maggiormente sulle altre nell'opera della vita, procurando scoprire con qual magistero essa governi.

DESCRIZIONE DELLA TAVOLA

REPERTI ANATOMICI DEGLI EMBRIONI RACCOLTI E ANNOTATI GIORNO PER GIORNO DAL DOTT. MAGINI

Osservazione 1.ª

Embrione M *magnetizzato*, del 2° giorno d'incubazione (ore 43) proveniente da uovo del peso di grammi 42. La magnete era della portata di kilogr. 1,300. — Lo sviluppo dell' embrione era corrispondente al periodo di 18 ore d'incubazione! Non vi aveva traccia di protovertebre, nè di vescicole cerebrali, nè oculari; ma si potè soltanto osservare il solco primitivo, il solco midollare, le ripiegature midollari, la piega cefalica, e la piega amniotica. Vedi tav. I. M. ingrandimento 60 volte.

Embrione L *libero*, del 2° giorno d'incubazione (ore 43), proveniente da uovo del peso di grammi 42. Il suo sviluppo è corrispondente a quel periodo. Vi sono distintissime le protovertebre, la notocorda, le vescicole cerebrali, le vescicole ottiche e le auditive, il cuore ecc. Vedi tav. I. L. ingrandimento 60 circa.

Osservazione 2.ª

Embrione magnetizzato M, del 3° giorno d'incubazione (ore 67), proveniente da uovo del peso di grammi 62. All' apertura dell' uovo si notò che le pulsazioni del cuore erano deboli, rare, incomplete, aritmiche. Il cuore conteneva sangue rosso vivo. L'embrione era lungo millimetri 6. Le protovertebre (guardate al microscopio) erano più piccole di un terzo circa di quelle dell'embrione libero del corrispondente periodo d'incubazione qui sotto descritto. I vasi sanguigni rossi, molto ramificati, e serpentini. Vedi tav. II. In M embrione magnetizzato di grandezza naturale; M′ porzione di esso ingrandita 150 volte circa.

Embrione libero L, del 3° giorno d'incubazione (ore 67), proveniente da uovo del peso di gram. 62. All'apertura dell'uovo si scorgeva tosto il battito del cuore assai energico, i vasi pieni di sangue roseo, non rosso vivo come quello dell'embrione precedente magnetizzato, e meno ramificati; flessuosi, ma non serpentini. La lunghezza dell'embrione era di millimetri 7 $^1/_2$. Vedi tav. II. In L embrione libero di grandezza naturale, in L′ lo stesso ingrandito 150 volte circa. Si notano le protovertebre più grandi di quelle del magnetizzato, il cuore più grande, ma roseo, le vescicole cerebrali e l'occhio più sviluppati.

Osservazione 3.ª

Embrione magnetizzato M, del 4° giorno (ore 91), proveniente da uovo del peso di grammi 56. La lunghezza dell' embrione era di millimetri 4 $^1/_2$, il cuore rosso, con battito rapido che ha durato circa 40′; i vasi copiosi, serpentini. L'area pellucida assai piccola. Vedi tav. III, in M embrione di grandezza naturale, in M′ lo stesso ingrandito 60 volte circa. Si nota la differenza di grandezza e di colorito del cuore e dei vasi tra esso e l'embrione libero del periodo corrispondente, non che delle vescicole cerebrali e dell'occhio.

Embrione libero L, del 4° giorno (ore 91), proveniente da uovo del peso di grammi 54. La lunghezza dell'embrione era di millimetri 8; il cuore rosso vivo con battito buono, che ha durato oltre un'ora; l'area pellucida grande, le vescicole cerebrali, l'occhio ed il cuore più grandi che nel magnetizzato dell'epoca corrispondente. Vedi tav. III, L in embrione libero di grandezza naturale, in L′ ingrandito 60 volte circa.

Osservazione 4.ª

Embrione magnetizzato M, del 5° giorno (ore 115), proveniente da uovo di grammi 54. L'embrione misurava in lunghezza millimetri 14. Il corpo intiero era molto sviluppato, eccedente la mole propria degli embrioni di questo periodo. Il cuore pulsava energicamente, ed era pieno di sangue rutilante, come i vasi, che sono molto ramificati. La durata delle contrazioni cardiache ha oltrepassato un'ora. — Questo embrione fa eccezione alla regola generale del ritardo per l'influsso del magnetismo. Vedi tav. IV. In M embrione magnetizzato di grandezza naturale.

Embrione libero L, nel 5° giorno (ore 115), proveniente da uovo del peso di grammi cinquantasei; era lungo millimetri 8. Il cuore piccolo ha battuto per cinque minuti circa con pulsazioni rare. Vedi tav. IV. In L embrione libero di grandezza naturale, in L′ lo stesso ingrandito 60 volte circa. Tenendo a calcolo la brevità di questo embrione, la debolezza del cuore, e soprattutto la curva anormale della spina, è da ritenere che esso sia in stato di anomalia.

Osservazione 5.ª

Embrione magnetizzato M, del 6° giorno (ore 139), proveniente da uovo di grammi 54; pareva deforme, era lungo soltanto millimetri 6; il globo oculare difficilmente discernibile ad occhio nudo, le vescicole cerebrali appena accennate. Al microscopio si riconosceva che al luogo del cuore esisteva una pozzanghera di sangue rosso vivo, in cui si notavano dei cristalli rosso-bruni, di ematoidina. Le estremità pochissimo sviluppate; la membrana provista di vasi assai scarsi. Vedi tav. V. In M embrione di grandezza naturale.

Embrione magnetizzato M, del 6° giorno d'incubazione (ore 139), proveniente da uovo di gram. 42. Era della lunghezza di millimetri 10; l'occhio poco sviluppato e con scarso pigmento. Il cuore rosso, i vasi egualmente rossi, e serpentini. Le pulsazioni cardiache, energiche, hanno durato circa 20′ minuti. — Le vescicole cerebrali erano mediocremente sviluppate in confronto di quelle dell'embrione libero qui sotto descritto. Vedi tav. V. In M′ embrione al naturale.

Embrione libero L, del 6° giorno (ore 139), proveniente da uovo del peso di grammi quarantacinque. Era lungo millimetri 15; il globo oculare stragrande e ricco di pigmento; le vescicole cerebrali parimente assai grandi, e le estremità bene sviluppate. Il sangue dei vasi roseo. Il moto del cuore, languido, ha durato circa 4′ minuti. Vedi tav. V, L.

Osservazione 6.ª

Embrione magnetizzato M, del 7° giorno (ore 161) proveniente da uovo del peso di grammi 53. Era lungo millimetri 13. Il diametro trasverso preso da un occhio all'altro misurava millimetri 5. — I vasi scarsi sottili di color rosso vivo. Qua e là nella membrana si vedevano varie emorragie più che puntiformi, di figura irregolare, a contorni netti, non sfumati, le quali non furono certamente prodotte da trauma inferto sui vasi cogli stromenti usati nell'apertura dell'uovo. È qui opportuno notare che analoghe emorragie furono rinvenute soltanto negli embrioni magnetizzati del 3° e del 5° giorno. Le estremità erano poco sviluppate. Il volume della testa, ed in genere dell'embrione, era presso a poco la metà di quello libero qui sotto descritte. I tessuti erano del tutto trasparenti, e vitrei. Vedi tav. VI, M.

Embrione libero L del 7° giorno (ore 161), proveniente da uovo del peso di grammi quarantotto. Era lungo millimetri 19. Il diametro trasverso dall'un occhio all'altro era di millimetri 9. I vasi grandi, di color rosso rutilante, abbondantissimi, disposti in varî piani. La testa molto voluminosa, gli occhi grandi, neri, assai sporgenti. Il cuore pulsava energicamente già dopo mezz'ora. Le estremità erano grosse; l'embrione tutto opaco. Si scorgeva qualche movimento delle estremità inferiori. Insomma era qual deve essere un embrione di pollo al 7° giorno d'incubazione. Vedi tav. VI, L. — L'embrione libero pesava centigrammi 38 dopo essere stato 5 giorni in alcool; il magnetizzato 11 centigrammi.

Osservazione 7.ª

Embrione magnetizzato M, dell'8° giorno, lungo millimetri 19, aveva le estremità ed il becco discretamente sviluppati. Vasi copiosi, grossi, e rutilanti. Qua e là varie piccole emorragie analoghe alle sopradescritte, non riferibili a ferite. I tessuti tutti quasi erano alquanto diafani; l'occhio, grande,

poco pigmentato. Il cuore battè vivacemente per più di 30′ minuti. (L'embrione si conserva in alcool in compagnia del qui sotto descritto libero).

Embrione libero L, dell'8° giorno, lungo millim. 22, aveva opachi tutti i tessuti in genere. La metà inferiore dell'embrione è più voluminosa della corrispondente metà dell'embrione magnetizzato ora descritto. I vasi discreti per numero e calibro, contenenti sangue rosso, ma non acceso. — L'embrione, all'apertura dell'uovo, faceva movimenti di tutto il corpo in massa. Gli occhi grandissimi, neri, e molto sporgenti. Il cuore si è contratto per circa 20′ minuti (Conservato in alcool come si è detto di sopra). — L'embrione libero pesava centigrammi 37 dopo essere stato 4 giorni in alcool; il magnetizzato centigram. 32, 5.

Osservazione 8.ª

Embrione magnetizzato, del 9° giorno d'incubazione, lungo millimetri 18. — Il diametro di un occhio era millimetri 4 —; l'embrione in genere un poco diafano. Sbarazzato prudentemente di tutti gli accessorî pesava centigrammi 95. I vasi erano rutilanti, serpentini, e disposti intorno all'embrione in modo raggiante, in varî piani (Corservato in alcool).

Embrione libero del 9° giorno d'incubazione lungo millimetri 23. — Il diametro di un occhio misurava millimetri 6. L'embrione in genere era opaco. Sbarazzato degli accessorî pesava centigrammi 127. I vasi erano rossi, disposti irregolarmente in varî piani, poco ramificati, non serpentini, ma a grandi curve liscie. (Conservato in alcool insieme col precedente magnetizzato).

Seguono le descrizioni degli embrioni del 10mo al 20mo giorno non rappresentati da figure ma posti in vista all'Accademia immersi in liquore conservativo.

Decimo giorno.

1. *Ovo libero*, del peso di grammi 50. L'embrione ha sangue rosso, non rutilante; fa movimenti delle estremità, e della coda. — È lungo millimetri 21. — Pesa centigrammi 208. — Il guscio pesa centigrammi 619.

2. *Ovo magnetizzato*, del peso di grammi 48, 60. L'embrione è piccolissimo; ha sangue rosso acceso; non fa alcun movimento. — È lungo millimetri 8. — Pesa centigrammi 23. — Il guscio pesa centigrammi 615.

Undecimo giorno.

3. *Ovo libero*, del peso di grammi 51, 20. L'embrione ha sangue rosso, non vivo; è vestito di rare e finissime piume. Non fa movimenti. — È lungo millimetri 34. — Pesa centigrammi 300. — Il guscio pesa centigrammi 622.

4. *Ovo magnetizzato*, del peso di grammi 52, 50.

Aperto l'ovo non si riscontrano tracce d'embrione; ma lo si trova pieno, e senza camera d'aria. solo il vaso circolare si nota, il quale è formato in gran parte da punti emorragici, che gli danno la figura di un monile. — Il guscio pesa centigrammi 620.

Dodicesimo giorno.

5. *Ovo libero*, del peso di grammi 46,7. L'embrione ha sangue rosso oscuro. È vestito di piume nere in discreta copia, specialmente sul dorso. Fa leggieri movimenti di totalità del corpo. — È lungo millimetri 37. — Pesa centigrammi 395. — Il guscio pesa centigrammi 622.

6. *Ovo magnetizzato*, del peso di grammi 44, 20. — L'embrione ha sangue rosso vivo. È vestito di rare piuma oscure sul dorso. Fa qualche leggero movimento delle estremità. — È lungo millimetri 35. — Pesa centigrammi 362. — Il guscio pesa centigrammi 635.

Tredicesimo giorno.

7. *Ovo libero*, del peso di grammi 42, 51. L'embrione ha sangue rosso pallido. È vestito di rare piume nere; fa leggieri movimenti del corpo in massa, e delle estremità. — È lungo millimet. 35. — Pesa centigrammi 422. — Il guscio pesa centigrammi 535.

8. *Ovo magnetizzato*, del peso di grammi 39, 80. L'embrione ha sangue scarlatto. È vestito di piume nere abbondanti, e lunghe, e presenta sul vertice una depressione con macchia emorragica sottocutanea; fa vivaci movimenti di totalità del corpo. — È lungo millimetri 40. — Pesa centigrammi 560. — Il guscio pesa centigrammi 459.

Quattordicesimo giorno.

9. *Ovo libero*, del peso di grammi 45, 23. L'embrione ha sangue rosso oscuro. È tutto coperto di piume bianche; fa movimenti del corpo in massa. — È lungo millimetri 45 1/2. — Pesa centigrammi 850. — Il guscio centigrammi 563.

10. *Ovo magnetizzato*, del peso di grammi 45.

Apertolo, non si riscontra alcuna traccia d'embrione. In sua vece esiste una piccola macchia rossa viva, che esaminata al microscopio risulta costituita da corpuscoli sanguigni.

11. *Ovo magnetizzato*, del peso di grammi 37, 50.

All'apertura di questo si trovò il contenuto (albume e vitello) integro, senza traccia di embrione; ma esisteva soltanto la macchia germinativa.

Quindicesimo giorno.

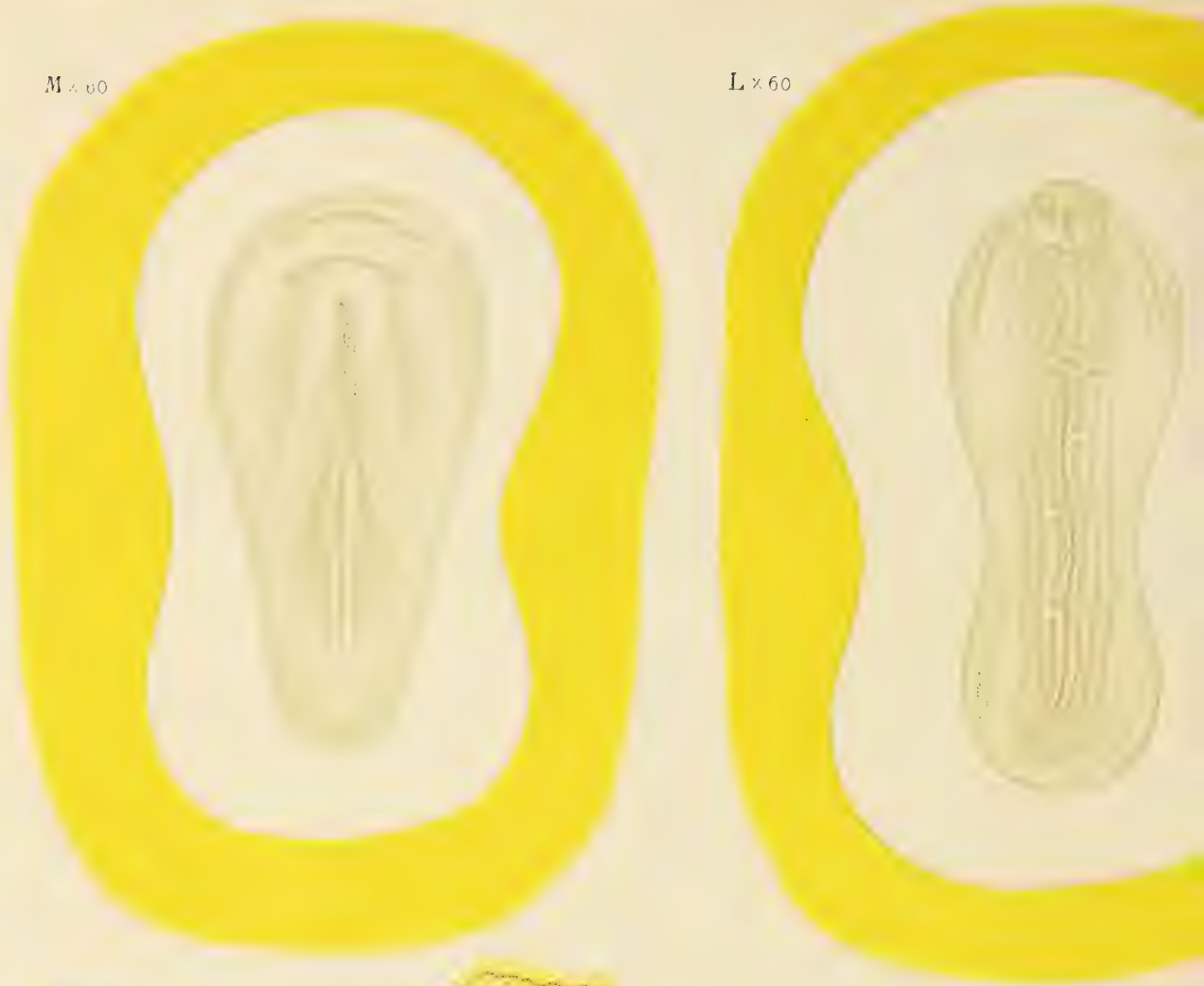
12. *Ovo libero*, del peso di grammi 43, 20. L'embrione ha sangue rosso scuro. È tutto coperto di piume bianche e nere; fa movimenti del corpo in massa molto vivaci; apre e chiude varie volte il becco. — È lungo millimetri 53. — Pesa centigrammi 1120 — Il guscio pesa centigrammi 602.

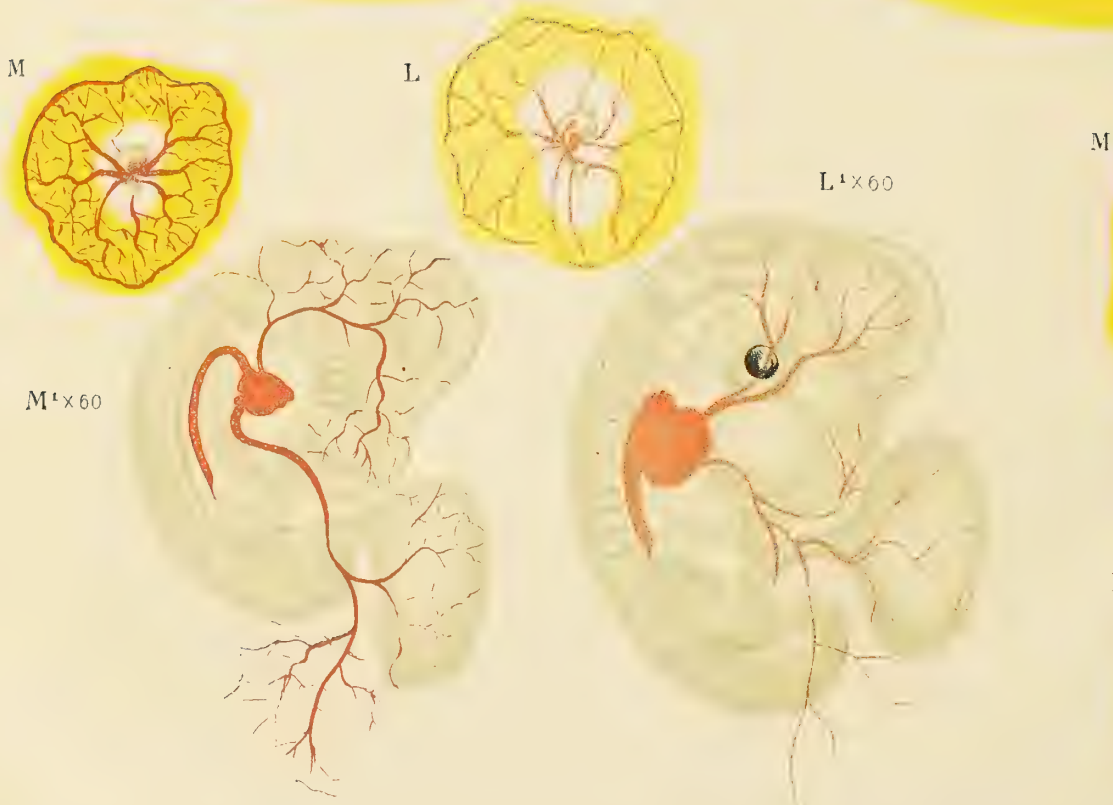
13. *Ovo magnetizzato*, del peso di grammi 46, 58. L'embrione ha sangue rosso vivo. È vestito di piume nere sul dorso; non fa movimenti nè del corpo in toto, nè delle estremità. — È lungo millimetri 36. — Pesa centigrammi 459. — Il guscio pesa centigrammi 595.

Ventesimo giorno.

14, *Ovo* del peso di grammi 43, 5, che fu libero per i primi dieci giorni, e sottoposto all'azione del magnetismo per gli ultimi dieci. L'embrione ha il sangue rosso scuro. È quasi tutto coperto di piume nere; fa movimenti del corpo in massa. — È lungo millimetri 62. — Pesa centigrammi 3078. — Il guscio pesa centigrammi 495.

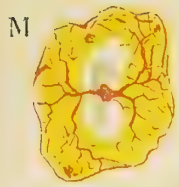
15. *Ovo* del peso di grammi 43, che fu magnetizzato durante i primi dieci giorni, e lasciato libero per gli ultimi dieci. L'embrione ha sangue rosso, non scarlatto. È vestito di piume bianche e gialle; fa movimenti delle estremità, del becco e del corpo in toto. — È lungo millimetri 57. — Pesa centigrammi 2110. — Il guscio pesa centigrammi 635.

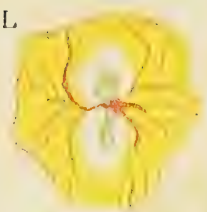




Dottor Magini dis

N.B. Gli embrioni segnati colle lettere M ed M¹ sono magnetizzati; quelli colle lettere L

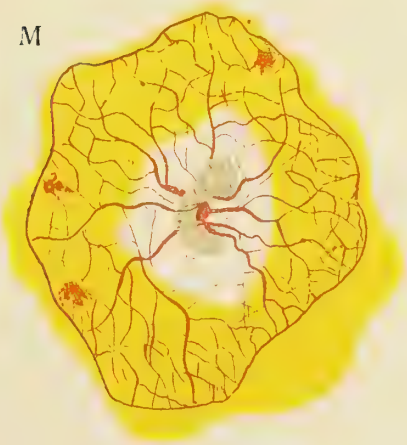




M' × 150

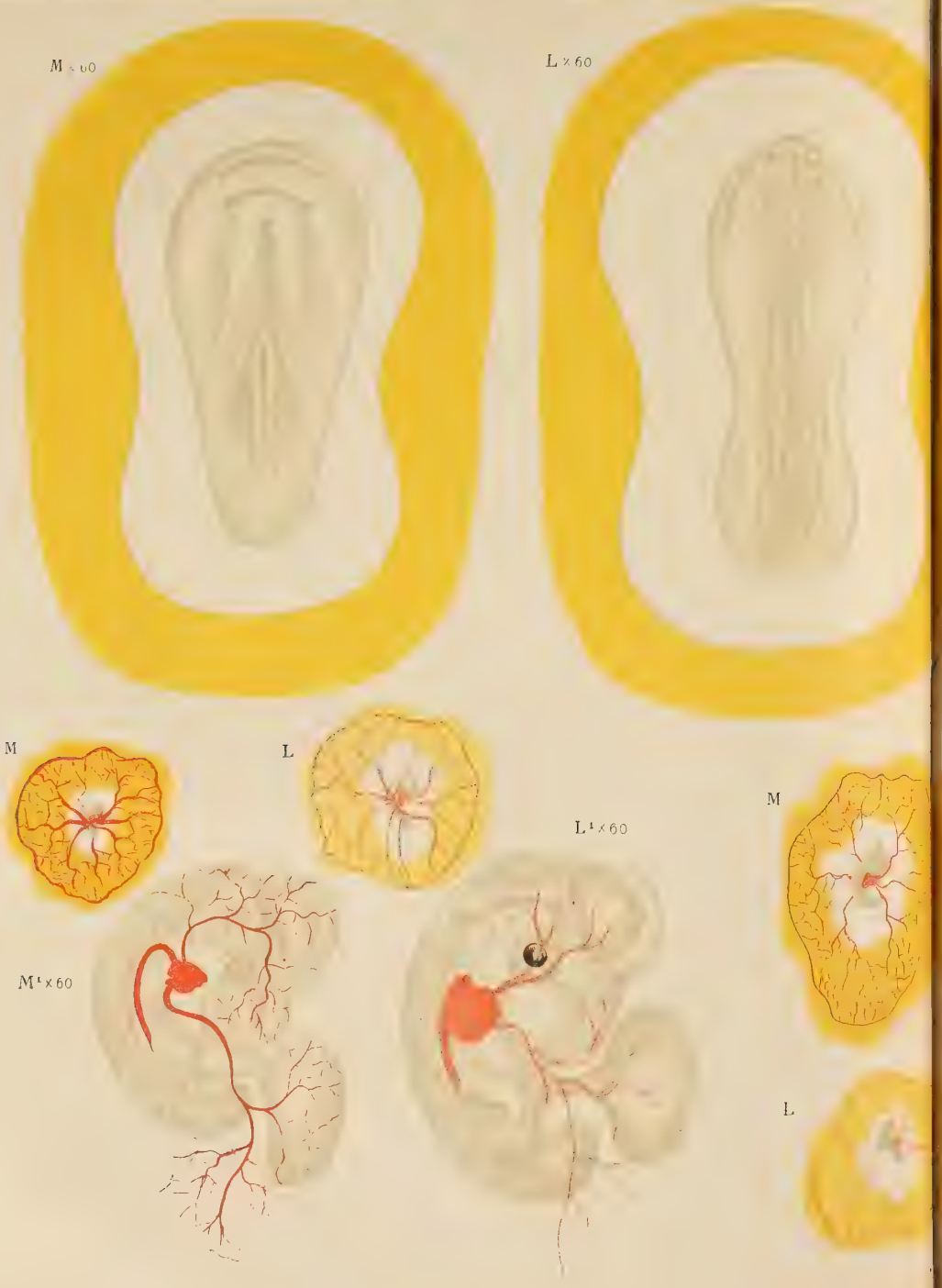
L' × 150

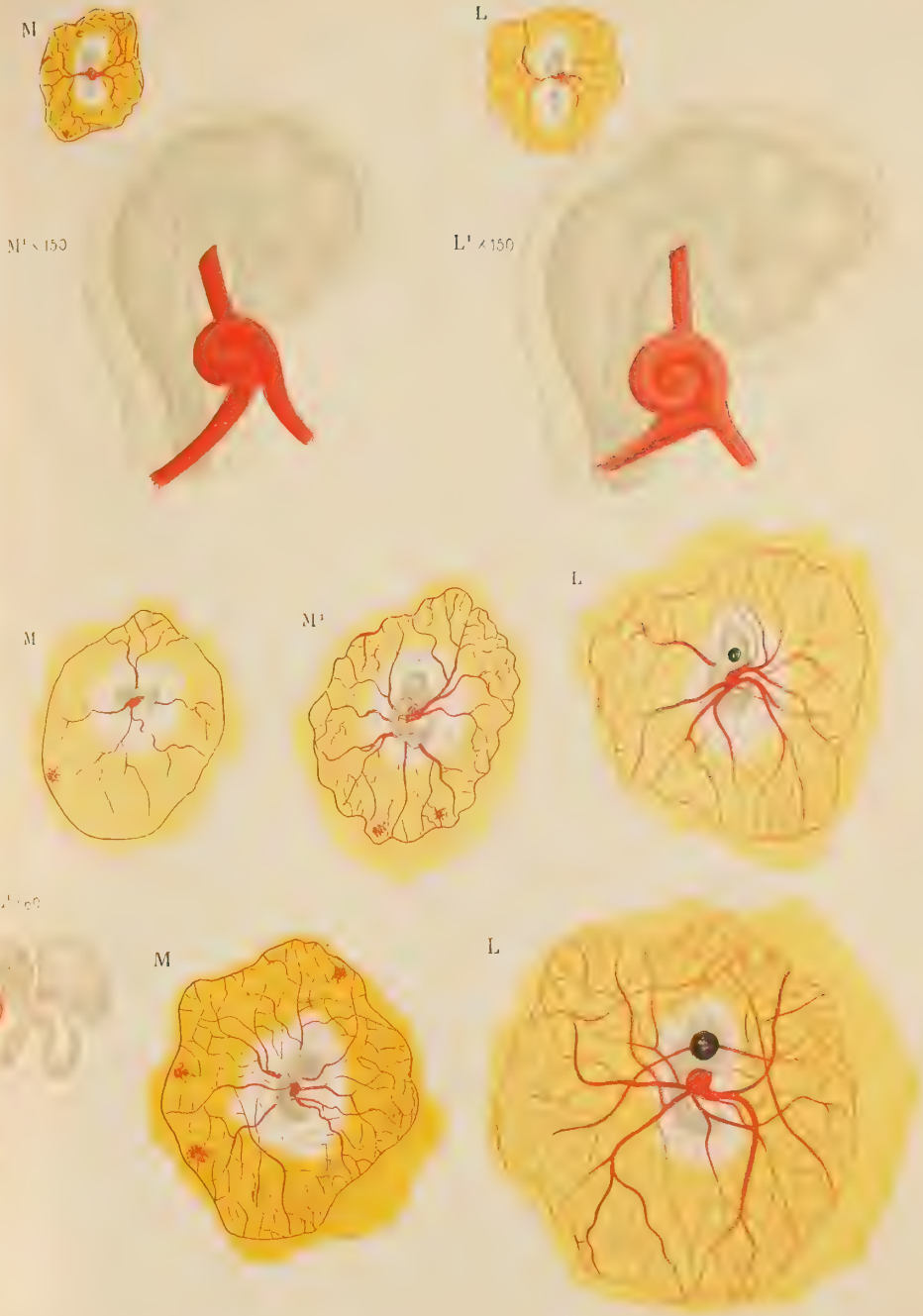
L' 460



Lit. Bruno e Salomone Roma

Dove non è il segno della moltiplicazione, gli embrioni s'intendono di grandezza naturale.





Magini dis.

Lit. Bruno e Salomone Roma

N B. Gli embrioni segnati colle lettere M ed M' sono magnetizzati; quelli colle lettere L ed L' liberi_Dove non è il segno della moltiplicazione, gli embrioni s'intendono di grandezza naturale.

Catalogo delle declinazioni medie pel 1880,0 di 1004 stelle di 1ª in 6ª grandezza, comprese fra 0° e 20° nord, e 64° e 90° nord, compilato sulle osservazioni fatte al Circolo meridiano del r. Osservatorio del Campidoglio negli anni 1879, 1880 e 1881.

Memoria con Appendice del Socio LORENZO RESPIGHI

letta nella seduta del 1 giugno 1884

Nelle importanti ricerche geodetiche intraprese in questi ultimi tempi, e principalmente nella gigantesca operazione della misura dei gradi del meridiano centrale europeo, affidata alla Commissione geodetica internazionale, si fece altamente sentire la necessità di aumentare il numero delle stelle fondamentali, le cui declinazioni sono destinate alla determinazione della latitudine geografica nelle stazioni astronomiche delle grandi reti geodetiche.

Mentre parecchi Osservatorî, specialmente nella parte settentrionale di Europa, si accingevano a colmare questa lacuna, io stimai opportuno di far concorrere in questa importante e gravosa operazione anche il nostro Osservatorio: dal quale, per la sua favorevole ubicazione e per la bontà e stabilità del Circolo meridiano di cui è fornito, si potevano attendere utili risultati in queste delicate ricerche.

Questo mio divisamento venne nel 1875 concretato nel progetto di una generale revisione della declinazione delle stelle dalla 1ª alla 6ª grandezza inclusive, esistenti nell'emisfero nord, per mezzo di una accurata e sistematica serie di osservazioni meridiane, combinate in modo da assicurare nei risultati finali, entro i limiti di una conveniente approssimazione, la compensazione degli errori accidentali delle osservazioni e degli errori strumentali sistematici e costanti.

Verso la metà del 1875 venne intrapreso questo lavoro; ma avuto riguardo alla scarsità dei mezzi e del personale di cui poteva disporre il nostro Osservatorio, mi parve opportuno di ripartirlo, in quanto alla esecuzione, in due distinte parti; la prima diretta alla determinazione della declinazione delle stelle comprese dai paralleli 20° e 64° nord; la seconda per le declinazioni delle stelle comprese dall'equatore al parallelo 20° nord, e dal parallelo 64° al polo nord.

Questo riparto del lavoro, ossia la sua divisione in due distinti Cataloghi, presentava a mio modo di vedere alcuni importanti vantaggi; fra i quali quello di potere per ogni Catalogo eseguire le necessarie osservazioni in un tempo abbastanza ristretto per menomare l'influenza delle incertezze dei moti proprî delle stelle, e quello di potere in pochi anni compilare il primo Catalogo, che avrebbe potuto fornire, specialmente per le stazioni astronomiche delle reti italiane, i dati necessarî per la determinazione della latitudine con tutti i principali metodi a ciò raccomandati.

E appunto questi vantaggi mi sembra siano già stati raggiunti colla pubblicazione del primo Catalogo, compilato sulle osservazioni fatte negli anni 1875, 1876

e 1877, nell'intervallo di circa due anni; il quale pubblicato nel 1880 venne subito utilizzato nella determinazione della latitudine in varie stazioni italiane.

Il rimarchevole accordo che potei verificare fra le declinazioni del nostro Catalogo e quelle date da accreditatissimi Cataloghi recentemente pubblicati, e per un numero notevole di stelle, mi ha pienamente assicurato della bontà delle nostre declinazioni, e quindi confermata la ragionevolezza del metodo da noi seguìto nelle osservazioni e nella loro discussione e riduzione; al quale metodo perciò ho creduto opportuno di strettamente attenermi anche nella seconda parte del nostro lavoro, ossia nella formazione del secondo Catalogo delle stelle comprese dall'equatore al parallelo 20° nord, e dal polo al parallelo 64° nord.

Nella prefazione annessa al primo Catalogo vennero date le necessarie notizie e ragguagli relativi allo strumento, ossia al Circolo meridiano di Ertel usato nelle osservazioni, e perciò mi credo dispensato dal ritornare su questa questione, non essendosi fatta nello strumento stesso altra innovazione che quella di sostituire al micrometro usato pel primo Catalogo un altro micrometro, il quale non presenta col primitivo altra differenza sostanziale che quella della mancanza del filo mobile in declinazione, e di un maggiore numero di fili paralleli al meridiano.

D'altronde questa modificazione, richiesta dallo strumento per le osservazioni cronografiche, non portava alcuna alterazione al nostro sistema di osservazione, perchè fin da principio fu escluso nella misura delle distanze zenitali il filo mobile in declinazione, per diminuire il numero delle costanti istrumentali, per evitare il pericolo di possibili irregolarità nella vite micrometrica e nella inclinazione del filo mobile, e finalmente per dare alle osservazioni maggiore semplicità ed uniformità, facendosi sempre la collimazione delle stelle e l'osservazione del nadir con un medesimo filo equatoriale fisso.

Con questa innovazione era a temersi soltanto un cambiamento nella costante della flessione, in riguardo a quella avuta nelle osservazioni del primo Catalogo, in causa delle diversità del peso dei due micrometri; ma anche questa circostanza non poteva influire sui risultati finali delle nostre osservazioni, perchè colla combinazione delle osservazioni dirette colle riflesse viene eliminata o compensata la flessione del cannocchiale; e per questo secondo Catalogo tale compensazione era tanto più sicura o probabile, in quanto che tutte le stelle potevansi osservare tanto direttamente che per riflessione; mentre nel primo restavano escluse da questa condizione le stelle lontane dal zenit meno di 4°, non osservabili per riflessione.

Non debbo tacere che il nuovo micrometro ci obbligava nella determinazione del nadir a servirci di una divisione del circolo prossima a quella usata pel primo Catalogo, perchè più centrale nel campo dei microscopî; ma anche questa innovazione non poteva avere influenza sui risultati delle osservazioni, perchè nel medio delle osservazioni dirette e riflesse doveva essere eliminato o compensato l'errore accidentale della divisione stessa.

Anche in riguardo al metodo di osservazione non ho da aggiungere nulla a quanto fu dichiarato nella prefazione del 1° Catalogo, e principalmente nella mia precedente Memoria: *Declinazioni medie pel* 1875,0 *di* 285 *stelle dalla* 1ª *alla* 6ª *grandezza* ecc. pubblicata nel vol. II, serie 3ª, delle Memorie della r. Accademia dei Lincei, essendomi ora rigorosamente attenuto alle norme in allora stabilite per la misura delle distanze zenitali delle stelle; per cui mi limiterò a richiamare

succintamente queste norme senza occuparmi dell'esposizione delle ragioni speciali per le quali esse vennero adottate.

Come pel primo Catalogo fu stabilito di prendere, come origine delle distanze zenitali apparenti, il nadir, o zenit istrumentale, determinato colla riflessione del filo equatoriale fisso, puntando i quattro microscopî costantemente sulle divisioni del circolo 11°.58′, 101°.58′, 191°.58′ e 281°.58′, e deducendo il nadir stesso dal medio di quattro successive letture, alternando in esse la posizione dell'osservatore dal nord al sud, quantunque per esperienza i risultati potessero ritenersi come sensibilmente identici; ripetendo poi questa operazione più volte in ogni sera, durante le osservazioni, per verificare le variazioni cui era soggetto il zenit istrumentale.

Ogni stella doveva essere osservata almeno 20 volte; 10 direttamente e 10 per riflessione, facendone la collimazione col filo equatoriale in grande prossimità al meridiano, per evitare l'influenza di una possibile inclinazione nel filo stesso; e appunto per questa condizione, e per altre già accennate nella prefazione al primo Catalogo, venne stabilito che in ogni passaggio, specialmente per le stelle lontane dal polo, dovesse osservarsi la stella soltanto direttamente o soltanto per riflessione, alternando possibilmente di sera in sera le osservazioni dirette colle riflesse.

Per ogni stella la lettura dell'arco doveva farsi ai quattro microscopî e costantemente sulla divisione del circolo più vicina alla posizione della vite corrispondente al nadir, oppure sull'una o sull'altra delle divisioni del circolo, fra le quali era compresa la detta posizione della vite del microscopio.

Anche le stelle circumpolari dovevano osservarsi soltanto nel loro passaggio superiore per evitare l'incertezza delle rifrazioni, e per ottenere possibilmente la simmetria fra le osservazioni al sud ed al nord rispetto al zenit.

Trovandosi il nostro Osservatorio a circa 41°.54′, di latitudine nord, restavano evidentemente escluse da questa condizione di simmetria le stelle distanti dal polo meno di 6°, a meno che non si fossero estese le osservazioni delle stelle fondamentali fino a 6° sud; operazione che non fu eseguita, perchè giudicata al nostro scopo non necessaria, per ragioni che verranno in seguito esposte.

Il barometro, il termometro interno e il termometro esterno dovevano leggersi con sufficiente frequenza, specialmente nelle notti di rapide variazioni di pressione atmosferica e di temperatura, per avere i dati necessarî al calcolo delle rifrazioni.

Finalmente i valori in arco delle rivoluzioni delle viti dei microscopî dovevano verificarsi di tratto in tratto durante il periodo delle osservazioni, per verificare le possibili variazioni nel medio valore delle rivoluzioni delle quattro viti, dal quale doveva dedursi la distanza della divisione letta per la stella dalla divisione dello zero dei microscopî; quantunque una qualche incertezza in questo elemento ben poco avrebbe potuto influire sulla riduzione dell'arco misurato coi microscopî, perchè non mai maggiore di 1′, od al più di 1′,5, e cioè di una, od una e mezzo rivoluzione delle viti.

Le osservazioni da farsi sopra ogni stella dovevano ripartirsi fra i tre osservatori dott. Giacomelli, dott. Di Legge e prof. Respighi, in modo da compensare possibilmente i loro errori personali relativi, quantunque da molti confronti fatti fosse stato dimostrato, che tali errori potevano ritenersi, come assai piccoli e quasi trascurabili, tanto in riguardo al modo di collimare le stelle e il nadir, quanto in riguardo al modo di collimazione e di lettura ai microscopî.

Osservazioni fatte pel secondo Catalogo. — Le stelle da osservarsi vennero prese dal B.A.C, e precisamente tutte quelle alle quali erano assegnate le grandezze 1ª, 2ª.... 6ª inclusive, aggiungendone poche prese da altri cataloghi, in modo che si ottennero in complesso 1004 stelle comprese entro gli indicati limiti di declinazione.

Le osservazioni vennero regolarmente intraprese al principio del 1879 e continuate con brevi lacune, causate dalla contrarietà della stagione e da altri lavori in cui era impegnato il Circolo meridiano, fin verso il principio del 1881; epoca nella quale non rimanevano da osservarsi altro che poche stelle, o da completare il numero delle osservazioni di poche altre; dimodochè il periodo totale di osservazione superò di poco i due anni.

In questo intervallo di tempo furono pure osservate alcune stelle, che per la loro declinazione avrebbero dovuto figurare nel primo Catalogo, alcune delle quali erano state omesse, perchè osservate soltanto poche volte; altre perchè inavvertentemente o per equivoco dimenticate.

Il numero totale delle osservazioni fatte sulle 1004 stelle costituenti il presente Catalogo, e sulle 67 spettanti al primo, sono 22,658, delle quali 11,438 dirette e 11,220 per riflessione, non contando quelle osservazioni che vennero scartate, perchè dichiarate come incerte, o perchè riconosciute erronee per isbaglio nella lettura degli archi, o per lo scambio della stella con altre vicine.

Il numero totale dei giorni di osservazione fu 560, tenendo conto anche di quelli in cui furono fatte poche osservazioni per contrarietà del tempo, o perchè in vicinanza al termine del lavoro non rimanevano più che poche stelle da osservarsi.

In tutto il corso delle osservazioni non vi fu bisogno di arrecare alcun cambiamento nelle condizioni istrumentali, e venne costantemente usato lo stesso oculare, tanto per l'osservazione delle stelle, quanto per la determinazione del nadir, coll'ingrandimento 120, quale venne adoperato per le osservazioni del primo Catalogo.

In ogni sera di osservazione il nadir venne determinato tre o quattro volte, ed anche più frequentemente in quelle notti nelle quali avvenivano rapide variazioni di temperatura, per cui erano a temersi sensibili variazioni nel zenit istrumentale, delle quali doveva tenersi conto nella riduzione delle osservazioni.

Riduzione delle osservazioni. — Il calcolo delle distanze zenitali apparenti venne eseguito nel corso delle osservazioni, per quella parte che risguardava gli archi letti e la loro correzione pel zenit istrumentale, pel valore medio delle rivoluzioni delle viti dei microscopî e per la rifrazione; ma restavano a determinarsi le correzioni per gli errori istrumentali e le riduzioni delle distanze zenitali apparenti alle distanze medie pel 1880,0; epoca alla quale si era deciso di riportare il nuovo Catalogo, perchè rispetto alla medesima riesciva abbastanza simmetrico il complesso delle osservazioni fatte sulle varie stelle componenti il Catalogo stesso.

Appena ultimate le osservazioni, si trovò necessario di determinare gli errori accidentali delle divisioni del circolo e le relative correzioni da applicarsi al medio degli archi letti ai quattro microscopî sopra ogni divisione, per eliminare l'influenza di questi errori sulla distanza zenitale delle varie stelle.

Questa lunga e laboriosa operazione avrebbe potuto evitarsi, se la lettura degli archi per ogni stella si fosse fatta in ogni passaggio sopra un certo numero di divisioni, per es. su tre divisioni vicine, poichè nel medio delle tre letture si poteva sperare un approssimato compenso dei loro singoli errori accidentali: ma questo

sistema non fu adottato in causa della maggiore complicazione e perditempo che esso avrebbe arrecato alle osservazioni.

Ad ottenere questo scopo si poteva ricorrere ad un altro sistema praticamente più spedito, quale sarebbe stato quello di fare nelle varie sere le letture alternativamente sulle tre divisioni; ma avuto riguardo alla difficoltà pratica di ottenere un egual numero di letture sopra ogni divisione, e nel timore di introdurre altre sorgenti di errore col cambiare le condizioni delle osservazioni, fu scartato anche questo sistema, per attenersi a quello stabilito nel citato piano di osservazione; di fare cioè per ogni stella la lettura degli archi costantemente sulla divisione più vicina allo zero dei microscopî, o tutt'al più sull'una o sull'altra delle limitrofe al medesimo; condizione facilmente verificabile colla massima economia di tempo, quale era richiesta per potere in ogni sera osservare un conveniente numero di stelle.

Una volta poi determinate le correzioni per gli errori accidentali delle divisioni del circolo, o piuttosto del medio delle quattro divisioni collimate ai microscopî, la loro applicazione agli archi letti dava al risultato quella stessa approssimazione, che si sarebbe potuto ottenere facendo in ogni osservazione la lettura dell'arco sopra tutte le 3, o le 5 divisioni, usate nella determinazione degli errori accidentali.

Come pel primo Catalogo, e collo stesso processo allora usato, vennero perciò determinati gli errori accidentali delle divisioni del circolo e le relative correzioni da applicarsi al medio delle letture fatte ai quattro microscopî per le divisioni di 2′ in 2′, comprese dal parallelo 64° al polo, e dal parallelo 20° all'equatore. Questa lunga e delicata operazione fu eseguita colla massima accuratezza, per procurare alle richieste correzioni la necessaria fiducia; quantunque per l'esattezza della graduazione del nostro circolo queste correzioni si potessero ritenere generalmente assai piccole e comprese nei limiti di pochi decimi di secondo.

Per gli errori sistematici della graduazione del circolo, per l'errore costante della divisione usata pel nadir e per la flessione del cannocchiale, quantunque si avessero i dati forse sufficientemente approssimati per dedurre le relative correzioni da applicarsi alle distanze zenitali osservate, pure ho creduto preferibile di ricorrere, come nel primo Catalogo, all'uso delle latitudini istrumentali determinate colle declinazioni di stelle fondamentali, comprese nelle varie zone di 2° in 2° per tutta la parte di cielo abbracciata dal Catalogo. Come fu dichiarato nel primo Catalogo le latitudini istrumentali, altro non sono che i diversi valori ottenuti per la latitudine nelle varie zone di 2° in 2° di distanza zenitale, per mezzo di un conveniente numero di stelle fondamentali, non applicando agli archi letti per le loro distanze zenitali altra correzione che quella del zenit istrumentale e della rifrazione: per cui supponendo nel medio φ^1 di queste latitudini apparenti compensati gli errori di declinazione delle singole stelle, si avrebbe:

$$\varphi^1 = \varphi - \Delta Z,$$

rappresentando con φ la latitudine vera od assoluta, e con ΔZ la somma delle correzioni richieste nella distanza zenitale Z pei varî errori istrumentali, per le possibili incertezze delle rifrazioni, e anche per gli errori personali nella collimazione delle stelle e nella collimazione delle divisioni coi microscopî, quando le osservazioni fossero fatte da un solo osservatore: di modo che la declinazione δ

$$\delta = \varphi - (Z + \Delta Z)$$

potrebbe direttamente dedursi da

$$\delta = \varphi^1 - Z;$$

cioè dalla differenza fra la latitudine istrumentale e la distanza zenitale osservata, senza avere riguardo ai suindicati errori, perchè in essa compensati.

Questo sistema di osservazione o di riduzione evidentemente non può essere applicato nella formazione di un Catalogo, altro che nei casi in cui siano verificate le seguenti condizioni.

1.° Che divisa la parte di cielo, abbracciata dal Catalogo, in zone abbastanza ristrette da poter ritenere come costante o regolarmente variabile la somma degli errori, in ogni zona sia compreso un numero di stelle fondamentali sufficientemente grande, da rendere probabile la compensazione dei piccoli errori possibili nelle loro declinazioni.

2.° Che queste declinazioni possano prendersi da varî cataloghi meritevoli di fiducia, per eliminare possibilmente le influenze degli errori sistematici che ordinariamente esistono in ogni catalogo. Nella compilazione del nostro primo Catalogo fu appunto adottato il sistema delle latitudini istrumentali, perchè per esso si ritennero verificate queste condizioni. Infatti dall'esame della graduazione del circolo e dalla piccolezza della costante della flessione si poteva arguire che le variazioni della latitudine istrumentale sarebbero riescite molto piccole, e tali da potersene ottenere con facile interpolazione la latitudine stessa per tutte le distanze zenitali comprese in ogni zona: mentre poi facendo la nota delle stelle fondamentali, cioè date da autorevoli cataloghi, si trovò che se ne avevano 286 distribuite in modo che, eccettuate pochissime zone, ne corrispondeva alle altre un conveniente numero.

Nella compilazione del primo Catalogo le stelle fondamentali furono scelte in modo che in ogni zona il numero delle stelle fosse ripartito fra un sufficiente numero di cataloghi, per rendere probabile nella latitudine istrumentale la compensazione degli errori delle singole declinazioni: e coll'esame e discussione dei risultati ottenuti mi sembra d'aver evidentemente dimostrato che tale scopo era stato raggiunto con soddisfacente approssimazione.

Le riduzioni pel primo Catalogo erano già troppo avanzate quando mi pervenne il recente e preziosissimo Catalogo di Auwers, *Fundamental Catalog für Zonenbeobachtungen* ecc. pubblicato nel 1879 dalla Società astronomica di Germania, e perciò non potei utilizzarlo che in parte, facendolo concorrere cogli altri cataloghi, da me usati, alla determinazione delle latitudini istrumentali.

Per non ritardare la pubblicazione del nostro primo Catalogo, e per altre considerazioni da me esposte nella sua prefazione, io rinunziai al vantaggio che avrei potuto ottenere col basare la ricerca delle latitudini istrumentali esclusivamente sulle declinazioni del *Fundamental Catalog*, dedotte da Auwers con una ragionata e sistematica combinazione dei dati offerti dai più accreditati cataloghi.

Però dopo di avere mostrata la fiducia meritata dal sistema di latitudini istrumentali da me prescelto, con argomenti, se non certi, almeno molto probabili, non mancai di dare nello Specchio VI delle *differenze fra i cataloghi*, *Campidoglio* e *Fundamental Catalog*, i dati necessarî per ridurre le latitudini da me usate a quelle che si sarebbero ottenute coll'uso esclusivo delle declinazioni dello stesso *Fundamental Catalog*; al quale volendo si potrebbero ridurre tutte le declinazioni delle 1463

stelle da noi osservate, qualora si ritenesse che le differenze sistematiche dei due cataloghi siano interamente attribuibili a difetto del Catalogo del Campidoglio. Ed anche in questa ipotesi, la peggiore per noi, resterebbe però sempre confermata la bontà del nostro Catalogo dalla poca entità di quelle differenze; non essendo poi escluso il dubbio che queste differenze potessero in qualche parte ripetersi dallo stesso *Fundamental Catalog*, per qualche incertezza nella declinazione di quelle stelle che Auwers non potè dedurre altro che dalla combinazione di pochi cataloghi.

Nella compilazione del presente Catalogo ho potuto semplificare la determinazione delle latitudini istrumentali, usando quasi esclusivamente le declinazioni del *Fundamental Catalog*, ricorrendo soltanto per poche stelle ad altri cataloghi, e precisamente per quelle zone, nelle quali riesciva troppo scarso il numero delle stelle date dal Catalogo suddetto.

Tutte le stelle fondamentali, e così pure tutte le stelle costituenti il Catalogo, furono osservate almeno 20 volte, e cioè 10 direttamente e 10 per riflessione, ed in altrettanti passaggi meridiani, scelti in modo da corrispondere a diverse epoche in quella parte dell'anno in cui ciascuna di esse era convenientemente osservabile. E siccome tutte le osservazioni vennero ridotte le une indipendentemente dalle altre, prendendo come punto di partenza il zenit istrumentale, accuratamente determinato in ogni sera e per le varie ore di osservazione, così per la latitudine istrumentale si potevano ottenere due distinti valori, uno spettante alle osservazioni dirette, l'altro alle riflesse, meritevoli entrambi della stessa fiducia, perchè dedotti da un egual numero di osservazioni e di ugual peso, risultando l'errore probabile di una osservazione diretta quasi identico a quello di una osservazione riflessa.

La determinazione delle latitudini istrumentali per le osservazioni dirette e per le riflesse venne adottata, non solamente per rendere più probabile nel calcolo delle declinazioni la compensazione dei varî errori istrumentali e personali, ma eziandio per ottenere dei dati, la cui opportuna combinazione avrebbe potuto attestare il grado di fiducia da esse meritate.

Latitudini istrumentali pel presente Catalogo. — Fatta la scelta delle stelle fondamentali, colle distanze zenitali corrette della rifrazione e degli errori accidentali delle divisioni lette, e colle loro declinazioni apparenti venne per ognuna di esse determinato il valore della latitudine apparente; prendendo come tale il medio dei risultati ottenuti separatamente dalle osservazioni dirette e dalle riflesse.

Nel seguente specchio I sono riportati i risultati di questo calcolo, e cioè i due valori ottenuti per la latitudine apparente dalle varie stelle, distribuite in ordine alla loro declinazione, e ripartite in zone di 2° in 2° di distanza zenitale, sud e nord; colle rispettive declinazioni medie pel 1880,0 e coll'indicazione del Catalogo da cui furono prese.

I cataloghi sono indicati colle iniziali:

F. C. Fundamental Catalog.	S. Safford Catalogue 1875,1.
N. A. Nautical Almanac di Londra.	C. T. G. $\frac{1}{2}$ (C. T. + G.)
C. T. Connaissance des Temps.	W. G. $\frac{1}{2}$ (W. + G.)
W. Nautical Almanac di Washington.	W. S. $\frac{1}{2}$ (W. + S.)
G. Greenwich Catalogue 1872,0.	

SPECCHIO I. **Latitudini apparenti**

STELLA	Declinazione media 1880,0	Autorità	Latitudine 41°53′+ Osservazioni dirette	Latitudine 41°53′+ Osservazioni riflesse	STELLA	Declinazione media 1880,0	Autorità	Latitudine 41°53′+ Osservazioni dirette	Latitudine 41°53′+ Osservazioni riflesse
	+					+			
α Boote . . .	19° 48′ 28″,16	F. C.	34″,80	33″,45	δ Delfino . . .	14° 38′ 41″,88	F. C.	34″,92	33″,41
f Boote . . .	19 46 1,67	N. A.	34,74	33,42	σ Ariete . . .	14 35 11,77	N. A.	34,97	33,36
γ Ercole . . .	19 26 9,32	F. C.	34,82	33,56	α Pegaso . . .	14 33 35,50	F. C.	34,65	33,10
θ Ariete . . .	19 20 42,49	»	34,60	33,30	α Ercole . . .	14 31 41,36	»	34,55	33,00
1 Pegaso . .	19 17 30,27	»	34,73	33,22	γ Pegaso . . .	14 30 58,71	»	34,54	33,36
δ Ariete . . .	19 16 17,87	»	35,10	33,64	ω Ercole . . .	14 18 38,19	»	34,85	33,29
γ Saetta . . .	19 10 1,88	»	34,90	33,50	ζ Boote med.	14 14 37,85	»	34,68	33,16
24 Chioma seg.	19 2 16,37	»	34,89	33,39	β Delfino . . .	14 10 42,64	»	34,46	32,94
η Boote . . .	18 59 59,53	»	34,75	33,22					
ε Toro	18 54 45,79	»	34,88	33,64	ζ Aquila . . .	13 41 10,06	F. C.	34,76	33,14
γ Ariete . . .	18 42 16,84	»	35,03	33,68	ξ Gemelli . . .	13 1 24,23	»	35,15	33,52
δ Cancro . .	18 35 39,31	»	34,35	32,87	60 Ercole . . .	12 54 24,20	»	34,84	33,32
$\varkappa$ Serpente .	18 30 47,35	»	34,90	33,52	α Ofiuco . . .	12 38 54,69	»	34,42	32,96
φ Pegaso . .	18 27 13,54	»	34,30	32,86	α Leone	12 33 10,93	»	34,77	33,05
δ Saetta . . .	18 14 21,28	»	35,36	34,24	20 Pegaso . . .	12 32 43,92	»	34,46	32,66
83 Cancro . .	18 12 47,06	»	35,06	33,72	f Toro	12 31 27,11	»	35,09	33,45
τ Boote . . .	18 3 19,42	»	34,53	33,10	α Cancro . . .	12 19 16,30	»	34,39	32,77
					λ Toro	12 8 59,53	»	35,07	33,43
130 Toro	17 40 57,34	F. C.	34,88	33,47	70 Pegaso . . .	12 5 54,59	»	34,83	33,24
η Leone . . .	17 20 49,54	»	34,44	32,90					
δ Toro	17 15 34,54	»	35,22	33,70	b Aquila . . .	11 41 20,02	S.	34,92	33,39
π Boote pr. .	16 56 0,21	»	34,48	33,09	ε Vergine . . .	11 36 15,90	F. C.	34,54	32,95
λ Gemelli . .	16 45 19,42	»	34,57	32,92	31 Pegaso . . .	11 36 3,55	»	34,68	32,91
γ Gemelli . .	16 30 0,32	»	35,09	33,45	ω Aquila . . .	11 22 48,30	»	34,53	33,00
α Toro	16 15 59,42	»	34,89	33,43	ι Leone	11 11 24,22	»	34,59	32,96
θ Leone . . .	16 5 6,89	»	35,08	33,69	l Leone	11 10 46,93	»	34,45	32,74
γ Serpente .	16 3 15,41	»	34,83	33,35	k Cancro . . .	11 9 0,22	N. A.	34,95	32,98
					ε Delfino . . .	10 53 46,60	F. C.	34,61	33,01
τ' Serpente .	15 51 3,83	F. C.	34,70	33,15	o Leone	10 26 14,70	»	35,05	33,24
β Serpente .	15 47 54,24	»	34,52	32,97	γ Aquila . . .	10 19 18,66	»	34,72	33,11
γ Delfino seg.	15 41 33,47	»	34,39	32,99	ζ Pegaso . . .	10 12 18,81	»	34,71	32,99
α Delfino . .	15 29 22,34	»	34,93	33,40	S Liocorno . .	10 0 18,63	»	35,19	33,37
γ Toro	15 20 10,76	»	34,82	33,38	ϱ Leone	9 55 24,94	»	34,79	33,25
β Leone . . .	15 14 34,02	»	34,66	33,34					
49 Ercole . . .	15 10 36,09	»	35,05	33,54	$\varkappa$ Delfino . . .	9 39 51,87	F. C.	34,64	32,82
P. XIV, 221	14 55 55,86	»	34,72	33,12	μ Balena . . .	9 36 23,37	»	34,43	32,68
ε Aquila . . .	14 54 22,96	»	34,58	33,10	$\varkappa$ Ofiuco	9 33 45,90	»	34,57	32,75
ν Orione . .	14 46 52,41	»	34,79	33,41	β Cancro . . .	9 33 14,84	»	34,72	32,88
η Pesci . . .	14 43 35,67	»	35,05	33,40	72 Ofiuco	9 32 52,65	»	34,47	32,59

SPECCHIO I.

Latitudini apparenti

STELLA	Declinazione media 1880,0	Autorità	Latitudine 41°53′+ Osservazioni dirette	Latitudine 41°53′+ Osservazioni riflesse	STELLA	Declinazione media 1880,0	Autorità	Latitudine 41°53′+ Osservazioni dirette	Latitudine 41°53′+ Osservazioni riflesse
φ^1 Orione . . .	9°24′24″,13	F. C.	34″,78	32″,96	d Leone . . .	4°15′40″,52	N. A.	34″,51	32″,42
o Vergine. . .	9 23 58,18	»	34,89	33,23	σ Ofiuco . . .	4 14 45,80	»	34,85	32,89
ε Pegaso . . .	9 19 31,63	»	34,70	32,86	66 Orione . . .	4 9 50,27	F. C.	35,09	33,01
ξ Toro	9 18 46,80	»	34,60	32,89	δ Vergine . .	4 2 59,57	»	35,00	33,12
π Leone. . . .	8 37 9,22	»	34,71	32,78	θ Serpente pr.	4 2 55,66	»	34,53	32,78
o Toro	8 36 19,33	»	34,80	32,88					
o Pesci	8 33 11,26	»	34,94	33,11	α Balena. . .	3 37 4,52	F. C.	34,90	32,95
α Aquila . . .	8 33 8,74	»	34,55	32,74	67 Ofiuco . . .	2 56 19,25	»	34,56	32,63
β Cane min. .	8 31 47,18	»	34,97	33,11	δ Aquila. . .	2 52 35,82	»	34,65	32,64
χ Leone. . . .	7 59 3,87	»	34,90	33,17	θ Idra	2 49 10,53	»	34,71	32,59
ξ^2 Balena . . .	7 55 16,71	»	35,13	33,35	γ Ofiuco . . .	2 45 13,16	»	34,53	32,73
					γ Balena. . .	2 43 44,70	»	34,69	32,66
α Orione . . .	7 22 59,43	F. C.	34,68	32,71	γ Pesci. . . .	2 37 36,41	»	34,86	33,07
π Vergine. . .	7 17 0,1	C. T.	34,48	32,61	ξ Pesci. . . .	2 35 40,05	»	34,62	32,49
ε Pesci	7 14 37,48	F. C.	35,06	33,30	18 Liocorno .	2 32 31,06	»	34,57	32,46
37 Sestante . .	7 0 18,6	C. T.	34,71	32,74	β Vergine . .	2 26 27,08	»	34,94	32,95
δ Pesci	6 55 53,54	F. C.	34,44	32,32	109 Vergine . .	2 23 57,88	»	35,11	33,30
ε Idra	6 51 28,81	»	35,23	33,11	λ Ofiuco . . .	2 14 51,63	»	34,29	32,33
α Serpente . .	6 48 14,87	»	34,36	32,44	π^5 Orione. . .	2 14 33,83	»	34,95	32,80
π^4 Orione . . .	6 45 1,4	C. T.	34.37	32,59	τ Vergine . .	2 7 32,62	»	34,81	32,86
σ Leone. . . .	6 41 12,14	F. C.	34,55	32,53					
ζ Idra	6 24 4,41	»	35,16	33,27	η Aquila. . .	0 41 55,48	F. C.	34,91	33,15
γ Orione . . .	6 14 22,03	»	34,86	33,09	$\varkappa$ Pesci. . . .	0 35 55,55	»	34,51	32,46
ω Pesci	6 11 56,15	»	34,93	32,89	ζ Vergine . .	0 1 5,38	»	34,93	33,01
δ Idra	6 7 15,40	C. T.	34,51	32,67	η Vergine . .	0 0 0,32	»	34,31	32,43
β Aquila . . .	6 6 29,09	F. C.	35,20	33,39					
					36 Dragone. .	64 21 24,05	F. C.	33,39	33,60
					α Dragone. .	64 56 59,24	»	32,92	33,51
ν Toro.	5 39 18,07	F. C.	34,71	32,61	Gr. 1771. .	64 59 13,02	»	33,04	33,46
θ Pegaso . . .	5 36 28,72	»	34,71	32,80	i Dragone. .	65 18 59,07	»	32,75	33,06
α Cane min. .	5 31 53,35	»	34,90	33,03	Gr. 2640. .	65 22 52,58	»	32,64	33,06
π^1 Orione . . .	5 23 54,30	»	34,97	32,74	ι Cefeo . . .	65 34 9,92	»	32,74	33,98
3 Serpente . .	5 23 8,73	»	34,31	32,37	32 Orsa magg.	65 42 21,84	W-G	32,83	33,17
ι Pesci	4 58 33,18	»	34,65	32,88	36 Giraffa. . .	65 44 21,63	F. C.	32,61	33,02
ν Pesci	4 52 47,14	»	35,21	33,34	ζ Dragone. .	65 51 45 09	»	32,54	32,91
ε Serpente . .	4 50 23,80	»	34,58	32,72					
α Cavallino . .	4 45 8,94	»	34,67	32,80	55 Cassiopea .	65 57 38,54	F. C.	32,55	33,05
8 Liocorno	4 39 8,24	»	34,66	32,54	8 Dragone. .	66 5 22,98	»	33,04	33,52
β Ofiuco . . .	4 37 7,36	»	34,96	33,06	9 Giraffa. . .	66 8 10,41	»	32,82	33,10

Specchio I.

Latitudini apparenti

STELLA	Declinazione media 1880,0	Autorità	Latitudine 41°53′+ Osservazioni dirette	Latitudine 41°53′+ Osservazioni riflesse	STELLA	Declinazione media 1880,0	Autorità	Latitudine 41°53′+ Osservazioni dirette	Latitudine 41°53′+ Osservazioni riflesse
30H. Orsa magg.	66° 10′ 21″,05	F. C.	33″,32	33″,84	Gr. 3241. .	72° 7′ 30″,14	W-G	33″,03	» 33,50
2H. Orsa min.	66 24 39,02	»	32,65	33,10	ψ Drag. aust.	72 12 26,22	F. C.	32,88	33,47
ι Cassiopea .	66 51 41,64	»	32,74	33,19	γ Orsa min. .	72 15 39,73	»	33,13	33,67
41H. Cefeo . . .	67 8 24,40	»	33,21	33,60	36H. Cassiopea .	72 17 30,42	»	33,08	33,50
Br. 366 . .	67 18 47,67	»	33,07	33,56	40 Cassiopea .	72 25 38,99	»	33,15	33,53
3 Dragone. .	67 24 32,49	»	32,76	33,29	χ Dragone . .	72 40 49,32	»	32,34	32,80
43 Cassiopea .	67 26 6,53	»	32,83	33,20	Gr. 2001. .	73 0 53,88	»	32,98	33,54
δ Dragone . .	67 27 1,64	»	32,92	33,39	31 Cefeo . . .	73 1 13,68	»	32,92	33,43
o Cefeo . . .	67 27 17,47	W-S	32,82	33,39	τ Dragone . .	73 7 56,22	»	33,29	33,69
ψ Casssiopea.	67 30 10,35	F. C.	32,65	33,07	79 Dragone . .	73 8 4,56	W-G	32,97	33,47
σ^3 Orsa magg.	67 37 12,17	»	32,80	33,32	Gr. 1586. .	73 26 56,38	F. C.	33,31	33,72
1H. Orsa min. .	67 48 9,48	»	32,70	33,33	Gr. 4163. .	73 44 33,37	W-G	32,72	33,26
ϱ Orsa magg.	68 5 44,01	F. C.	32,69	33,21	Gr. 1446. .	74 2 48,65	F. C.	33,40	33,88
Gr. 2320. .	68 7 34,85	W-S	32,79	33,23	Gr. 1374. .	74 14 7,93	»	33,17	33,62
f Dragone . .	68 12 40,72	F. C.	32,90	33,29	21 Cassiopea .	74 19 54,33	»	33,07	33,66
Gr. 1308. .	68 42 28,91	»	32,82	33,14	73 Dragone . .	74 32 35,05	»	32,64	33,18
ω Dragone. .	68 48 47,56	»	32,51	33,12	β Orsa min..	74 38 45,27	»	32,58	33,03
55 Giraffa. . .	68 49 29,91	W-G	33,11	33,52	π Cefeo . . .	74 44 20,04	»	33,15	33,60
43 Giraffa. . .	69 1 30,02	F. C.	32,95	33,69	Gr. 966 . .	74 57 38,19	»	32,78	33,30
A Dragone. .	69 1 39,94	»	32,61	33,05	50 Dragone . .	75 17 29,52	W-G	32,72	33,12
22H. Giraffa. . .	69 21 32,56	»	33,16	33,59	226 Cefeo . . .	75 36 29,32	»	33,10	33,45
38 Cassiopea .	69 38 46,53	W-G	33,01	33,28	Gr. 848 . .	75 43 9,53	F. C.	33,12	33,55
35H. Orsa magg.	69 42 11,45	F. C.	32,66	33,16					
Gr. 1564. .	69 46 56,42	»	32,65	33,07	η Orsa min..	76 1 52,47	F. C.	33,18	33,59
					Br. 1147. .	76 7 13,16	»	33,45	33,87
ε Dragone . .	69 57 44,11	»	33,02	33,37	19 Orsa min..	76 10 44,42	»	32,68	33,22
λ Dragone . .	69 59 35,67	F. C.	32,88	33,40	Br. 6. . . .	76 17 1,52	»	33,24	33,67
β Cefeo . . .	70 2 2,67	»	33,04	33,52	9H. Dragone .	76 19 49,17	»	32,94	33,60
d Orsa magg.	70 21 23,17	»	32,73	33,10	γ Cefeo . . .	76 57 45,17	»	32,85	33,52
$\varkappa$ Dragone . .	70 26 59,50	»	32,61	33,18	35 Dragone. .	76 58 39,01	»	32,77	33,23
11 Cefeo . . .	70 45 32,84	»	33,20	33,79	24H. Giraffa . .	77 7 34,26	»	32,92	33,34
5H. Giraffa . .	70 57 36,23	»	32,54	33,14	48H. Cefeo . . .	77 17 28,44	»	33,29	33,64
v Dragone. .	71 8 11,26	»	32,63	33,27	$\varkappa$ Cefeo . . .	77 20 57,26	»	32,96	33,44
φ Dragone . .	71 16 25,03	»	32,84	33,23	Gr. 2655. .	77 27 7,17	»	32,81	33,21
24 Cefeo . . .	71 45 1,08	»	33,30	33,64	Gr. 1852. .	77 34 36,98	»	32,51	32,98
50 Cassiopea .	71 50 22,00	»	32,72	33,21	Br. 2777. .	77 38 21,60	»	32,62	32,92
Gr. 2029. .	71 51 11,41	»	32,60	33,22	Gr. 2373. .	77 41 3,61	»	32,62	33,06

Specchio I. Latitudini apparenti

STELLA	Declinazione media 1880,0	Autorità	Latitudine 41°53′+ Osservazioni dirette	riflesse	STELLA	Declinazione media 1880,0	Autorità	Latitudine 41°53′+ Osservazioni dirette	riflesse
	+		″	″		+		″	″
4 Orsa min..	78° 6′ 41,″14	F. C.	33,31	33,79	32 Giraffa seg.	84° 3′ 54,″10	W. G.	33,22	33,62
ζ Orsa min..	78 9 46,43	»	33,11	33,54	Gr. 750 . .	85 14 10,75	F. C.	33,40	33,76
4H. Dragone. .	78 16 59,59	»	33,20	33,46	43H. Cefeo . . .	85 36 44,98	»	32,31	33,73
Br. 1508. .	78 24 45,20	»	33,02	33,70					
47H. Cefeo . . .	78 56 31,36	»	33,10	33,68	B.A.C. 7504	86 32 15,76	CT-G	32,87	33,48
44H. Cefeo . . .	79 2 3,65	»	32,82	33,32	δ Orsa min..	86 36 33,09	F. C.	33,29	33,80
19H. Giraffa . .	79 5 19,81	»	33,35	33,78	B.A.C. 8213	86 38 42,85	CT-G	33,33	33,73
Gr. 2900. .	79 21 38,95	»	33,10	33,46	51H. Cefeo . . .	87 13 45,88	F. C.	33,51	34,09
23H. Giraffa . .	79 41 22,19	»	32,46	32,93	B.A.C. 5140	87 41 30,74	CT-G	33,48	33,90
Br. 2749. .	80 6 5,05	F. C.	33,14	33,57	B.A.C. 4165	88 21 54,56	CT-G	33,56	33,90
1 H. Dragone .	81 51 16,13	»	33,18	33,67	α Orsa min..	88 40 8,96	F. C.	33,26	33,80
					λ Orsa min..	88 56 36,50	»	33,27	33,72
76 Dragone. .	82 5 7,88	F. C.	33,50	33,95	B.A.C. 2320	88 58 59,0	C. T.	33,32	33,74
ε Orsa min..	82 13 56,14	»	33,08	33,44					
30H. Giraffa . .	83 10 4,36	»	33,32	33,72					

Le stelle fondamentali contenute in questo specchio sono 242, delle quali 132 al sud e 110 al nord, rispetto al nostro zenit: per 217 di queste stelle le declinazioni furono prese dal *Fundamental Catalog* di Auwers, e per le altre 25 le declinazioni furono prese dagli altri cataloghi superiormente indicati, o dalla combinazione di due cataloghi in quei casi, nei quali si avevano disaccordi troppo sensibili.

Quantunque il riparto di queste 242 stelle nelle varie zone non sia molto uniforme, però nella maggior parte di queste il numero di stelle è abbastanza grande per render probabile la compensazione dei piccoli errori temibili nelle loro singole declinazioni. Per alcune però, e cioè per quelle più vicine all'equatore e per quelle più vicine al polo il numero delle stelle è realmente molto più piccolo, in modo da far temere che le latitudini istrumentali abbiano un peso minore di quello delle altre zone.

Fortunatamente però, essendo queste zone prossime ai 45° di distanza zenitale, il grado di approssimazione delle latitudini istrumentali può essere valutato ed assicurato dalla condizione, che la semisomma della latitudine ottenuta dalle osservazioni dirette e quella ottenuta dalle riflesse, deve riescire prossimamente eguale alla latitudine assoluta; perchè, mentre nel medio delle due latitudini istrumentali è compensato l'errore della divisione del circolo usata pel nadir e così la flessione del cannocchiale, possono poi ritenersi come prossimamente compensati anche gli errori sistematici della graduazione del circolo, facendosi le letture degli archi prossimamente nella stessa parte del circolo, tanto nelle osservazioni dirette quanto nelle riflesse, per essere i microscopî distanti fra loro di 90°.

Il numero delle stelle aggiunte a quelle del *Fundamental Catalog*, nella maggior parte delle zone, è tanto piccolo, da potersi ritenere insensibile la loro influenza nei risultati medî, che si sarebbero ottenuti usando le sole stelle di questo Catalogo; ciò che d'altronde è comprovato dal fatto che le latitudini istrumentali dedotte coll'uso delle sole stelle di questo Catalogo pochissimo differiscono da quelle ottenute dal complesso delle stelle contenute nelle varie zone; mentre anche per le zone vicine al polo, nelle quali scarseggiano le stelle del citato Catalogo, le differenze riescono abbastanza piccole.

Percorrendo lo specchio I, e confrontando in ogni zona i valori ottenuti per la latitudine dalle osservazioni dirette e dalle riflesse, e confrontando i valori delle due latitudini da una zona all'altra, si fa manifesta l'esistenza di errori sistematici nelle distanze zenitali delle stelle; pei quali il valore della latitudine varia sensibilmente e sistematicamente da un gruppo di stelle all'altro, tanto nelle osservazioni dirette quanto nelle riflesse; di guisa che le due latitudini si possono considerare come funzioni della distanza zenitale delle stelle dalle quali vennero dedotte.

Questa dipendenza del valore della latitudine dalla distanza zenitale delle stelle, e le variazioni sistematiche di questo da una zona all'altra sono rese più manifeste dal seguente specchio II; nel quale sono riportate appunto le latitudini istrumentali per le osservazioni dirette e per le riflesse, risultanti dal medio dei valori ottenuti per la latitudine delle stelle componenti ciascun gruppo dello specchio I, coll'indicazione della distanza zenitale media di ciascuna zona, col numero delle stelle in essa contenute, e col medio delle due latitudini istrumentali.

Latitudini istrumentali approssimate alle varie distanze zenitali

Specchio II.

Distanza zenitale Sud	Numero delle Stelle	Num. delle osserv.		Latitudine 41°53′+ osservazioni			Distanza zenitale Nord	Numero delle Stelle	Num. delle osserv.		Latitudine 41°53′+ osservazioni		
		dirette	riflesse	dirette	riflesse	medio			dirette	riflesse	dirette	riflesse	medio
da 22° a 24°	17	180	175	34″,81	33″,43	34″,12	da 22° a 24°	9	92	93	32″,83	33″,20	33″,02
24 a 26	9	94	93	34,83	33,33	34,08	24 a 26	15	159	157	32,86	33,33	33,10
26 a 28	19	193	194	34,73	33,23	33,98	26 a 28	12	126	125	32,82	33,28	33,05
28 a 30	10	106	107	34,78	33,15	33,96	28 a 30	12	127	122	32,84	33,34	33,09
30 a 32	13	137	134	34,75	33,07	33,91	30 a 32	12	130	123	32,98	33,46	33,22
32 a 34	16	170	162	34,74	32,92	33,83	32 a 34	10	112	102	32,97	33,44	33,21
34 a 36	14	150	141	34,75	32,83	33,79	34 a 36	14	145	146	32,92	33,38	33,15
36 a 38	16	174	169	34,77	32,82	33,79	36 a 38	9	106	104	33,05	33,52	33,29
38 a 40	14	144	150	34,73	32,75	33,74	38 a 40	2	21	22	33,16	33,62	33,39
40 a 42	4	45	41	34,67	32,76	33,72	40 a 42	3	32	31	33,30	33,70	33,50
							42 a 44	3	34	34	33,31	33,70	33,51
							44 a 46	5	62	57	33,30	33,80	33,55
							46 a 48	4	48	48	33,45	33,79	33,62
Somme e med.	132	1393	1366	34,76	33,03	33,89	Somme e med.	110	1194	1164	33,06	33,50	33,28

L'andamento quasi regolare col quale si succedono i valori delle latitudini istrumentali col crescere delle distanze zenitali, tanto al sud quanto al nord, e tanto nelle osservazioni dirette che nelle riflesse, e le piccole e quasi sistematiche variazioni da zona a zona, mi sembrano già sufficienti a mostrare la regolare influenza degli errori istrumentali, la compensazione molta approssimata degli errori delle declinazioni delle stelle nelle varie zone, e la bontà delle osservazioni su cui fu basata la determinazione delle latitudini suddette.

Però, malgrado questa apparente regolarità di andamento nelle latitudini istrumentali, non è escluso il dubbio che in esse siano celate o nascoste le influenze di errori sistematici nelle declinazioni delle stelle, e di errori sistematici nelle osservazioni; e perciò si rende necessario di eliminare questo dubbio, o diminuirne l'entità col mostrare la non esistenza di questi supposti errori, o la piccolissima influenza dei medesimi nei risultati ottenuti.

Il sistema da noi adottato di dedurre separatamente le latitudini istrumentali per le osservazioni dirette e per le riflesse, e la conoscenza approssimata delle costanti istrumentali, come ebbi occasione di mostrare nella Prefazione del primo Catalogo, ci forniscono il mezzo di verificare in esse alcune proprietà o caratteri dai quali sarebbero esclusi questi supposti errori, od almeno ridotta la loro influenza in limiti molto ristretti; ed anzi per questo secondo Catalogo tale modo di verifica o di controllo può riescire tanto più sicuro ed efficace, perchè applicabile a tutte le zone.

Chiamate φ_s e φ'_s le latitudini istrumentali per le osservazioni dirette e riflesse al sud, date dallo specchio II per una qualunque delle dieci zone; e chiamate φ_n e φ'_n le analoghe latitudini date per la zona simmetrica, ossia della stessa distanza zenitale al nord, da opportuna combinazione di queste quattro quantità possono ricavarsi i valori delle costanti istrumentali; φ latitudine assoluta dello strumento; N errore accidentale della divisione del Circolo usata nella determinazione del nadir, F costante della flessione, $E - E'$ differenza degli errori sistematici della graduazione del circolo negli archi corrispondenti alle letture fatte per le osservazioni dirette e riflesse al sud, e per le riflesse e dirette al nord; supponendo però compensati per ogni zona gli errori delle declinazioni delle stelle, gli errori personali nella collimazione delle stelle e nella lettura ai microscopî.

In quanto agli errori accidentali delle osservazioni si possono ritenere convenientemente compensati dal numero abbastanza grande delle osservazioni; mentre gli errori accidentali delle divisioni del circolo, usate nelle osservazioni, possono ritenersi eliminati per le correzioni già applicate, o convenientemente compensati pel notevole numero delle divisioni che hanno concorso in ogni zona alla determinazione della latitudine istrumentale.

I varî modi di combinare le quattro quantità φ_s, φ'_s, φ_n e φ'_n per ottenere le costanti istrumentali φ, N, F ed $E - E'$ sono espressi nelle seguenti equazioni:

$$\varphi = \frac{\varphi_s + \varphi'_s + \varphi_n + \varphi'_n}{4} \qquad N = \frac{\varphi_s + \varphi_n - \varphi'_s - \varphi'_n}{4}$$

$$F = \frac{\varphi_s + \varphi'_n - \varphi'_s - \varphi_n}{4 \operatorname{sen} Z} \qquad E - E' = \frac{\varphi_s + \varphi'_s - \varphi_n - \varphi'_n}{2}$$

Escludendo le ultime tre zone al nord, alle quali non sono applicabili queste equazioni per la mancanza dei valori φ_s e φ'_s, essendosi limitate le osservazioni al sud a 42°

di distanza zenitale, ossia fino all'equatore, e calcolando per le altre 10 zone il secondo membro delle superiori equazioni, per mezzo dei dati contenuti nello specchio II, si è ottenuto il seguente specchio III, nel quale sono riportati i valori di φ, N, F ed E — E′ corrispondenti alle varie zone, coll'aggiunta, nella penultima colonna, dei valori E—E′, già ricavati dall'esame della graduazione del circolo, e che per semplicità si chiamano calcolati.

Specchio III. Costanti istrumentali dedotte dalle osservazioni

Distanza zenitale Z	Latitudine assoluta φ	Errore del nardir N	Costante della flessione F	Differenza degli errori sistematici della graduazione		
				E—E′ osserv.	E—E′ calc.	Differenza oss.—calcol.
23°	41° 53′ 33″,57	+ 0″,26	+ 1″,12	1″,10	1″,18	— 0″,08
25	33,59	0,26	1,17	0,98	1,11	— 0,13
27	33,52	0,26	1,08	0,93	1,04	— 0,11
29	33,53	0,28	1,10	0,87	1,00	— 0,13
31	33,57	0,30	1,05	0,69	0,97	— 0,28
33	33,52	0,34	1,05	0,62	0,88	— 0,26
35	33,47	0,36	1,02	0,64	0,81	— 0,17
37	33,54	0,37	1,01	0,50	0,73	— 0,23
39	33,57	0,38	0,97	0,35	0,50	— 0,15
41	33,61	0,37	0,88	0,22	0,28	— 0,06
Medio	41 53 33,55	+ 0,32	+ 1,05	—	—	— 0,16

Avuto riguardo alla moltiplicità dei piccoli errori che possono influire sui valori delle quantità φ_s, φ'_s, φ_n e φ'_n, quali sarebbero, la non completa compensazione degli errori accidentali delle divisioni usate per le varie stelle, le piccole incertezze possibili nella tavola delle rifrazioni, i diversi modi di collimare le stelle direttamente e per riflessione, la varietà nello stato dell'atmosfera ecc., mi sembra che l'accordo presentato dai valori ottenuti per φ, N ed F per le diverse zone, sia soddisfacentissimo, malgrado lo scarso numero di stelle usate in alcune di queste zone.

Infatti confrontando i diversi valori ottenuti per φ col loro medio generale 41°53′ 33″,55, le differenze oscillano irregolarmente entro i limiti — 0″,08 e + 0″,06, e coll'errore o differenza probabile ± 0″,03.

È ben vero che questo accordo potrebbe attribuirsi al compenso di errori sistematici eguali o quasi eguali, e di segno contrario nelle declinazioni delle stelle al sud rispetto a quelle al nord, oppure nelle osservazioni al sud e al nord; ma questa ipotesi non è ragionevolmente ammissibile, quando si consideri che tale compensazione dovrebbe verificarsi separatamente per tutte le zone o gruppi di stelle simmetriche rispetto al zenit. Per cui io ritengo che se dai valori ottenuti per φ non è assolutamente esclusa l'influenza di errori sistematici nelle declinazioni del *Fundamental Catalog*, essa però deve essere circoscritta in limiti molto ristretti, in modo da non alterare sensibilmente i valori delle latitudini istrumentali.

I valori ottenuti per N e per F, ossia per l'errore del nadir e per la costante della flessione, se non sono realmente costanti per le varie zone, però le loro differenze coi rispettivi medî sono abbastanza piccole, per potere escludere l'esistenza di sensibili errori sistematici nelle osservazioni: mentre poi i loro medî $N = +0'',32$ e $F = +1'',05$ poco differiscono dai valori approssimativi $N = +0''28$ e $F = +1''18$ direttamente determinati. In riguardo agli errori sistematici della graduazione del circolo, ho già altre volte dichiarato ed ora lo ripeto; essi non possono accettarsi altro che come dati approssimativi, sia pel modo e mezzi con cui vennero determinati, sia per la troppa distanza dei punti in cui venne fatta questa determinazione: per cui non è escluso, ed anzi è molto probabile che i valori calcolati di $E - E'$ richieggano una qualche correzione, in causa della insufficiente approssimazione dei termini noti, e della impossibilità di stabilire il vero modo d'interpolazione dei termini intermedi, corrispondenti alle varie zone.

Esaminando la colonna delle differenze fra i valori di $E - E'$ osservati e quelli calcolati, si rileva; che per tutte le zone, la differenza è negativa ed irregolarmente oscillante attorno al medio generale $-0'',16$; e da ciò risulterrebbe che in ogni zona la media delle latitudini apparenti al sud è maggiore della media di quelle al nord, con differenze irregolarmente variabili attorno alla media generale $-0'',16$, ritenendo però esatti i valori calcolati di $E - E'$. Se realmente fossero esatti i valori assegnati ad $E - E'$, le differenze trovate fra questi ed i corrispondenti valori ricavati dalle osservazioni dovrebbero necessariamente attribuirsi, o ad errori sistematici nelle osservazioni delle distanze zenitali, o ad errori sistematici nelle declinazioni del *Fundamental Catalog.*

Passando in rivista i varî errori, o costanti o sistematici, dai quali potrebbero essere influenzate le osservazioni delle distanze zenitali al sud ed al nord, nelle osservazioni dirette e riflesse, si potrebbe dimostrare come assai probabile, se non certa, la loro compensazione in ognuna delle due combinazioni:

$$\frac{\varphi_s + \varphi'_s}{2} \text{ e } \frac{\varphi_n + \varphi'_n}{2}$$

e quindi nulla o trascurabile la loro influenza sulla differenza di queste due quantità, ossia sugli $E - E'$ osservati.

E questo risultato, deducibile *a priori* dalla natura degli errori nelle osservazioni, mi sembra confermato dai valori quasi costanti ottenuti per φ, per N e per F, nei quali mancano quasi totalmente le traccie di errori sistematici sensibili.

Il solo errore, che certamente non può ritenersi compensato nella surriferita combinazione delle quattro latitudini istrumentali, è l'errore possibile nella tavola delle rifrazioni, perchè agente sulle latitudini istrumentali al sud in un senso, e nelle latitudini al nord in senso contrario: per cui può ragionevolmente sospettarsi che le differenze trovate fra i valori osservati e calcolati di $E - E'$ possano in parte almeno, attribuirsi a qualche incertezza o piccolo errore nelle rifrazioni, le quali vennero calcolate colle tavole di Caillet riportate dalla *Connaissance des Temps.*

La piccolezza di questi errori possibili nella rifrazione può arguirsi, non tanto dalla piccolezza delle differenze fra i valori degli $E - E'$ osservati e i calcolati, quanto e più dall'andamento di queste differenze; nel quale non si riscontrano traccie sensibili

di quelle variazioni sistematiche o progressive, che necessariamente dovrebbero verificarsi da zona a zona per tutto l'arco di 20° di distanza zenitale da esse abbracciato.

Mi sembra quindi poter conchiudere che nelle indicate differenze gli errori possibili nelle osservazioni delle distanze zenitali non possono avere che una parte secondaria e forse trascurabile; e che perciò esse debbono, almeno nella massima parte della loro grandezza, attribuirsi ad altre cause; e cioè o ad errori sistematici nelle declinazioni del *Fundamental Catalog*, od alla inesattezza dei dati su cui furono calcolati per le varie zone i valori E — E′, ossia sugli errori sistematici assegnati alla graduazione del nostro Circolo meridiano.

Quantunque non si possa assolutamente escludere dalle declinazioni del *Fundamental Catalog* l'esistenza di piccoli errori sistematici, specialmente nelle stelle al nord, perchè dedotte, in non piccola parte, da pochi cataloghi, ciò non pertanto non mi sembra ragionevole di attribuire esclusivamente a questa causa le trovate differenze, sia per la costanza del loro segno, sia per la loro grandezza troppo forte in alcune zone. Ritengo quindi più ragionevole l'ammettere che le differenze fra le E — E′ osservate e le calcolate siano in parte almeno attribuibili anche alle incertezze degli errori sistematici della graduazione del circolo. Ed anzi, avuto riguardo alla grandezza ed all'andamento di queste differenze, mi sembra non infondato il sospetto che esse principalmente risultino dalla inesattezza dei valori assegnati agli errori sistematici della graduazione del circolo, perchè con questa inesattezza sarebbe più facilmente spiegabile la costanza di segno e l'irregolare grandezza delle trovate differenze.

Malgrado la diligenza posta nella determinazione degli errori sistematici della graduazione del circolo, pure avuto riguardo alla difficoltà ed incertezza di questa operazione, ed alla circostanza che per tre archi soltanto, e cioè a 22°, 32° e 42° di distanza zenitale si potevano ottenere direttamente i valori di E — E′, mentre gli altri sette dovevano ricavarsi per interpolazione, non è certamente esclusa la possibilità di un errore di 0″,1 circa in più o in meno nei valori di E ed E′ misurati, e di pochi centesimi di secondo nei valori interpolati, quali si richiederebbero per ispiegare la differenza media trovata fra gli E — E′ osservati ed i calcolati.

Ciò posto supponendo che gli E — E′ assegnati alle varie zone siano affetti da un errore costante — 0″,16, ed applicando quindi ai medesimi la correzione + 0″,16, si otterrebbero le seguenti differenze fra l'osservazione e il calcolo.

Tavola A.

Distanze zenitali	(E—E′) oss. — calc.
a 23°	+ 0″,08
» 25	+ 0,03
» 27	+ 0,05
» 29	+ 0,03
» 31	— 0,12
» 33	— 0,10
» 35	— 0,01
» 37	— 0,07
» 39	+ 0,01
» 41	+ 0,10

E nella fatta ipotesi, che ritengo non lontana dal vero, queste quantità rappresenterebbero nelle varie zone la differenza fra i valori di E — E′ risultanti dalle osservazioni, e quelli ricavati dai veri errori della graduazione del circolo: differenze causate dalla imperfetta compensazione degli errori accidentali del *Fundamental Catalog* o dagli errori sistematici delle declinazioni delle stelle nelle varie zone.

Lo scopo, che io mi sono prefisso colla ricerca delle costanti istrumentali, per mezzo delle latitudini istrumentali dedotte dalle osservazioni, era quello di mostrare che queste latitudini potevano ritenersi come quasi indipendenti o poco influenzate dagli errori di osservazione, e dalla incertezza od errori delle declinazioni usate nella loro determinazione: scopo che io ritengo pienamente raggiunto, e come tale dimostrato dai risultati riportati nello specchio III.

Infatti mentre dai valori quasi costanti ottenuti nelle varie zone per N e per F, ossia per l'errore del nadir e per la costante della flessione, valori indipendenti dalle declinazioni delle stelle, viene esclusa l'esistenza di sensibili errori sistematici o costanti fra le osservazioni dirette e le riflesse, e fra le osservazioni al sud e quelle al nord; d'altra parte poi il valore quasi costante ottenuto per φ, ossia per la latitudine assoluta, e la piccolezza delle differenze fra gli E — E′ osservati ed i calcolati, mostrano che nei valori delle latitudini istrumentali possono ritenersi molto approssimativamente compensati gli errori accidentali delle declinazioni del *Fundamental Catalog*, ed escluso il pericolo di sensibili influenze prodotte dai piccoli errori sistematici, che potessero esistere in questo preziosissimo Catalogo.

Se le differenze fra gli E — E′ calcolati e gli osservati, quali sono dati nel precedente specchietto, potessero considerarsi come esatte, e se il medio dei valori di φ, 41°, 53′, 33″, 55, ricavato dalla prima colonna dello specchio III, potesse accettarsi come il vero valore della latitudine assoluta del luogo di osservazione, facilmente si potrebbero dedurre le correzioni da applicarsi alle latitudini istrumentali al sud ed a quelle al nord, per renderle indipendenti da qualunque influenza dovuta agli errori delle declinazioni delle stelle. Infatti chiamate x ed y le due distinte correzioni al sud ed al nord in ognuna delle dieci zone, esse dovrebbero soddisfare alle due equazioni:

$$x = y + 2\left(41^\circ\ 53'\ 33'',55 - \frac{\varphi_s + \varphi_s' + \varphi_n + \varphi'_n}{4}\right)$$

$$x - y = \mathrm{E} - \mathrm{E}' + 0'',16 - \frac{1}{2}\left(\varphi_s + \varphi_s' - \varphi_n - \varphi'_n\right)$$

nella prima delle quali equazioni il secondo membro può ricavarsi per ogni zona dalla prima colonna dello specchio III; mentre per la seconda equazione il secondo membro è dato dalla tavola A.

Calcolando con questi dati il valore di x ed y per ogni zona, si trovano i seguenti risultati.

TAVOLA B.

Correzioni.

Distanza zenitale Sud	x	Distanza zenitale Nord	y
	"		"
23°	— 0,06	23°	+ 0,02
25	— 0,01	25	— 0,07
27	+ 0,02	27	+ 0,02
29	+ 0,03	29	+ 0,04
31	— 0,06	31	+ 0,04
33	— 0,02	33	+ 0,08
35	+ 0,07	35	+ 0,09
37	— 0,02	37	+ 0,04
39	— 0,01	39	— 0,02
41	— 0,01	41	— 0,11

I valori di x e di y nelle varie zone sono generalmente molto piccoli, ed il loro andamento da zona a zona si presenta piuttosto come accidentale, anzichè sistematico; di modo che mi sembra potersi conchiudere che i piccoli errori nelle latitudini istrumentali debbano attribuirsi in parte almeno agli errori inevitabili nelle osservazioni delle distanze zenitali, alla completa compensazione dei quali si richiederebbe un maggior numero di osservazioni ed un maggior numero di stelle, senza escludere però che anche le declinazioni possano avere in qualche parte contribuito alla formazione di quegli errori cumulativi, da cui appariscono affette le latitudini istrumentali, in seguito alle minute indagini e verifiche cui furono assoggettate.

Finalmente tra le cause, che possono avere influito sulle differenze fra le quantità E — E′ osservate e le calcolate, non trovo irragionevole l'annoverare anche una qualche piccola differenza fra le flessioni al sud ed al nord, causata da ineguale resistenza nel tubo del cannocchiale nelle due diverse posizioni.

Avuto riguardo alla piccolezza delle correzioni x ed y, ed alla moltiplicità delle cause, che insieme ai possibili errori delle declinazioni delle stelle possono avere contribuito alla produzione degli errori, cui esse si riferiscono, non credo nè prudente nè ragionevole l'applicare alle latitudini istrumentali dello specchio II queste correzioni, le quali potrebbero, in parte almeno, dipendere da errori già compresi nelle latitudini stesse, e che per essere comuni anche alle distanze zenitali osservate non possono influire sul valore delle declinazioni del nostro Catalogo.

Rinunziando all'uso delle correzioni x ed y, ed accettando quindi i valori delle latitudini istrumentali dello specchio II, come per se stessi sufficientemente approssimativi, non è per questo dimostrata inutile la lunga discussione e disamina fatta sui medesimi; perchè è appunto in base a questo minuto esame che noi possiamo accettare questi dati fondamentali, come veramente meritevoli di fiducia.

In questa discussione non potevano comprendersi le latitudini istrumentali φ_n e φ'_n delle tre zone più vicine al polo, per la mancanza delle latitudini nelle corrispondenti zone al sud; ma anche ad esse può accordarsi la necessaria fiducia, perchè

il loro andamento si accorda convenientemente con quello delle altre zone, e perchè in ognuna delle tre zone è convenientemente soddisfatta la relazione

$$\varphi = \frac{\varphi_n + \varphi'_n}{2} + \frac{E' - E}{2}$$

la quale risulta dalla considerazione che nel medio delle osservazioni dirette e riflesse sono compensati tutti gli altri errori istrumentali.

E nel caso nostro abbiamo appunto:

per la zona 43° $\varphi = 41°\,53'\,33'',51 + 0'',06 = 41°\,53'\,33'',57$
» » » 45 $\varphi = 41\ 53\ 33,55 + 0,00 = 41\ 53\ 33,55$
» » » 47 $\varphi = 41\ 53\ 33,62 - 0,06 = 41\ 53\ 33,56$

valori quasi identici a quelli ottenuti, per la latitudine assoluta φ, dal medio dei risultati delle altre dieci zone.

Esaminando i valori di φ_s, φ'_s, φ_n e φ'_n, dati nello specchio II per le varie zone, si riscontrano nei loro andamenti, manifestamente sistematici, alcune piccole irregolarità od anomalie, le quali, in grande parte almeno, mi sembrano dovute all'imperfetta compensazione della declinazione delle stelle, e degli errori di osservazione, in causa del ristretto numero delle stelle contenute in ogni zona. Per rendere più probabile ed approssimata la compensazione di questi errori mi è parso utile ed opportuno di far concorrere alla determinazione delle latitudini istrumentali definitive, da usarsi nella compilazione del Catalogo, un maggior numero di stelle fondamentali, combinando nel seguente modo i dati dello specchio II.

Per ognuna delle quattro latitudini istrumentali φ_s, φ'_s φ_n e φ'_n, si sono presi i medî dei valori dati dallo specchio II per due successive zone; e considerando ciascuno di questi medî come la latitudine istrumentale corrispondente alla distanza zenitale media delle due zone, ossia al parallelo che separa le zone stesse, si sono ottenute le latitudini istrumentali a 24°, 26°, 28° . . . . . 40° sud, e così quelle a 24°, 26°, 28°, ... 46° nord, col concorso di tutte le stelle contenute nelle due zone.

Per le latitudini istrumentali a 22° sud e 22° nord si sono presi i medî delle latitudini date dallo specchio II per la distanza zenitale a 23°, ossia per la prima zona, colle corrispondenti latitudini a 21° date dallo specchio II riportato a pag. 22 della prefazione al primo Catalogo, ridotte però coll'errore del nadir e colla costante della flessione del presente Catalogo, e che diventano:

$$\varphi_s = 41°\,53'\,34'',80$$
$$\varphi'_s = 41\ 53\ 33,39$$
$$\varphi_n = 41\ 53\ 32,99$$
$$\varphi'_n = 41\ 53\ 33,16.$$

Nel seguente specchio IV sono riportati questi medî, ossia le nuove latitudini istrumentali a 22°, 24°, 26° . . . . . 40° sud, e quelle a 22°, 24°, 26°, ... 40° nord coll'aggiunta delle latitudini dei gradi intermedi 23°, 25°, 27° . . . ottenuti per interpolazione; e queste latitudini istrumentali vengono chiamate definitive, appunto, perchè sono quelle usate nella determinazione delle declinazioni medie del presente Catalogo.

SPECCHIO IV. **Latitudini istrumentali definitive**

Declinazione	Distanze zenitali sud	Latitudine 41°53′+ Osservazioni dirette	Osservazioni riflesse	medio	Declinazione	Distanze zenitali nord	Latitudine 41°53′+ Osservazioni dirette	Osservazioni riflesse	medio
19° 53′ 34″	22°	34″,81	33″,41	34″,11	63° 53′ 34″	22°	32″,91	33″,18	33″,05
18 » »	23	34,82	33,39	34,10	64 » »	23	32,88	33,22	33,05
17 » »	24	34,82	33,38	34,10	65 » »	24	32,85	33,26	33,06
16 » »	25	34,80	33,33	34,07	66 » »	25	32,84	33,28	33,06
15 » »	26	34,78	33,28	34,03	67 » »	26	32,84	33,30	33,07
14 » »	27	34,77	33,24	34,00	68 » »	27	32,83	33,31	33,07
13 » »	28	34,76	33,19	33,97	69 » »	28	32,83	33,31	33,07
12 » »	29	34,76	33,15	33,95	70 » »	29	32,87	33,36	33,11
11 » »	30	34,76	33,11	33,94	71 » »	30	32,91	33,40	33,16
10 » »	31	34,75	33,06	33,91	72 » »	31	32,94	33,42	33,18
9 » »	32	34,75	33,00	33,87	73 » »	32	32,97	33,45	33,21
8 » »	33	34,75	32,94	33,85	74 » »	33	32,96	33,43	33,20
7 » »	34	34,75	32,88	33,82	75 » »	34	32,95	33,41	33,18
6 » »	35	34,76	32,85	33,81	76 » »	35	32,97	33,43	33.20
5 » »	36	34,76	32,83	33,80	77 » »	36	32,98	33,45	33,22
4 » »	37	34,75	32,81	33,78	78 » »	37	33,04	33,51	33,27
3 » »	38	34,75	32,79	33,77	79 » »	38	33,10	33,57	33,33
2 » »	39	34,73	32,77	33,75	80 » »	39	33,16	33,62	33,39
1 » »	40	34,70	32,76	33,73	81 » »	40	33,23	33,66	33,45
0 » »	41	34,67	32,76	33,71	82 » »	41	33,27	33,71	33,49
					83 » »	42	33.31	33,70	33,51
					84 » »	43	33,31	33,73	33,52
					85 » »	44	33,31	33,75	33,53
					86 » »	45	33,34	33,78	33,56
					87 » »	46	33,38	33,80	33,59
					88 » »	47	33,45	33,79	33,62

Essendo queste costanti istrumentali quasi esclusivamente basate sulle declinazioni medie del *Fundamental Catalog*, naturalmente esse debbono risentire l'influenza dei possibili errori sistematici del Catalogo stesso. Fortunatamente però tali influenze debbono ritenersi quasi trascurabili, perchè se non si può escludere a priori dalle declinazioni del *Fundamental Catalog*, l'esistenza di errori sistematici, pure dalla natura stessa di questo Catalogo, magistralmente ricavato dalla combinazione dei più accreditati cataloghi, può però a ragione argomentarsi che questi errori debbono essere assai piccoli, ciò che d'altronde mi sembra manifestamente comprovato anche dalla discussione fatta sui risultati delle nostre osservazioni.

Perciò adottando ed usando queste costanti io sono certo di raggiungere, se non l'esattezza completa, certamente un grado di approssimazione molto maggiore di quello che si sarebbe potuto ottenere, basando la determinazione della declinazione

sulla latitudine assoluta, e sulle distanze zenitali corrette dagli errori istrumentali teoretici, anche esattamente conosciuti; perchè sarebbe mancata la certezza o la probabilità di ottenere l'eliminazione di altri errori possibili che la teoria difficilmente può prevedere e più difficilmente calcolare.

Latitudine assoluta. — Se nei singoli valori di φ, dati dallo specchio III, si potessero ritenere completamente compensati gli errori delle declinazioni delle stelle fondamentali, ognuno di essi dovrebbe rappresentare il valore assoluto della latitudine del circolo meridiano, qualora però fossero del pari compensati tutti gli errori accidentali, sistematici e costanti da cui possano essere influenzate le distanze zenitali. Ma confrontando i singoli valori di φ col loro medio generale 41° 53′ 33″, 55 si trovano le seguenti differenze:

Distanza zenitale	φ — Medio	Distanza zenitale	φ — Medio
23°	+0″,02	33°	—0″,03
25	+0, 04	35	—0, 08
27	—0, 03	37	—0, 01
29	—0, 02	39	+0, 02
31	+0, 02	41	+0, 06

La piccolezza di queste differenze e il loro andamento, più accidentale che sistematico, mostrano però che, se tali compensazioni non sono perfettamente raggiunte, lo sono certamente con tutto quel grado di approssimazione che può sperarsi con dati dedotti da misure tanto delicate e complesse, quali sono quelle delle distanze zenitali delle stelle; e con un limitato numero di declinazioni, abbenchè prese da un pregievolissimo Catalogo quale è il *Fundamental Catalog* d'Auwers.

Considerando i valori ottenuti per φ come altrettante misure indipendenti e di egual peso, la nostra latitudine assoluta sarebbe rappresentata da

$$\varphi = 41° 53' 33'',55 \pm 0'',030.$$

Volendo paragonare questo valore della latitudine assoluta con quello risultante dalle osservazioni delle stelle fondamentali del primo Catalogo, non possiamo prendere il valore

$$\varphi = 41° 53' 33'',69,$$

medio dei risultati ottenuti dalle undici zone a 1°, 3°, 5°, 7°, ... 21°, dati nello specchio II della prefazione al Catalogo stesso; perchè nelle prime due a 1° e 3° non si hanno altro che le osservazioni dirette, e nelle tre seguenti a 5°, 7°, e 9° le osservazioni per riflessione debbono ritenersi come anormali, essendo state fatte coll'obbiettivo parzialmente ecclissato dal tubo del cannocchiale; per cui nelle prime due zone il valore di φ è influenzato dagli errori istrumentali, mentre nelle tre seguenti è probabile ed anzi nel caso nostro certa l'esistenza di un errore nelle osservazioni riflesse al sud diverso ed anche di segno contrario a quello delle osservazioni riflesse al nord.

Perciò escludendo queste zone, ,il valore della latitudine deve dedursi dai valori di φ ottenuti per le altre sei zone, nelle quali sole è assicurato il compenso dei vari errori spettanti alle distanze zenitali; e con ciò la latitudine assoluta delle osservazioni del primo Catalogo si ridurrebbe a

$$\varphi = 41° 53' 33'',62$$

e quindi più grande di 0″,07 di quella ottenuta dalle osservazioni del presente Catalogo.

È evidente che in questa determinazione della latitudine assoluta colle osservazioni del Catalogo 1875, escludendo i valori di φ delle prime cinque zone, non vien messa in dubbio l'esattezza delle latitudini istrumentali, usate per quel Catalogo, nelle indicate zone; perchè quali che siano gli errori istrumentali e di osservazione esistenti nelle latitudini stesse, essi non influiscono nei valori delle declinazioni su di essi calcolati, quando questi errori siano comuni anche alle distanze zenitali osservate, come appunto si verifica nel nostro caso.

Nel 1866 e 1867 venne da me determinata la latitudine del nostro Circolo meridiano per mezzo di varie serie di osservazioni dirette e riflesse fatte sopra 108 stelle fondamentali, le cui declinazioni furono prese da varî ed accreditati cataloghi, e per mezzo di una numerosa serie di osservazioni dirette e riflesse fatte sulla polare nel passaggio superiore ed inferiore, usando alternativamente i due circoli graduati, spostando successivamente di 45° in 45° le loro divisioni rispetto all'asse del cannocchiale, ed invertendo nel tubo il posto del micrometro con quello dell'obbiettivo, allo scopo di poter combinare i risultati delle osservazioni in modo da compensare ed eleminare i varî errori istrumentali. La discussione di queste osservazioni trovasi esposta nella mia Memoria: *Sulla latitudine dell' Osservatorio della romana Università sul Campidoglio*, pubblicata negli Atti dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei nel 1868.

Il valore della latitudine ricavato dalla combinazione delle varie osservazioni fu:

$$\varphi = 41^\circ\ 53'\ 33'',55.$$

Un'altra determinazione della latitudine del tutto indipendente dalle osservazioni del Catalogo 1875, venne fatta per mezzo di serie di osservazioni dirette e riflesse della polare nel passaggio superiore ed inferiore, usando alternativamente i due circoli graduati, e dalla discussione di queste osservazioni, fatta nella mia seconda Memoria: *Sulla latitudine del regio Osservatorio sul Campidoglio*, pubblicata nel 1877 negli Atti della r. Accademia dei Lincei, risultò il valore della latitudine:

$$\varphi = 41^\circ\ 53'\ 33'',51.$$

Questi due valori di φ, dedotti con metodi ed elementi totalmente diversi da quelli usati nella determinazione della latitudine colle osservazioni fatte pel Catalogo 1875 e pel Catalogo 1880, si mostrano coi due valori ottenuti da queste osservazioni in tale accordo, da doversi conchiudere, che se nella nostra latitudine rimane ancora qualche incertezza, essa deve essere ristretta in limiti molto ravvicinati, e cioè fra pochi centesimi di secondo. Per cui prendendo come valore definitivo il medio dei risultati ottenuti dalle quattro distinte determinazioni:

$$\varphi = 41^\circ\ 53'\ 33'',56$$

non credo di allontanarmi dal vero, asserendo che la latitudine del nostro Osservatorio può figurare nel rango delle latitudini meglio determinate e meglio conosciute.

Rispetto alla differenza, 0″,07 fra i valori ricavati pel Catalogo 1875 e pel Catalogo 1880, farò avvertire che avendo riguardo alla moltiplicità delle cause che possono avere contribuito alla sua produzione, si può con molta probabilità arguire,

che l'influenza degli errori delle declinazioni delle stelle sulle latitudini istrumentali del Catalogo 1880 deve ridursi a pochi centesimi di secondo, e quindi senza danno sensibile nelle declinazioni da queste dedotte.

Declinazione media pel 1880,0 delle 1004 stelle. — Stabiliti i valori definitivi per le latitudini istrumentali, il calcolo della declinazione media delle stelle è stato eseguito, come pel Catalogo 1875,0 nel modo seguente. Ridotto l'arco letto, per ogni distanza zenitale osservata, al zenit istrumentale, determinato colla riflessione del filo equatoriale sull'orizzonte a mercurio, si è applicata la correzione dell'errore accidentale medio delle divisioni collimate ai quattro microscopi, e quindi si è aggiunta la rifrazione ; e con ciò si otteneva la distanza zenitale apparente, affetta però da tutti gli altri errori comuni alle latitudini istrumentali.

Prendendo poi per le stelle non fondamentali, come declinazione media provvisoria quella data dal B. A. C., ridotta colla variazione annua risultante dal Catalogo stesso al principio dell'anno in cui cadeva l'osservazione, si calcolava la declinazione apparente della stella pel tempo della osservazione; e finalmente sommata questa declinazione provvisoria colla distanza zenitale già trovata, si aveva il valore della latitudine, affetto però dalla somma delle correzioni ΔZ della distanza zenitale, dall'errore $\Delta\delta$ della declinazione provvisoria e dagli errori accidentali dell'osservazione.

Ritenendo nel medio φ_0 delle 10 o più osservazioni compensati gli errori accidentali delle singole osservazioni, si aveva:

$$\varphi_0 = \varphi - \Delta Z + \Delta\delta$$

da cui sottraendo la latitudine istrumentale $\varphi' = \varphi - \Delta Z$ ricavata dallo specchio III, si otteneva:

$$\varphi_0 - \varphi' = \Delta\delta,$$

ossia l'errore della declinazione provvisoria.

Facendo questa operazione separatamente sui risultati delle osservazioni dirette e delle riflesse, si ottenevano due valori per $\Delta\delta$, il cui medio veniva considerato come l'errore definitivo della declinazione provvisoria.

Per mostrare però in quale accordo si trovino i valori di δ ricavati separatamente dalle osservazioni dirette e dalle riflesse, si è creduto opportuno di riportare nel Catalogo i due risultati ottenuti, applicando alla declinazione provvisoria le correzioni relative ai due errori: di modo che si avevano due distinti valori per la declinazione, uno dei quali poteva servire di controllo all'altro, e nel cui medio poteva ritenersi meglio assicurato il compenso degli errori accidentali e sistematici.

Le riduzioni delle declinazioni provvisorie medie alle apparenti furono calcolate colle costanti a', b', c', d' pel 1880, e le Costanti Besselliane A, B, C, D date dal *Nautical Almanac*, colla correzione relativa alla nutazione lunare per le stelle vicine al polo.

Per le stelle fondamentali le declinazioni medie provvisorie furono prese dai rispettivi cataloghi, e quindi nella massima parte dal *Fundamental Catolog*, e le declinazioni apparenti furono desunte dal *Mittlere und scheinbare Oerter* ecc. *von* 539 *Sternen* . , . . ., alcune dal *Nautical Almanac* di Londra, dalla *Connaisance des Temps* e dal *Nautical Almanac* di Washington.

Catalogo delle declinazioni medie pel 1880,0 delle 1004 stelle. — L'epoca 1880,0, alla quale fu riportato il Catalogo, è abbastanza vicina all'epoca media delle osservazioni fatte sopra ogni stella, per poter ritenere le nostre declinazioni indipendenti o quasi indipendenti dalle incertezze dei movimenti proprî usati nel calcolo delle declinazioni provvisorie.

E siccome le incertezze del movimento proprio sono maggiormente temibili nelle declinazioni provvisorie prese dal B. A. C., così si è creduto opportuno di inserire nel Catalogo le variazioni annue pel 1880,0, sommando la precessione corrispondente ad ogni stella col movimento annuo assegnatole dal Catalogo stesso. Ed anzi per queste stelle è data anche la differenza o l'errore fra la declinazione media risultante dalle nostre osservazioni, e la declinazione media del B. A. C. ridotta al 1880,0 col rispettivo movimento proprio, allo scopo di segnalare le stelle, per le quali risultando questa differenza od errore più marcato o forte, si ha ragione di sospettare una maggiore incertezza nel loro moto proprio.

La 1ª colonna del Catalogo dà il numero progressivo delle stelle disposte in ordine alla loro ascensione retta media.

La 2ª colonna contiene il nome o l'indicazione delle stelle per mezzo delle lettere alfabetiche loro assegnate in ogni costellazione, o per mezzo del numero loro attribuito da Flamsteed, dal Catalogo di Groombridge, di Piazzi ecc., o finalmente col semplice nome della costellazione corrispondente.

La 3ª colonna dà la grandezza della stella secondo Argelander, per tutte quelle stelle che si trovano nella sua *Uranometria Nova*; secondo Heis per quelle contenute nel suo *Atlas Coelestis Novus*, e non comuni alla *Uranometria Nova*; mentre per le rimanenti stelle si sono conservate le grandezze assegnate dal B. A. C.

La 4ª colonna dà l'ascensione retta approssimata pel 1880,0.

La 5ª dà la declinazione media pel 1880,0 ricavata dalle osservazioni dirette.

La 6ª dà la declinazione media pel 1880,0 ricavata dalle osservazioni riflesse.

La 7ª dà il medio delle declinazioni ottenute dalle osservazioni dirette e dalle riflesse, il quale viene considerato come il valore definitivo della declinazione media della stella al 1880,0.

Le colonne 8ª e 9ª danno il numero delle osservazioni dirette e riflesse fatte sopra ogni stella, mentre la colonna 10ª indica l'epoca media di queste osservazioni riferita al 1880,0.

La 11ª colonna contiene la variazione annua in declinazione risultante dall'annua precessione e moto proprio della stella. Per le stelle fondamentali la variazione annua è stata presa direttamente dai rispettivi cataloghi, mentre per le altre stelle essa venne calcolata col moto proprio annuo, dato dal B. A. C.

La 12ª colonna dà le differenze fra le declinazioni medie 1880,0 del nostro Catalogo, e quelle del B., A. C. ridotte al 1880,0 col moto annuo adottato dal Catalogo stesso, e ciò per tutte le stelle, eccettuate però le fondamentali.

Finalmente nella 12ª colonna sono dati i numeri ordinali delle stelle secondo il B. A. C.

Ho creduto opportuno di riportare nella 11ª colonna le differenze fra le nostre declinazioni e quelle del B. A. C., ridotte al 1880,0, perchè queste differenze

risultando principalmente dalla incertezza dei moti propri assegnati alle varie stelle, possono servire di indizio, se non certo, almeno molto probabile, di quelle stelle per le quali è più necessaria la verifica e la rettifica di questo elemento.

Confronto del nostro Catalogo col Fundamental Catalog di Auwers. — Le latitudini istrumentali da noi adottate, essendo quasi esclusivamente basate sulle declinazioni del *Fundamental Catalog*, dovrebbero necessariamente risentire l'influenza degli errori sistematici possibili del Catalogo stesso; e quindi anche le declinazioni da esse latitudini dedotte sarebbero soggette alla stessa influenza.

Fortunatamente, se non si può ritenere il *Fundamental Catalog* del tutto esente da errori sistematici in declinazione, la loro grandezza però deve ritenersi come assai piccola; di modo che un Catalogo di stelle, nel quale gli errori sistematici si potessero ritenere ristretti nei limiti degli errori sistematici del *Fundamental Catalog*, potrebbe a ragione annoverarsi fra i migliori Cataloghi.

Questa condizione mi sembra appunto verificata pel nostro Catalogo, in cui le declinazioni delle stelle sono ricavate con metodo differenziale, per mezzo di costanti basate sulle declinazioni del *Fundamental Catalog*. E siccome tutte le stelle vennero osservate lo stesso numero di volte, tanto direttamente quanto per riflessione, collo stesso metodo, collo stesso strumento e dagli stessi osservatori, mi sembra ragionevole il conchiudere che tutte le nostre declinazioni siano molto probabilmente comprese negli indicati limiti di approssimazione.

A confermare la bontà delle nostre osservazioni e la fiducia meritata dai risultati ottenuti, credo opportuno di riportare nel seguente specchio V le differenze fra le nostre declinazioni e quelle del *Fundamental Catalog* per tutte le 217 stelle comuni ai due cataloghi: facendo però avvertire che se per alcune zone queste differenze presentano apparentemente un andamento quasi sistematico, ciò deve ripetersi dall'influenza esagerata di alcune declinazioni che troppo si allontanano dal medio, e dalla mancanza delle stelle le cui declinazioni furono prese da altri cataloghi.

Differenze di declinazione fra i Cataloghi

SPECCHIO V. *Campidoglio e Fundamental Catalog*

STELLA	δ appross.	Differenza in δ C—F	STELLA	δ appross.	Differenza in δ C—F	STELLA	δ appross.	Differenza in δ C—F
α Boote. . .	19° 48′	—0″,01	α Ercole . .	14° 32′	+0″,22	o Pesci . . .	8° 33′	—0″,18
γ Ercole . .	19 26	—0,08	γ Pegaso . .	14 31	+0,05	α Aquila . .	8 33	+0,18
θ Ariete . .	19 21	+0,16	ω Ercole . .	14 19	—0,07	β Cane min.	8 32	—0,21
1 Pegaso . .	19 18	+0,13	ζ Boote med.	14 15	+0,06	χ Leone . .	7 59	—0,20
δ Ariete . .	19 16	—0,26	β Delfino . .	14 11	+0,28	ξ^2 Balena . .	7 55	—0,42
γ Saetta . .	19 10	—0,09						
24 Chioma sg.	19 2	—0,03	ζ Aquila . .	13 41	+0,02	α Orione . .	7 23	+0,11
η Boote. . .	19 0	+0,12	ξ Gemelli .	13 1	—0,37	ε Pesci . . .	7 15	—0,37
ε Toro . . .	18 55	—0,15	60 Ercole . .	12 54	—0,12	δ Pesci . . .	6 56	+0,43
γ Ariete . .	18 42	—0,15	α Ofiuco . .	12 39	+0,26	ε Idra . . .	6 51	—0,36
δ Cancro . .	18 36	+0,50	α Leone . .	12 33	+0,04	α Serpente .	6 48	+0,41
$\varkappa$ Serpente .	18 31	—0,11	20 Pegaso . .	12 33	+0,39	σ Leone . .	6 41	+0,25
φ Pegaso . .	18 27	+0,53	f Toro . . .	12 31	—0,32	ζ Idra . . .	6 24	—0,42
δ Saetta . .	18 14	—0,70	α Cancro . .	12 19	+0,36	γ Orione . .	6 14	—0,19
83 Cancro . .	18 13	—0,29	λ Toro . . .	12 9	—0,32	ω Pesci . . .	6 12	—0,11
τ Boote. . .	18 3	+0,29	70 Pegaso . .	12 6	+0,09	β Aquila . .	6 6	—0,50
130 Toro . . .	17 41	—0,08	ε Vergine .	11 36	+0,18	ν Toro . . .	5 39	+0,13
η Leone . .	17 21	+0,41	31 Pegaso . .	11 36	+0,13	θ Pegaso . .	5 36	+0,04
δ Toro . . .	17 16	—0,38	ω Aquila . .	11 23	+0,16	α Cane min.	5 32	—0,18
π Boote pr.	16 56	+0,28	ι Leone . .	11 11	+0,14	π^1 Orione . .	5 24	—0,06
λ Gemelli .	16 45	+0,32	l Leone . ,	11 11	+0,32	3 Serpente .	5 23	+0,45
γ Gemelli .	16 30	—0,21	ε Delfino . .	10 54	+0,10	ι Pesci . . .	4 59	+0,02
α Toro . . .	16 16	—0,11	o Leone . .	10 26	—0,26	ν Pesci . . .	4 53	—0,50
θ Leone . .	16 5	—0,33	γ Aquila . .	10 19	—0,03	ε Serpente .	4 50	+0,13
γ Serpente .	16 3	—0,06	ζ Pegaso . .	10 12	+0,03	α Cavallino	4 45	+0,05
			S Liocorno .	10 0	—0,40	8 Liocorno .	4 39	+0,18
τ' Serpente .	15 51	+0,11	ϱ Leone . .	9 55	—0,15	β Ofiuco . .	4 37	—0,23
β Serpente .	15 48	+0,28				66 Orione . .	4 10	—0,28
γ Delfino sg.	15 42	+0,34	$\varkappa$ Delfino . .	9 40	+0,13	δ Vergine .	4 3	—0,29
α Delfino . .	15 29	—0,14	μ Balena . .	9 36	+0,36	θ Serpente .	4 3	+0,11
γ Toro . . .	15 20	—0,08	$\varkappa$ Ofiuco . .	9 34	+0,20			
β Leone . .	15 15	+0,01	β Canaro . .	9 33	+0,06	α Balena . .	3 37	—0,16
49 Ercole . .	15 11	—0,28	72 Ofiuco . .	9 33	+0,33	67 Ofiuco . .	2 56	+0,15
P. XIV, 221	14 56	+0,09	φ' Orione . .	9 24	—0,01	δ Aquila . .	2 53	+0,11
ε Aquila . .	14 54	+0,16	o Vergine .	9 24	—0,21	θ Idra . . .	2 49	+0,10
ν Orione . .	14 47	—0,09	ε Pagaso . .	9 20	+0,08	γ Ofiuco . .	2 45	+0,21
η Pesci . . .	14 44	—0,26	ξ Toro . . .	9 19	+0,11	γ Balena . .	2 44	+0,08
δ Delfino . .	14 39	—0,17	π Leone . .	8 37	+0,08	γ Pesci . . ,	2 38	—0,23
α Pegaso . .	14 34	+0,11	o Toro . . .	8 36	0,00	ξ Pesci . . .	2 36	+0,20

Differenze di declinazione fra i Cataloghi

SPECCHIO V. *Campidoglio e Fundamental Catalog*

STELLA	δ appross.	Differenza in δ C—F	STELLA	δ appross.	Differenza in δ C—F	STELLA	δ appross.	Differenza in δ C—F
18 Liocorno .	2° 33′	+0″,22	43 Giraffa . .	69° 2′	—0″,25	19 Orsa min.	76° 11′	+0″,24
β Vergine .	2 26	—0,21	A Dragone .	69 2	+0,24	Br. 6 . . .	76 17	—0,26
109 Vergine .	2 24	—0,48	22 H. Giraffa .	69 22	—0,30	9 H. Dragone.	76 20	—0,08
λ Ofiuco . .	2 15	+0,43	35H.Orsa magg.	69 42	+0,16	γ Cefeo . . .	76 58	+0,02
π^5 Orione. .	2 15	—0,14	Gr. 1564.	69 47	+0,21	35 Dragone .	76 59	+0,19
τ Vergine .	2 8	—0,10				24 H. Giraffa.	77 8	+0,08
			ε Dragone .	69 58	—0,12	48 H. Cefeo .	77 17	—0,26
η Aquila . .	0 42	—0,32	λ Dragone .	70 0	—0,07	$\varkappa$ Cefeo . . .	77 21	+0,01
$\varkappa$ Pesci . . .	0 36	+0,23	β Cefeo . . .	70 2	—0,21	Gr. 2655.	77 27	+0,19
ζ Vergine .	0 1	—0,26	d Orsa magg.	70 21	+0,17	Gr. 1852.	77 35	+0,46
η Vergine .	0 0	+0,34	$\varkappa$ Dragone .	70 27	+0,19	Br. 2777.	77 38	+0,44
			11 Cefeo . . .	70 46	—0,39	Br. 2373.	77 41	+0,38
36 Dragone .	64 21	—0,45	5 H. Giraffa .	70 58	+0,27			
α Dragone .	64 57	—0,16	v Dragone .	71 8	+0,18	4 Orsa min.	78 7	—0,33
Gr. 1771.	64 59	—0,17	φ Dragone .	71 16	+0,09	ζ Orsa min.	78 10	—0,09
i Dragone .	65 19	+0,15	24 Cefeo. . .	71 45	—0,33	4H. Dragone.	78 17	—0,07
Gr. 2640.	65 23	+0,22	50 Cassiopea	71 50	+0,19	Br. 1508.	78 25	—0,11
ι Cefeo . . .	65 34	+0,20	Gr. 2029.	71 51	—0,25	47H. Cefeo . .	78 57	—0,11
36 Giraffa . .	65 44	+0,22				44H. Cefeo . .	79 2	+0,22
ζ Dragone .	65 52	+0,31	ψ Dragone .	72 12	0,00	19H. Giraffa .	79 5	—0,27
			γ Orsa min.	72 16	—0,23	Gr. 2900.	79 22	+0,03
55 Cassiopea	65 58	+0,26	36H. Cassiopea	72 18	—0,12	23H. Giraffa .	79 41	+0,64
8 Dragone .	66 5	—0,22	40 Cassiopea	72 26	—0,17			
9 Giraffa . .	66 8	+0,10	χ Dragone .	72 41	+0,60	Br. 2749.	80 6	—0,01
30H.Orsa magg.	66 10	—0,52	Gr. 2001.	73 1	—0,06	1 H. Dragone.	81 51	+0,02
2H. Orsa min.	66 25	+0,18	31 Cefeo. . .	73 1	—0,04			
ι Cassiopea	66 52	+0,10	τ Dragone .	73 8	—0,30	76 Dragone .	82 5	—0,27
41H. Cefeo . .	67 8	—0,34	Gr. 1586.	73 27	—0,31	ε Orsa min.	82 14	+0,21
Br. 366 .	67 19	—0,25				30 H. Giraffa.	83 10	—0,02
3 Dragone .	67 25	+0,04	Gr. 1446.	74 3	—0,43			
43 Cassiopea	67 26	+0,05	Gr. 1374.	74 14	—0,19	Gr. 750. .	85 14	—0,06
δ Dragone .	67 27	—0,04	21 Cassiopea	74 20	—0,16	43H. Cefeo . .	85 37	0,00
ψ Cassiopea	67 30	+0,21	73 Dragone .	74 33	+0,30			
σ^2 Orsa magg.	67 37	+0,01	β Orsa min.	74 39	+0,40	δ Orsa min.	86 37	0.00
1H. Orsa min.	67 48	+0,06	π Cefeo . . .	74 44	—0,18	51H. Cefeo . .	87 14	—0,21
			Gr. 966. .	74 58	+0,15			
ϱ Orsa magg.	68 6	+0,12	Gr. 848. .	75 43	—0,15	α Orsa min.	88 40	+0,08
f Dragone .	68 13	—0,03				λ Orsa min.	88 57	+0,12
Gr. 1308.	68 42	+0,09	η Orsa min.	76 2	—0,19			
ω Dragone .	68 49	+0,21	Br. 1147.	76 7	—0,45			

Da questo quadro si rileva che la maggior parte delle nostre declinazioni si mostra in bellissimo accordo con quelle del *Fundamental Catalog*, non avendosi che 8 stelle, per le quali la differenza supera $\pm 0''50$; ma per queste stelle, ed anche per quelle le cui differenze superano $\pm 0''30$, faccio osservare che, fatte alcune eccezioni, le loro declinazioni furono dedotte da Auwers da un numero molto ristretto di cataloghi: per cui non è escluso il dubbio che tali differenze possano, in parte almeno, attribuirsi a qualche incertezza del *Fundamental Catalog*, piuttosto che ad inesattezza dei risultati delle nostre osservazioni.

Calcolando sulle 217 differenze di declinazione fra il nostro Catalogo ed il *Fundamental Catalog* la differenza probabile per una declinazione, si trova:

$$d = \pm 0'',165;$$

e calcolando separatamente questa differenza probabile per le 123 stelle al sud e per le 94 stelle al nord dal nostro zenit, si trova:

$$d = \pm 0'',179 \text{ al sud}$$
$$d = \pm 0'',163 \text{ al nord}$$

per cui la differenza probabile di una declinaz. al sud è quasi identica a quella al nord.

Questa differenza probabile $\pm 0'',165$ è sensibilmente più piccola di quella ottenuta per le stelle del primo Catalogo, che risultò $\pm 0'',265$, per cui si potrebbe conchiudere che le declinazioni del secondo Catalogo si accostano maggiormente a quelle del *Fundamental Calalog.*

A questo riguardo però bisogna osservare, che queste due differenze probabili non sono rigorosamente fra loro paragonabili, non tanto per la diversità delle zone in declinazione in cui sono comprese le stelle, quanto per la diversità del metodo con cui furono determinate le costanti o latitudini istrumentali; perchè mentre nel secondo Catalogo queste furono quasi esclusivamente basate sulle declinazioni del *Fundamental Catalog*, nel primo invece esse furono dedotte dalla combinazione di varî cataloghi.

Probabilmente però a questo migliore accordo delle declinazioni del presente Catalogo con quelle del *Fundamental Catalog*, può avere contribuito la favorevole circostanza di avere tutte le stelle osservate direttamente e per riflessione, e quindi la loro declinazione determinata con due latitudini istrumentali; il che rende più probabile il compenso degli errori accidentali della graduazione del circolo, mentre nel primo Catalogo per varie zone si avevano le stelle osservate soltanto direttamente; e quindi la loro declinazione determinabile con una sola latitudine istrumentale, e perciò con minore probabilità di ottenere il compenso delle possibili inesattezze nelle correzioni assegnate agli errori accidentali delle divisioni del circolo, su cui furono lette le distanze zenitali.

Il notevole accordo fra le declinazioni del presente Catalogo con quelle di Auwers mi sembra sufficiente a mostrare la bontà delle nostre osservazioni e l'esattezza o grande approssimazione del metodo e delle costanti usate per la loro riduzione.

Nel chiudere questa Introduzione al Catalogo in declinazione delle 1004 stelle, sento l'obbligo di dichiarare che in questo laborioso lavoro fui validamente coadiuvato, tanto nella parte di osservazione quanto in quella di calcolo, dall'opera intelligente e coscienziosa dei miei collaboratori dott. Alfonso Di Legge astronomo aggiunto, dott. Francesco Giacomelli e dott. D. Antonio Prosperi, assistenti in questo Osservatorio.

L. Respighi

Declinazioni medie pel 1880,0 di 1004 stelle dell'Emisfero Nord

Numero	NOME DELLA STELLA	Grandezza	AR media approssimata 1880,0	Declinazione media 1880,0 Osservazioni dirette	Declinazione media 1880,0 Osservazioni riflesse	Declinazione media 1880,0 medio	Osservazioni Num. dirette	Osservazioni Num. riflesse	Osservazioni Epoca media 1880,0	Variazione annua in declinazione	Differenza col Catalogo B. A. C.	N. del B. A. C.
			h m s	° ′ ″	″	″				″	″	
1	87 Pegaso . . .	6	0 2 51	17 32 41,55	41,60	41,58	12	10	+ 0,25	+ 20,08	— 5,02	8
2	34 Pesci	6	0 3 52	10 28 41,28	41,41	41,35	10	10	+ 0,26	20,00	+ 7,28	14
3	γ Pegaso . . .	3.2	0 7 3	14 30 58,94	58,58	58,76	11	12	+ 0,26	20,03		26
4	χ Pegaso . . .	5	0 8 24	19 32 21,47	21,60	21,54	12	10	+ 0,31	20,07	— 1,01	32
5	35 Pesci	6	0 8 48	8 19 15,96	16,01	15,99	11	10	+ 0,28	20,01	+ 1,05	36
6	Br. 6. . . .	6.7	0 9 26	76 17 1,24	1,27	1,26	12	10	+ 0,77	20,02		39
7	Pesci	....	0 9 48	3 35 4,39	4,33	4,36	12	11	+ 0,33	20,04	— 1,28	42
8	40 Pesci	6	0 13 44	15 35 6,42	6,32	6,37	10	10	+ 0,28	20,00	+ 3.29	63
9	d Pesci	6.5	0 14 26	7 31 25,71	25,63	25,67	12	11	+ 0,80	20,06	— 3,11	66
10	42 Pesci	6	0 16 13	12 48 56,61	56,47	56,54	11	11	+ 0,13	20,04	— 2,65	73
11	43 Pesci	6	0 18 26	13 39 1,91	1,53	1,72	10	11	+ 0,32	20,01	— 1,13	82
12	44 Pesci	6	0 19 15	1 16 29,69	29,69	29,69	10	10	+ 0,30	19,99	— 1,96	87
13	Cefeo	6.7	0 19 28	79 23 15,52	15,36	15,44	11	10	+ 0,11	19,98	+ 1,52	86
14	45 Pesci	6	0 19 31	7 1 39,34	39,15	39,24	11	10	+ 0,40	19,93	— 1,01	89
15	47 Pesci	6.5	0 21 48	17 13 41,10	41,03	41,06	13	12	+ 0,34	20,08	— 9,26	101
16	48 Pesci	6	0 21 59	15 46 52,94	52,81	52,87	11	10	+ 0,82	19,98	— 1,05	102
17	13 Cassiopea. .	6	0 24 33	65 51 23,48	23,27	23,38	11	10	+ 0,77	19,94	+ 1,59	114
18	52 Pesci	6	0 26 18	19 37 59,90	60,19	60,04	11	13	+ 0,17	19,89	— 0,24	130
19	Pesci	6	0 29 43	12 33 5,71	5,57	5,64	11	10	+ 0,30	19,88	— 16,52	149
20	53 Pesci	6	0 30 32	14 34 15,82	16,24	16,03	10	12	+ 0,27	19,90	— 3,43	156
21	Cefeo	6	0 30 45	81 49 48,94	48,65	48,80	11	10	+ 0,75	19,96	+ 0,13	154
22	21 Cassiopea .	6	0 37 45	74 19 54,23	54,12	54,17	11	10	+ 0,81	19,74		194
23	23 Cassiopea. .	6	0 39 46	74 11 27,79	27,73	27,76	10	10	+ 0,78	19,72	— 0,42	206
24	58 Pesci	5	0 40 46	11 19 9,38	9,28	9,34	12	11	+ 0,84	19,80	— 6,43	213
25	59 Pesci	6	0 40 53	18 55 21,44	21,07	21,25	10	13	+ 0,34	19,77	— 1,89	214
26	60 Pesci	6.7	0 41 11	6 5 7,98	7,98	7,98	9	11	+ 0,72	19,74	— 1,76	216
27	62 Pesci	6	0 42 4	6 38 41,31	41,53	41, 42	11	10	+ 0,38	19,76	— 3,01	220
28	Pesci	6	0 42 5	4 39 48,21	48,19	48,20	10	11	+ 0,51	18,54	+ 2,46	221
29	δ Pesci	4.5	0 42 27	6 55 53,86	54,07	53,97	11	11	+ 0,38	19,66		222
30	64 Pesci	6.5	0 42 40	16 17 32,14	32,51	32,32	12	10	+ 0,86	19,55	— 5,92	223
31	Cefeo	6	0 43 45	83 3 19,90	19,80	19,85	12	11	+ 1,79	19,67	+ 1,72	225
32	66 Pesci	6	0 48 14	18 32 14,10	14,06	14,08	11	12	— 0,11	19,65	— 4,80	247
33	Cassiopea. .	6	0 50 55	65 42 11,37	11,16	11,26	13	8	+ 0,49	19,57	+ 0,17	261
34	43 H. Cefeo . .	4.5	0 52 36	85 36 44,98	44,97	44,98	11	11	+ 1,79	19,53		262
35	Orsa min. .	6.7	0 55 41	86 30 19,40	19,36	19,38	12	11	+ 1,80	19,49	— 5,12	273

Declinazioni medie pel 1880,0 di 1004 stelle dell'Emisfero Nord

Numero	NOME DELLA STELLA	Grandezza	AR media approssimata 1880,0	Declinazione media 1880,0			Osservazioni			Variazione annua in declinazione	Differenza col Catalogo B. A. C.	N. del B. A. C.
				Osservazioni		medio	Num.		Epoca media 1880,0			
				dirette	riflesse		dirette	riflesse				
			h m s	° ′ ″	″	″				″	″	
36	Cassiopea. .	6	0 56 13	73 43 37,72	37,59	37,66	13	9	+ 0,80	+ 19,46	+ 0,99	280
37	ε Pesci	4	0 56 43	7 14 37,18	37,04	37,11	11	10	— 0,16	19,47		288
38	72 Pesci	6	0 58 45	14 18 0,71	0,62	0,66	12	9	— 0,11	19,45	— 0,83	305
39	Cassiopea. .	6.7	0 59 1	79 22 14,82	14,64	14,73	10	10	+ 0,81	19,32	+ 4,11	300
40	44 H. Cefeo . .	6.5	1 1 58	79 2 3,88	3,85	3,87	11	10	+ 0,81	19,29		320
41	e Pesci	6.5	1 2 11	5 0 51,88	51,88	51,88	11	11	+ 0,24	19,14	+ 0,02	328
42	31 Cassiopea. .	6	1 2 33	68 8 21,02	20,97	20,99	10	11	+ 0,83	19,31	— 1,95	327
43	ψ^3 Pesci	6	1 3 25	19 1 4,49	4,37	4,43	10	11	+ 0,23	19,29	+ 0,31	336
44	32 Cassiopea. .	6	1 3 46	64 22 47,52	47,45	47,49	9	12	+ 0,84	19,28	— 0,95	338
45	Pesci	6.7	1 3 50	15 2 4,64	4,47	4,55	11	12	+ 0,40	19,11	+ 9,42	341
46	33 Balena . . .	6.7	1 4 23	1 48 22,47	22,72	22,60	8	11	+ 0,19	19,28	— 3,06	344
47	ζ Pesci	5.4	1 7 28	6 56 24,36	24,39	24,38	11	10	— 0,17	19,13	— 1,15	368
48	Cassiopea. .	7	1 10 13	76 56 6,33	6,36	6,35	11	10	+ 0,78	19,23	— 2,15	378
49	f Pesci	5.6	1 11 37	2 58 55,64	55,55	55,60	11	12	+ 1,82	19,08	— 1,40	388
50	Cassiopea. .	6	1 13 15	78 5 48,08	48,01	48,04	13	9	+ 0,33	19,04	+ 0,63	393
51	α Orsa min. .	2	1 14 46	88 40 9,12	8,95	9,04	32	32	— 4,90	19,02		360
52	ψ Cassiopea. .	5	1 17 28	67 30 10,54	10,57	10,56	12	10	+ 0,30	18,93		412
53	ϱ Pesci	5	1 19 47	18 32 49,19	49,40	49,29	10	12	— 0,14	18,91	— 4,32	427
54	38 Cassiopea. .	6	1 22 19	69 38 46,45	46,56	46,50	10	10	+ 0,35	18,70		438
55	Cassiopea. .	6	1 23 44	67 47 29,06	29,04	29,05	10	11	+ 0,38	18,66	— 0,39	444
56	μ Pesci	5	1 23 54	5 31 28,30	28,24	28,27	10	11	— 0,09	18,55	+ 5,99	448
57	η Pesci	4.3	1 25 4	14 43 35,38	35,43	35,41	10	10	— 0,10	18,70		453
58	Pesci	6.7	1 28 20	17 50 49,85	49,62	49,73	10	10	— 0,07	18,47	— 1,09	469
59	40 Cassiopea. .	6	1 28 57	72 25 38,77	38,87	38,82	10	11	+ 0,75	18,54		468
60	101 Pesci	6.7	1 29 22	14 2 49,42	49,29	49,36	11	12	+ 0,31	18,57	— 3,57	476
61	Pesci	6	1 29 25	16 49 8,19	7,98	8,08	10	12	+ 0,22	18,62	— 5,36	477
62	π Pesci	6	1 30 44	11 31 38,00	38,09	38,04	10	12	— 0,13	18,59	— 4,68	488
63	105 Pesci	6	1 33 12	15 47 45,78	45,89	45,83	11	12	— 0,14	18,42	— 2,26	500
64	43 Cassiopea. .	6	1 33 28	67 26 6,54	6,62	6,58	10	11	+ 0,38	18,39		498
65	42 Cassiopea. .	6	1 33 39	70 0 55,71	55,77	55,74	10	11	+ 0,39	18,38	+ 2,18	499
66	ν Pesci	5.4	1 35 11	4 52 46,68	46,61	46,64	11	11	— 0,14	18,35		518
67	107 Pesci	5.6	1 35 59	19 41 3,76	3,92	3,84	12	12	— 0,12	17,66	— 1,32	523
68	o Pesci	4	1 39 4	8 33 11,07	11,09	11,08	11	10	— 0,16	18,25		537
69	54 Balena . . .	6	1 44 30	10 26 53,80	53,94	53,87	9	12	— 0,10	17,94	+ 2,17	561
70	46 Cassiopea. .	5	1 46 41	68 5 41,04	40,84	40,94	11	11	+ 0,31	17,90	+ 0,43	568

Declinazioni medie pel 1880,0 di 1004 stelle dell'Emisfero Nord

Numero	NOME DELLA STELLA	Grandezza	AR media approssimata 1880,0	Declinazione media 1880,0			Osservazioni			Variazione annua in declinazione	Differenza col Catalogo B.A.C.	N. del B.A.C.
				Osservazioni		medio	Num.		Epoca media			
				dirette	riflesse		dirette	riflesse	1880,0			
			h m s	° ′ ″	″	″				″	″	
71	γ Ariete . . .	4.3	1 46 57	18 42 16,63	16,55	16,59	12	11	— 0,03	+ 17,82		572
72	γ^2 Ariete . . .	4.3	1 46 57	18 42 25,79	25,46	25,62	12	11	— 0,03	17,82	— 1,12	573
73	ξ Pesci	4	1 47 21	2 35 40,16	40,33	40,25	11	11	+ 0,32	17,86		574
74	ι Ariete. . . .	6	1 50 48	17 13 51,04	50,93	50,98	9	11	— 0,14	17,77	— 4,33	592
75	Cassiopea. .	6.7	1 50 51	77 20 0,13	0,20	0,16	10	9	+ 0,36	17,73	+ 2,77	583
76	48 Cassiopea. .	5.4	1 52 7	70 19 25,90	25,97	25,93	11	10	+ 042	17,69	+ 2,17	595
77	50 Cassiopea. .	4	1 53 13	71 50 22,19	22,19	22,19	10	10	+ 0,42	17,68		600
78	112 Pesci	6.7	1 53 55	2 31 20,35	20,34	20,34	11	12	— 0,13	17,38	— 1,10	615
79	52 Cassiopea. .	6	1 53 56	64 19 15,23	14,96	15,10	11	10	+ 0,87	17,61	— 0,35	610
80	49 Cassiopea. .	6.5	1 54 5	75 32 13,69	13,61	13,65	11	11	+ 0,87	17,65	+ 0,23	608
81	Cassiopea. .	6	1 54 44	80 43 12,90	12,73	12,81	10	11	+ 0,83	17,60	+ 1,31	605
82	α Pesci	3.4	1 55 51	2 10 59,37	59,43	59,40	11	11	— 0,12	17,56	— 3,53	625
83	Ariete . . .	6.7	1 57 8	17 40 32,71	32,93	32,82	9	12	— 0,12	17,53	— 6,33	632
84	Cassiopea. .	6.7	2 2 18	73 27 43,21	43,20	43,20	11	11	+ 0,36	17,29	— 4,46	651
85	15 Ariete . . .	6	2 3 59	18 56 0,18	0,09	0,14	10	10	— 0,16	17,20	— 3,65	665
86	55 Cassiopea. .	6	2 5 5	65 57 38,84	38,75	38,80	10	11	+ 0,37	17,13		668
87	ξ' Balena . . .	4.5	2 6 38	8 16 59,51	58,47	58,49	11	10	— 0,14	17,06	— 0,03	684
88	θ Ariete . . .	6.5	2 11 27	19 20 42,71	42,59	42,65	10	12	— 0,14	16,85		707
89	Balena . . .	6	2 11 47	1 11 22.21	22,29	22,25	13	11	+ 1,85	17,19	— 0,37	708
90	ξ Ariete . . .	5.6	2 18 23	10 3 57,54	57,75	57,64	10	10	— 0,51	16,46	+ 1,31	745
91	ι Cassiopea. .	4	2 19 12	66 51 41,74	41,73	41,74	10	11	+ 0,42	16,44		744
92	Ariete . . .	6	2 20 19	10 1 26,98	26,91	26,94	7	11	— 0,14	16,28	+ 7,44	755
93	Cassiopea. .	6	2 20 22	81 6 40,07	40,00	40,03	11	11	+ 0,47	16,49	— 3,72	740
94	ξ^2 Balena . . .	4	2 21 47	7 55 16,33	16 24	16,29	11	10	— 0,40	16,33		760
95	27 Ariete . . .	6.7	2 24 15	17 10 19,58	19,47	19,52	11	11	— 0,47	16,18	— 5,92	771
96	Balena . . .	6	2 25 17	1 44 3,53	3,42	3,48	12	11	— 0,33	16,16	— 6,82	776
97	36 H. Cassiopea.	6.5	2 26 39	72 17 30.26	30,33	30,30	11	11	— 0,59	16,08		777
98	Balena . . .	6	2 29 30	6 18 46,71	46,67	46,69	11	11	— 0,08	17,25	+ 8,23	793
99	ν Balena . . .	5	2 29 34	5 4 6,99	7,14	7,07	15	9	0,00	15,91	+ 0,70	794
100	31 Ariete . . .	6	2 30 5	11 55 33,87	33,95	33,91	11	11	0,00	15,86	— 4,40	798
101	Cassiopea. .	6	2 30 35	80 56 15,73	15,59	15,66	13	11	+ 0,38	15,88	— 4,82	784
102	Br. 366. . .	7.6	2 34 31	67 18 47,44	47,40	47,42	11	12	+ 0,38	15,62		814
103	μ Ariete . . .	6.5	2 35 36	19 29 57,48	57,23	57,36	12	10	— 0,10	15,60	— 3,46	825
104	Ariete . . .	6	2 36 1	10 13 43,99	44,36	44,17	10	10	— 0,01	15,52	+ 3,69	830
105	γ Balena . . .	3.4	2 37 5	2 43 44,74	44,81	44,78	10	10	— 0,32	15,38		837

Declinazioni medie pel 1880,0 di 1004 stelle dell'Emisfero Nord

Numero	NOME DELLA STELLA	Grandezza	AR media approssimata 1880,0	Declinazione media 1880,0			Osservazioni			Variazione annua in declinazione	Differenza col Catalogo B. A. C.	N. del B. A. C.
				Osservazioni		medio	Num.		Epoca media			
				dirette	riflesse		dirette	riflesse	1880,0			
			h m s	° ′ ″	″	″				″	″	
106	38 Ariete . . .	5	2 38 25	11 56 22,26	22,25	22,25	11	11	— 0,05	+ 15,38	— 3,00	844
107	μ Balena . . .	4	2 38 27	9 36 23,79	23,67	23,73	10	10	— 0,06	15,41		845
108	40 Ariete . . .	6.7	2 41 49	17 46 57,09	57,03	57,06	10	11	— 0,20	15,34	— 11,93	867
109	π Ariete . . .	6.5	2 42 36	16 57 49,25	49,65	49,45	11	11	— 0,16	15,26	— 4,94	870
110	σ Ariete . . .	6	2 44 52	14 35 11,57	11,63	11,60	10	10	— 0,15	15,03		881
111	ϱ^2 Ariete . . .	6	2 49 4	17 50 38,52	38,12	38,32	11	11	— 0,25	14,85	— 4,01	901
112	ϱ^3 Ariete . . .	6	2 49 40	17 32 36,75	36,55	36,65	11	11	+ 0,04	14,64	— 3,48	903
113	47 H. Cefeo . .	6	2 50 12	78 56 31,30	31,19	31,25	11	9	+ 0,40	14,77		896
114	λ Balena . . .	5.4	2 53 17	8 25 40,10	40,36	40,23	11	10	— 0,19	14,61	— 4,06	929
115	α Balena . . .	2.3	2 56 0	3 37 4,36	4,35	4,36	11	11	— 0,18	14,32		949
116	Cassiopea. .	5.4	2 58 55	73 56 7,56	7,39	7,48	10	11	+ 0,06	14,18	— 1,48	955
117	53 Ariete . . .	6.7	3 0 40	17 24 55,43	55,54	55,49	11	11	— 0,17	14,14	— 1,25	966
118	Orsa min. .	6	3 4 4	84 28 53,76	53,60	53,68	10	11	+ 1,88	13,83	— 2,64	960
119	δ Ariete . . .	4.5	3 4 46	19 16 17,59	17,63	17,61	11	11	— 0,18	13,90		986
120	48 H. Cefeo . .	6	3 5 9	77 17 28,12	28,24	28,18	11	9	— 0,01	13,79		979
121	Cassiopea. .	6	3 8 35	69 17 22,90	22,85	22,87	11	11	+ 0,47	13,64	— 0,26	998
122	Cassiopea. .	5	3 9 25	65 12 41,73	41,36	41,55	11	11	+ 0,62	13,55	+ 3,21	1001
123	$\varkappa^1$ Balena . . .	5	3 13 4	2 55 42,94	42,96	42,95	11	10	— 0,08	13,33	+ 4,55	1028
124	Giraffa . . .	6	3 14 16	64 9 19,33	19,15	19,24	11	11	+ 0,34	13,18	+ 7,63	1030
125	$\varkappa^2$ Balena . . .	6	3 14 50	3 14 31,72	32,04	31,88	10	10	— 0,06	13,19	+ 0,21	1041
126	o Toro	4.3	3 18 21	8 36 19,28	19,37	19,33	12	10	— 0,07	12,91		1057
127	ξ Toro	4.3	3 20 40	9 18 46,95	46,87	46,91	12	10	— 0,38	12,78		1068
128	Cassiopea. .	6	3 22 5	72 56 15,77	15,81	15,79	11	11	0,00	12,68	+ 2,57	1067
129	s Toro	5	3 23 51	10 55 24,13	24,18	24,15	10	10	— 0,37	12,59	+ 1,40	1084
130	f Toro	4	3 24 15	12 31 26,78	26,80	26,79	10	12	— 0,07	12,59		1087
131	t Toro	6	3 26 7	8 57 59,29	59,43	59,36	10	9	— 0,50	12,43	— 1,89	1092
132	Orsa min. .	6	3 27 10	86 15 54,94	55,00	54,97	12	11	+ 1,91	12,44	— 4,65	1061
133	10 Toro	4.5	3 30 45	0 1 11,07	11,06	11,07	12	11	+ 1,89	11,63	+ 1,36	1112
134	12 Toro	6	3 33 36	2 39 54,38	54,48	54,43	10	12	— 0,51	11,97	— 2,45	1128
135	Giraffa . . .	6	3 34 41	66 49 23,25	23,17	23,21	11	11	— 0,01	11,90	— 7,18	1127
136	5 H. Giraffa .	4.5	3 37 43	70 57 36,56	36,45	36,50	12	11	— 0,32	11,62		1137
137	Giraffa . . .	5	3 38 32	65 9 10,13	10,08	10,10	11	10	— 0,01	11,60	+ 1,85	1144
138	u^1 Toro	6.5	3 39 18	5 40 21,83	22,03	21,93	11	10	— 0,10	11,52	+ 0,71	1162
139	e Toro	5	3 41 41	10 46 21,10	21,28	21,19	12	11	— 0,47	11,33	+ 0,56	1174
140	u^2 Toro	6	3 45 36	6 10 21,43	21,77	21,60	11	11	— 0,53	11,11	— 5,86	1202

Declinazioni medie pel 1880,0 di 1004 stelle dell'Emisfero Nord

Numero	NOME DELLA STELLA	Grandezza	AR media approssimata 1880,0	Declinazione media 1880,0			Osservazioni			Variazione annua in declinazione	Differenza col Catalogo	N. del B. A. C.
				Osservazioni		medio	Num.		Epoca media			
				dirette	riflesse		dirette	riflesse	1880,0		B.A.C.	
			h m s	° ′ ″	″	″				″	″	
141	Cassiopea. .	5.6	3 50 1	80 21 52,19	52,00	52,10	11	11	— 0,50	+ 10,83	— 4,08	1211
142	λ Toro	4	3 54 2	12 8 59,22	59,20	59,21	11	11	— 0,53	10,46		1241
143	ν Toro	4	3 56 46	5 39 18,12	18,29	18,20	12	11	— 0,47	10,26		1251
144	40 Toro	6	3 57 23	5 6 10,03	10,15	10,09	11	9	— 0,53	10,13	+ 7,86	1256
145	Gr. 750 . .	6	3 59 23	85 14 10,66	10,73	10,69	12	12	+ 1,90	10,11		1235
146	Orsa min. .	6	4 0 39	83 30 35,05	35,16	35,11	11	12	+ 1,94	10,02	— 0,13	1247
147	Toro	6	4 1 7	17 1 3,47	3,75	3,61	11	14	— 0,51	9,93	— 1,34	1272
148	ω¹ Toro	6	4 2 10	19 17 25,44	25,54	25,49	11	12	— 0,51	9,81	— 0,03	1274
149	Orsa min. .	6	4 3 47	83 2 46,17	46,22	46,20	10	11	+ 0,88	9,75	+ 6,79	1263
150	45 Toro	6	4 4 57	5 12 32,66	33,00	32,83	11	11	— 0,52	9,60	+ 6,66	1285
151	Giraffa . . .	6	4 5 37	75 48 26,08	26,11	26,10	10	12	+ 0,08	9,60	— 0,95	1280
152	Giraffa . . .	6	4 6 14	80 32 1,22	1,01	1,11	14	11	+ 0,04	9,56	— 0,49	1276
153	46 Toro	6	4 7 5	7 24 28,47	28,50	28,49	12	10	— 0,52	9,50	— 2,45	1296
154	47 Toro	5	4 7 25	8 57 29,23	29,56	29,40	11	11	— 0,53	9,39	+ 1,49	1298
155	48 Toro	6	4 8 58	15 5 54,77	54,97	54,87	11	13	+ 0,02	9,29	+ 2,32	1302
156	μ Toro	4.5	4 9 1	8 35 25,43	25,72	25,58	10	10	— 0,05	9,32	— 1,53	1304
157	Giraffa . . .	6	4 9 23	64 50 43,15	43,26	43,21	12	11	+ 0,47	9,28	+ 3,32	1300
158	γ Toro	4	4 12 58	15 20 10,71	10,64	10,68	11	10	— 0,49	9,01		1328
159	h Toro	6	4 13 12	13 44 37,81	37,79	37,80	10	11	— 0,01	9,00	— 2,85	1330
160	58 Toro	6.7	4 13 48	14 48 21,01	21,34	21,17	11	12	— 0,02	8,92	+ 1,35	1332
161	δ Toro	4	4 16 1	17 15 34,13	34,19	34,16	10	11	— 0,53	8,76		1346
162	63 Toro . . .	6	4 16 32	16 29 44,66	44,90	44,78	11	11	— 0,01	8,76	— 4,31	1350
163	δ² Toro	6	4 17 11	17 9 51,56	51,71	51,63	10	8	— 0,51	8,70	— 4,46	1356
164	r Toro	5.6	4 17 20	9 10 48,57	48,36	48,46	12	11	0,00	8,64	+ 2,48	1357
165	Toro	6.7	4 17 57	18 45 52,55	52,80	52,68	11	11	+ 0,01	8,63	— 2,98	1361
166	δ³ Toro	5	4 18 33	17 39 6,62	6,66	6,64	10	11	+ 0,02	8,60	— 4,42	1365
167	71 Toro	6	4 19 31	15 20 38,67	38,63	38,65	11	10	+ 0,02	8,48	+ 2,06	1369
168	π Toro	5	4 19 50	14 26 26,38	26,19	26,28	11	10	+ 0,02	8,46	— 0,91	1370
169	75 Toro	6.7	4 21 35	16 5 21,89	22,02	21,95	9	10	+ 0,03	8,39	— 4,41	1377
170	ε Toro	4.3	4 21 37	18 54 45,73	45,54	45,64	11	10	— 0,44	8,33		1376
171	θ¹ Toro	4.5	4 21 43	15 41 38,86	38,98	38,92	12	10	+ 0,04	8,34	— 2,34	1380
172	θ² Toro	4.5	4 21 49	15 36 11,03	11,02	11,03	11	10	+ 0,46	8,33	— 1,53	1381
173	b Toro	6.5	4 22 7	12 46 48,44	48,47	48,46	11	11	— 0,02	8,30	— 1,36	1384
174	44 Eridano . .	6	4 22 20	1 6 46,82	46,96	46,89	13	12	+ 0,05	8,30	— 4,08	1386
175	80 Toro	6.7	4 23 18	15 22 25,80	25,49	25,65	11	12	+ 0,45	8,19	+ 0,99	1390

Declinazioni medie pel 1880,0 di 1004 stelle dell'Emisfero Nord

Numero	NOME DELLA STELLA	Grandezza	AR media approssimata 1880,0	Declinazione media 1880,0			Osservazioni			Variazione annua in declinazione	Differenza col Catalogo	N. del B. A. C.
				Osservazioni		medio	Num.		Epoca media			
				dirette	riflesse		dirette	riflesse	1880,0			
			h m s	° ′ ″	″	″				″	″	
176	Toro	5	4 23 42	15 55 52,62	52,52	52,57	12	13	+ 0,56	+ 8,17	— 2,89	1391
177	81 Toro	6.7	4 23 49	15 25 45,38	45,16	45,27	8	9	+ 0,40	8,14	+ 0,51	1392
178	83 Toro	6	4 23 52	13 27 42,47	42,50	42,49	13	12	+ 0,02	8,15	— 2,00	1393
179	85 Toro	6	4 25 0	15 35 32,58	32,45	32,52	9	10	— 0,31	8,01	+ 2,96	1402
180	ϱ Toro	5	4 27 3	14 35 25,90	25,98	25,94	11	9	— 0,33	7,88	— 0,12	1409
181	α Toro	1	4 29 2	16 15 59,32	59,30	59,31	12	10	— 0,35	7,59		1420
182	d Toro	5.4	4 29 3	9 54 46,92	46,97	46,95	10	10	— 0,51	7,70	— 1.27	1421
183	49 Eridano . .	6.5	4 31 3	0 45 14,28	14,26	14,27	12	12	+ 1,36	7,58	— 0,07	1431
184	c^1 Toro	5.4	4 31 27	12 16 6,29	6,49	6,39	12	11	— 0,35	7,55	— 2,20	1434
185	σ^1 Toro	5.6	4 32 18	15 33 41,35	41,73	41,54	10	10	— 0,01	7,42	+ 0,51	1436
186	σ^2 Toro	5	4 32 25	15 40 42,56	42,37	42,46	11	10	— 0,04	7,47	— 0,47	1437
187	Gr. 848 . .	6	4 32 43	75 43 9,36	9,39	9,38	12	10	+ 0,07	7,32		1428
188	c^2 Toro	6.5	4 33 23	11 57 37,57	37,40	37,48	10	12	— 0,34	7,44	— 6,41	1442
189	Toro	6	4 37 47	10 55 16,01	16,18	16,10	12	10	— 0,51	7,05	— 1,56	1460
190	Giraffa . . .	5	4 37 56	80 59 23,49	23,50	23,50	11	10	+ 0,04	7,03	+ 2,80	1448
191	Giraffa . . .	6	4 38 47	67 57 14,89	15,03	14,96	10	9	+ 0,05	6,96	— 0,29	1457
192	Toro	6	4 39 16	18 30 57,02	57,34	57,18	10	12	— 0,50	6,82	— 0,29	1468
193	9 Giraffa . . .	4	4 42 8	66 8 10,44	10,58	10,51	11	12	+ 0,49	6,70		1474
194	96 Toro	6	4 42 52	15 41 35,24	35,47	35,36	10	11	— 0,34	6,54	+ 4,26	1485
195	π^1 Orione . . .	3.4	4 43 20	6 45 1,79	1,66	1,73	10	11	— 0,39	6,6		1486
196	π^2 Orione . . .	5.4	4 44 5	8 41 34,74	34,68	34,71	10	11	— 0,02	6,50	— 0,48	1491
197	i Toro	5.6	4 44 21	18 38 3,25	3,32	3,29	10	11	— 0,03	6,47	+ 0,86	1493
198	π^3 Orione . . .	4.5	4 44 49	5 23 54,09	54,38	54,24	11	11	— 0,35	6,45		1495
199	o^1 Orione . . .	5.6	4 45 45	14 2 57,01	56,84	56,92	11	9	— 0,02	6,33	— 1,68	1500
200	Giraffa . . .	6	4 47 5	74 4 49,64	49,53	49,59	10	11	+ 0,47	6,25	+ 4,74	1496
201	5 Orione . . .	6	4 47 7	2 18 29,86	30,20	30,03	10	15	— 0,01	6,24	— 1,82	1508
202	Giraffa . . .	6	4 49 16	73 34 56,54	56,58	56,56	11	10	+ 0,51	6,10	— 0,68	1509
203	π^5 Orione . . .	4	4 48 0	2 14 33,59	33,79	33,69	10	10	+ 0,05	6,20		1514
204	g Orione . . .	6	4 48 8	11 13 41,07	40,91	40,99	11	11	+ 0,08	6,23	— 5,61	1515
205	π^4 Orione . . .	5	4 48 17	9 57 31,33	31,66	31,50	10	11	+ 0,51	5,99	+ 4,84	1516
206	Orione . . .	6	4 48 40	0 16 16,27	16,51	16,39	13	11	+ 1,90	6,07	+ 6,51	1519
207	Giraffa . . .	6	4 49 31	73 53 11,78	11,94	11,86	11	12	+ 0,56	6,07	— 1,22	1510
208	o^2 Orione . . .	5	4 49 38	13 19 23,95	24,03	23,99	10	11	— 0,02	6,02	— 1,61	1525
209	Toro	6	4 50 27	16 57 49,21	49,49	49,35	11	11	— 0,03	5,99	— 2,69	1526
210	π^6 Orione . . .	5.4	4 52 20	1 31 41,48	41,67	41,58	11	12	+ 1,60	5,85	— 3,77	1538

Declinazioni medie pel 1880,0 di 1004 stelle dell'Emisfero Nord

Numero	NOME DELLA STELLA	Grandezza	AR media approssimata 1880,0	Declinazione media 1880,0			Osservazioni			Variazione annua in declinazione	Differenza col Catalogo	N. del B. A. C.
				Osservazioni		medio	Num.		Epoca media			
				dirette	riflesse		dirette	riflesse	1880,0		B. A. C.	
			h m s	° ′ ″		″				″	″	
211	Giraffa . . .	5.6	4 57 14	73 47 17,90		17,70	17,80	11	10	+ 0,06	+ 5,40	— 0,92	1549
212	11 Orione . . .	5	4 57 43	15 14 6,41		6,62	6,51	11	11	— 0,48	5,35	— 0,04	1557
213	*m* Toro	5.6	5 0 22	18 28 56,50		56,32	56,41	11	11	— 0,45	5,19	— 1,07	1568
214	*i* Orione . . .	6	5 1 21	8 20 24,79		25,15	24,97	9	9	— 0,39	5,01	— 1,56	1584
215	*h* Orione . . .	6	5 2 44	9 40 25,93		26,11	26,02	11	11	+ 0,08	4,85	+ 12,82	1590
216	19 H. Giraffa .	5	5 2 48	79 5 19,52		19,56	19,54	11	10	+ 0,58	5,10		1565
217	15 Orione . . .	5.6	5 2 50	15 26 31,96		31,99	31,98	10	10	+ 0,48	4,98	— 2,65	1591
218	Giraffa . . .	6	5 3 25	73 7 36,27		36,55	36,41	13	10	+ 0,53	4,90	— 2,97	1585
219	ϱ Orione . . .	5	5 7 1	2 43 0,61		0,81	0,71	12	10	— 0,48	4,59	— 0,18	1611
220	Giraffa . . .	6	5 7 47	78 17 19,18		19,34	19,26	11	11	+ 0,07	4,58	+ 0,37	1598
221	18 Orione . . .	6	5 9 24	11 12 15,81		16,17	15,99	14	10	+ 0,56	4,41	— 3,88	1624
222	Giraffa . . .	6	5 10 1	78 11 7,02		7,05	7,04	11	11	+ 0,11	4,41	— 8,85	1610
223	Giraffa . . .	6	5 10 59	77 51 44,93		44,96	44,94	11	11	+ 0,07	4,24	+ 0,86	1619
224	21 Orione . . .	6.5	5 12 56	2 28 10,93		10,98	10,95	12	10	— 0,49	4,04	— 2,84	1646
225	Orione . . .	6	5 15 11	8 18 28,76		29,04	28,90	12	11	— 0,55	3,89	— 30,20	1656
226	*m* Orione . . .	5.6	5 16 32	3 25 38,95		38,82	38,89	12	10	— 0,48	3,78	— 0,80	1665
227	111 Toro	6.5	5 17 25	17 16 12,02		12,16	12,09	10	11	— 0,48	3,75	— 6,76	1671
228	ψ^1 Orione . . .	5	5 18 31	1 44 5,49		5,68	5,59	11	10	— 0,29	3,61	— 2,10	1685
229	γ Orione . . .	2	5 18 42	6 14 21,93		21,76	21,84	12	11	— 0,10	3,57		1687
230	113 Toro	6	5 19 10	16 35 30,95		31,10	31,02	12	11	— 0,03	3,56	— 1,96	1689
231	115 Toro	6	5 20 10	17 51 27,01		26,93	26,97	11	11	0,00	3,47	— 1,28	1692
232	ψ^3 Orione . . .	5	5 20 33	2 59 26,34		26,31	26,33	10	12	0,00	3,43	+ 0,34	1700
233	116 Toro	6	5 20 52	15 46 15,74		15,76	15,75	12	11	+ 0,10	3,39	— 0,43	1701
234	117 Toro	6.7	5 21 4	17 8 14,86		14,61	14,74	11	11	— 0,01	3,34	— 3,31	1702
235	Gr. 936 . .	6.7	5 23 41	74 57 38,37		38,32	38,34	11	10	+ 0,07	3,18		1706
236	Orsa min. .	6	5 23 41	85 7 51,83		51,61	51,72	16	10	+ 1,65	3,07	— 0,16	1662
237	*A* Orione . . .	5.6	5 24 22	5 51 18,27		18,32	18,30	11	9	— 0,48	3,08	— 1,73	1722
238	*n*' Orione . . .	6	5 24 57	3 11 58,00		58,23	58,12	10	11	— 0,30	3,04	+ 0,06	1725
239	119 Toro	6.5	5 25 11	18 30 11,57		11,18	11,38	11	11	— 0,02	3,05	— 2,94	1726
240	19 Giraffa . . .	6.7	5 25 38	64 4 26,00		26,05	26,03	11	10	+ 0,08	2,96	— 2,52	1721
241	120 Toro	6	5 26 30	18 27 11,00		10,71	10,86	12	11	— 0,04	2,98	— 4,66	1734
242	n^2 Orione . . .	6	5 27 58	3 41 0,27		0,35	0,31	11	9	— 0,32	2,76	+ 0,25	1743
243	φ^1 Orione . . .	5	5 28 14	9 24 24,10		24,14	24,12	11	11	— 0,03	2,76		1748
244	λ Orione . . .	3.4	5 28 32	9 51 8,92		9,09	9,01	11	10	— 0,02	2,71	+ 4,04	1749
245	122 Toro	6	5 30 6	16 57 51,43		51,29	51,36	11	11	+ 0,01	2,61	— 5,19	1764

Declinazioni medie pel 1880,0 di 1004 stelle dell'Emisfero Nord

Numero	NOME DELLA STELLA	Grandezza	AR media approssimata 1880,0	Declinazione media 1880,0			Osservazioni			Variazione annua in declinazione	Differenza col Catalogo B. A. C.	N. del B. A. C.
				Osservazioni		medio	Num.		Epoca media			
				dirette	riflesse		dirette	riflesse	1880,0			
			h m s	° ′ ″		″					″	
246	φ^2 Orione . . .	5.4	5 30 19	9 13 26,46	26,68	26,57	11	10	— 0,03	+ 2,28	0,00	1766
247	Giraffa . . .	6	5 30 25	65 37 46,96	47,02	46,99	9	11	+ 0,08	2,58	+ 4,49	1751
248	ω Orione . . .	5	5 32 51	4 3 5,96	6,16	6,06	10	9	— 0,61	2,38	— 0,77	1782
249	126 Toro	5	5 34 22	16 28 11,39	11,76	11,58	11	11	— 0,47	2,26	— 6,68	1792
250	b Orione . . .	6.5	5 36 17	1 24 53,07	53,42	53,25	11	10	— 0,50	2,07	— 3,34	1806
251	128 Toro	6	5 37 58	16 1 56,76	56,53	56,65	11	11	+ 0,05	2,01	— 9,70	1810
252	129 Toro	6.7	5 39 52	15 46 26,17	26,25	26,21	11	11	+ 0,05	1,78	— 3,04	1821
253	Giraffa . . .	6	5 40 2	68 26 1,35	1,49	1,42	11	10	+ 0,07	1,75	+ 10,02	1813
254	Orione . . .	6	5 40 16	9 28 35,69	35,73	35,71	11	10	— 0,01	1,73	— 18,24	1826
255	131 Toro	6	5 40 23	14 26 32,58	32,48	32,53	9	9	+ 0,11	1,62	+ 3,95	1827
256	Orione . . .	6	5 40 24	1 7 29,26	29,33	29,30	13	11	— 0,02	1,63	— 5,29	1831
257	130 Toro	6	5 40 26	17 40 57,28	57,24	57,26	10	11	+ 0,02	1,71		1828
258	133 Toro	6	5 40 55	13 51 15,63	15,48	15,56	12	9	0,00	1,66	— 0,62	1834
259	52 Orione . . .	6.5	5 41 34	6 24 36,53	36,77	36,65	10	10	— 0,02	1,55	— 1,45	1839
260	134 Toro	5.6	5 42 49	12 36 41,23	40,87	41,05	11	11	+ 0,05	1,52	— 5,56	1846
261	Orione . . .	6	5 43 26	9 49 57,74	57,86	57,80	11	11	— 0,04	1,26	+ 12,56	1851
262	135 Toro	6	5 43 39	14 16 8,87	8,74	8,80	9	11	+ 0,06	1,39	+ 1,52	1852
263	137 Toro	6	5 45 34	14 8 21,85	21,98	21,91	12	10	+ 0,04	1,24	+ 0,13	1862
264	56 Orione . . .	6.5	5 46 13	1 49 27,62	27,83	27,73	11	11	— 0,40	1,21	— 2,13	1869
265	χ^2 Orione . . .	6	5 47 51	19 43 28,74	28,78	28,76	11	10	0,00	1,08	— 0,73	1880
266	Giraffa . . .	6	5 48 20	66 59 57,43	57,36	57,40	11	12	+ 0,49	1,07	— 6,72	1874
267	α Orione . . .	1	5 48 41	7 22 59,50	59,58	59,54	11	10	— 0,60	0,99		1883
268	Giraffa . . .	6	5 49 50	66 53 19,20	19,01	19,11	12	11	+ 0,60	0,85	+ 0,26	1881
269	59 Orione . . .	6	5 52 11	1 49 24,58	24,64	24,61	10	11	— 0,44	0,64	+ 2,15	1908
270	Orione . . .	6	5 52 13	12 47 40,93	41,08	41,00	11	11	0,00	0,68	— 1,08	1907
271	60 Orione . . .	6.5	5 52 40	0 32 26,11	26,42	26,27	13	12	+ 1,48	0,61	+ 4,28	1913
272	μ Orione . . .	5.4	5 55 47	9 38 44,58	44,80	44,69	11	10	— 0,47	0,36	— 0,15	1928
273	χ^3 Orione . . .	6	5 56 22	19 41 27,09	27,41	27,25	10	10	0,00	0,28	+ 2,76	1934
274	66 Orione . . .	6	5 58 38	4 9 49,93	50,06	49,99	11	10	— 0,47	+ 0,11		1945
275	Orsa min. .	6	5 59 26	86 45 43,15	43,06	43,11	12	12	+ 1,53	— 0,03	— 1,65	1879
276	ν Orione . . .	5.4	6 0 43	14 46 52,39	52,25	52,32	11	11	— 0,33	0,08		1958
277	36 Giraffa . . .	6.5	6 0 47	65 44 21,87	21,83	21,85	10	11	+ 0,09	0,13		1952
278	68 Orione . . .	6	6 4 55	19 48 56,65	56,28	56,47	11	11	— 0,03	0,50	+ 6,81	1986
279	ξ Orione . . .	5.4	6 5 7	14 14 3,55	3,28	3,42	10	11	— 0,01	0,49	+ 0,64	1990
280	f^1 Orione . . .	6.5	6 5 8	16 9 20,60	20,71	20,66	11	12	0,00	0,43	— 4,56	1989

Declinazioni medie pel 1880,0 di 1004 stelle dell'Emisfero Nord

Numero	NOME DELLA STELLA	Grandezza	AR media approssimata 1880,0	Declinazione media 1880,0			Osservazioni			Variazione annua in declinazione	Differenza col Catalogo B. A. C.	N. del B. A. C.
				Osservazioni		medio	Num.		Epoca media			
				dirette	riflesse		dirette	riflesse	1880,0			
			h m s	° ′ ″	″	″				″	″	
281	22 H. Giraffa .	5.4	6 5 37	69 21 32,23	32,28	32,26	11	11	+ 0,12	— 0,60		1980
282	Giraffa . . .	6	6 6 17	69 36 30,17	30,19	30,18	13	12	+ 0,48	0,63	+ 4,76	1985
283	71 Orione . . .	6.5	6 7 47	19 11 43,47	43,61	43,54	13	10	— 0,38	0,95	+ 3,65	2004
284	f^2 Orione . . .	6.5	6 8 30	16 10 41,63	41,62	41,63	11	11	— 0,28	0,69	— 6,49	2009
285	k^1 Orione . . .	6	6 9 1	12 35 14,05	13,63	13,84	11	11	+ 0,05	0,79	— 1,04	2012
286	k^2 Orione . . .	5.6	6 9 43	12 18 14,03	14,04	14,04	11	11	+ 0,06	0,66	— 1,07	2017
287	l Orione . . .	6	6 10 30	9 59 3,98	4,01	4,00	10	10	— 0,31	1,08	+ 9,06	2022
288	Liocorno . .	6	6 16 59	3 49 23,78	23,98	23,88	11	11	0,00	1,55	+ 1,05	2057
289	8 Liocorno . .	5.4	6 17 25	4 39 8,33	8,50	8,42	11	10	— 0,01	1,51		2059
290	77 Orione . . .	6	6 21 4	0 22 10,99	10,92	10,96	12	11	+ 1,48	1,89	+ 4,57	2086
291	Giraffa . . .	6	6 21 49	78 5 11,69	11,66	11,68	11	12	+ 0,09	1,91	+ 0,63	2069
292	Giraffa . . .	6.7	6 22 47	73 47 3,53	3,50	3,52	11	12	+ 0,12	1,99	— 3,27	2083
293	23 H. Giraffa .	5.6	6 25 44	79 41 22,81	22,86	22,84	11	13	+ 0,46	2,90		2095
294	12 Liocorno . .	5	6 25 57	4 56 25,66	25,76	25,71	11	10	— 0,55	2,36	+ 10,18	2123
295	13 Liocorno . .	5.4	6 26 25	7 25 9,82	10,05	9,94	11	9	— 0,40	2,33	— 0,66	2126
296	14 Liocorno . .	6	6 28 17	7 39 51,10	51,47	51,29	12	10	— 0,48	2,50	+ 1,32	2144
297	γ Gemelli. . .	2.3	6 30 47	16 30 0,02	0,20	0,11	11	10	— 0,59	2,73		2163
298	S Liocorno . .	4	6 34 22	10 0 18,19	18,26	18,23	11	10	— 0,58	3,01		2185
299	Liocorno . .	6.7	6 34 55	0 36 19,99	19,88	19,94	12	12	+ 1,45	3,11	+ 3,25	2189
300	26 Gemelli. . .	6.5	6 35 25	17 45 39,77	39,69	39,73	10	10	— 0,60	3,16	— 2,09	2191
301	30 Gemelli. . .	5	6 37 14	13 20 51,08	51,16	51,12	9	11	— 0,47	3,27	— 5,39	2199
302	42 Giraffa . . .	5	6 38 26	67 42 4,96	4,68	4,82	11	10	+ 0,08	3,34	— 0,40	2198
303	ξ Gemelli . .	4.3	6 38 33	13 1 23,84	23,87	23,86	11	11	— 0,48	3,57		2206
304	16 Liocorno . .	6	6 40 0	8 42 45,29	45,41	45,35	10	10	— 0,42	3,50	+ 0,58	2211
305	43 Giraffa . . .	5	6 40 46	69 1 29,90	29,64	29,77	10	11	— 0,28	3,55		2209
306	17 Liocorno . .	5	6 40 49	8 9 55,92	55,99	55,96	11	10	— 0,58	3,55	— 0,94	2216
307	18 Liocorno . .	5	6 41 36	2 32 31,21	31,36	31,28	12	11	— 0,42	3,66		2222
308	24 H. Giraffa .	5.4	6 42 33	77 7 34,31	34,36	34,34	10	10	+ 0,10	3,72		2210
309	33 Gemelli . .	6	6 42 56	16 20 14,20	14,40	14,30	11	10	— 0,46	3,71	— 7,68	2228
310	35 Gemelli. . .	6.7	6 43 39	13 32 57,69	58,05	57,87	10	10	— 0,44	3,80	— 1,14	2230
311	51 H. Cefeo . .	5	6 43 47	87 13 45,69	45,58	45,63	10	10	+ 1,37	3,89		2157
312	Giraffa . . .	6.7	6 47 42	70 57 58,95	59,01	58,98	11	10	+ 0,06	4,00	— 1,38	2247
313	e Gemelli. . .	5	6 47 52	13 19 42,37	42,67	42,52	12	10	— 0,90	4,22	— 4,82	2255
314	Liocorno . .	6	6 54 21	10 47 30,68	30,87	30,78	10	10	— 0,91	4,71	— 1,69	2292
315	Liocorno . .	6	6 56 45	9 18 39,53	39,40	39,47	10	10	— 0,88	5,02	+ 6,27	2304

Declinazioni medie pel 1880,0 di 1004 stelle dell'Emisfero Nord

Numero	NOME DELLA STELLA	Grandezza	AR media approssimata 1880,0	Declinazione media 1880,0			Osservazioni			Variazione annua in declinazione	Differenza col Catalogo B.A.C.	N. del B.A.C.
				Osservazioni dirette	Osservazioni riflesse	medio	Num. dirette	Num. riflesse	Epoca media 1880,0			
316	Liocorno . .	6	h m s 6 56 59	° ′ ″ 11 7 33,20	″ 33,34	″ 33,27	11	10	— 0,46	— 4,93	— 1,30	2306
317	Cane min. .	6	6 59 5	9 21 57,23	57,22	57,23	12	10	— 0,90	5,23	+ 5,73	2322
318	45 Gemelli. . .	6	7 1 29	16 7 14,03	14,41	14,22	10	10	— 0,90	5,39	— 5,39	2330
319	Giraffa . . .	6.7	7 2 26	81 28 14,49	14,43	14,46	12	10	+ 0,04	5,41	— 1,57	2317
320	Cane min. .	6	7 5 28	5 51 7,30	7,44	7,37	9	9	— 0,92	5,66	— 3,12	2356
321	Giraffa . . .	5	7 5 45	82 38 15,02	14,72	14,87	12	10	+ 1,12	5,70	— 0,59	2326
322	51 Gemelli. . .	6	7 6 29	16 21 40,19	40,49	40,34	10	11	— 0,88	5,73	— 4,80	2362
323	Cane min. .	6	7 8 3	3 18 56,32	56,50	56,41	10	10	— 0,90	5,86	— 1,21	2373
324	λ Gemelli. . .	4.3	7 11 12	16 45 19,65	19,82	19,74	10	10	— 0,89	6,17		2398
325	Giraffa . . .	6	7 12 37	81 8 8,06	8,19	8,13	13	12	+ 0,04	6,23	— 2,26	2377
326	Liocorno . .	6	7 15 55	0 24 10,52	10,46	10,49	16	10	+ 1,54	6,66	+ 7,81	2433
327	1 Cane min. .	6	7 18 18	11 54 10,28	10,33	10,31	10	10	— 0,88	6,70	— 4,72	2444
328	Gr. 1308. .	6	7 18 23	68 42 28,92	29,08	29,00	10	11	+ 0,05	6,80		2439
329	ε Cane min. .	6	7 19 5	9 30 41,33	41,54	41,44	10	10	— 0,86	6,86	+ 5,88	2451
330	β Cane min. .	3	7 20 39	8 31 46,96	46,98	46,97	10	10	— 0,88	6,96		2462
331	η Cane min. .	6	7 21 35	7 11 6,40	6,72	6,56	10	10	— 0,85	7,03	— 0,96	2465
332	γ Cane min. .	6	7 21 38	9 10 1,34	1,35	1,35	11	10	— 0,44	7,01	— 0,76	2468
333	6 Cane min. .	5	7 23 7	12 15 10,90	11,08	10,99	10	10	— 0,87	7,12	— 3,47	2473
334	δ' Cane min. .	6	7 25 52	2 10 2,06	2,27	2,17	11	9	— 0,85	7,29	— 7,01	2480
335	68 Gemelli. . .	6.5	7 26 46	16 4 59,19	59,00	59,10	10	10	— 0,87	7,37	— 6,50	2486
336	δ^2 Cane min. .	6	7 26 55	3 32 41,65	41,66	41,66	10	10	— 0,59	7,41	+ 1,58	2487
337	δ^1 Cane min. .	6.7	7 27 58	3 37 50,47	50,76	50,62	13	10	— 0,86	7,51	— 0,56	2491
338	f Gemelli. . .	6	7 32 33	17 56 46,33	46,41	46,37	10	10	— 0,88	7,87	— 1,33	2519
339	a Cane min. .	1	7 33 1	5 31 53,21	53,14	53,17	11	10	— 0,90	8,82		2522
340	B.A.C. 2320	6	7 35 4	88 58 59,13	59,05	59,09	13	13	+ 1,14	8,00		2320
341	51 Giraffa . . .	6	7 35 11	65 44 24,45	24,45	24,45	11	11	+ 0,10	8,04	— 1,04	2527
342	Giraffa . . .	6	7 36 20	80 33 44,47	44,56	44,52	12	10	— 0,22	8,14	+ 0,68	2521
343	g Gemelli. . .	6.5	7 39 11	18 48 4.60	4,89	4,75	10	10	— 0,87	8,45	— 2,28	2558
344	11 Cane min. .	5.6	7 39 40	11 3 32,98	33,24	33,11	11	10	— 0,88	8,44	— 4,21	2564
345	ζ Cane min .	6	7 45 29	2 4 17,96	18,20	18,08	10	10	— 0,86	8,92	— 2,09	2612
346	Gr. 1374. .	6.5	7 45 48	74 14 7,73	7,75	7,74	11	11	— 0,35	8,97		2596
347	Giraffa . . .	5	7 45 50	79 48 13,41	13,49	13,45	11	11	— 0,34	9,04	+ 3,10	2590
348	Orsa min. .	6	7 48 5	84 23 56,30	56,22	56,26	12	12	+ 1,13	9,11	+ 0,40	2585
349	Cane min. .	6	7 49 0	9 10 47,57	47,38	47,48	10	10	— 0,90	9,31	+ 1,60	2636
350	1 Cancro . . .	6.7	7 50 11	16 6 33,31	33,58	33,45	10	10	— 0,87	9,27	— 6,07	2639

Declinazioni medie pel 1880,0 di 1004 stelle dell'Emisfero Nord

Numero	NOME DELLA STELLA	Grandezza	AR media approssimata 1880,0	Declinazione media 1880,0			Osservazioni			Variazione annua in declinazione	Differenza col Catalogo	N. del B. A. C.
				Osservazioni		medio	Num.		Epoca media			
				dirette	riflesse		dirette	riflesse	1880,0		B. A. C.	
			h m s	° ′ ″	″	″						
351	14 Cane min. .	6	7 52 8	2 32 37,09	37,31	37,20	10	10	— 0,89	— 9,41	+ 3,63	2653
352	3 Cancro . . .	6	7 53 55	17 38 9,49	9,78	9,64	11	10	— 0,86	9,60	— 0,15	2659
353	5 Cancro . . .	6.7	7 54 40	16 47 4,92	5,06	4,99	12	10	— 0,42	9,58	— 5,63	2664
354	Cane min. .	6	7 56 2	2 39 46,81	46,84	46,83	10	11	— 0,87	9,61	— 0,77	2673
355	Cancro . . .	6.7	7 57 49	19 10 47,14	47,33	47,24	10	10	— 0,86	9,86	— 3,55	2683
356	Giraffa . . .	6	7 58 19	66 0 21,70	21,54	21,62	9	11	+ 0,09	9,97	— 2,91	2681
357	8 Cancro . . .	6	7 58 24	13 27 31,32	31,41	31,37	11	10	— 0,48	9,96	— 1.91	2690
358	55 Giraffa . . .	6	8 0 51	68 49 29,63	29,70	29,66	11	12	— 0,19	10,10		2707
359	Giraffa . . .	6.7	8 1 10	82 46 51,73	51,82	51,78	12	10	+ 1,15	10,13	— 2,78	2677
360	12 Cancro . . .	6.7	8 2 0	13 59 19,31	19,51	19,41	10	10	— 0,88	10,23	+ 2,13	2720
361	Br. 1147 . .	5	8 4 26	76 7 12,68	12,73	12,71	11	11	— 0,85	10,37		2722
362	ζ Cancro . . .	5.4	8 5 20	18 0 29,44	29,36	29,40	10	10	— 0,88	10,54	— 1,85	2744
363	Giraffa . . .	6.7	8 7 25	72 46 36,83	37,00	36,92	11	10	— 0,22	10,58	— 2,57	2749
364	β Cancro . . .	4.3	8 10 0	9 33 14,87	14,93	14,90	10	10	— 0,92	10,82		2778
365	Idra.	6.7	8 13 32	4 19 25,41	25,48	25,45	10	10	— 0,86	11,13	+ 3,79	2791
366	d^1 Cancro . . .	6	8 16 30	18 42 57,80	57,95	57,88	10	10	— 0,90	11,26	— 3,83	2799
367	Orsa magg.	6	8 18 26	67 41 24,68	24,54	24,61	11	11	— 0,20	11,35	— 0,64	2803
368	d^2 Cancro . . .	6	8 19 2	17 26 24,47	24,64	24,56	10	10	— 0,86	11,57	— 3,08	2816
369	Cancro . . .	6	8 19 29	7 57 16,20	16,36	16,28	10	12	— 0,85	11,51	+ 3,22	2822
370	Orsa min. .	6	8 20 0	85 28 25,27	24,96	25,12	9	12	+ 1,15	11,53	— 5,30	2787
371	Orsa magg.	6	8 20 59	69 43 12,95	13,07	13,01	11	11	— 0,20	11,58	— 2,49	2824
372	29 Cancro . . .	6	8 21 56	14 36 25,31	25,46	25,39	10	10	— 0,87	11,71	+ 6,89	2836
373	A Orsa magg.	5	8 23 50	65 33 8,58	8,84	8,71	10	11	— 0,37	11,86	+ 0,45	2842
374	Giraffa . . .	6	8 24 33	82 39 34,10	33,74	33,97	13	11	+ 1,16	11,83	+ 0,50	2830
375	θ Cancro . . .	6	8 24 45	18 29 55,22	55,42	55,32	10	10	— 0,90	11,89	— 2,35	2853
376	Gr. 1446. .	6	8 26 20	74 2 48,22	48,21	48,22	11	11	— 0,37	12,06		2852
377	3 Orsa magg.	6.5	8 28 31	65 26 1,68	1,89	1,79	10	10	— 0,36	12,06	+ 4,05	2876
378	π Orsa magg.	5.4	8 29 43	64 44 43,70	43,51	43,61	11	10	+ 0,14	12,18	+ 2,43	2884
379	c^1 Cancro . . .	6	8 30 35	10 4 16,85	17,11	16,98	11	10	— 0,47	12,25	— 4,21	2897
380	Cancro . . .	7	8 30 53	19 41 3,89	3,98	3,94	10	10	— 0,86	12,27	+ 2,55	2899
381	δ Idra	4.5	8 31 18	6 7 15,64	15,56	15,60	11	11	— 0,40	12,30		2901
382	σ Idra	5	8 32 30	3 45 42,60	42,80	42,70	11	9	— 0,83	12,40	— 0,07	2911
383	A^1 Cancro . . .	6	8 36 36	13 6 36,39	36,63	36,51	11	10	— 0,47	12,65	— 1,51	2942
384	η Idra	5.4	8 36 57	3 49 42,10	42,08	42,09	11	10	— 0,40	12,70	— 0,52	2945
385	Dragone . .	6	8 37 49	80 28 30,15	30,09	30,12	11	11	+ 0,09	12,75	+ 0,55	2930

Declinazioni medie pel 1880,0 di 1004 stelle dell'Emisfero Nord

Numero	NOME DELLA STELLA	Grandezza	AR media approssimata 1880,0	Declinazione media 1880,0			Osservazioni			Variazione annua in declinazione	Differenza col Catalogo B.A.C.	N. del B. A. C.
				Osservazioni		medio	Num.		Epoca media			
				dirette	riflesse		dirette	riflesse	1880,0			
			h m s	° ′ ″	″	″				″	″	
386	δ Cancro . . .	4	8 37 52	18 35 39,78	39,83	39,81	13	10	— 0,52	— 12,99		2953
387	Orsa magg.	6	8 37 57	67 8 46,61	46,88	46,75	12	10	+ 0,14	12,73	— 4,00	2943
388	A^2 Cancro . . .	6	8 40 21	12 32 57,11	57,25	57,18	11	10	— 0,47	12,97	— 1,44	2970
389	ε Idra	3.4	8 40 25	6 51 28,34	28,55	28,45	11	10	— 0,52	12,94		2971
390	ϱ Idra	5	8 42 5	6 16 47,82	47,54	47,68	10	10	— 0,84	13,06	— 2,73	2978
391	Idra	6	8 46 4	5 47 24,90	25,02	24,96	10	9	— 0,83	13,30	+ 0,62	3013
392	6 Orsa magg.	6	8 46 20	65 3 40,19	40,10	40,15	11	11	— 0,19	13,44	+ 1,76	3003
393	ζ Idra	3.4	8 49 3	6 24 4,01	3,98	3,99	11	10	— 0,51	13,49		3032
394	60 Cancro . . .	6	8 49 22	12 5 1,18	1,30	1,24	10	10	— 0,32	13,51	— 2,47	3035
395	o' Cancro . . .	6	8 50 33	15 46 53,03	53,21	53,12	11	11	— 0,48	13,55	— 4,35	3047
396	o^2 Cancro . . .	6	8 50 53	16 2 28,54	28,37	28,46	11	11	— 0,37	13,55	— 3,42	3052
397	Cancro . . .	6.7	8 51 14	9 50 56,67	56,54	56,61	9	10	— 0,38	13,63	+ 4,67	3053
398	ϱ Orsa magg.	5	8 51 42	68 5 44,16	44,10	44,13	10	10	+ 0,12	13,65		3049
399	α Cancro . . .	4	8 51 55	12 19 16,67	16,65	16,66	11	10	— 0,34	13,69		3055
400	Dragone . .	6	8 53 11	81 18 24,49	24,21	24,35	11	12	+ 0,11	13,76	— 0,04	3042
401	σ' Orsa magg.	5	8 57 50	67 21 12,24	12,34	12,29	10	11	— 0,36	14,09	— 1,96	3087
402	ω Idra	6	8 59 40	5 34 14,06	14,40	14,23	10	10	— 0,84	14,22	+ 1,40	3105
403	σ^2 Orsa magg.	5	8 59 49	67 37 12,21	12,15	12,18	10	11	— 0,37	14,25		3099
404	τ Orsa magg.	5.4	9 1 0	64 0 0.62	0,69	0,66	11	11	— 0,18	14,34	+ 1,10	3108
405	$\varkappa$ Cancro . . .	5	9 1 15	11 9 0,03	0,32	0,17	10	10	— 0,83	14,26		3111
406	Orsa magg.	6	9 3 48	73 26 25,45	25,48	25,47	11	11	— 0,36	14,41	— 5,82	3116
407	Idra	6.7	9 5 57	4 21 28,28	28,57	28,43	11	10	— 0,83	14,55	+ 1,37	3133
408	θ Idra	4	9 8 7	2 49 10,55	10,71	10,63	10	10	— 0,82	14,99		3146
409	π Cancro . . .	6	9 8 36	15 26 17,84	18.14	17,99	9	10	— 0,77	14,68	— 2,21	3147
410	83 Cancro . . .	6	9 12 17	18 12 46,82	46,72	46,77	11	11	— 0,80	15,06		3171
411	1 H. Dragone.	4.5	9 19 51	81 51 16,18	16,12	16,15	11	11	— 0,80	15,36		3199
412	ω Leone. . . .	6	9 22 2	9 34 42.52	42,62	42,57	10	10	— 0,83	15,52	+ 2,32	3227
413	22 Orsa magg.	6	9 23 32	72 44 11,70	11,60	11,65	12	11	— 0,16	15,66	— 0,19	3231
414	d Orsa magg.	5.4	9 23 51	70 21 23,29	23,40	23,34	11	11	— 0,10	15,52		3232
415	ξ Leone. . . .	6	9 25 28	11 49 48,62	48,46	48,54	10	10	— 0,82	15,73	— 5,11	3250
416	h Leone. . . .	6	9 25 32	10 14 37,98	38,16	38,07	10	10	— 0,79	15,72	+ 2,59	3251
417	10 Leone. . . .	6	9 30 53	7 22 23,04	23,42	23,23	10	10	— 0,83	15,94	— 2,31	3286
418	Dragone . .	6	9 31 50	78 40 48,01	47,90	47,96	11	11	— 0,14	15,94	— 3,86	3275
419	27 Orsa magg.	6	9 31 52	72 47 47,33	47,33	47,33	10	11	— 0,14	16,07	+ 1,37	3283
420	Gr. 1564. .	6	9 31 57	69 46 56,60	56,66	56,63	10	9	+ 0,17	16,09		3287

Declinazioni medie pel 1880,0 di 1004 stelle dell'Emisfero Nord

Numero	NOME DELLA STELLA	Grandezza	AR media approssimata 1880,0	Declinazione media 1880,0			Osservazioni			Variazione annua in declinazione	Differenza col Catalogo B.A.C.	N. del B.A.C.
				Osservazioni		medio	Num.		Epoca media			
				dirette	riflesse		dirette	riflesse	1880,0			
			h m s	° ′ ″	″	″				″	″	
421	2 Sestante . .	5	9 32 12	5 11 25,18	25,38	25,28	10	10	— 0,82	— 16,09	+ 0,84	3295
422	Dragone . .	6	9 33 0	79 41 6,72	6,60	6,66	10	11	+ 0,15	16,07	— 0,78	3284
423	*o* Leone. . . .	4.3	9 34 45	10 26 14,40	14,49	14,44	10	10	— 0,82	16,19		3312
424	28 Orsa magg.	6.7	9 36 41	64 12 13,88	13,78	13,83	11	12	— 0,15	16,27	— 2,14	3315
425	ψ Leone. . . .	6	9 37 12	14 34 11,14	11,46	11,30	11	10	— 0,45	16,33	+ 2,86	3321
426	Leone. . . .	5.6	9 39 50	7 15 42,83	42,58	42,70	11	11	—0,35	16,42	— 2,00	3336
427	18 Leone. . . .	6	9 39 55	12 21 43,70	43,71	43,71	11	10	— 0,30	16,35	— 3,66	3337
428	19 Leone. . . .	7	9 40 59	12 7 20,22	20,15	20,19	11	8	— 0,31	16,45	— 4,69	3344
229	4 Sestante . .	6.7	9 44 16	4 54 14,59	14,77	14,68	10	10	— 0,82	16,72	+ 0,55	3359
430	Sestante . .	6.7	9 47 25	6 31 22,73	23,06	22,90	10	10	— 0,83	16,80	+ 0,14	3380
431	Gr. 1586. .	6.7	9 47 37	73 26 56,03	56,10	56,07	11	10	— 0,48	16,84		3376
432	Leone. . . .	6	9 50 4	9 30 3,42	3,58	3,50	11	11	— 0,79	16,92	+ 3,14	3398
433	ν Leone. . . .	5	9 51 46	13 0 58,84	59,24	59,04	11	10	— 0,43	17,01	— 2,02	3406
434	Leone. . . .	6	9 51 46	8 53 9,24	9,53	9,39	11	10	— 0,48	17,07	+ 1,76	3407
435	π Leone. . . .	5	9 53 52	8 37 9,26	9,34	9,30	10	10	— 0,82	17,11		3415
436	14 Sestante . .	6	10 0 31	6 11 44,69	44,92	44,81	11	11	— 0,45	17,36	— 6,44	3449
437	η Leone. . . .	3.4	10 0 47	17 20 49,91	49,99	49,95	11	10	— 0,24	17,40		3453
438	A Leone. . . .	5	10 1 32	10 35 6,89	7,15	7,02	10	10	— 0,33	17,49	— 1,53	3457
439	15 Sestante . .	4.5	10 1 48	0 12 50,69	50,88	50,79	10	12	+ 1,69	17,46	— 0,49	3458
440	α Leone. . . .	1.2	10 1 59	12 33 10,92	11,02	10,97	11	11	— 0,32	17,43		3459
441	16 Sestante . .	6	10 2 58	6 45 30,66	30,64	30,65	11	10	— 0,35	17,49	— 3,93	3463
442	34 Leone. . . .	6.7	10 5 11	13 56 47,94	47,78	47,86	11	10	— 0,46	17,70	+ 2,68	3475
443	32 Orsa magg.	6	10 9 18	65 42 21,87	21,92	21,90	10	12	+ 0,22	17,79		3496
444	Leone. . . .	6	10 9 44	18 20 12,79	12,75	12,77	10	10	— 0,26	17,78	— 12,01	3506
445	37 Leone. . . .	6.5	10 10 14	14 19 34,47	34,45	34,46	10	10	— 0,27	17,84	+ 1,75	3510
446	Orsa magg.	6	10 11 53	69 20 58,88	58,98	58,93	10	11	+ 0,20	17,93	— 0,03	3514
447	Orsa magg.	6	10 11 55	84 51 35,96	35,74	35,85	12	10	+ 1,22	17,95	+ 1,36	3495
448	Leone. . . .	6	10 14 16	7 2 1,87	1,63	1,75	11	10	— 0,05	17,96	— 1,42	3529
449	23 Sestante . .	6	10 14 50	2 53 34,39	34,58	34,49	10	10	— 0,26	17,97	+ 0,89	3532
450	42 Leone. . . .	6	10 15 23	15 34 49,23	49,32	49,28	11	10	— 0,30	18,01	— 0,96	3534
451	30 H.Orsa min.	5	10 15 28	66 10 20,58	20,47	20,53	11	10	+ 0,23	18,06		3531
452	30 H.Giraffa. .	5	10 16 19	83 10 4,34	4,34	4,34	12	10	+ 1,72	18,01		3528
453	43 Leone. . . .	6.7	10 16 44	7 9 5,02	4,87	4,95	10	10	— 0,33	18,15	— 1,15	3544
454	44 Leone. . . .	6	10 18 55	9 23 39,07	39,29	39,18	10	10	— 0,78	18,24	+ 7,78	3561
455	45 Leone. . . .	6	10 21 19	10 22 23,91	24,19	24,05	10	10	— 0,76	18,24	— 1,28	3575

Declinazioni medie pel 1880,0 di 1004 stelle dell'Emisfero Nord

Numero	NOME DELLA STELLA	Grandezza	AR media approssimata 1880,0	Declinazione media 1880,0			Osservazioni			Variazione annua in declinazione	Differenza col Catalogo B.A.C.	N. del B.A.C.
				Osservazioni dirette	Osservazioni riflesse	medio	Num. dirette	Num. riflesse	Epoca media 1880,0			
456	35 Orsa magg.	6	h m s 10 21 22	° ′ ″ 66 14 21,99	″ 21,86	″ 21,92	10	11	+ 0,21	— 18,25	— 2,85	3571
457	Leone. . . .	6	10 22 24	14 57 22,36	22,23	22,30	10	10	— 0,30	18,31	+ 3,77	3579
458	Dragone . .	6	10 23 34	81 6 42,43	42,27	42,35	11	11	+0,20	18,31	— 0,49	3577
459	Sestante . .	6.7	10 23 34	2 6 30,95	31,00	30,97	10	10	— 0,30	18,31	— 15,09	3592
460	30 Sestante . ,	5	10 24 10	—0 1 19,39	19,32	19,36	10	10	+ 1,18	18,39	+ 3,08	3597
461	9 H.Dragone.	5.4	10 24 51	76 19 49,19	48,99	49,09	10	10	+ 0,20	18,38		3593
462	*i* Leone. . . .	5	10 25 48	14 45 9,94	9,66	9,80	10	10	— 0,28	18,43	+ 6,14	3606
463	*ϱ* Leone. . . .	4	10 26 29	9 55 24,90	24,69	24,79	11	10	— 0,30	18,42		3609
464	48 Leone. . . .	6	10 28 33	7 34 15,35	15,63	15,49	10	10	— 0,44	18,45	+ 1,70	3621
465	49 Leone. . . .	6	10 28 45	9 16 11,72	12,02	11,87	10	10	— 0,44	18,54	+ 3,68	3622
466	Dragone . .	6	10 31 36	81 3 8,25	8,25	8,25	10	12	— 0,32	18,60	+ 1,30	3629
467	Orsa magg.	6	10 33 15	69 4 9,86	9,91	9,88	10	11	+ 0,22	18,63	— 2,94	3645
468	38 Orsa magg.	5	10 33 45	66 20 39,51	39,29	39,40	11	11	+ 0,25	18,73	— 3,05	3647
469	35 H.Orsa mag.	5	10 34 28	69 42 11,62	11,60	11,61	13	11	+ 0,22	18,71		3652
470	34 Sestante . .	6.7	10 36 26	4 12 33,63	33,75	33,69	11	10	— 0,75	18,75	+ 1,54	3667
471	36 Sestante . .	6	10 38 58	3 7 7,61	7,83	7,72	10	10	— 0,43	18,82	— 2,16	3684
472	37 Sestante . .	6	10 39 51	7 0 18,65	18,71	18,68	11	10	— 0,34	18,90		3690
473	*m* Leone. . . .	6	10 39 57	19 31 27.12	26,88	27,00	10	10	— 0,31	18,93	+ 5,45	3691
474	*k* Leone. . . .	6	10 40 4	14 49 40,53	40,48	40,50	10	11	— 0,27	18,95	+ 3,22	3693
475	*l* Leone. . . .	5	10 42 57	11 10 47,23	47,26	47,25	11	10	— 0,45	18,95		3708
476	Leone. . . .	6.7	10 46 6	1 39 41,60	41,82	41,71	11	11	— 0,44	19,02	— 7,73	3726
477	55 Leone. . . .	6	10 49 32	1 22 34,44	34,75	34,60	12	10	— 0,43	19,11	— 2,67	3749
478	Br. 1508. .	6	10 50 19	78 24 45,19	44,98	45,09	11	11	+ 0,19	19,16		3747
479	*d* Leone. . . .	5	10 54 22	4 15 40,75	40,90	40,82	11	11	— 0,45	19,27		3768
480	*c* Leone. . . .	5	10 54 32	6 44 44,64	44,80	44,72	10	10	— 0,31	19,28	— 0,38	3769
481	p^2 Leone. . . .	6	10 57 28	0 38 41,71	41,67	41,69	13	11	+ 1,68	19,35	+ 0,06	3782
482	*χ* Leone. . . .	5	10 58 50	7 59 3,72	3,58	3,65	11	10	— 0,74	19,40		3788
483	p^3 Leone. . . .	6	11 0 47	2 36 23,53	23,88	23,71	10	10	— 0,74	19,49	+ 0,35	3798
484	Dragone . .	6	11 4 30	68 55 21,86	21,63	21,75	10	11	— 0,11	19,47	— 54,80	3821
485	p^5 Leone. . . .	5	11 7 38	0 34 59,87	59,75	59,81	11	11	+ 1,69	19,58	+ 4,49	3832
486	Leone. . . .	6	11 7 44	2 54 21,61	21,77	21,69	10	10	— 0,42	19,54	— 3,13	3836
487	*θ* Leone. . . .	3.4	11 7 57	16 5 6,59	6,52	6,56	11	10	— 0,31	19,60		3838
488	*n* Leone. . . .	6	11 9 35	13 57 43,60	43,66	43,63	9	10	— 0,24	19,61	+ 2,58	3843
489	Leone. . . .	6	11 9 42	13 30 2,83	3,07	2,95	10	10	— 0,27	19,57	— 7,20	3845
490	75 Leone. . . .	6	11 11 7	2 40 12,16	12,27	12,22	10	10	— 0,42	19,78	+ 0,47	3850

Declinazioni medie pel 1880,0 di 1004 stelle dell'Emisfero Nord

Numero	NOME DELLA STELLA	Grandezza	AR media approssimata 1880,0	Declinazione media 1880,0			Osservazioni			Variazione annua in declinazione	Differenza col Catalogo B. A. C.	N. del B. A. C.
				Osservazioni		medio	Num.		Epoca media			
				dirette	riflesse		dirette	riflesse	1880,0			
			h m s	° ′ ″	″	″				″	″	
491	76 Leone. . . .	6.7	11 12 46	2 18 28,81	29,00	28,91	10	11	— 0,73	— 19,70	— 1,07	3857
492	σ Leone. . . .	4	11 14 57	6 41 12,35	12,43	12,39	10	11	— 0,74	19,68		3862
493	Gr. 1771. .	6	11 15 42	64 59 12,81	12,88	12,85	10	11	+ 0,08	19,65		3864
494	71 Leone. . . .	6	11 16 13	18 5 42,94	42,77	42,85	10	10	— 0,27	19,69	— 4,53	3869
495	ι Leone. . . .	4	11 17 40	11 11 24,38	24,34	24,36	10	10	— 0,77	19,79		3877
496	79 Leone. . . .	6	11 17 53	2 3 58,65	58,66	58,66	10	10	— 0,32	19,75	+ 0,65	3879
497	81 Leone. . . .	6	11 19 21	17 6 57,86	57,58	57,72	10	10	— 0,39	19,75	— 3,29	3886
498	83 Leone. . . .	7	11 20 41	3 40 0,81	0,93	0,87	10	10	— 0,28	19,60		3894
499	τ Leone. . . .	5	11 21 46	3 31 2,33	2,49	2,41	10	10	— 0,72	19,80		3900
500	Dragone . .	6	11 23 23	81 47 15,87	15,74	15,81	12	10	— 0,30	19,80	+ 2,42	3906
501	85 Leone. . . .	6	11 23 27	16 4 33,17	33,09	33,13	9	10	— 0,26	19,83	— 5,74	3910
502	86 Leone. . . .	6	11 24 14	19 4 13,97	13,75	13,86	11	10	+ 0,24	19,80	+ 0,19	3915
503	λ Dragone . .	3.4	11 24 16	69 59 35,62	35,58	35,60	12	10	+ 0,26	19,85		3914
504	88 Leone. . . .	6	11 25 33	15 1 57,92	58,04	57,98	10	10	— 0,38	20,03	+ 0,71	3919
505	89 Leone. . . .	6	11 28 14	3 43 35,78	35,77	35,78	11	10	— 0,40	19,99	+ 0,68	3930
506	90 Leone. . . .	6	11 28 28	17 27 35,35	35,43	35,39	10	10	— 0,70	19,86	— 1,41	3932
507	2 Dragone . .	6.5	11 29 0	69 59 25,34	25,20	25,27	10	10	+ 0,26	19,99	— 1,90	3933
508	3 Dragone . .	5,6	11 35 46	67 24 32,57	32,49	32,53	10	11	— 0,11	19,91		3968
509	ξ Vergine . .	5.4	11 39 6	8 55 30,00	30,23	30,12	11	10	— 0,08	20,01	+ 0,43	3979
510	ν Vergine . .	4.5	11 39 42	7 12 6,07	6,17	6,12	10	10	— 0,40	20,17	— 1,40	3982
511	A^3 Vergine . .	6	11 41 46	8 54 44,50	44,47	44,48	10	10	— 0,36	20,01	+ 2,26	3989
512	β Leone. . . .	2	11 42 56	15 14 34,13	33,93	34,03	10	10	— 0,28	20,10		3995
513	Vergine . .	6	11 42 58	5 51 20,18	20,35	20,26	13	10	+ 0,29	20,00	— 18,79	3996
514	Leone. . . .	6	11 43 3	16 54 41,68	41,62	41,65	11	10	— 0,11	20,00	— 2,60	3997
515	β Vergine . .	3.4	11 44 27	2 26 26,85	26,89	26,87	11	10	— 0,22	20,28		4002
516	Leone. . . .	6	11 44 48	12 56 44,36	44,27	44,32	10	10	— 0,18	20,01	— 15,53	4005
517	A^4 Vergine . .	6	11 48 54	9 6 39,67	39,95	39,81	10	10	— 0,72	20,06	+ 2,29	4027
518	b Vergine . .	6	11 53 48	4 19 24,19	24,41	24,30	10	10	— 0,71	20,08	+ 1,26	4049
519	Orsa min. .	6.7	11 54 1	81 31 21,38	21,51	21,45	11	10	+ 0,27	20,04	— 1,89	4050
520	π Vergine . .	4.5	11 54 43	7 17 0,38	0,35	0,36	10	11	— 0,71	20,10		4052
521	Orsa min. .	6.7	11 58 44	86 15 6,62	6,82	6,72	11	11	+ 1,27	20,05	+ 5,55	4070
522	o Vergine . .	4	11 59 6	9 23 58,04	57,89	57,97	10	10	— 0,72	20,02		4072
523	Gr. 1852. .	6	11 59 8	77 34 37,45	37,44	37,44	10	10	+ 0,26	20,17		
524	10 Vergine . .	6	12 3 32	2 34 17,72	18,13	17,92	11	10	— 0,72	20,28	+ 1,79	4094
525	11 Vergine . .	6	12 3 57	6 28 27,39	27,49	27,44	11	10	— 0,38	20,03	— 2,39	4096

Declinazioni medie pel 1880,0 di 1004 stelle dell'Emisfero Nord

Numero	NOME DELLA STELLA	Grandezza	AR media approssimata 1880,0	Declinazione media 1880,0			Osservazioni			Variazione annua in declinazione	Differenza col Catalogo B. A. C.	N. del B. A. C.
				Osservazioni		medio	Num.		Epoca media			
				dirette	riflesse		dirette	riflesse	1880,0			
			h m s	° ′ ″	″	″				″	″	
526	Orsa min. .	6	12 5 35	82 22 38,38	38,09	38,24	11	12	+ 1,29	— 20,05	— 0,89	4106
527	4 H.Dragone.	5.4	12 6 34	78 16 59,41	59,62	59,52	10	10	— 0,10	20,03		4112
528	12 Vergine . .	6	12 7 19	10 55 47,98	48,06	48,02	11	10	— 0,71	20,05	— 4,04	4114
529	Dragone . .	5.4	12 9 25	70 52 5,41	5,57	5,49	9	11	+ 0,30	20,04	— 0,07	4122
530	6 Chioma. . .	5	12 9 55	15 34 2,14	2,30	2,22	10	10	— 0,71	20,05	— 3,14	4125
531	Orsa min. .	6	12 13 22	87 6 8,94	9,19	9,07	10	11	+ 1,31	20,10	+ 2,62	4150
532	Dragone . .	6.5	12 13 29	75 49 37,15	37,02	37,09	9	10	+ 0,27	20,00	— 1,59	4143
533	η Vergine. . .	3.4	12 13 46	0 0 0,66	0,65	0,66	10	10	+ 1,37	20,04		4145
534	c Vergine. . .	5	12 14 16	3 58 51,12	51,32	51,22	10	10	— 0,70	20,08	— 1,20	4151
535	B.A.C.4165.	6	12 14 18	88 21 54,25	54,29	54,27	10	11	+ 1,30	19,90		4165
536	11 Chioma. . .	5	12 14 40	18 27 21,89	22,09	21,99	11	10	— 0,35	19,94	+ 0,17	4156
537	17 Vergine . .	6	12 16 26	5 58 21,90	22,21	22,06	10	10	— 0,69	20,07	— 1,36	4168
538	Vergine . .	6	12 24 28	10 22 51,41	51,37	51,39	11	10	— 0,73	19,95	— 1,82	4218
539	4 Dragone . .	5	12 24 51	69 51 58,68	58,45	58,57	10	11	+ 0,31	20,06	+ 3,69	4222
540	20 Vergine . .	6.7	12 26 59	10 57 29,12	28,94	29,03	10	11	— 0,70	19,91	— 5,38	4228
541	$\varkappa$ Dragone . .	3.4	12 28 21	70 26 59,74	59,65	59,69	10	10	+ 0,30	19,92		4239
542	24 Chioma seg.	5	12 29 7	19 2 16,30	16,37	16,34	10	10	— 0,60	19,87		4242
543	6 Dragone . .	6.5	12 29 40	70 41 0,13	59,87	0,00	10	10	+ 0,31	19,91	— 0,61	4246
544	Orsa min. .	6.7	12 30 30	80 54 44,67	44,55	44,61	10	10	+ 0,32	19,88	+ 0,26	4249
545	25 Chioma. . .	6	12 30 57	17 45 3,38	3,52	3,45	10	10	— 0,18	19,91	+ 0,31	4248
546	27 Vergine . .	6	12 35 32	11 5 6,61	6,96	6,79	10	10	— 0,20	19,85	+ 0,39	4267
547	ϱ Vergine . .	5	12 35 49	10 53 50,34	50,05	50,19	10	11	— 0,21	19,90	— 3,11	4271
548	d' Vergine. . .	6	12 35 52	7 27 56,54	56,62	56,58	11	11	+ 0,30	19,85	+ 2,18	4274
549	33 Vergine . .	6	12 40 17	10 12 39,49	39,71	39,60	10	10	— 0,18	20,25	+ 2,47	4288
550	27 Chioma. . .	5	12 40 39	17 13 59,96	59,97	59,97	11	10	+ 0,30	19,73	— 3,16	4290
551	Vergine . .	6.7	12 40 57	6 36 29,47	29,78	29,63	11	10	+ 0,34	19,75	— 4,70	4291
552	34 Vergine . .	6.7	12 41 11	12 36 52,07	52,07	52,07	11	11	+ 0,31	19,80	+ 2,84	4292
553	Orsa min. .	6	12 41 21	81 16 43,88	43,74	43,81	12	12	+ 1,34	19,73	— 3,37	4298
554	35 Vergine . .	6.7	12 41 45	4 13 40,17	40,24	40,21	11	10	+ 0,19	19,78	+ 1,85	4296
555	7 Dragone . .	6	12 42 42	67 26 45,05	44,83	44,94	10	10	+ 0,32	19,70	— 0,86	4302
556	29 Chioma. .	6	12 42 54	14 46 41,20	41,10	41,15	10	10	+ 0,31	19,77	+ 3,69	4301
557	37 Vergine . .	6.7	12 45 31	3 42 32,81	32,98	32,90	10	10	— 0,68	19,64	— 1,99	4314
558	32' H.Giraffa. .	5.4	12 48 7	84 4 12,13	12,43	12,28	10	10	— 1,38	19,63	+ 0,92	4339
559	41 Vergine . .	6	12 48 14	13 4 15,85	15,78	15,82	10	10	— 0,21	19,67	+ 1,13	4329
560	32² H.Giraffa. .	5.4	12 48 16	84 3 54,19	54,18	54,19	11	11	+ 1,32	19,61		4342

Declinazioni medie pel 1880,0 di 1004 stelle dell'Emisfero Nord

Numero	NOME DELLA STELLA	Grandezza	AR media approssimata 1880,0	Declinazione media 1880,0			Osservazioni			Variazione annua in declinazione	Differenza col Catalogo B. A. C.	N. del B. A. C.
				Osservazioni		medio	Num.		Epoca media 1880,0			
				dirette	riflesse		dirette	riflesse				
			h m s	° ′ ″	″	″				″	″	
561	δ Vergine . .	3	12 49 34	4 2 59,32	59,24	59,28	11	10	— 0,69	— 19,66		4340
562	8 Dragone . .	5	12 50 42	66 5 22,79	22,72	22,76	10	9	— 0,21	19,62		4347
563	36 Chioma. . .	5	12 52 59	18 3 24,38	24,61	24,50	10	10	— 0,33	19,46	— 2,52	4351
564	38 Chioma. . .	6.7	12 55 13	17 46 15,08	15,14	15,11	11	10	— 0,37	19,50	— 1,34	4362
565	9 Dragone . .	6	12 55 23	67 14 40,44	40,70	40,57	11	10	+ 0,63	19,51	— 1,29	4365
566	ε Vergine. . .	3.2	12 56 12	11 36 16,12	16,04	16,08	10	10	— 0,24	19,43		4367
567	Dragone . .	6	12 57 6	64 15 18,02	17,80	17,91	10	10	+ 0,32	19,41	— 0,28	4371
568	α Chioma. . .	4.5	13 4 9	18 9 52,68	52,32	52,50	11	10	— 0,34	19,14	— 1.01	4406
569	Vergine . .	6.7	13 6 35	12 11 40,71	40,77	40,74	10	11	+ 0,03	19,25	— 1,30	4423
570	e Vergine . .	6.5	13 10 49	10 3 6,45	6,72	6,59	9	11	— 0,13	18,94	+ 2,72	4440
571	Vergine . .	6	13 11 20	14 18 28,22	28,11	28,17	13	11	— 0,01	19,20	+ 9.60	4444
572	Orsa min. .	6	13 11 22	81 6 23,85	23,92	23,89	13	12	+ 0,64	19,09	+ 0.80	4452
573	σ Vergine . .	5	13 11 33	6 6 9,79	9,66	9,73	12	11	+ 0,19	19,03	— 5,97	4446
574	Vergine . .	6	13 15 27	14 46 45,74	46,03	45,89	12	12	— 0,72	18,98	— 5,01	4468
575	Vergine . .	6	13 15 36	2 43 6,51	6,75	6,63	11	10	+ 0,26	18,98	— 2,20	4470
576	64 Vergine . .	6	13 16 7	5 47 4,84	4,80	4,82	10	11	— 0,21	19,01	— 0,91	4472
577	Orsa min. .	6	13 19 36	85 22 54,95	55,15	55,05	11	10	+ 0,82	18,86	+ 2,10	4498
578	70 Vergine . .	5	13 22 34	14 25 13,67	13,63	13,65	10	9	— 0,28	19,35	+ 1,79	4499
579	Gr. 2001. .	6	13 23 4	73 0 53,84	53,76	53,80	14	10	+ 0,65	18,77		4506
580	71 Vergine . .	6	13 23 16	11 26 27,60	27,81	27,71	8	11	— 0,30	18,78	— 2,08	4504
581	Orsa min. .	6	13 25 57	79 15 51,14	51,04	51,09	10	10	+ 0,34	18,64	+ 2,07	4527
582	ζ Vergine . .	3.4	13 28 35	0 1 5,10	5,13	5,12	11	11	+ 1,34	18,52		4532
583	Vergine . .	6	13 33 40	11 21 22,87	22,97	22,92	11	11	— 0,55	18,40	+ 1,07	4559
584	Gr. 2029. .	6	13 34 18	71 51 11,72	11,59	11,66	10	10	+ 0,35	18,37		
585	o Vergine . .	5	13 37 2	4 8 44,44	44,60	44,52	10	10	— 0,30	18,37	+ 0,31	4570
586	τ Boote. . . .	5.4	13 41 34	18 3 19,71	19,70	19,71	10	11	— 0,12	18,07		4597
587	Orsa min. .	6	13 42 10	78 39 56,56	56,55	56,56	11	10	+ 0,33	18,03	+ 0,03	4614
588	υ Boote. . . .	4.5	13 43 41	16 23 37,54	37,66	37,60	11	11	— 0,29	17,99	— 1,61	4615
589	Boote. . . .	6	13 44 23	19 13 34,86	35,07	34,97	8	9	— 0,09	18,02	— 0,34	4621
590	Orsa min. .	6	13 45 47	83 21 14,88	14,80	14,84	12	10	+ 1,29	18,04	+ 0,10	4643
591	7 Boote. . . .	6	13 47 29	18 31 29,35	29,03	29,19	10	10	— 0,62	17,90	— 1,15	4637
592	i Dragone . .	5	13 47 56	65 18 59,19	59,24	59,22	10	10	+ 0,34	17,88		4646
593	η Boote. . . .	3	13 48 58	18 59 59,60	59,70	59,65	11	10	— 0,63	18,19		4648
594	Orsa min. .	6.7	13 50 27	79 35 17,90	17,75	17,83	10	10	+ 0,43	17,77	+ 1,15	4659
595	Boote. . . .	6	13 52 53	15 14 8,92	9,17	9,05	10	10	— 0,60	17,86	+ 6,75	4662

Declinazioni medie pel 1880,0 di 1004 stelle dell'Emisfero Nord

Numero	NOME DELLA STELLA	Grandezza	AR media approssimata 1880,0	Declinazione media 1880,0			Osservazioni			Variazione annua in declinazione	Differenza col Catalogo B.A.C.	N. del B.A.C.
				Osservazioni		medio	Num.		Epoca media 1880,0			
				dirette	riflesse		dirette	riflesse				
			h m s	° ′ ″	″	″				″	″	
596	τ Vergine. . .	4	13 55 32	2 7 32,52	32,52	32,52	11	10	— 0,63	— 17,62		4672
597	Dragone . .	6.7	13 59 13	69 15 22,97	22,99	22,98	10	10	+ 0,33	17,44	+ 1,96	4689
598	α Dragone . .	3.4	14 1 9	64 56 59,20	58,95	59,08	11	10	+ 0,34	17,31		4696
599	Vergine . .	5.4	14 6 12	2 58 30,14	30,27	30,21	10	10	— 0,63	17,13	— 1,21	4713
600	14 Boote. . . .	6	14 8 19	13 31 22,31	22,46	22,38	10	10	+ 0,10	17,05	— 0,51	4721
601	15 Boote. . . .	6	14 8 59	10 39 60,01	59,99	59,98	10	10	— 0,23	17,13	+ 0,46	4724
602	4 Orsa min. .	5	14 9 21	78 6 40,80	40,82	40,81	10	10	+ 0,36	16,93		4733
603	Orsa min. .	6.5	14 9 53	69 59 47,69	47,37	47,53	11	9	+ 0,34	16,99	+ 1,74	4732
604	α Boote. . . .	1	14 10 11	19 48 28,17	28,12	28,15	10	10	— 0,62	18,87		4729
605	Boote. . . .	6	14 10 26	19 28 17,20	17,28	17,24	10	10	— 0,26	16,95	+ 3,35	4731
606	18 Boote. . . .	6	14 13 28	13 33 31,50	31,74	31,62	11	10	— 0,25	16,68	— 10,40	4751
607	20 Boote . . .	5	14 14 5	16 51 27,39	27,20	27,30	10	10	— 0,60	16,62	— 3,82	4753
608	Boote. . . .	6	14 17 29	8 59 36,82	36,98	36,90	10	10	— 0,11	16,62	+ 3,32	4766
609	Vergine . .	5.6	14 18 13	6 21 54,04	53,81	53,92	11	10	— 0,59	16,49	— 5,99	4773
610	f Boote. . . .	5	14 20 53	19 46 1,74	1,66	1,70	10	10	— 0,60	16,34		4785
611	5 Orsa min. .	5.4	14 27 48	76 13 46,21	46,04	46,13	11	10	— 0,16	16,05	+ 1,82	4822
612	Boote. . . .	6	14 34 58	14 3 2,82	2,54	2,68	9	10	— 0,56	15,81	+ 6,81	4846
613	π Boote pr. .	4	14 35 5	16 56 0, 53	0,45	0,49	9	11	— 0,15	15,64		4847
614	ζ Boote med.	3.4	14 35 25	14 14 37,94	37,91	37,92	10	10	— 0,12	15,63		4849
615	31 Boote. . . .	5.4	14 35 45	8 40 33,35	33,39	33,37	11	11	— 0,11	15,62	+ 0,07	4850
616	32 Boote. . . .	6	14 35 58	12 10 42,61	42,92	42,77	10	10	— 0,12	15,66	— 4,40	4853
617	o Boote. . . .	5.4	14 39 39	17 28 23,08	23,03	23,06	10	10	— 0,59	15,40	— 4,11	4873
618	109 Vergine . .	4.3	14 40 11	2 23 57,49	57,31	57,40	10	10	— 0,60	15,37		4878
619	ξ Boote. . . .	4	14 45 51	19 35 59,02	59,27	59,15	11	10	— 0,61	15,17	+ 3,85	4905
620	P. XIV, 221. .	6	14 50 34	14 55 55,91	55,98	55,95	10	9	— 0,56	14,73		4926
621	β Orsa min. .	2	14 51 4	74 38 45,65	45,68	45,67	12	10	+ 0,37	14,76		4936
622	1 Serpente . .	6	14 51 24	0 19 0,22	0,14	0,18	11	11	+ 1,40	14,74	+ 1,23	4931
623	Boote. . . .	6	14 51 36	16 52 20,02	19,79	19,91	10	10	— 0,60	14,64	— 7,42	4933
624	2 Serpente . .	6	14 55 40	0 20 6,76	6,70	6,73	12	11	+ 1,39	14,47	— 1,25	4944
625	2 H.Orsa min.	5	14 55 41	66 24 39,21	39,19	39,20	11	10	+ 0,37	14,39		4949
626	110 Vergine . .	5	14 56 50	2 33 49,27	49,31	49,29	11	10	— 0,61	14,37	— 0,59	4951
627	Orsa min. .	4.5	14 58 23	83 0 13,50	13,23	13,37	13	10	+ 1,40	14,29	— 15,61	4982
628	9 Orsa min. .	6.7	15 0 19	72 14 2,29	2,35	2,32	10	10	— 0,18	14,03	— 2,41	4978
629	Dragone . .	6	15 2 8	66 23 9,35	9,22	9,28	10	9	— 0,15	14,05	— 0,54	4989
630	Orsa min. .	6	15 3 52	84 24 52,34	52,10	52,22	12	10	+ 1,40	13,95	+ 0.81	5022

Declinazioni medie pel 1880,0 di 1004 stelle dell'Emisfero Nord

Numero	NOME DELLA STELLA	Grandezza	AR media approssimata 1880,0	Declinazione media 1880,0			Osservazioni			Variazione annua in declinazione	Differenza col Catalogo	N. del B. A. C.
				Osservazioni		medio	Num.		Epoca media			
				dirette	riflesse		dirette	riflesse	1880,0		B. A. C.	
			h m s	° ′ ″	″	″				″	″	
631	3 Serpente . .	6	15 9 14	5 23 9,19	9,17	9,18	10	10	— 0,61	— 13,62		5024
632	4 Serpente . .	6	15 9 43	0 49 1,43	1,29	1,36	12	11	+ 1,40	13,56	— 1,51	5030
633	5 Serpente . .	5	15 13 10	2 13 13,21	13,29	13,25	10	10	— 0,61	13,86	— 2,72	5047
634	1 H.Orsa min.	5.6	15 13 16	67 48 9,62	9,45	9,54	11	10	+ 0,37	13,73		5058
635	6 Serpente . .	6	15 14 55	1 9 9,36	9,11	9,24	10	10	— 0,58	13,31	— 4,16	5059
636	B.A.C.5140.	6	15 16 28	87 41 30,68	30,63	30,66	12	12	+ 1,40	12,93		5140
637	7 Serpente . .	6.7	15 16 42	12 59 52,84	52,94	52,89	10	10	— 0,55	13,12	— 1.22	5067
638	11 Orsa min. .	5	15 17 14	72 15 33,65	33,62	33,64	9	10	+ 0,34	13,06	— 0,10	5079
639	τ' Serpente . .	6	15 20 13	15 51 3,91	3,96	3,94	10	10	— 0,60	12,86		5085
640	γ Orsa min. .	3	15 20 56	72 15 39,52	39,47	39,50	10	10	+ 0,36	12,81		5094
641	10 Serpente . .	6	15 22 35	2 15 36,89	37,13	37,01	10	10	— 0,60	12,76	— 0,52	5095
642	δ Serpente . .	3.4	15 29 5	10 56 27,73	27,56	27,65	11	11	— 0,59	12,22	— 3,92	5135
643	Dragone . .	6	15 29 17	64 36 45,77	45,79	45,78	10	10	+ 0,37	12,25	+ 5,86	5147
644	τ^3 Serpente . .	6	15 30 6	18 3 22,94	22,62	22,78	12	11	— 0,57	12,17	— 3,43	5146
645	16 Serpente . .	6	15 30 44	10 24 45,27	45,69	45,48	11	10	— 0,24	12,33	+ 2,88	5150
646	τ^5 Serpente . .	6	15 30 58	16 31 2,72	2,61	2,67	10	10	— 0,58	12,16	— 2,87	5153
647	θ Orsa min. .	6.5	15 35 0	77 44 54,69	54,73	54,71	10	10	+ 0,41	11,86	+ 1,23	5191
648	τ^6 Serpente . .	6	15 35 28	16 24 45,47	45,31	45,39	10	10	— 0,58	11,76	— 7,55	5180
649	χ Serpénte . .	6	15 36 9	13 14 1,31	1,57	1,44	11	10	— 0,21	11,78	— 1,26	5185
650	Orsa min. .	6	15 36 17	80 50 44,12	44,07	44,09	10	10	+ 0,41	11,77	+ 10,00	5205
651	Orsa min. .	6	15 36 30	80 50 46,58	46,36	46,47	14	11	+ 1,45	11,75	+ 6,08	5207
652	τ^7 Serpente . .	6	15 36 31	18 50 50,37	50,58	50,48	10	11	— 0,08	11,67	— 2,16	5189
653	ψ Serpente . .	6	15 38 0	2 54 2,34	2,49	2,42	10	10	— 0,24	11,79	— 1,47	5194
654	α Serpente . .	2.3	15 38 21	6 48 15,27	15,28	15,28	11	10	— 0,11	11,56		5196
655	τ^8 Serpente . .	6	15 39 15	17 38 33,10	32,96	33,03	11	10	— 0,24	11,52	— 2,01	5203
656	Orsa min. .	6	15 39 51	82 39 35,58	35,24	35,41	11	11	+ 1,24	11,52	— 0,56	5237
657	λ Serpente . .	4.5	15 40 38	7 43 48,76	48,65	48,71	10	10	— 0,25	11,50	— 2,05	5214
658	β Serpente . .	3.4	15 40 39	15 47 54,50	54,54	54,52	10	10	— 0,24	11,52		5216
659	$\varkappa$ Serpente . .	4	15 43 20	18 30 47,27	47,21	47,24	10	10	— 0,58	11,32		5234
660	ω Serpente . .	6	15 44 14	2 33 49,44	49,26	49,35	10	10	— 0,58	11,27	+ 0,20	5238
661	ε Serpente . .	3.4	15 44 50	4 50 23,97	23,89	23,93	12	10	— 0,58	11,08		5245
662	18 Orsa min. .	6	15 46 16	80 21 28,89	28,86	28,87	10	10	+ 0,39	11,05	+ 2,95	5274
663	ζ Orsa min. .	4.5	15 48 22	78 9 46,31	46,37	46,34	10	10	+ 0,40	10,91		5285
664	γ Serpente . .	4.3	15 50 55	16 3 15,37	15,35	15,36	10	10	— 0,57	11,98		5284
665	φ Serpente . .	6	15 51 43	14 45 34,31	34,46	34,39	8	10	— 0,25	10,70	+ 8,36	5293

Declinazioni medie pel 1880,0 di 1004 stelle dell'Emisfero Nord

Numero	NOME DELLA STELLA	Grandezza	AR media approssimata 1880,0	Declinazione media 1880,0			Osservazioni			Variazione annua in declinazione	Differenza col Catalogo B.A.C.	N. del B. A. C.
				Osservazioni		medio	Num.		Epoca media 1880,0			
				dirette	riflesse		dirette	riflesse				
			h m s	° ′ ″	″	″				″	″	
666	Serpente . .	6	15 54 54	4 45 50,72	50,93	50,83	10	10	— 0,58	— 10,37	+ 3,88	5309
667	*r* Ercole . . .	6.5	15 55 51	18 9 3,35	3,49	3,42	11	11	— 0,58	10,17	— 1,58	5315
668	Orsa min. .	6.7	15 55 57	83 18 25,50	25,72	25,61	10	10	+ 1,43	10,34	+ 0,34	5352
669	43 Serpente . .	6.7	15 57 50	5 19 5,90	6,06	5,98	11	10	— 0,26	10,19	+ 1,20	5325
670	45 Serpente . .	6	16 1 54	10 12 50,30	50,07	50,19	8	11	— 0,58	9,94	+ 5,17	5359
671	46 Serpente . .	6	16 2 23	10 24 8,80	8,90	8,85	11	10	— 0,10	9,90	+ 3,33	5361
672	*x* Ercole . . .	5.6	16 2 39	17 22 3,81	3,59	3,70	11	10	— 0,24	9,83	— 2,73	5367
673	47 Serpente . .	6	16 2 41	8 51 15,59	15,48	15,53	11	9	— 0,24	9,87	+ 0,18	5366
674	Gr. 2320. .	6.5	16 6 0	68 7 34,89	34,93	34,91	11	10	+ 0,41	9,50		5406
675	Ercole . . .	6	16 6 3	16 58 37,88	38,08	37,98	10	10	— 0,59	9,51	— 6,68	5392
676	9 Ercole . . .	6	16 7 19	5 19 44,37	44,24	44,31	12	10	— 0,58	9,50	+ 2,80	5405
677	19 Orsa min. .	6	16 14 16	76 10 44,70	44,62	44,66	10	10	+ 0,41	8,93		5462
678	20 Orsa min. .	6.7	16 15 33	75 30 26,83	26,71	26,77	10	10	+ 0,41	8,82	+ 2,50	5475
679	*σ* Serpente . .	5	16 16 0	1 18 44,24	44,16	44,20	11	10	— 0,24	8,72	— 2,97	5456
680	Orsa min. .	6	16 16 32	73 41 16,60	16,40	16,50	10	10	+ 0,40	8,75	+ 3,03	5483
681	*γ* Ercole . . .	3	16 16 38	19 26 9,31	9,16	9,24	11	10	— 0,25	8,69		5466
682	*ω* Ercole . . .	5	16 19 53	14 18 38,10	38,14	38,12	10	10	— 0,21	8,52		5490
683	Serpente . .	6	16 20 47	2 37 14,99	14,77	14,88	10	10	— 0,24	8,41	— 2,42	5493
684	*η* Orsa min. .	5	16 21 2	76 1 52,25	52,30	52,28	10	13	+ 0,43	8,15		5511
685	Dragone . .	6.5	16 22 6	69 23 13,04	13,11	13,08	10	11	+ 0,42	8,30	+ 0,20	5514
686	*λ* Ofiuco . . .	4.3	16 24 52	2 14 52,05	52,07	52,06	11	10	— 0,24	8,15		5520
687	*n* Ercole . . .	6	16 26 42	5 46 40,28	40,40	40,34	10	10	— 0,11	7,98	+ 0,27	5531
688	*h* Ercole . . .	5.4	16 27 0	11 44 49,36	49,13	49,25	11	10	— 0,26	7,97	— 3,44	5532
689	Ercole . . .	6	16 27 52	10 37 25,83	26,27	26,05	10	10	— 0,09	7,85	— 5,36	5537
690	A Dragone . .	5	16 28 13	69 1 40,16	40,20	40,18	10	10	— 0,14	7,78		5545
691	33 Ercole . . .	6	16 31 2	7 21 8,51	8,72	8,62	10	11	— 0,10	7,54	— 3,55	5553
692	Orsa min. .	6	16 32 27	79 13 5,66	5,68	5,67	11	10	+ 0,43	7,19	+ 3,34	5592
693	Gr. 2373. .	6	16 35 50	77 41 3,97	4,01	3,99	10	11	+ 0,41	6,92		5611
694	16 Ofiuco . . .	6.7	16 39 24	1 14 29,04	28,95	29,00	10	9	+ 0,46	6,84	— 9,26	5618
695	Ercole . . .	6	16 39 56	15 58 4,82	4,61	4,72	10	9	+ 0,13	6,87	— 9,76	5620
696	*i* Ercole . . .	6.5	16 40 4	8 48 9,39	9,47	9,43	10	9	— 0,05	6,81	— 1,54	5621
697	*g* Dragone . .	5.6	16 40 5	64 49 1,15	0,93	1,04	10	11	+ 0,44	6,90	+ 4,70	5628
698	19 Ofiuco . . .	6	16 41 7	2 16 55,00	55,22	55,11	10	10	+ 0,13	6,77	— 3,85	5627
699	*l* Ercole . . .	6	16 41 52	5 27 48,03	48,10	48,06	10	10	— 0,08	6,77	+ 3,13	5631
700	Ercole . . .	6	16 44 2	13 28 18,21	18,27	18,24	10	10	+ 0,14	6,53	+ 5,53	5647

Declinazioni medie pel 1880,0 di 1004 stelle dell'Emisfero Nord

Numero	NOME DELLA STELLA	Grandezza	AR media approssimata 1880,0	Declinazione media 1880,0			Osservazioni			Variazione annua in declinazione	Differenza col Catalogo	N. del B. A. C.
				Osservazioni		medio	Num.		Epoca media			
				dirette	riflesse		dirette	riflesse	1880,0		B. A. C.	
			h m s	° ′ ″	″	″				″	″	
701	k Ercole. . . .	6.5	16 44 30	7 27 22,11	22,25	22,18	10	10	— 0,07	— 6,47	— 2,22	5648
702	21 Ofiuco . . .	6	16 45 20	1 25 18,68	18,70	18,69	10	9	— 0,08	6,41	— 2,40	5659
703	49 Ercole . . .	6	16 46 37	15 10 35,83	35,78	35,81	10	10	+ 0,13	6,30		5674
704	ι Ofiuco. . . .	4.5	16 48 20	10 21 51,66	51,86	51,76	11	10	— 0,10	6,21	+ 1,09	5692
705	Orsa min. .	6.7	16 48 26	77 43 11,79	11,55	11,67	10	10	+ 0,42	6,17	+ 15,54	5705
706	54 Ercole . . .	6	16 50 6	18 37 34,42	34,16	34,29	10	10	— 0,08	5,97	— 3,46	5702
707	ϰ Ofiuco . . .	3.4	16 51 59	9 33 46,08	46,12	46,10	11	10	— 0,23	5,86		5708
708	h^1 Dragone . .	5	16 55 22	65 19 5,88	5,81	5,84	10	10	+ 0,42	5,57	+ 3,66	5740
709	h^2 Dragone . .	6	16 55 49	65 13 18,62	18,81	18,71	10	10	+ 0,42	5,52	+ 1,23	5745
710	Ercole . . .	6	16 56 5	15 7 33,14	32,93	33,04	10	10	— 0,07	5,53	— 4,37	5732
711	Ercole . . .	5	16 57 38	14 15 57,36	57,28	57,32	10	9	+ 0,15	5,45	+ 0,88	5749
712	ε Orsa min. .	4.5	16 58 19	82 13 56,31	56,39	56,35	10	11	— 0,22	5,35		5780
713	Ercole . . .	6	16 58 26	13 44 28,45	28,24	28,35	10	9	— 0,05	5,47	+ 2,01	5757
714	Orsa min. .	6.7	16 58 40	73 18 29,85	29,97	29,91	10	10	+ 0,46	5,30	— 2,01	5769
715	60 Ercole . . .	5	16 59 49	12 54 24,13	24,03	24,08	10	11	— 0,08	5,20		5765
716	Ofiuco . . .	6	17 4 1	10 11 47,96	47,93	47,95	11	10	— 0,08	4,85	— 18,55	5787
717	Orsa min. .	6	17 5 27	75 27 46,26	46,17	46,22	10	9	+ 0,42	4,73	— 3,92	5811
718	37 Ofiuco. . . .	6	17 6 48	10 43 54,88	54,57	54,73	10	11	+ 0,22	4,62	— 1,67	5802
719	ζ Dragone . .	3	17 8 27	65 51 45,39	45,42	45,40	10	10	+ 0,42	4,46		5823
720	α Ercole . . .	3.4	17 9 11	14 31 41,59	41,57	41,58	10	10	— 0,05	4,36		5821
721	Ofiuco . . .	5	17 12 59	10 59 45,64	45,80	45,72	10	9	— 0,08	4,18	+ 1,52	5841
722	Ercole . . .	6	17 15 2	18 10 52,62	52,40	52,51	11	10	— 0,09	3,96	— 3,17	5856
723	Dragone . .	6	17 18 5	71 55 0,56	0,53	0,55	10	10	+ 0,41	3,65	+ 1,58	5887
724	Ofiuco . . .	6	17 20 31	7 42 7,97	7,95	7,96	11	10	— 0,08	3,44	+ 0,60	5894
725	σ Ofiuco . . .	5	17 20 34	4 14 45,67	45,73	45,70	10	10	— 0,08	3,41		5893
726	Ofiuco . . .	5.6	17 22 43	0 25 44,45	44,28	44,37	11	11	+ 1,49	3,37	+ 7,39	5903
727	Ofiuco . . .	6	17 25 20	2 48 56,53	56,31	56,42	11	10	— 0,22	3,08	+ 4,77	5919
728	54 Ofiuco . . .	6	17 28 50	13 14 40,16	40,37	40,27	10	12	+ 0,15	2,75	— 0,43	5939
729	f Ofiuco . . .	6	17 28 55	9 40 9,28	9,18	9,23	10	10	— 0,08	2,74	+ 1,87	5940
730	α Ofiuco . . .	2	17 29 22	12 38 55,03	54,86	54,95	10	10	— 0,08	2,88		5941
731	56 Ofiuco . . .	6	17 29 31	13 13 5,38	5,51	5,45	10	10	+ 0,48	2,79	+ 7,45	5942
732	f Dragone . .	5.6	17 32 27	68 12 40,66	40,72	40,69	10	10	+ 0,42	2,29		5972
733	Ofiuco . . .	6	17 36 36	16 0 31,90	32,14	32,02	10	10	+ 0,02	1,97	+ 0,58	5991
734	β Ofiuco . . .	3	17 37 33	4 37 7,16	7,10	7,13	10	9	— 0,07	1,80		5996
735	ω Dragone . .	5	17 37 39	68 48 47,88	47,66	47,77	10	10	+ 0,42	1,65		6006

Declinazioni medie pel 1880,0 di 1004 stelle dell'Emisfero Nord

Numero	NOME DELLA STELLA	Grandezza	AR media approssimata 1880,0	Declinazione media 1880,0			Osservazioni			Variazione annua in declinazione	Differenza col Catalogo	N. del B. A. C.
				Osservazioni		medio	Num.		Epoca media			
				dirette	riflesse		dirette	riflesse	1880,0		B. A. C.	
			h m s	° ′ ″	″	″						
736	γ Ofiuco . . .	4.3	17 41 53	2 45 13,36	13,20	13,28	10	10	— 0,07	— 1,68	″	6020
737	Ercole . . .	6	17 43 36	19 17 41,06	41,23	41,15	10	10	+ 0,14	1,45	+ 1,24	6030
738	ψ Drag. austr.	5	17 44 4	72 12 26,26	26,16	26,21	11	10	+ 0,46	1,66		6047
739	Dragone . .	4.5	17 44 6	72 12 56,00	56,04	56,02	11	11	+ 0,47	1,65	— 1,66	6048
740	Ofiuco . . .	6	17 50 12	0 41 23,08	23,20	23,14	11	10	+ 1,49	0,89	+ 0,53	6069
741	66 Ofiuco . . .	5	17 54 19	4 22 36,45	36,15	36,30	10	11	— 0,07	0,49	— 2,95	6089
742	67 Ofiuco . . .	4	17 54 38	2 56 19,42	19,38	19,40	11	9	— 0,07	0,51		6092
743	93 Ercole . . .	5	17 54 43	16 45 32,10	32,22	32,16	10	11	+ 0,52	0,39	— 5,58	6094
744	35 Dragone . .	5	17 54 49	76 58 39,20	39,22	39,21	11	10	+ 0,49	0,22		6114
745	Ofiuco . . .	6	17 55 2	6 16 27,82	27,88	27,85	10	10	+ 0,54	0,56	+ 6,73	6096
746	68 Ofiuco . . .	4.5	17 55 40	1 18 33,11	33,09	33,10	10	10	+ 0,51	0,33	— 7,58	6101
747	ψ^3 Dragone . .	6	17 57 14	72 0 58,07	57,91	57,99	10	10	+ 0,46	0,25	— 1,52	6122
748	p^1 Ofiuco . . .	4.5	17 59 23	2 31 44,30	44,20	44,25	11	10	— 0,05	— 1,20		6123
749	71 Ofiuco . . .	5	18 1 34	8 43 11,10	11,02	11,06	10	10	+ 0,11	+ 0,18	— 1,83	6142
750	72 Ofiuco . . .	3.4	18 1 40	9 32 52,92	53,04	52,98	10	10	+ 0,13	0,21		6143
751	73 Ofiuco . . .	6	18 3 36	3 58 28,00	28,09	28,05	11	10	+ 0,14	0,32	— 0,80	6155
752	40 Dragone . .	5	18 9 2	79 58 59,63	59,50	59,57	10	11	+ 0,47	0,84	+ 4,71	6206
753	41 Dragone . .	5	18 9 7	79 59 11,72	11,50	11,61	10	11	+ 0,46	0,85	+ 4,75	6208
754	δ Orsa min. .	4.5	18 11 2	86 36 33,13	33,05	33,09	16	13	+ 1,45	0,99		6281
755	36 Dragone . .	5	18 13 12	64 21 23,55	23,55	23,60	10	9	+ 0,48	1,15		6224
756	Ofiuco . . .	6	18 13 20	7 12 43,39	43,16	43,28	11	11	— 0,06	1,17	+ 70,19	6213
757	74 Ofiuco . . .	5	18 14 53	3 19 28,98	29,18	29,08	11	10	— 0,04	1,31	— 0,97	6227
758	24 Orsa min. .	6	18 15 7	86 59 18,34	18,22	18,28	14	14	+ 1,46	1,36	— 2,04	6320
759	37 Dragone . .	6	18 15 58	68 42 44,80	44,85	44,82	10	10	+ 0,48	1,33	+ 0,26	6243
760	Ercole . . .	6	18 17 29	17 46 2,59	2,40	2,50	10	10	+ 0,17	1,53	+ 18,46	6245
761	38 Dragone . .	6	18 17 40	68 41 38,38	38,46	38,42	10	10	+ 0,49	1,47	— 1,27	6257
762	Dragone . .	6	18 19 57	67 22 35,78	35,88	35,83	10	10	+ 0,48	1,78	— 1,28	6272
763	d Serpente . .	6	18 21 4	0 7 34,47	34,61	34,54	12	11	+ 1,50	1,79	— 6,93	6269
764	φ Dragone . .	4.5	18 22 29	71 16 25,07	25,17	25,12	10	10	+ 0,47	1,99		6297
765	χ Dragone . .	4.3	18 23 13	72 40 49,90	49,94	49,92	10	10	+ 0,47	1,64		6302
766	42 Dragone . .	5	18 25 38	65 29 21,60	21,84	21,72	10	10	+ 0,47	2,18	+ 2,53	6316
767	Gr. 2655. .	6	18 35 32	77 27 7,34	7,40	7,37	10	10	+ 0,48	3,08		6375
768	Gr. 2640. .	6	18 35 50	65 22 52,83	52,77	52,80	10	10	+ 0,48	3,15		
769	4 Aquila . . .	5	18 38 47	1 56 21,08	20,85	20,96	10	10	— 0,03	3,40	— 5,29	6379
770	Orsa min. .	6	18 39 9	83 16 38,43	38,39	38,41	11	10	+ 1,52	3,42	+ 2,17	6417

Declinazioni medie pel 1880,0 di 1004 stelle dell'Emisfero Nord

Numero	NOME DELLA STELLA	Grandezza	AR media approssimata 1880,0	Declinazione media 1880,0			Osservazioni			Variazione annua in declinazione	Differenza col Catalogo	N. del B. A. C.
				Osservazioni		medio	Num.		Epoca media			
				dirette	riflesse		dirette	riflesse	1880,0		B. A. C.	
			h m s	° ′ ″	″	″						
771	Orsa min. .	6	18 39 56	83 4 59,33	59,13	59,23	12	11	+ 1,52	+ 3,48	— 7,42	6423
772	111 Ercole . . .	4.5	18 41 44	18 2 56,50	56,38	56,44	10	10	— 0,05	3,75	— 0,87	6397
773	Dragone . .	6	18 48 45	73 56 45,13	45,24	45,19	10	10	+ 0,50	4,37	— 4,68	6469
774	62 Serpente . .	6	18 49 37	6 27 58,73	58,70	58,72	10	11	0,00	4,25	— 5,44	6451
775	50 Dragone . .	6	18 50 14	75 17 29,75	29,83	29,79	10	10	+ 0,50	4,42		6478
776	θ Serpente pr.	4	18 50 15	4 2 55,88	55,67	55,77	10	10	+ 0,15	4,40		6460
777	Serpente seg.	5	18 50 17	4 2 50,70	50,56	50,63	10	10	— 0,02	4,49	— 5.29	6462
778	64 Serpente . .	6	18 51 15	2 22 44,38	44,27	44,33	10	10	+ 0,02	4,46	— 3,19	6471
779	10 Aquila . . .	6	18 53 16	13 44 47,60	47,58	47,59	10	11	+ 0,18	4,58	— 0,48	6482
780	11 Aquila . . .	5	18 53 34	13 27 49,68	49,39	49,54	10	10	+ 0,52	4,60	— 7,42	6483
781	ε Aquila . . .	4	18 54 11	14 54 23,16	23,10	23,13	10	11	+ 0,16	4,61		6487
782	v Dragone . .	5.6	18 55 52	71 8 11,51	11,36	11,44	11	10	+ 0,47	4,87		6510
783	ζ Aquila . . .	3	18 59 54	13 41 10,06	10,10	10,08	10	11	— 0,03	5,07		6528
784	18 Aquila . . .	5	19 1 20	10 53 15,71	15,69	15,70	10	11	— 0,02	5,28	— 1,00	6543
785	Dragone . .	6	19 2 58	76 52 43,43	43,57	43,50	10	10	+ 0,48	5,45	— 5,97	6563
786	19 Aquila . . .	5.6	19 3 8	5 53 9,07	8,86	8,97	10	11	— 0,02	5,41	— 3,09	6552
787	21 Aquila . . .	6.5	19 7 40	2 5 27,21	27,07	27,14	10	10	— 0,12	5,90	— 5,65	6572
788	55 Dragone . .	6.7	19 9 19	65 46 40,35	40,49	40,42	10	10	+ 0,49	5,95	+ 3,17	6586
789	22 Aquila . . .	6	19 10 35	4 37 27,94	28,00	27,97	10	9	+ 0,01	6,06	+ 2,71	6585
790	ω Aquila . . .	6.5	19 12 11	11 22 48,53	48,38	48,46	10	11	— 0,03	6,22		6595
791	23 Aquila . . .	6	19 12 26	0 52 5,73	5,56	5,65	10	11	+ 1,51	6,20	+ 2,23	6597
792	δ Dragone . .	3	19 12 31	67 27 1,57	1,53	1,55	11	10	+ 0,49	6,30		6612
793	24 Aquila . . .	6	19 12 43	0 7 18,73	18,51	18,62	13	12	+ 1,53	6,46	— 26,00	6600
794	59 Dragone . .	6.5	19 13 32	76 21 34,70	34,76	34,73	10	10	+ 0,50	6,20	— 2,25	6625
795	A Aquila . . .	6	19 14 3	12 9 15,22	15,18	15,20	10	9	— 0,02	6,44	— 5,13	6615
796	τ Dragone . .	5	19 17 51	73 7 55,88	55,96	55,92	10	10	+ 0,50	6,78		6650
797	2 Freccia . . .	6	19 18 59	16 42 18,16	18,01	18,09	10	10	+ 0,52	6,81	— 2,99	6642
798	b Aquila . . .	5.6	19 19 15	11 41 19,86	19,72	19,79	11	10	+ 0,02	7,43		6644
799	δ Aquila . . .	3.4	19 19 27	2 52 35,90	35,96	35,93	11	11	+ 0,19	6,90		6646
800	π Dragone . .	5	19 20 3	65 29 0,92	1,08	1,00	10	10	+ 0,54	6,88	+ 2,09	6662
801	4 Volpetta . .	5	19 20 13	19 33 52,85	52,95	52,90	10	11	+ 0,57	6,85	— 1,52	6654
802	ν Aquila . . .	5	19 20 23	0 6 1,77	1,69	1,73	12	11	+ 1,52	6,87	+ 4,14	6653
803	c Aquila . . .	6.5	19 22 57	1 42 23,75	23,54	23,65	11	10	+ 0,24	7,12	— 5,31	6670
804	Dragone . .	6	19 25 47	76 19 14,50	14,66	14,58	10	10	+ 0,51	7,33	— 5,89	6702
805	μ Aquila . . .	5.4	19 28 14	7 7 31,46	31,20	31,33	10	10	+ 0,12	7,44	— 5,64	6701

Declinazioni medie pel 1880,0 di 1004 stelle dell'Emisfero Nord

Numero	NOME DELLA STELLA	Grandezza	AR media approssimata 1880,0	Declinazione media 1880,0			Osservazioni			Variazione annua in declinazione	Differenza col Catalogo	N. del B. A. C.
				Osservazioni		medio	Num.		Epoca media			
				dirette	riflesse		dirette	riflesse	1880,0			
			h m s	° ′ ″	″	″				″	″	
806	Gr. 2900. .	6.7	19 28 55	79 21 38,92	39,04	38,98	21	21	+ 1,05	+ 7,56		
807	9 Volpetta . .	5	19 29 19	19 30 44,41	44,34	44,38	10	10	+ 0,51	7,65	— 1,01	6709
808	ε Freccia. . .	6	19 31 52	16 11 40,11	39,84	39,97	10	9	+ 0,52	7,79	— 3,78	6724
809	σ Dragone . .	5.6	19 32 35	69 27 24,14	24,43	24,29	11	10	+ 0,54	6,05	+ 4,61	6735
810	σ Aquila . . .	5	19 33 17	5 7 31,05	31,16	31,10	10	10	— 0,12	7,95	— 1,40	6729
811	α Freccia. . .	4.5	19 34 44	17 44 19,86	19,89	19,88	10	10	+ 0,53	8,09	— 4,54	6739
812	Dragone . .	6	19 35 38	71 21 18,55	18,85	18,70	11	10	+ 0,54	8,13	— 4,27	6752
813	β Freccia. . .	4.5	19 35 40	17 11 56,23	56,16	56,19	10	10	+ 0,53	8,15	— 5,43	6744
814	χ Aquila . . .	6	19 36 56	11 32 43,44	43,66	43,55	10	9	— 0,01	8,30	— 5,33	6749
815	γ Aquila . . .	3	19 40 33	10 19 18,69	18,57	18,63	11	10	— 0,02	8,52		6772
816	δ Freccia. . .	4	19 42 2	18 14 20,74	20,42	20,58	10	10	+ 0,51	8,67		6783
817	π Aquila . . .	6	19 43 3	11 31 6,11	5,83	5,97	10	10	+ 0,10	8,74	— 5,41	6789
818	ζ Freccia. . .	5	19 43 39	18 50 31,65	31,40	31,53	10	10	— 0,01	8,84	— 3,93	6794
819	λ Orsa min. .	6.7	19 44 10	88 56 36,68	36,57	36,62	12	14	+ 1,47	8,83		6999
820	Dragone . .	6	19 44 28	69 2 38,48	38,28	38,38	10	10	+ 0,52	8,83	+ 0,31	6808
821	α Aquila . . .	1.2	19 44 56	8 33 8,95	8,89	8,92	10	10	— 0,10	9,25		6802
822	o Aquila . . .	6.5	19 45 17	10 7 0,15	0,09	0,12	11	10	+ 0,28	8,73	+ 3,04	6805
823	η Aquila . . .	4	19 46 22	0 41 55,23	55,09	55,16	12	10	+ 1,52	8,94		6811
824	ξ Aquila . . .	5	19 48 26	8 9 8,14	8,05	8,10	10	10	+ 0,10	9,08	— 1,31	6825
825	ε Dragone . .	4	19 48 34	69 57 43,92	44,05	43,99	10	10	+ 0,52	9,14		6836
826	58 Aquila . . .	6	19 48 36	—0 2 19,46	19,36	19,41	12	13	+ 1,52	9,05	+ 9,49	6826
827	β Aquila . . .	4	19 49 25	6 6 28,65	28,54	28,59	10	10	0,00	8,73		6833
828	φ Aquila . . .	5.6	19 50 33	11 6 21,59	21,74	21,67	11	10	+ 0,10	9,35	— 4,78	6838
829	10 Freccia. . .	6	19 50 34	16 19 5,03	4,73	4,88	10	10	+ 0,03	9,38	— 6,11	6839
830	11 Freccia. . .	6	19 52 19	16 28 1,30	1,23	1,27	10	10	+ 0,02	9,55	— 8,72	6853
831	γ Freccia. . .	4.3	19 53 25	19 10 1,81	1,77	1,79	10	10	+ 0,53	9,56		6858
832	13 Freccia. . .	6	19 54 38	17 11 22,63	22,43	22,53	10	10	+ 0,02	9,67	— 5,73	6868
833	14 Freccia. . .	6	19 58 1	15 41 43,97	43,81	43,89	10	10	+ 0,53	9,92	— 2,67	6890
834	τ Aquila . . .	5.6	19 58 17	6 56 25,61	25,43	25,52	10	10	+ 0,09	9,92	— 4,76	6893
835	15 Freccia. . .	6	19 58 43	16 44 45,76	45,84	45,80	11	11	+ 0,55	9,61	— 6,26	6897
836	η Freccia. . .	5.6	19 59 50	19 38 53,48	53,19	53,34	11	10	+ 0,54	10,11	+ 0,34	6901
837	e Dragone . .	6.5	20 0 12	64 29 6,24	6,59	6,42	11	10	+ 0,56	10,03	+ 0,46	6905
838	ϱ Dragone . .	5	20 2 16	67 31 53,19	53,29	53,24	12	10	+ 0,58	10,24	+ 0,69	6926
839	69 Dragone . .	6.7	20 2 57	76 8 45,39	45,25	45,32	11	11	+ 0,57	10,17	— 0,01	6936
840	ϱ Aquila . . .	5	20 8 44	14 49 58,64	58,61	58,63	11	11	+ 0,16	10,76	— 0,80	6952

Declinazioni medie pel 1880,0 di 1004 stelle dell'Emisfero Nord

Numero	NOME DELLA STELLA	Grandezza	AR media approssimata 1880,0	Declinazione media 1880,0			Osservazioni			Variazione annua in declinazione	Differenza col Catalogo	N. del B. A. C.
				Osservazioni		medio	Num.		Epoca media			
				dirette	riflesse		dirette	riflesse	1880,0		B. A. C.	
			h m s	° ′ ″		″						
841	$\varkappa$ Cefeo	4.5	20 12 54	77 20 57,29	57,25	57,27	10	10	+ 0,57	+ 10,99	"	7005
842	Dragone . .	6	20 16 14	66 28 4,29	4,39	4,34	11	10	+ 0,58	11,23	+ 21,34	7017
843	Orsa min. .	6.7	20 16 42	84 18 55,47	55,53	55,50	14	11	+ 1,60	11,27	— 2,95	7047
844	Aquila . . .	6.5	20 17 14	4 57 37,14	36,98	37,06	10	10	+ 0,09	11,31	— 3,26	7014
845	Dragone . .	6	20 19 33	68 29 47,70	47,75	47,73	10	10	+ 0,53	11,44	+ 6,38	7037
846	1 Delfino . . .	6	20 24 33	10 29 42,58	42,86	42,72	10	10	+ 0,10	11,83	+ 2,59	7065
847	ε Delfino . . .	4	20 27 29	10 53 46,74	46,66	46,70	11	10	+ 0,10	12,00		7088
848	η Delfino . . .	6.5	20 28 17	12 37 1,83	1,55	1,69	10	10	+ 0,56	12,17	— 3,61	7094
849	ζ Delfino . . .	5.4	20 29 42	14 15 40,90	40,71	40,81	10	10	+ 0,15	12,23	— 1,76	7107
850	Gr. 3241. .	6	20 30 31	72 7 30,05	30,06	30,06	10	10	+ 0,57	12,21		7124
851	β Delfino . . .	3.4	20 31 55	14 10 42,95	42,89	42,92	10	10	+ 0,14	12,30		7121
852	ι Delfino . . .	6	20 32 5	10 57 34,94	34,64	34,79	10	10	+ 0,59	12,34	— 1,11	7125
853	Dragone . .	6.7	20 32 10	70 7 13,43	13,42	13,43	10	10	+ 0,61	12,46	+ 5,34	7144
854	θ Delfino . . .	6	20 33 4	12 53 40,89	40,66	40,78	11	10	+ 0,59	12,46	— 4,79	7137
855	73 Dragone . .	5.6	20 33 5	74 32 35,38	35,31	35,35	12	10	+ 0,61	12,39		7156
856	1 Aquario. . .	5	20 33 16	0 3 55,93	56,04	55,98	11	11	+ 1,60	12,41	+ 1,89	7138
857	$\varkappa$ Delfino . . .	5	20 33 18	9 39 51,98	52,00	51,99	11	10	+ 0,16	12,45		7141
858	α Delfino . . .	4.3	20 34 4	15 29 22,18	22,22	22,20	10	10	+ 0,58	12,50		7149
859	10 Delfino . . .	6	20 35 39	14 9 24,52	24,49	24,51	10	10	+ 0,19	12,63	— 2,63	7160
860	75 Dragone . .	6	20 35 42	81 0 38,52	38,36	38,44	10	10	+ 0,56	12,61	— 0,25	7178
861	74 Dragone . .	6	20 36 20	80 40 14,83	14,79	14,81	11	10	+ 0,59	12,84	+ 4,90	7185
862	δ Delfino . . .	4	20 37 51	14 38 41,73	41,67	41,70	10	10	+ 0,58	12,71		7173
863	Dragone . .	6.7	20 40 59	83 12 27,70	27,65	27,67	11	14	+ 1,60	12,97	+ 21,28	7230
864	γ Delfino seg.	3.4	20 41 5	15 41 33,86	33,75	33,81	10	10	+ 0,55	12,78		7200
865	4 Cefeo	6.5	20 41 40	66 13 16,60	16,74	16,67	10	10	+ 0,57	13,00	+ 2,28	7211
866	13 Delfino . . .	6	20 41 52	5 34 6,38	6,29	6,34	10	9	+ 0,16	13,01	+ 2,54	7206
867	Cavallino .	5	20 49 41	4 4 30,38	30,02	30,20	11	10	+ 0,60	13,47	+ 1,53	7255
868	16 Delfino . . .	6.5	20 49 55	12 6 38,06	37,97	38,02	11	10	+ 0,18	13,59	— 3,76	7257
869	17 Delfino . . .	6.5	20 49 56	13 15 52,47	52,73	52,60	11	11	+ 0,62	13,58	— 2,98	7258
870	76 Dragone . .	6	20 51 11	82 5 7,63	7,59	7,61	10	10	+ 0,58	13,63		7291
871	Cavallino .	6	20 51 48	3 44 1,66	1,57	1,62	11	10	+ 0,61	13,62	+ 2,28	7269
872	18 Delfino . . .	6.5	20 52 39	10 22 38,35	38,04	38,20	11	10	+ 0,18	13,62	+ 6,22	7271
873	Br. 2749. .	6	20 52 59	80 6 5,00	5,07	5,04	10	11	+ 0,57	13,70		7299
874	1 Cavall. prec.	6	20 53 5	3 50 3,01	2,96	2,99	11	11	+ 0,60	13,61	— 0,75	7276
875	Dragone . .	6	20 56 7	75 27 39,65	39,69	39,67	10	11	+ 0,57	13,98	+ 1,44	7311

Declinazioni medie pel 1880,0 di 1004 stelle dell'Emisfero Nord

Numero	NOME DELLA STELLA	Grandezza	AR media approssimata 1880,0	Declinazione media 1880,0			Osservazioni			Variazione annua in declinazione	Differenza col Catalogo B. A. C.	N. del B. A. C.
				Osservazioni		medio	Num.		Epoca media 1880,0			
				dirette	riflesse		dirette	riflesse				
			h m s	° ′ ″		″				″	″	
876	2 Cavallino .	6	20 56 18	6 42 32,98		33,02	33,00	11	11	+ 0,15	+ 13,98	— 4,21	7302
877	3 Cavallino .	6	20 58 36	5 1 37,65		37,72	37,68	10	10	+ 0,16	14,04	+ 6,17	7318
878	4 Cavallino .	6	20 59 30	5 29 6,35		6,74	6,55	10	10	+ 0,13	14,01	+ 3,47	7324
879	γ Cavallino .	5.4	21 4 31	9 38 57,16		57,21	57,19	9	11	+ 0,11	14,29	+ 0,97	7350
880	Dragone . .	6	21 5 41	70 57 3,02		3,10	3,06	11	10	+ 0,55	14,53	— 8,02	7363
881	Br. 2777. .	6	21 7 52	77 38 21,96		22,12	22,04	10	10	+ 0,56	14,67		7381
882	δ Cavallino .	5.4	21 8 38	9 31 17,19		17,42	17,31	10	10	+ 0,12	14,43	— 1,71	7372
883	α Cavallino .	4	21 9 50	4 45 9,03		8,94	8,99	10	11	+ 0,12	14,68		7380
884	9 Cavallino .	6	21 15 9	6 50 48,40		48,09	48,24	10	11	+ 0,11	15,10	— 2,95	7405
885	1 Pegaso . . .	4.5	21 16 32	19 17 30,36		30,45	30,40	10	10	+ 0,33	15,23		7418
886	6 Cefeo	6	21 16 53	64 21 47,96		48,08	48,02	11	11	+ 0,60	15,19	+ 0.28	7428
887	β Cavallino .	5	21 16 56	6 17 57,31		57,55	57,43	11	10	+ 0,18	15,24	— 2,36	7421
888	Dragone . .	6	21 17 1	76 30 25,71		25,62	25,67	11	10	+ 0,60	15,22	— 0,22	7438
889	B.A.C.7504	6	21 23 19	86 32 16,22		16,05	16,14	13	11	+ 1,61	15,58		7504
890	7 Cefeo	6	21 25 27	66 17 8,11		8,27	8,19	10	10	+ 0,56	15,32	— 0,79	7482
891	β Cefeo	3	21 27 6	70 2 2,46		2,46	2,46	10	10	+ 0,55	15,71		7493
892	Cefeo	6.7	21 28 23	80 0 4,59		4,51	4,55	11	10	+ 0,68	15,92	— 4,85	7510
893	Dragone . .	5.6	21 28 58	75 52 35,04		34,88	34,96	13	11	+ 0,62	15,83	+ 2,72	7509
894	Cefeo	6	21 29 26	70 17 33,84		33,86	33,85	10	10	+ 0,56	15,88	+ 0,12	7508
895	3 Pegaso . . .	6	21 31 45	6 4 47,89		48,12	48,01	12	12	+ 0,15	16,02	— 1,79	7519
896	5 Pegaso . . .	6.5	21 32 9	18 46 46,55		46,74	46,65	11	10	+ 0,24	16,11	— 5,46	7520
897	d Aquario . .	6.5	21 33 28	1 42 17,69		17,74	17,72	11	11	+ 0,41	16,07	— 5,18	7527
898	26 Aquario . .	6	21 36 3	0 44 22,32		22,14	22,23	12	11	+ 1,61	16,21	+ 1,03	7546
899	7 Pegaso . . .	6.5	21 36 16	5 8 2,57		2,45	2,51	10	10	+ 0,11	16,19	+ 5,74	7547
900	ε Pegaso . . .	2.3	21 38 18	9 19 31,67		31,74	31,71	10	11	+ 0,10	16,35		7561
901	9 Pegaso . . .	5	21 38 50	16 48 1,08		1,13	1,11	10	10	+ 0,31	16,43	— 6,07	7567
902	11 Cefeo	5	21 40 10	70 45 32,50		32,40	32,45	11	10	+ 0,57	16,52		7588
903	27 Aquario. . .	6.5	21 41 9	2 7 54,34		54,54	54,44	11	11	+ 0,03	16,57	— 5,60	7587
904	78 Dragone . .	6	21 41 36	71 46 12,43		12,49	12,46	10	11	+ 0,57	16,49	— 1,84	7597
905	13 Pegaso . . .	6	21 44 26	16 43 42,51		42,81	42,66	11	11	+ 0,12	16,64	— 5,39	7606
906	Cefeo	6.7	21 44 55	69 35 40,66		40,48	40,57	10	10	+ 0,59	16,68	— 1,62	7610
907	Cefeo	6	21 45 13	64 36 43,84		43,74	43,79	11	10	+ 0,59	16,69	+ 2,25	7611
908	Cefeo	6.7	21 46 21	66 14 3,58		3,67	3,63	11	10	+ 0,58	16,74	— 3,48	7621
909	17 Pegaso . . ,	6.5	21 51 6	11 30 26,05		25,98	26,02	10	11	+ 0,03	17,01	— 5,70	7641
910	79 Dragone . .	6.7	21 51 22	73 8 4,56		4,50	4,53	12	10	+ 0,57	16,97		7654

Declinazioni medie pel 1880,0 di 1004 stelle dell'Emisfero Nord

Numero	NOME DELLA STELLA	Grandezza	AR media approssimata 1880,0	Declinazione media 1880,0			Osservazioni			Variazione annua in declinazione	Differenza col Catalogo B.A.C.	N. del B. A. C.
				Osservazioni		medio	Num.		Epoca media			
				dirette	riflesse		dirette	riflesse	1880,0			
			h m s	° ′ ″	″	″				″	″	
911	18 Pegaso . . .	6	21 54 8	6 8 34,02	34,13	34,08	11	12	+ 0,03	+ 17,15	— 4,17	7659
912	28 Aquario. . .	6	21 54 57	0 1 45,23	45,21	45,22	12	10	+ 1,60	17,09	+ 6,17	7660
913	19 Pegaso . . .	6	21 55 12	7 40 53,27	53,28	53,28	11	11	+ 0,05	17,17	— 0,34	7662
914	20 Pegaso . . .	6.5	21 55 15	12 32 44,22	44,39	44,31	11	10	+ 0,59	17,10		7664
915	Cefeo	6	21 56 8	79 44 13,90	13,73	13,82	9	10	+ 0,59	17,20	+ 1,73	7678
916	21 Pegaso . . .	6	21 57 26	10 48 26,20	26,22	26,21	10	10	+ 0,06	17,25	+ 0,42	7674
917	16 Cefeo	5.6	21 57 32	72 36 32,72	32,52	32,62	11	10	+ 0,58	17,08	+ 0,52	7686
918	ν Pegaso . . .	5	21 59 38	4 28 21,11	21,31	21,21	10	9	+ 0,12	17,45	+ 1,12	7689
919	ξ Cefeo	5	22 0 19	64 2 36,83	36,57	36,70	11	11	+ 0,64	17,46	+ 1,13	7700
920	Cefeo	6	22 2 31	82 17 29,25	29,47	29,36	11	11	+ 1,61	17,48	— 2,63	7732
921	Cefeo	6	22 2 39	82 17 33,06	33,09	33,07	11	11	+ 1,62	17,46	+ 2,68	7735
922	θ Pegaso . . .	3.4	22 4 9	5 36 28,78	28,74	28,76	11	12	— 0,18	17,58		7723
923	Pegaso . . .	6	22 6 4	15 26 58,57	58,85	58,71	11	9	+ 0,06	17,52	+ 5,68	7742
924	24 Cefeo	5.4	22 7 30	71 45 0,68	0,83	0,75	10	10	+ 0,63	17,67		7758
925	Cefeo	6	22 7 55	71 31 15,27	15,36	15,32	11	10	+ 0,62	17,70	— 0,64	7761
926	Cefeo	6	22 7 57	69 32 24,34	24,33	24,34	10	11	+ 0,62	17,79	— 2,38	7760
927	30 Pegaso . . .	5.6	22 14 26	5 11 13,06	13,26	13,16	11	11	+ 0,06	17,94	+ 2,36	7788
928	31 Pegaso . . .	5.4	22 15 37	11 36 3,62	3,75	3,68	10	11	+ 0,05	18,00		7796
929	π Aquario. . .	5.4	22 19 9	0 46 8,62	8,55	8,58	11	11	+ 1,62	18,14		7814
930	34 Pegaso . . .	6	22 20 31	3 46 51,78	51,45	51,61	10	10	— 0,17	18,25	— 5,03	7823
931	35 Pegaso . . .	6.5	22 21 47	4 5 38,81	38,78	38,80	12	11	+ 0,16	17,96	— 3,04	7827
932	Orsa min. .	5.6	22 22 46	85 30 10,97	11,05	11,01	13	12	+ 1,66	18,29	+ 5,17	7851
933	Orsa min. .	7	22 23 3	85 37 3,14	2,90	3,02	11	10	+ 1,68	18,32	+ 0,20	7854
934	37 Pegaso . . .	6.5	22 23 54	3 49 21,68	21,75	21,72	12	12	+ 0,20	18,19	— 0,29	7838
935	28 Cefeo	6.5	22 25 47	78 10 26,80	26,60	26,70	11	10	+ 0,67	18,37	— 2,45	7857
936	Cefeo	6	22 26 5	80 5 17,98	17,78	17,88	12	12	+ 0,65	18,39	+ 2,85	7859
937	39 Pegaso . . .	6	22 26 48	19 36 43,37	43,00	43,19	10	11	+ 0,18	18,44	+ 0,14	7856
938	ϱ Cefeo	6.5	22 28 48	78 12 29,36	29,24	29,30	11	11	+ 0,64	18,46	+ 0,15	7874
939	226 Cefeo. . . .	5.6	22 30 10	75 36 29,17	29,29	29,23	11	10	+ 0,65	18,52		7881
940	31 Cefeo	5	22 32 48	73 1 13,60	13,68	13,64	10	10	+ 0,66	18,62		7896
941	40 Pegaso . . .	6	22 33 4	18 54 6,06	5,93	6,00	11	10	+ 0,18	18,56	— 1,82	7893
942	41 Pegaso . . .	6	22 33 58	19 3 25,27	25,06	25,17	11	11	+ 0,26	18,70	— 2,57	7900
943	Cefeo	6.7	22 34 37	74 44 52,07	51,83	51,95	11	10	+ 0,66	18,68	+ 2,75	7907
944	ζ Pegaso . . .	3.4	22 35 29	10 12 18,83	18,86	18,84	11	12	+ 0,11	18,71		7908
945	Pegaso . . .	6	22 36 1	13 53 24,82	25,07	24,95	11	11	+ 0,65	18,72	— 2,04	7912

Declinazioni medie pel 1880,0 di 1004 stelle dell'Emisfero Nord

Numero	NOME DELLA STELLA	Grandezza	AR media approssimata 1880,0	Declinazione media 1880,0			Osservazioni			Variazione annua in declinazione	Differenza col Catalogo B.A.C.	N. del B.A.C.
				Osservazioni		medio	Num.		Epoca media 1880,0			
				dirette	riflesse		dirette	riflesse				
			h m s	° ′ ″	″	″				″	″	
946	Cefeo	6	22 39 6	80 45 51,86	51,82	51,84	11	11	+ 0,66	+ 18,81	+ 1,18	7941
947	45 Pegaso . . .	6	22 39 38	18 44 3,29	3,07	3,18	11	10	+ 0,36	18,94	— 3,08	7937
948	ξ Pegaso . . .	5.4	22 40 42	11 33 28,20	28,30	28,25	11	10	+ 0,11	18,44	— 5,71	7943
949	Cefeo	6.7	22 44 54	67 56 1,65	1,52	1,59	11	10	+ 0,65	19,00	+ 7,06	7963
950	ι Cefeo	4.3	22 45 25	65 34 10,05	10,19	10,12	11	10	+ 0,66	18,86		7967
951	σ Pegaso . . .	5	22 46 20	9 11 50,71	51,11	50,91	11	11	+ 0,11	19,09	— 1,42	7971
952	Pegaso . . .	6	22 47 8	16 12 17,11	17,13	17,12	10	13	+ 0,38	19,04	— 2,28	7975
953	Cefeo	5	22 47 54	82 31 1,79	1,74	1,76	11	10	+ 0,67	19,14	— 0,44	7990
954	1 Pesci	6.7	22 48 51	0 25 33,19	33,27	33,24	11	11	+ 1,64	19,07	+ 5,21	7985
955	ϱ Pegaso . . .	5	22 49 11	8 10 34,32	34,51	34,42	10	13	+ 0,10	19,16	— 1,48	7988
956	Pesci	6.7	22 51 26	3 10 5,06	5,17	5,12	11	12	+ 0,22	19,16	— 0,58	7996
957	52 Pegaso . . .	6	22 53 12	11 5 15,64	15,74	15,69	10	11	+ 0,22	19,20	— 2,58	8003
958	2 Pesci	6	22 53 19	0 19 20,74	20,66	20,70	10	12	+ 1,70	19,09	+ 5,80	8005
959	Cefeo	6.7	22 54 3	72 29 31,46	31,17	31,32	11	10	+ 0,64	19,23	— 1,64	8015
960	Cefeo	5.6	22 55 19	83 42 14,18	14,23	14,21	14	10	+ 1,66	19,31	— 1,36	8026
961	β Pesci	5.4	22 57 47	3 10 26,59	26,70	26,65	10	13	+ 0,10	19,32	— 0,89	8031
962	α Pegaso . . .	2	22 58 47	14 33 35,63	35,59	35,61	10	12	+ 0,34	19,33		8034
963	55 Pegaso . . .	5	23 0 58	8 45 41,93	42,31	42,12	11	10	+ 0,09	19,40	— 1,09	8051
964	A Pesci	6	23 2 32	1 28 29,82	29,99	29,91	10	11	+ 0,10	19,57	— 3,50	8060
965	57 Pegaso . . .	5.6	23 3 28	8 1 37,21	37,18	37,20	10	11	+ 0,21	19,46	+ 0,09	8070
966	58 Pegaso . . .	5.6	23 3 59	9 10 18,51	18,67	18,59	11	11	+ 0,23	19,50	— 4,69	8071
967	π Cefeo	5.4	23 4 5	74 44 19,83	19,89	19,86	11	10	+ 0,68	19,42		8074
968	59 Pegaso . . .	5	23 5 41	8 4 6,74	6,95	6,85	11	11	+ 0,11	19,50	— 0,73	8078
969	Cefeo	6	23 10 20	73 34 37,57	37,76	37,67	11	10	+ 0,66	19,60	+ 0,57	8104
970	γ Pesci	4	23 10 57	2 37 36,26	36,11	36,18	11	11	— 0,15	19,59		8105
971	Cefeo	6	23 11 0	70 14 1,18	1,16	1,17	10	11	+ 0,67	19,59	+ 1,34	8106
972	Cefeo	6	23 13 33	73 1 59,38	59,17	59,28	10	11	+ 0,67	19,65	— 2,22	8122
973	o Cefeo	6.5	23 13 42	67 27 17,48	17,37	17,43	10	10	+ 0,66	19,63		8124
974	b Pesci	6	23 14 14	4 43 34,83	35,15	34,99	11	10	— 0,15	19,62	— 0,33	8127
975	66 Pegaso . . .	6.5	23 17 2	11 39 23,08	23,29	23,19	11	10	— 0,20	19,74	— 6,50	8149
976	$\varkappa$ Pesci	5.4	23 20 47	0 35 55,71	55,85	55,78	12	11	+ 1,70	19,65		8169
977	9 Pesci	6	23 21 6	0 27 48,89	49,11	49,00	12	10	+ 1,71	19,71	+ 3,74	8170
978	Cefeo	6	23 21 12	70 1 27,99	27,85	27,92	11	10	+ 0,70	19,73	+ 6,55	8173
979	θ Pesci	4.5	23 21 53	5 43 12.91	12,98	12,95	11	11	— 0,20	19,75		8177
980	Cefeo	6	23 22 11	69 41 58,64	58,46	58,55	11	10	+ 0,52	19,79	— 0,02	8180

Declinazioni medie pel 1880,0 di 1004 stelle dell'Emisfero Nord

Numero	NOME DELLA STELLA	Grandezza	AR media approssimata 1880,0	Declinazione media 1880,0			Osservazioni			Variazione annua in declinazione	Differenza col Catalogo B.A.C.	N. del B. A. C.
				Osservazioni		medio	Num.		Epoca media 1880,0			
				dirette	riflesse		dirette	riflesse				
			h m s	° ′ ″	″	″					″	
981	70 Pegaso . . .	5	23 23 5	12 5 54,52	54,47	54,50	11	11	+ 0,22	+ 19,81		8182
982	B.A.C. 8213.	5.6	23 27 50	86 38 42,88	42,92	42,90	11	11	+ 1,68	19,88		8213
983	Cefeo	6	23 29 46	70 58 43,40	43,59	43,50	11	11	+ 0,67	19,90	+ 0,45	8217
984	16 Pesci	6	23 30 16	1 26 10,75	10,82	10,79	11	12	— 0,20	19,99	— 4,78	8218
985	75 Pegaso . . .	6.5	23 31 53	17 44 9,36	9,30	9,33	10	10	+ 0,24	19,98	— 5,11	8227
986	ι Pesci	4 5	23 33 47	4 58 33,28	33,11	33,20	12	11	+ 0,13	19,47		8233
987	γ Cefeo	3.4	23 34 26	76 57 45,29	45,08	45,19	10	11	+ 0,70	20,07		8238
988	λ Pesci	5	23 35 56	1 7 10,81	10,66	10,74	14	11	+ 1,71	19,82	— 3,67	8243
989	76 Pegaso . . .	6.7	23 36 38	15 40 10,83	10,41	10,62	10	10	+ 0,29	19,96	+ 1,31	8248
990	77 Pegaso . . .	6.5	23 37 16	9 39 55,66	55,92	55,79	12	13	+ 0,09	19,95	+ 2,78	8250
991	19 Pesci	6	23 40 16	2 49 15,88	16,08	15,98	11	11	— 0,21	20,00	— 4,20	8262
992	41 H. Cefeo . .	6	23 42 11	67 8 24,02	24,10	24,06	11	10	+ 0,70	19,99		8273
993	Cassiopea. .	6.7	23 42 50	64 12 34,82	34,61	34,72	11	10	+ 0,70	20,00	— 1,93	8277
994	21 Pesci	6	23 43 19	0 24 36,51	36,57	36,54	12	11	+ 1,71	19,92	+ 7,09	8281
995	22 Pesci	6.7	23 45 49	2 15 47,73	47,98	47,85	10	11	— 0,20	20,04	— 4,00	8295
996	φ Pegaso . . .	6.5	23 46 23	18 27 14,05	14,09	14,07	10	10	+ 0,35	20,00		8299
997	82 Pegaso . . .	6.5	23 46 30	10 16 46,93	47,28	47,11	10	12	+ 0,23	19,98	+ 6,09	8300
998	26 Pesci	6	23 49 0	6 24 13,29	13,36	13,32	11	11	— 0,15	20,06	— 3,80	8312
999	Gr. 4163. .	7	23 49 1	73 44 33,62	33,56	33,59	11	11	+ 0,69	20,00		8314
1000	ω Pesci	4	23 53 9	6 11 55,98	56,10	56,04	10	12	— 0,17	19,94		8331
1001	c^1 Pesci	6.7	23 56 15	8 17 19,25	19,37	19,31	11	12	— 0,16	20,04	— 0,62	8353
1002	c^2 Pesci	6	23 56 22	7 49 8,33	8,62	8,48	10	11	— 0,14	20,02	— 1,35	8354
1003	Cassiopea. .	6.7	23 56 28	65 25 51,00	50,80	50,90	11	11	+ 0,72	20,06	— 2,73	8355
1004	86 Pegaso . . .	6	23 59 32	12 43 41,58	41,45	41,52	11	12	+ 0,23	20,09	— 4,31	8370

APPENDICE

Declinazioni medie pel 1880,0 di 67 stelle comprese dai paralleli 20° e 64° nord, da aggiungere a quelle del Catalogo delle 1463 stelle, pubblicato nel 1880.

Nella compilazione del Catalogo in declinazione di 1463 stelle, comprese fra i paralelli 20° e 64° nord, che venne pubblicato nel 1880 nel Volume VIII della 3ª Serie delle Memorie della classe di scienze fisiche, matematiche e naturali della R. Accademia dei Lincei, non furono comprese alcune stelle, sulle quali si erano fatte poche osservazioni, ed altre sfuggite o dimenticate nel quadro generale delle stelle da osservarsi.

Il numero complessivo di queste stelle è 67, e siccome tutte vennero osservate regolarmente insieme alle 1004 stelle contenute nel Catalogo ora presentato, così ho creduto opportuno di dare in questa Appendice la declinazione media di queste stelle, come supplemento al Catalogo delle 1463 stelle pubblicato nel 1880.

Nella riduzione delle declinazioni apparenti di queste 67 stelle furono usate le latitudini istrumentali ottenute pel suddetto Catalogo; applicando però alle distanze zenitali osservate le correzioni richieste dalla costante della flessione corrispondente al secondo micrometro, e dall' errore accidentale delle divisioni del circolo usate nella determinazione del nadir per le osservazioni fatte pel Catalogo delle 1004 stelle.

Non ho poi creduto opportuno di ridurre le declinazioni medie di queste 67 stelle all' epoca 1875,0 adottata pel primo Catalogo cui esse vanno aggiunte, per evitare l' influenza degli errori possibili nei loro movimenti proprî in declinazione.

L. Respighi

Declinazioni medie pel 1880,0 di 67 stelle dell'Emisfero Nord

Numero	NOME DELLA STELLA	Grandezza	AR media approssimata 1880,0	Declinazione media 1880,0			Osservazioni			Variazione annua in declinazione	Differenza col Catalogo B. A. C.	N. del B. A. C.
				Osservazioni		medio	Num.		Epoca media 1880,0			
				dirette	riflesse		dirette	riflesse				
			h m s	° ′ ″	″	″				″	″	
1	10 Cassiopea. .	6	0 0 13	63 31 41,19	41,09	41,14	9	10	+ 1,68	+ 20,07	+ 0,04	8373
2	ψ^2 Pesci	6.5	1 1 31	20 6 1,70	1,66	1,68	11	12	— 0,11	19,23	+ 1,52	322
3	Cassiopea. .	6.7	1 38 58	63 15 32,85	32,89	32,87	11	10	+ 0,36	18,08	— 8,52	535
4	53 Cassiopea. .	6	1 54 8	63 48 34,58	34,30	34,44	11	12	+ 0,86	17,64	— 0,74	611
5	τ^1 Ariete . . .	5	3 14 18	20 42 47,80	47,79	47,80	11	10	— 0,07	13,22	+ 1,57	1034
6	τ^2 Ariete . . .	5.6	3 15 51	20 18 41,12	41,29	41,21	11	10	— 0,03	13,15	— 0,51	1045
7	65 Ariete . . .	6	3 17 31	20 22 35,12	34,70	34,91	11	10	— 0,03	13,04	+ 2,12	1053
8	Giraffa . . .	6.5	3 35 33	62 57 51,49	51,41	51,45	11	11	— 0,33	11,75	+ 4,15	1133
9	Giraffa . . .	6.5	3 46 49	62 43 6,70	6,70	6,70	12	11	— 0,33	11,06	— 1,96	1203
10	A' Toro	5.4	3 57 36	21 45 8,56	8,83	8,70	13	11	— 0,05	10,12		1257
11	A^2 Toro	6.7	3 58 14	21 41 1,78	2,10	1,94	10	9	— 0,02	10,06	— 3,48	1260
12	ω^2 Toro	6.5	4 10 14	20 16 53,40	53,75	53,57	10	10	— 0,30	9,18	+ 0,31	1311
13	$\varkappa^1$ Toro	5.4	4 18 13	22 1 3,57	3,72	3,64	10	10	+ 0,06	8,57	— 1,66	1362
14	Giraffa . . .	6	4 40 51	63 17 53,35	53,57	53,46	10	10	— 0,03	6,72	— 1,22	1470
15	Toro	6	4 48 57	24 23 56,65	56,44	56,54	12	11	+ 0,06	6,12	+ 5,82	1518
16	l Toro	6.5	5 0 42	20 15 30,00	29,69	29,85	10	11	+ 0,02	5,08	+ 1,20	1570
17	105 Toro	6	5 0 45	21 32 39,88	39,71	39,80	10	10	+ 0,48	5,17	— 5,62	1571
18	14 Giraffa . . .	6	5 2 21	62 32 26,86	26,85	26,85	11	10	+ 0,08	5,00	+ 0,86	1583
19	χ^1 Orione . . .	5.4	5 47 17	20 15 7,39	7,35	7,37	10	11	0,00	1,01	— 0,69	1876
20	χ^2 Orione . . .	5	5 56 48	20 8 21,19	21,21	21,20	10	11	+ 0,03	+ 0,24	+ 1,50	1939
21	6 Gemelli. . .	6	6 5 2	22 56 1,75	1,66	1,71	11	11	+ 0,04	— 0,46	+ 1,08	1987
22	Gemelli. . .	6	6 20 38	20 51 42,30	42,11	42,21	10	11	— 0,27	1,85	— 0,55	2080
23	16 Gemelli. . .	6	6 20 49	20 34 1,25	1,05	1,15	10	13	+ 0,02	1,86	+ 4,49	2084
24	48 Auriga . . .	6.5	6 20 51	30 33 54,26	54,12	54,19	10	9	+ 0,02	1,86	+ 0,51	2082
25	ν Gemelli. . .	5.4	6 21 50	20 17 11,19	11,29	11,24	10	11	— 0,27	1,94	+ 1,39	2090
26	Auriga . . .	6	6 24 38	32 32 18,48	18,36	18,42	10	11	+ 0,09	2,13	— 5,23	2110
27	ζ Gemelli . .	4	6 57 0	20 44 41,08	41,01	41,05	11	10	— 0,62	4,94		2305
28	57 Giraffa , . .	6	8 8 50	62 52 33,19	33,23	33,21	10	10	— 0,37	10,69	+ 0,38	2765
29	Lince. . . .	6	8 29 25	53 49 4,45	4,25	4,35	11	10	+ 0,10	12,17	— 1,18	2887
30	39 Cancro . . .	6	8 33 12	20 25 48,78	48,93	48,85	10	10	— 0,52	12,45	+ 1,55	2917
31	40 Cancro . . .	6	8 33 17	20 23 38,54	38,29	38,42	10	10	— 0,47	12,42	+ 0,92	2918
32	b Orsa magg.	5	8 43 28	62 24 33,94	34,02	33,98	11	11	— 0,33	12,96	— 7,20	2982
33	c Orsa magg.	5	9 4 51	61 54 57,73	57,57	57,65	10	10	— 0,36	14,54	— 0,53	3125
34	h Orsa magg.	3.4	9 22 3	63 35 6,91	7,04	6,98	10	11	— 0,17	15,44		3221
35	Orsa magg.	6	9 38 23	63 48 16,37	16,06	16,22	11	12	+ 0,19	16,35	— 4,28	3325

Declinazioni medie pel 1880,0 di 67 stelle dell'Emisfero Nord

Numero	NOME DELLA STELLA	Grandezza	AR media approssimata 1880,0	Declinazione media 1880,0			Osservazioni			Variazione annua in declinazione	Differenza col Catalogo	N. del B. A. C.
				Osservazioni dirette	Osservazioni riflesse	medio	Num. dirette	Num. riflesse	Epoca media 1880,0		B. A. C.	
			h m s	° ′ ″	″	″				″	″	
36	φ Orsa magg.	5.4	9 43 56	54 37 26,60	26,32	26,46	11	11	— 0,14	— 16,67	+ 3,98	3358
37	b Leone. . . .	4.5	10 55 56	20 49 24,18	23,88	24,03	12	10	— 0,59	19,24	— 2,47	3776
38	Orsa magg.	6.7	11 22 12	62 25 50,67	50,58	50,63	11	11	+ 0,24	19,66	+ 7,02	3904
39	Orsa magg.	6	11 30 40	62 51 36,68	36,49	36,59	10	10	+ 0,08	19,89	+ 2,09	3942
40	93 Leone. . . .	4.5	11 41 48	20 53 9,86	9,66	9,76	12	10	+ 0,34	19,99	— 1,36	3990
41	Orsa magg.	6	11 50 37	62 13 6,48	6,39	6,44	10	11	+ 0,24	20,04	— 2,37	4036
42	Orsa magg.	6	11 59 36	63 36 12,84	12,71	12,77	11	10	+ 0,17	20,05	— 6,20	4074
43	76 Orsa magg.	6	12 36 19	63 22 19,61	19,44	19,53	10	10	+ 0,31	19,83		4276
44	Orsa magg.	6	12 42 11	63 26 10,64	10,50	10,57	11	10	+ 0,67	19,70	— 1,23	4300
45	Orsa magg.	6	13 1 39	62 41 7,71	7,62	7,67	10	10	+ 0,32	19,36	— 1,15	4392
46	Dragone . .	6	13 21 56	63 52 39,33	39,31	39,32	11	11	+ 0,65	18,79	+ 15,54	4497
47	82 Orsa magg.	6	13 34 52	53 31 41,62	41,58	41,60	13	10	+ 0,62	18,37	+ 2,90	4564
48	Dragone . .	6	14 27 57	63 42 60,02	59,80	59,91	10	10	+ 0,02	16,02	+ 0,64	4817
49	Boote. . . .	6	14 45 47	37 45 53,74	53,71	53,73	14	10	+ 0,85	15,03	+ 6,31	4906
50	Dragone . .	6	15 20 40	63 46 12,79	12,88	12,83	11	10	+ 0,38	12,85	— 21,25	5091
51	Dragone . .	6	15 25 28	62 41 27,96	27,89	27,93	10	10	— 0,14	12,65	+ 7,19	5116
52	ι Serpente . .	6	15 36 12	20 3 27,89	27,62	27,76	10	10	— 0,23	11,80	— 2,15	5187
53	12 H. Dragone.	5	15 44 51	62 58 14,77	14,91	14,84	10	10	+ 0,41	11,22		5249
54	Serpente . .	6	15 49 17	20 39 48,98	48,90	48,94	10	10	— 0,57	10,83	+ 1,07	5273
55	π Serpente . .	5.4	15 57 8	23 8 18,95	19,35	19,15	11	10	— 0,22	10,16	— 2,79	5322
56	Dragone . .	6	16 22 12	61 58 11,12	10,97	11,05	11	10	+ 0,44	8,30	+ 2,10	5509
57	Ercole . . .	6	16 25 19	20 44 33,08	33,13	33,11	10	10	— 0,08	8,06	— 3,35	5527
58	Ercole . . .	6	16 32 41	46 51 24,32	23,95	24,14	11	10	+ 0,46	7,46	+ 0,39	5568
59	Dragone . .	6.7	16 35 42	63 18 51,28	51,31	51,30	10	10	+ 0,43	7,22	— 5,46	5601
60	Dragone . .	6	17 11 30	63 0 42,08	41,93	42,01	10	10	+ 0,42	4,24	+ 5,08	5840
61	Ercole . . .	6	17 21 39	20 11 3,16	3,38	3,27	10	12	+ 0,14	— 3,47	+ 8,39	5900
62	d Dragone . .	5	18 30 31	56 57 14,54	14,47	14,50	10	10	+ 0,48	+ 2,65	— 0,86	6348
63	Volpetta . .	6	19 10 7	21 1 24,59	24,26	24,42	12	10	+ 0,53	6,08	— 2,60	6582
64	Volpetta . .	6	19 26 49	20 40 31,56	31,36	31,46	10	10	+ 0,24	7,35	+ 3,96	6695
65	Dragone . .	5.6	19 33 29	63 10 2,76	2,78	2,77	11	10	+ 0,54	7,96	+ 1,78	6737
66	Dragone . .	6	20 3 14	63 32 42,09	42,16	42,12	11	10	+ 0,58	10,27	+ 4,90	6930
67	51 Pegaso . . .	6.5	22 51 34	20 7 32,38	32,04	32,21	10	9	+ 0,68	19,24	— 0,06	7997

Fondamenti di una teoria dello spazio generato dai complessi lineari.

Memoria del Socio RICCARDO DE PAOLIS.

letta nella seduta del 15 febbraio 1885

I. Il sistema nullo ed il complesso lineare.

1. Siano P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 cinque punti dati, quattro qualunque dei quali non giacciano sopra uno stesso piano, e siano $\pi_1, \pi_2, \pi_3, \pi_4, \pi_5$ rispettivamente i piani $P_5P_1P_2$, $P_1P_2P_3$, $P_2P_3P_4$, $P_3P_4P_5$, $P_4P_5P_1$. Facendo corrispondere proiettivamente ad ogni piano π_i il relativo punto P_i viene individuato un *sistema nullo* (1), cioè una speciale reciprocità involutoria dello spazio per la quale ogni punto P giace sul corrispondente *piano polare* π, e viceversa ogni piano π passa per il corrispondente *polo* P.

In un sistema nullo ad ogni retta r corrisponde una *retta reciproca* r'. Due rette reciproche non si incontrano, se hanno un punto comune coincidono. Vi sono ∞^3 rette reciproche di se stesse, la forma che generano è un *complesso lineare*. In un piano qualunque esiste un fascio di raggi di un complesso lineare, quello che ha per centro il polo del piano; un punto qualunque è centro di un fascio di raggi di un complesso lineare, quello che giace nel piano polare del punto.

Due rette reciproche rispetto ad un sistema nullo si dicono pure *reciproche* rispetto al complesso lineare da esso determinato.

2. Quando si hanno due tetraedri contemporaneamente inscritti e circoscritti (2), facendo corrispondere ai vertici di uno i piani dell'altro passanti per essi, vengono individuate nello spazio infinite reciprocità, tra esse una sola è un sistema nullo, quindi i due tetraedri individuano un complesso lineare. Viceversa, quando si ha un complesso lineare, quattro punti non situati in uno stesso piano ed i loro quattro piani polari sono i vertici ed i piani di due tetraedri contemporaneamente inscritti e circoscritti.

3. Dato un complesso lineare C_3, un punto arbitrario P_1 determina il suo piano polare π_1, su cui giace, preso ad arbitrio un punto P_2 di π_1 è determinato il suo

(1) Giorgini, *Sopra alcune proprietà dei piani principali e delle coppie di forze equivalenti* (Memorie della Società italiana delle scienze. Vol. XX, 1827). — Möbius, *Ueber eine besondere Art dualer Verhältniss zwischen Figuren im Raume.* (Crelle, Bd. X, 1833).

(2) Möbius, *Kann von zwei dreiseitigen Pyramiden eine jede in Bezug auf die andere um- und eingeschrieben zugleich heissen?* (Crelle, Bd. 3, 1826). — Steiner, *Systematische Entwickelung* etc. n. 58 (Berlin, 1832).

piano polare π_2, che deve passare per P_1, P_2, preso ad arbitrio un punto P_3 di π_2 è determinato il suo piano polare π_3, che deve passare per P_2, P_3, preso ad arbitrio un punto P_4 di π_3 è determinato il suo piano polare π_4, che deve passare per P_3, P_4, e finalmente preso ad arbitrio un punto P_5 della retta comune ai piani π_4, π_1 è determinato il suo piano polare π_5, che deve passare per P_4, P_5, P_1. Il pentagono $P_1P_2P_3P_4P_5$ ed il pentaedro $\pi_1\pi_2\pi_3\pi_4\pi_5$ costruiscono il complesso C_3. Si trovano così ∞^{10} costruzioni di un dato complesso lineare; ma tutte le possibili coppie di pentagoni e pentaedri che costruiscono un complesso lineare sono evidentemente ∞^{15}, dunque:

I complessi lineari sono ∞^5.

4. Un particolare sistema nullo si può stabilire fissando una retta a e prendendo come polo di un piano qualunqne π il punto P in cui sega a, come piano polare di un punto qualunque P il piano π che lo proietta da a. Ogni punto di a ha per piani polari tutti i suoi piani, ogni piano di a ha per poli tutti i suoi punti. Il *complesso lineare speciale* individuato da questo particolare sistema nullo è generato da tutti i raggi che si appoggiano alla retta a, la quale è l'*asse* del complesso speciale, e, siccome questo è individuato dal suo asse, possiamo dire che:

I complessi lineari speciali sono ∞^4.

Rispetto ad un complesso lineare speciale ogni retta è reciproca dell'asse.

5. Una retta appartiene ad un complesso lineare se incontra la sua retta reciproca, dunque:

Fissare la posizione di un raggio di un complesso lineare equivale ad una condizione.

Quanti sono i complessi lineari che passano per cinque rette date ad arbitrio?

Chiamiamo a_h cinque raggi qualunque di C_3. Se il piano π_1, polare di un punto P_1 di a_1, sega a_2 in P_2, il piano polare π_2 di P_2 è P_1a_2; se π_2 sega a_3 in P_3 il piano polare π_3 di P_3 e P_2a_3, se π_3 sega a_4 in P_4 il piano polare π_4 di P_4 è P_3a_4, se π_4 sega a_5 in P_5 il piano polare π_5 di P_5 è P_4a_5, questo piano π_5 sega a_1 in P_1' ed evidentemente P_1, P_1' generano due punteggiate proiettive, i due elementi uniti dànno due pentagoni, i cui vertici sono situati sulle a_h, e due pentaedri corrispondenti, i cui piani passano per le stesse a_h.

Rimane così stabilito che un dato complesso lineare può essere costruito in 24 modi con un pentagono i cui vertici stiano sopra cinque dati suoi raggi e con un pentaedro corrispondente i cui piani passino per gli stessi raggi. Posto ciò prendiamo ad arbitrio cinque rette a_h ed un punto P_1 di a_1, poi per P_1 conduciamo la retta che si appoggia ad a_2, a_3 in D_{13}, P_3, per P_3 conduciamo la retta che si appoggia ad a_4, a_5 in D_{35}, P_5, per P_5 conduciamo la retta che si appoggia ad a_1, a_2 in D_{15}, P_2, per P_2 conduciamo la retta che si appoggia ad a_3, a_4 in D_{24}, P_4, e finalmente per P_4 conduciamo la retta che si appoggia ad a_5, a_1 in D_{41}, P_1'. I punti P_1, P_1' generano due punteggiate proiettive, i due elementi uniti dànno due pentagoni, i cui vertici sono situati sulle a_h, e due pentaedri corrispondenti, i cui piani passano per le stesse a_h. Di queste coppie di pentagoni e pentaedri corrispondenti se ne trovano 24, ciascuna costruisce un sistema nullo che individua un complesso lineare contenente le cinque rette date; ma viceversa un complesso lineare contenente le cinque rette si può sempre costruire come si è detto in 24 modi diversi, dunque:

Per cinque rette date passa in generale un complesso lineare ed uno solo.

Per quattro rette date passano in generale due complessi lineari speciali e due soli,
quelli che hanno per assi le due rette che si appoggiano alle quattro date.

II. Intersezione di due, tre, quattro complessi lineari.

6. Due complessi lineari C_3, C_3' hanno ∞^2 raggi comuni che generano una *congruenza lineare* C_2. Per un punto qualunque P passa in generale un raggio di C_2 ed uno solo, quello determinato dai piani π, π' polari di P; in un piano qualunque π giace in generale un raggio di C_2 ed uno solo, quello determinato dai poli P, P' di π. Se due raggi r_1, r_2 di C_2 hanno un punto comune P i suoi piani polari rispetto a C_3, C_3' coincidono col piano π di r_1, r_2, e quindi tutti i raggi del fascio determinato da r_1, r_2 appartengono a C_2; allora P è un *punto singolare* e π un *piano singolare* di C_2. Le coppie dei piani polari dei punti di una retta r_1 comune a due complessi C_3, C_3', presi rispetto ad essi, passano per r_1 e generano due fasci proiettivi, quindi in generale r_1 appartiene a due punti singolari P_1, P_2 ed a due piani singolari π_1, π_2. Se π_1, π_2 incontrano in P_2', P_1' un' altra retta qualunque di C_2, per P_1' passano i raggi r_2, P_2P_1' di C_2, e per P_2' passano i raggi r_2, P_1P_2' pure di C_2, dunque P_1', P_2' sono i due punti singolari di r_2 e P_1r_2, P_2r_2 sono i due piani singolari π_2', π_1' di r_2. Prendiamo una retta r che incontri in D_1, D_2 le due rette P_1P_1', P_2P_2', che chiameremo d_1, d_2. Per D_1 passano i raggi P_2D_1, $P_2'D_1$ di C_2, per D_2 passano i raggi P_1D_2, $P_1'D_2$ pure di C_2, dunque D_1, D_2 sono punti singolari di C_2 ed ogni retta r che si appoggia a d_1, d_2 è uno dei suoi raggi. Le rette di C_2 sono solamente quelle che si appoggiano a d_1, d_2; infatti se una retta r_2' di C_2 non si appoggiasse a d_1, d_2 incontrerebbe π_1, π_2 in due punti singolari D_2', D_1' e si dimostrerebbe allora che apparterrebbero a C_2 anche tutti i raggi che si appoggiano alle rette d_1', d_2' determinate dai punti P_1D_1', P_2D_2', quindi ad un punto ed a un piano qualunque apparterrebbero almeno due rette di C_2, ciò che è assurdo.

Una congruenza lineare è sempre generata dai raggi che si appoggiano a due rette direttrici.

Le direttrici della congruenza lineare comune a due complessi lineari sono reciproche rispetto ad essi.

7. Tutte le rette di un complesso C_3 che si appoggiano ad una retta data d sono quelle comuni a C_3 ed al complesso speciale che ha per asse d, dunque:

Tutte le rette di un complesso lineare che si appoggiano ad una retta data generano una congruenza lineare, che ha per direttrici la retta data e la sua reciproca rispetto al complesso.

8. Essendo una C_2 determinata dalle due direttrici, si vede che:

Le congruenze lineari sono ∞^8.

Affinchè una retta appartenga a due complessi lineari devono essere soddisfatte due condizioni, quindi:

Fissare la posizione di un raggio di una congruenza lineare equivale a due condizioni.

Per quattro rette date passa in generale una congruenza lineare ed una sola,

quella le cui direttrici sono le due rette che si appoggiano alle quattro date.

9. Una retta qualunque è direttrice di una congruenza lineare, e di una sola, appartenente ad un dato complesso lineare, dunque:

In un complesso lineare vi sono ∞^4 congruenze lineari.

10. Siano dati tre complessi lineari C_3, C'_3, C''_3. Prendiamo le direttrici d_1, d_2 della congruenza lineare comune a C_3, C'_3 e la retta δ_1 reciproca di d_1 rispetto a C''_3. Tutti i raggi di C''_3 che incontrano d_1 incontrano anche δ_1 e generano una congruenza lineare: tutte le rette che incontrano d_1, d_2, δ_1, ed esse sole, sono comuni ai tre complessi dati e costituiscono un sistema di generatrici di una superficie di secondo ordine, cioè una *rigata* C_1, le cui *direttrici* sono le rette che si appoggiano a tutti i suoi raggi, le quali rette generano un'altra rigata. Le tre coppie di direttrici delle tre congruenze comuni ai complessi C_3, C'_3, C''_3, presi due a due, e le tre coppie di rette reciproche rispetto al terzo complesso, sono direttrici di C_1.

11. Tutte le rette di un complesso C_3 che si appoggiano a due rette date d_1, d_2 sono quelle comuni a C_3 ed ai complessi speciali che hanno per assi d_1, d_2, dunque:

Tutte le rette di un complesso lineare che si appoggiano a due rette date generano una rigata, che ha per direttrici le due rette date e le loro reciproche rispetto al complesso.

Una congruenza lineare ed un complesso lineare hanno comune una rigata; le rette di una congruenza lineare che si appoggiano ad una retta data generano una rigata.

12. Una C_1 è determinata in ∞^3 modi da tre qualunque delle sue direttrici, dunque:

Le rigate sono ∞^9.

Fissare la posizione di un raggio di una rigata equivale a tre condizioni.

Per tre rette date passa in generale una rigata ed una sola.

13. Due rette qualunque sono direttrici di una rigata appartenente ad un complesso lineare, la quale si può individuare in ∞^2 modi con due qualunque delle sue direttrici, dunque:

In un complesso lineare vi sono ∞^6 rigate.

Una retta qualunque è direttrice di una rigata appartenente ad una congruenza lineare, la quale si può determinare in ∞^1 modi con una qualunque delle sue direttrici, dunque:

In una congruenza lineare vi sono ∞^3 rigate.

14. Quattro complessi lineari C_3, C'_3, C''_3, C'''_3 presi due a due si segano secondo sei congruenze lineari, e presi tre a tre si segano secondo quattro rigate. Se d_1, d_2 sono le direttrici della congruenza comune a C_3, C'_3 e d'_1, d'_2 sono le direttrici della congruenza comune e C''_3, C'''_3, le due rette r_1, r_2 che si appoggiano a d_1, d_2, d'_1, d'_2, ed esse sole, sono comuni ai quattro complessi dati. Le 12 direttrici delle sei congruenze si appoggiano tutte alle r_1, r_2 e per queste due rette passano le quattro rigate.

15. Tutte le rette di un complesso C_3 che si appoggiano a tre rette date d_1, d_2, d_3 sono quelle comuni a C_3 ed ai complessi speciali che hanno per assi d_1, d_2, d_3, dunque:

Vi sono due rette di un complesso lineare che si appoggiano a tre rette date.

Una congruenza lineare e due complessi lineari, ovvero due congruenze lineari, ovvero una rigata ed un complesso lineare, hanno due raggi comuni; vi sono sempre due raggi di una rigata o di una congruenza lineare che si appoggiano ad una o a due rette date.

III. Complessi lineari in involuzione.

16. Un punto qualunque P′ determina un piano polare π rispetto ad un complesso lineare C_3, il piano π determina un polo P rispetto ad un altro complesso lineare C'_3, e rispetto a C_3 il punto P determina un piano polare π', passante per P′. Ad ogni punto P′ corrisponde così un piano π' in un sistema nullo che individua un terzo complesso lineare C''_3. Se P si muove sopra una retta di C'_3 il piano π' ruota intorno ad una retta di C''_3, quindi ogni raggio di C'_3 ha per reciproco rispetto a C_3 un raggio di C''_3, e viceversa. I complessi C'_3, C''_3 si dicono *reciproci* rispetto a C_3.

Consideriamo due coppie r_1, r'_1; r_2, r'_2 di rette reciproche rispetto a C_3. Tutti i raggi di C_3 che si appoggiano ad r_1, r_2 generano una rigata e si appoggiano pure ad r'_1, r'_2, quindi le quattro rette r_1, r'_1, r_2, r'_2 appartengono ad un'altra rigata C_1. Se un complesso lineare C'_3 contiene le rette r_1, r_2, r'_1, e se s_1, s_2 sono due direttrici della rigata C_1, tutti i raggi di C'_3 che si appoggiano ad s_1, s_2 generano la stessa rigata, dunque r'_2, che è un raggio di C_1, è anche un raggio di C'_3. Questo risultato si può interpretare dicendo:

Un complesso lineare è reciproco di se stesso rispetto ad un altro, se contiene due raggi reciproci rispetto ad esso.

Supponiamo che C'_3 sia reciproco di se stesso rispetto a C_3. Se r è un raggio qualunque di C_3 ed r' la retta reciproca rispetto a C'_3, un raggio s di C'_3 che incontri r deve pure incontrare r'; il raggio s' di C'_3 reciproco di s rispetto a C_3 deve pure incontrare r ed r'. Ora tutte le rette di C_3 che incontrano s generano la congruenza che ha per direttrici s, s', dunque anche r' è un raggio di C_3.

Dati due complessi lineari, se il primo è reciproco di se stesso rispetto al secondo, viceversa il secondo è reciproco di se stesso rispetto al primo.

Diremo che due complessi lineari sono in *involuzione* quando ciascuno è reciproco di se stesso rispetto all'altro.

Affinchè due complessi lineari siano in involuzione deve essere soddisfatta una sola condizione,
basta che uno dei due complessi lineari contenga la retta reciproca di uno dei suoi raggi rispetto all'altro complesso lineare.

17. Abbiamo già detto che se un complesso lineare è speciale rispetto ad esso una retta qualunque è reciproca dell'asse, dunque:

Affinchè un complesso lineare sia in involuzione con uno speciale è necessario e sufficiente che contenga il suo asse.

Affinchè due complessi speciali siano in involuzione è necessario e sufficiente che i loro assi si incontrino.

18. Un punto P di un raggio r comune a due complessi lineari C_3, C'_3 determina un piano polare π', rispetto a C_3, che passa per r, e π' determina un polo P', rispetto a C'_3, situato sopra r; evidentemente P, P' generano due punteggiate proiettive. Se C_3, C'_3 sono in involuzione, cioè se C'_3 è reciproco di se stesso rispetto a C_3, preso il piano π polare di P rispetto a C'_3, il polo di π rispetto a C_3 deve essere P' (16), dunque a P, considerato come elemento di ambedue le punteggiate proiettive sovrapposte ad r, corrisponde sempre P'.

Dati due complessi lineari in involuzione le coppie dei poli di tutti i piani che appartengono ad un raggio comune descrivono un'involuzione (1), i cui punti doppî sono punti singolari della congruenza comune ai due complessi.

Dati due complessi lineari in involuzione le coppie dei piani polari di tutti i punti che appartengono ad un raggio comune descrivono un'involuzione (1), i cui piani doppî sono piani singolari della congruenza comune ai due complessi.

IV. I sistemi lineari di complessi lineari.

19. I complessi lineari C_3 in involuzione con uno dato C'_3 sono ∞^4. Per quattro rette ne passa uno, ed uno solo, quello che contiene una delle rette reciproche rispetto a C'_3, e quindi anche le altre.

I complessi lineari in involuzione con uno dato generano un sistema lineare ∞^4.

Nel sistema lineare S_4 vi sono ∞^3 complessi speciali, i loro assi sono le rette del complesso lineare in involuzione con tutti quelli del sistema (17).

20. In generale i complessi lineari C_3 in involuzione con due dati C'_3, C''_3 sono ∞^3. Per tre rette ne passa uno, ed un solo, quello che contiene le due rette reciproche di una rispetto a C'_3, C''_3, e quindi quelle reciproche delle altre due.

I complessi lineari in involuzione con due dati generano un sistema lineare ∞^3.

Nel sistema lineare S_3 vi sono ∞^2 complessi speciali, i loro assi sono le rette della congruenza lineare comune ai due complessi in involuzione con tutti quelli del sistema (17). Le direttrici della congruenza comune a C'_3, C''_3 sono reciproche rispetto a questi due complessi, quindi gli ∞^3 complessi lineari che passano per esse sono tutti in involuzione con C'_3, C''_3.

Un sistema lineare ∞^3 è generato da tutti i complessi lineari che passano per due rette date,
le quali costituiscono la *base* di S_3.

(1) Klein, *Zur Theorie der Lieniencomplexe des ersten und zweiten Grades* (M. Annalen. Bd. II, 1870).

21. In generale i complessi lineari C_3 in involuzione con tre dati C'_3, C''_3, C'''_3 sono ∞^3. Per due rette arbitrarie ne passa uno, ed uno solo, quello che contiene anche le tre rette reciproche di una rispetto a C'_3, C''_3, C'''_3, e quindi quelle reciproche dell'altra.

I complessi lineari in involuzione con tre dati generano un sistema lineare ∞^2.

Nel sistema lineare S_2, o *rete* di complessi lineari, vi sono ∞^1 complessi speciali, i loro assi sono le rette della rigata comune ai tre complessi in involuzione con tutti quelli del sistema.

Vi sono ∞^2 complessi lineari che contengono la rigata C_1, generata dalle direttrici della rigata comune a C'_3, C''_3, C'''_3, e sono tutti quelli che contengono tre rette di C_1; ogni raggio di C_1 determina rispetto a C'_3, C''_3, C'''_3 tre rette reciproche che sono pure raggi di C_1, quindi tutti i complessi che contengono C_1 sono in involuzione con i tre dati.

Un sistema lineare ∞^2 è generato da tutti i complessi lineari che passano per una data rigata,
la quale costituisce la *base* di S_2.

22. In generale i complessi lineari C_3 in involuzione con quattro dati C'_3, C''_3, C'''_3, C''''_3 sono ∞^1. Per una retta arbitraria ne passa uno, ed uno solo, quello che contiene anche le quattro rette reciproche rispetto a C'_3, C''_3, C'''_3, C''''_3.

I complessi lineari in involuzione con quattro dati generano un sistema lineare ∞^1.

Nel sistema lineare S_1, o *fascio* di complessi lineari, vi sono due complessi speciali, i loro assi sono le due rette d_1, d_2 comuni ai quattro complessi lineari in involuzione con tutti quelli del sistema.

Vi sono ∞^1 complessi lineari contenenti la congruenza C_2 che ha d_1, d_2 per direttrici, sono tutti quelli che contengono quattro rette di C_2; ogni raggio di C_2 determina rispetto a C'_3, C''_3, C'''_3, C''''_3 quattro rette reciproche che sono pure raggi di C_2, quindi tutti i complessi che contengono C_2 sono in involuzione con i quattro dati.

Un sistema lineare ∞^1 è generato da tutti i complessi lineari che passano per una data congruenza lineare,
la quale costituisce la *base* di S_1.

23. In generale vi è un fascio S_1 di complessi lineari in involuzione con quattro dati C'_3, C''_3, C'''_3, C''''_3; un raggio r della congruenza C_2 base di S_1 dà una retta reciproca r' rispetto ad un quinto complesso lineare, il complesso C_3 di S_1 che contiene r' contiene tutte le rette reciproche di quelle di C_2 ed è in involuzione con i cinque complessi lineari dati.

Vi è un complesso lineare, ed uno solo, in involuzione con cinque dati complessi lineari.

24. Dalle proprietà dimostrate discende immediatamente che cinque complessi lineari appartengono in generale ad un solo sistema S_4, generato dai complessi lineari in involuzione con quello che è in involuzione con i cinque dati; quattro complessi lineari appartengono in generale ad un solo sistema S_3, quello che ha per

base le due rette d_1, d_2 comuni ai quattro complessi dati, e che è generato da tutti i complessi lineari in involuzione con quelli del sistema S_1 che ha per base la congruenza le cui direttrici sono d_1, d_2; tre complessi lineari appartengono in generale ad un solo sistema S_2, quello che ha per base la rigata C_1 comune ai tre complessi dati, e che è generato da tutti i complessi lineari in involuzione con quelli del sistema S'_2 che ha per base la rigata C'_1 delle direttrici di C_1; due complessi lineari appartengono in generale ad un solo sistema S_1, quello che ha per base la congruenza C_2 comune ai due complessi dati, e che è generato da tutti i complessi lineari in involuzione con quelli del sistema S'_3 che ha per base le direttrici di C_2.

Un sistema lineare ∞^r di complessi lineari è individuato da $r+1$ qualunque dei suoi complessi.

Tutti i complessi lineari di un sistema lineare ∞^r sono in involuzione con quelli di un altro sistema lineare $\infty^{r'}$, essendo $r+r'=4$.

Diremo che due sistemi S_r, $S_{r'}$ sono in *involuzione* quando tutti i complessi di ciascuno sono in involuzione con tutti quelli dell'altro.

Dati due sistemi lineari, di complessi lineari, in involuzione, la base di ciascuno è formata dagli assi dei complessi speciali dell'altro.

25. Presi due complessi lineari in involuzione abbiamo un sistema S_3 di complessi lineari in involuzione con essi, quindi possiamo trovare dei gruppi di tre complessi lineari due a due in involuzione; esiste un sistema S_2 di complessi lineari in involuzione con i tre di uno di questi gruppi, quindi possiamo trovare dei gruppi di quattro complessi lineari due a due in involuzione; proseguendo a ragionare in questo modo vediamo che si possono trovare gruppi di cinque e di sei complessi lineari due a due in involuzione.

V. Le forme geometriche fondamentali dello spazio generato dai complessi lineari.

26. I complessi lineari sono ∞^5, quindi generano uno spazio di cinque dimensioni. Le forme geometriche fondamentali di questo spazio sono quattro, e precisamente i sistemi lineari S_4, S_3, S_2, S_1, che hanno 4, 2, 3, 1 dimensione, sono cioè di 4^a, 3^a, 2^a, 1^a specie.

27. Essendo una forma fondamentale di specie r individuata da $r+1$ qualunque dei suoi elementi generatori si deduce subito che:

Le forme fondamentali di specie r sono $(r+1)(5-r)$ volte infinite.

Le forme fondamentali di specie r', situate in una di specie r, sono $(r'+1)(r-r')$ volte infinite.

28. I complessi di due forme S_r, $S_{r'}$ sono quelli in involuzione rispettivamente con $5-r$ e $5-r'$ dati, tutti quelli in involuzione con questi $(5-r)+(5-r')$ sono comuni ad S_r, $S_{r'}$.

In generale due forme fondamentali di specie r, r' hanno comune

una forma fondamentale di specie $(r+r') - 5$, un solo elemento generatore, o nessun elemento generatore, secondochè $r + r' \gtreqless 5$.

Sapendo riconoscere l'intersezione di due forme fondamentali si può riconoscere facilmente anche quella di più di due forme fondamentali.

Se le $S_{r'}$, $S_{r''}$ appartengono ad una stessa forma S_r, i complessi di S_r sono quelli in involuzione con $5 - r$ dati, i complessi di $S_{r'}$, $S_{r''}$ sono quelli in involuzione con essi e con altri $r - r'$, $r - r''$, quindi i complessi comuni ad $S_{r'}$, $S_{r''}$ sono quelli in involuzione con $(5 - r) + (r - r') + (r - r'') = (5 + r) - (r' + r'')$.

In generale due forme fondamentali di specie r', r'', appartenenti ad una stessa forma fondamentale di specie r, hanno comune una forma fondamentale di specie $(r' + r'') - r$, un solo elemento generatore, o nessun elemento generatore, secondochè $r' + r'' \gtreqless r$.

Sapendo riconoscere l' intersezione di due forme fondamentali situate in un'altra si può riconoscere facilmente anche quella di più di due forme fondamentali situate in un' altra.

29. In una forma S_2 vi sono ∞^1 forme S_1 che hanno comune un elemento fisso, *base* del *fascio* F_1 di tutte queste S_1.

In una forma S_3 vi sono ∞^1 forme S_2 che hanno comune una forma S_1 fissa, *base* del *fascio* F_2 di tutte queste S_2.

In una forma S_4 vi sono ∞^1 forme S_3 che hanno comune una forma S_2 fissa, *base* del *fascio* F_3 di tutte queste S_3.

Vi sono ∞^1 forme S_4 che hanno comune una forma S_3 fissa, *base* del *fascio* F_4 di tutte queste S_4.

Oltre ai fasci di forme fondamentali, che sono sistemi lineari ∞^1, si potrebbero considerare le *reti*, cioè sistemi lineari ∞^2 di forme fondamentali, ecc. ecc.

30. I complessi lineari sono ∞^5 e cinque qualunque determinano una sola forma fondamentale di 4ª specie, queste pure sono ∞^5 mentre cinque qualunque determinano un solo complesso lineare, dunque gli spazi generati dai complessi lineari e dalle forme fondamentali di 4ª specie sono ambedue *lineari* ed hanno lo stesso numero di dimensioni. Possiamo perciò stabilire una *dualità* facendo corrispondere ad un elemento generatore una forma fondamentale di 4ª specie, e viceversa. Un complesso lineare, come elemento generatore dello spazio, è duale di un altro complesso lineare, come elemento generato da tutti i complessi lineari in involuzione con esso. Lo spazio generato dai complessi lineari è duale di se stesso.

VI. I fasci proiettivi di forme fondamentali e di complessi lineari.

31. Siano d_1, d_2 le direttrici della congruenza C_2 base di un fascio S_1 di complessi lineari. Tutti i complessi in involuzione con quelli di S_1 e che passano per una retta r formano un sistema S_2 che ha per base una rigata C_1, contenente r, d_1, d_2, la quale è generata dalle rette reciproche di r rispetto a tutti i complessi di S_1. Ora presi due piani π, π' i loro poli rispetto ai complessi di S_1 generano due punteggiate i cui elementi si corrispondono univocamente, prendendo come corrispondenti i poli rispetto ad uno stesso complesso di S_1; siccome poi due poli corrispon-

denti determinano una retta che è reciproca di r rispetto ad un complesso di S_1, cioè un raggio di C_1, deduciamo che le due punteggiate sono proiettive.

Le coppie dei poli di due piani fissi rispetto ad uno stesso complesso di un fascio generano due punteggiate proiettive.

Le coppie dei piani polari di due punti fissi rispetto ad uno stesso complesso di un fascio generano due fasci proiettivi.

32. Il rapporto anarmonico dei quattro poli di un piano, o dei quattro piani polari di un punto, rispetto a quattro complessi di un fascio è costante, non varia cambiando la posizione del piano o del punto, lo diremo *rapporto anarmonico* dei quattro complessi.

Abbiamo dimostrato che dati due complessi in involuzione le coppie dei poli di tutti i piani che appartengono ad un raggio comune descrivono un' involuzione i cui punti doppî sono i poli di due complessi speciali del fascio determinato da quelli dati.

Due complessi lineari in involuzione separano armonicamente i due complessi speciali del loro fascio.

33. Prendiamo quattro forme di un fascio F_1 e seghiamole con due forme S_1, Σ_1 appartenenti al sistema S_2 che contiene F_1: otterremo come sezioni quattro complessi C_3, C'_3, C''_3, C'''_3 di S_1 e quattro Γ_3, Γ'_3, Γ''_3, Γ'''_3 di Σ_1. Un piano fisso π determina un polo rispetto ad ogni complesso di S_2; tutti i poli dei complessi delle quattro forme di F_1 dànno in π quattro raggi di un fascio, i poli dei complessi di S_1, Σ_1 dànno due rette che segano le prime quattro nei punti P_1, P_2, P_3, P_4 poli di C_3, C'_3, C''_3, C'''_3 e nei punti P'_1, P'_2, P'_3, P'_4 poli di Γ_3, Γ'_3, Γ''_3, Γ'''_3, ma evidentemente sono uguali i rapporti anarmonici dei punti P e dei punti P', dunque sono uguali anche quelli dei complessi C_3 e Γ_3. Porremo:

$$(C_3, C'_3, C''_3, C'''_3) = (\Gamma_3, \Gamma'_3, \Gamma''_3, \Gamma'''_3),$$

e diremo *rapporto anarmonico* di quattro forme di un fascio F_1 quello costante dei quattro complessi che si trovano segandole con una stessa forma S_1.

Quattro forme di un fascio F_1 sono in involuzione con quattro complessi della S_2 che contiene il fascio F_1, questi quattro complessi appartengono ad uno stesso fascio e sono evidentemente in involuzione coi quattro segati da esso nelle quattro forme di F_1, è quindi chiaro che abbiano lo stesso rapporto anarmonico di queste quattro forme.

34. Prendiamo quattro forme di un fascio F_2 e seghiamole con due forme S_1, Σ_1 appartenenti al sistema S_3 che contiene F_2; otterremo come sezioni quattro complessi C_3, C'_3, C''_3, C'''_3 di S_1 e quattro Γ_3, Γ'_3, Γ''_3, Γ'''_3 di Σ_1. I complessi C_3, Γ'''_3 determinano un altro fascio S'_1, di S_3, il quale sega le quattro forme di F_2 in quattro complessi C_3, D'_3, D''_3, Γ'''_3: ora i due fasci S_1, S'_1, avendo comune il complesso C_3, determinano una rete di S_3 la quale sega le quattro forme di F_2 in quattro forme di un fascio F_1 che tagliano sopra S_1, S'_1 i complessi C_3, C'_3, C''_3, C'''_3 e C_3, D'_3, D''_3, Γ'''_3, dunque $(C_3, C'_3, C''_3, C'''_3) = (C_3, D'_3, D''_3, \Gamma'''_3)$. Analogamente vediamo che i fasci S'_1, Σ_1, avendo comune il complesso Γ'''_3, determinano un'altra rete di S_3 e dimostriamo che:

$$(\Gamma_3, \Gamma'_3, \Gamma''_3, \Gamma'''_3) = (C_3, D'_3, D''_3, \Gamma'''_3),$$

dunque:

$$(C_3, C'_3, C''_3, C'''_3) = (\Gamma_3, \Gamma'_3, \Gamma''_3, \Gamma'''_3).$$

Diremo *rapporto anarmonico* di quattro forme di un fascio F_2 quello costante dei quattro complessi che si trovano segandole con una stessa forma S_1.

Quattro forme di un fascio F_2 sono in involuzione con quattro complessi della S_3 che contiene il fascio F_2, questi quattro complessi appartengono ad uno stesso fascio e sono evidentemente in involuzione coi quattro segati da esso nelle quattro forme di F_2, è quindi chiaro che abbiano lo stesso rapporto anarmonico di queste quattro forme.

35. Prendiamo quattro forme di un fascio F_3 e seghiamole con due forme S_1, Σ_1 appartenenti al sistema S_4 che contiene F_3: otterremo come sezioni quattro complessi C_3, C'_3, C''_3, C'''_3 di S_1 e quattro Γ_3, Γ'_3, Γ''_3, Γ'''_3 di Σ_1.

I due fasci S_1, Σ_1 appartengono sempre ad una forma S_3, quella determinata da due qualunque complessi di S_1 e da due qualunque di Σ_1; la S_3 sega le quattro forme di F_3 in quattro forme S_2 di uno stesso fascio, le quali tagliano S_1, Σ_1 nei quattro complessi C_3 e nei quattro Γ_3, dunque $(C_3, C'_3, C''_3, C'''_3) = (\Gamma_3, \Gamma'_3, \Gamma''_3, \Gamma'''_3)$.

Diremo *rapporto anarmonico* di quattro forme di un fascio F_3 quello costante dei quattro complessi che si trovano segandole con una stessa forma S_1.

Quattro forme di un fascio F_3 sono in involuzione con quattro complessi della S_4 che contiene il fascio F_3, questi quattro complessi appartengono ad uno stesso fascio e sono evidentemente in involuzione con i quattro segati da esso nelle quattro forme di F_3, è quindi chiaro che abbiano lo stesso rapporto anarmonico di queste quattro forme.

36. Prendiamo quattro forme di un fascio F_4, cioè quattro forme fondamentali di 4ª specie passanti per una stessa forma fondamentale di 3ª specie, e seghiamole con due forme qualunque S_1, Σ_1: otterremo come sezioni quattro complessi C_3, C'_3, C''_3, C'''_3 di S_1 e quattro Γ_3, Γ'_3, Γ''_3, Γ'''_3 di Σ_1. La forma S_3 a cui appartengono i due fasci S_1, Σ_1 sega le quattro forme di F_4 secondo quattro reti di uno stesso fascio, le quali tagliano S_1, Σ_1 nei complessi C_3, Γ_3, dunque:

$$(C_3, C'_3, C''_3, C'''_3) = (\Gamma_3, \Gamma'_3, \Gamma''_3, \Gamma'''_3).$$

Diremo *rapporto anarmonico* di quattro forme di un fascio F_4 quello costante dei quattro complessi che si trovano segandole con una stessa forma S_1.

Quattro forme di un fascio F_4 sono in involuzione con quattro complessi di uno stesso fascio, i quali poi sono in involuzione con i quattro segati da esso nelle quattro forme di F_4, è quindi chiaro che abbiano lo stesso rapporto anarmonico di queste quattro forme.

37. Dati tre complessi lineari di un fascio, o tre forme fondamentali pure di un fascio, si può sempre costruire nel fascio un altro complesso lineare, o una altra forma fondamentale, che determini un dato rapporto anarmonico colle tre date.

38. Due fasci di complessi lineari, o di forme fondamentali, sono *proiettivi* quando i loro elementi si corrispondono *univocamente* e quando il rapporto anarmonico di quattro elementi qualunque di un fascio è uguale a quello dei quattro corrispondenti nell'altro. La proiettività è individuata se sono date tre coppie di elementi corrispondenti. Due fasci proiettivi ad un terzo sono proiettivi fra loro.

Si possono anche considerare i fasci *proiettivi sovrapposti* ed i fasci in *involuzione*. Le coppie di complessi in involuzione appartenenti ad uno stesso fascio generano un'involuzione; gli elementi doppî son o i due complessi speciali del fascio.

Dalla definizione stessa del rapporto anarmonico discende che:

Due fasci di complessi lineari, o di forme fondamentali, ottenuti segando o proiettando uno stesso fascio, sono proiettivi.

39. Dato un fascio di complessi lineari, o di forme fondamentali, e fissati tre dei suoi elementi, ogni altro elemento determina con essi un rapporto anarmonico l_i. Considerando quattro di questi elementi è noto come si dimostra che il loro rapporto anarmonico è $(l_1, l_2, l_3, l_4) = \frac{l_1-l_3}{l_1-l_4} : \frac{l_2-l_3}{l_2-l_4}$. Se sono dati due fasci proiettivi di complessi lineari, o di forme fondamentali, e se un elemento di uno rispetto a tre elementi fissi determina il rapporto anarmonico l_i, mentre l'elemento corrispondente dell'altro rispetto pure a tre elementi fissi determina il rapporto anarmonico λ_i, dobbiamo avere $(l, l_1, l_2, l_3) = (\lambda, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$. Considerando come fisse le tre coppie di elementi corrispondenti ai numeri l_1, λ_1; l_2, λ_2, l_3, λ_3 e come variabile la coppia data dai numeri l, λ, vediamo che fra essi deve esistere una relazione lineare. Viceversa qualunque relazione lineare tra l, λ determina una corrispondenza univoca, tra gli elementi generatori dei due fasci, nella quale il rapporto anarmonico di quattro elementi di uno è uguale a quello dei quattro corrispondenti dell'altro, cioè determina una proiettività tra i due fasci.

40. Analogamente si potrebbe stabilire la *proiettività* tra due forme fondamentali di specie superiore alla 1ª, o tra due sistemi lineari di forme fondamentali ugualmente infiniti.

VII. Coordinate omogenee dei complessi lineari e delle forme fondamentali di 4ª specie.

41. Siano A_h sei complessi lineari, che non appartengano ad una stessa forma fondamentale di 4ª specie, e siano B_h i sei complessi lineari in involuzione rispettivamente con A_i, A_k, A_l, A_m, A_n. Chiamiamo α_h le cinque forme fondamentali di 4ª specie determinate da A_i, A_k, A_l, A_m, A_n, cioè quelle in involuzione rispettivamente con i complessi B_h; chiamiamo β_h le cinque forme fondamentali di 4ª specie determinate da B_i, B_k, B_l, B_m, B_n, cioè quelle in involuzione rispettivamente con i complessi A_h.

42. Un complesso fisso E, il quale non appartenga a nessuna delle forme α_h, ed un altro complesso C determinano un fascio F che sega le forme α_h in cinque suoi complessi D_h. Se P è un altro complesso qualunque di F poniamo:

$$x_h = (C, E, D_h, P).$$

Variando solamente P nel fascio F variano i sei numeri x_h, ma i loro rapporti rimangono fissi, poichè:

$$\frac{x_h}{x_i} = (D_h, D_i, C, E).$$

Una forma fondamentale fissa e', di 4ª specie, la quale non contenga nessuno dei complessi A_h, ed un'altra forma fondamentale c', di 4ª specie, determinano un fascio f che proietta i complessi A_h con cinque sue forme d_h. Se p è un'altra forma qualunque di f poniamo:

$$u_h = (c', e', d_h, p).$$

Variando solamente p nel fascio f variano i sei numeri u_h, ma i loro rapporti rimangono fissi, poichè:

$$\frac{u_h}{u_i} = (d_h, d_i, c', e').$$

Il rapporto anarmonico $\frac{x_h}{x_i}$ è uguale a quello delle due forme α_h, α_i e delle due forme del loro fascio che contengono C, E, dunque possiamo rappresentarlo ponendo:

$$\frac{x_h}{x_i} = \alpha_h \alpha_i (A_h, A_i, E, C).$$

Si può costruire la forma del fascio $\alpha_h \alpha_i$ che determina un dato rapporto anarmonico con quelle che contengono A_h, A_i, E, dunque presi ad arbitrio cinque rapporti indipendenti $\frac{x_h}{x_i}$ si costruiscono cinque forme fondamentali di 4ª specie che si segano in un complesso C. Esiste una *corrispondenza univoca* tra i complessi lineari ed i rapporti di sei numeri x_h, che chiameremo le loro *coordinate omogenee.*

Per indicare che le coordinate omogenee di C sono i numeri x_h useremo il simbolo:

$$C \equiv (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6).$$

Facendo coincidere C con A_h, qualunque sia i, troviamo:

$$\frac{x_i}{x_h} = \alpha_i \alpha_h (A_i, A_h, E, A_h) = 0,$$

dunque possiamo porre:

$A_1 \equiv (1,0,0,0,0,0)$, $A_4 \equiv (0,0,0,1,0,0)$
$A_2 \equiv (0,1,0,0,0,0)$, $A_5 \equiv (0,0,0,0,1,0)$
$A_3 \equiv (0,0,1,0,0,0)$, $A_6 \equiv (0,0,0,0,0,1)$.

Facendo coincidere C con E troviamo:

$$E \equiv (1,1,1,1,1,1).$$

I *complessi fondamentali* A_h ed il *complesso unità* E determinano un *sistema di coordinate.*

Se C appartiene alla forma α_h la sua x_h si annulla; un complesso C comune ad r forme α_h ha nulle r coordinate.

Il rapporto anarmonico $\frac{u_h}{u_i}$ è uguale a quello dei due complessi A_h, A_i e dei due complessi del loro fascio contenuti in c', e', dunque possiamo rappresentarlo ponendo:

$$\frac{u_h}{u_i} = A_h A_i (\alpha_h, \alpha_i, e', c').$$

Si può costruire il complesso del fascio $A_h A_i$ che determina un dato rapporto anarmonico con quelli contenuti in α_h, α_i, e', dunque presi ad arbitrio cinque rapporti indipendenti $\frac{u_h}{u_i}$ si costruiscono cinque complessi che determinano una forma fondamentale di 4ª specie c'. Esiste una *corrispondenza univoca* tra le forme fondamentali di 4ª specie ed i rapporti di sei numeri u_h, che chiameremo le loro *coordinate omogenee.*

Per indicare che le coordinate omogenee di c' sono i numeri u_h useremo il simbolo:

$$c' \equiv (u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6).$$

Facendo coincidere c' con α_h, qualunque sia i, troviamo:

$$\frac{u_i}{u_h} = A_i A_h (\alpha_i, \alpha_h, e', \alpha_h) = 0,$$

dunque possiamo porre:

$\alpha_1 \equiv (1,0,0,0,0,0)$, $\alpha_4 \equiv (0,0,0,1,0,0)$
$\alpha_2 \equiv (0,1,0,0,0,0)$, $\alpha_5 \equiv (0,0,0,0,1,0)$
$\alpha_3 \equiv (0,0,1,0,0,0)$, $\alpha_6 \equiv (0,0,0,0,0,1)$.

Facendo coincidere c' con e' troviamo:

$$e' \equiv (1,1,1,1,1,1).$$

Le *forme fondamentali* α_h e la *forma unità* e' determinano un *sistema di coordinate.*

Se c' appartiene al complesso A_h la sua u_h si annulla; una forma c' comune ad r complessi A_h ha nulle r coordinate.

43. Siano E', C' i complessi lineari in involuzione colle forme e', c', e sieno e, c le forme in involuzione coi complessi lineari E, C.

Il rapporto anarmonico

$$\frac{u_h}{u_i} = A_h A_i (\alpha_h, \alpha_i, e', c')$$

è uguale a quello dei due complessi E', C' e dei due complessi del loro fascio in involuzione con A_i, A_h (36), proiettando questi quattro complessi da $\beta_h\ \beta_i$ troviamo:

$$\frac{u_h}{u_i} = \beta_h \beta_i (B_h, B_i, E', C'),$$

dunque:

le coordinate x_h di C, rispetto ai complessi fondamentali A_h ed al complesso unità E, sono le coordinate u_h della forma c in involuzione con C, rispetto alle forme fondamentali β_h ed alla forma unità e in involuzione con E.

le coordinate u_h di c', rispetto alle forme fondamentali α_h ed alla forma unità e', sono le coordinate x_h' del complesso C' in involuzione con c', rispetto ai complessi fondamentali B_h ed al complesso unità E' in involuzione con e'.

VIII. Equazioni delle forme fondamentali.

44. Dati due complessi lineari C', C'', le cui coordinate siano $y_h^{(1)}$, $y_h^{(2)}$, nel loro fascio S_1 prendiamo un altro complesso lineare C, le cui coordinate siano x_h.

Avremo:

$$\alpha_i\, \alpha_h (A_i, A_h, E, C) = \frac{x_i}{x_h}.$$

I fasci di forme fondamentali di 4ª specie determinati da α_i, α_h; α_k, α_h, e che proiettano i complessi C di S_1, sono proiettivi (38), quindi (39) tra i numeri $\frac{x_i}{x_h}, \frac{x_k}{x_h}$ avrà luogo una relazione lineare:

$$M_{ik} x_i x_k + N_{ik} x_i x_h + P_{ik} x_k x_h = Q x_h^2.$$

Il complesso segato da S_1 in α_h è proiettato dalla forma α_h di ambedue i fasci $\alpha_i\ \alpha_h$, $\alpha_k \alpha_h$, dunque in essi la forma α_h corrisponde a se stessa, perciò la relazione precedente deve essere soddisfatta da $x_h = 0$, e diviene:

$$N_{ik} x_i + P_{ik} x_k = Q x_h.$$

Vediamo così che le coordinate di C devono soddisfare le quattro relazioni lineari indipendenti:

$$Q x_h = N_{ik} x_i + P_{ik} x_k = N_{kl} x_k + P_{kl} x_l = N_{lm} x_l + P_{lm} x_m = N_{mn} x_m + P_{mn} x_n.$$

Viceversa se le x_h soddisfano queste quattro equazioni due rapporti come $\frac{x_i}{x_h}, \frac{x_k}{x_h}$ dànno due forme corrispondenti nei due fasci proiettivi $\alpha_i \alpha_h$, $\alpha_k \alpha_h$, le quali si segano secondo un complesso C di S_1 che ha per coordinate le x_h.

Le ultime equazioni sono soddisfatte ponendo $x_h \equiv y_h^{(1)}$ o $x_h \equiv y_h^{(2)}$, quindi possiamo dire che tutte le loro soluzioni, ossia le coordinate dei complessi di S_1, sono *tutte* le espressioni della forma:

$$x_h \equiv \lambda y_h^{(1)} + \mu y_h^{(2)}.$$

Inversamente quattro relazioni lineari indipendenti tra le x_h rappresentano un fascio di complessi lineari, infatti, se le $y_h^{(1)}$, $y_h^{(2)}$ le soddisfano, tutte le loro soluzioni x_h sono date sotto la forma precedente, e quindi forniscono le coordinate di

un complesso appartenente al fascio dei due complessi che hanno per coordinate le $y_h^{(1)}$, $y_h^{(2)}$.

45. Dati tre complessi lineari C′, C″, C‴, le cui coordinate siano $y_h^{(1)}$, $y_h^{(2)}$, $y_h^{(3)}$, nella loro rete S_2 prendiamone uno qualunque C di coordinate x_h. Il fascio determinato da C, C‴ sega quello determinato da C′, C″ in un complesso le cui coordinate y_h sono funzioni lineari omogenee delle $y_h^{(1)}$, $y_h^{(2)}$; ma le cordinate x_h di C devono pure essere funzioni lineari omogenee delle y_h, $y_h^{(3)}$, dunque devono avere la forma:

$$x_3 \equiv \lambda y_h^{(1)} + \mu y_h^{(2)} + \nu y_h^{(3)}.$$

Viceversa, prese le x_h sotto questa forma, vediamo che sono funzioni lineari omogenee delle $\lambda\, y_h^{(1)} + \mu\, y_h^{(2)}$ e $y_h^{(3)}$, quindi individuano un complesso lineare appartenente al fascio determinato da C‴ e da un complesso del fascio di C′, C″, cioè individuano un complesso della rete S_2.

46. Risultati analoghi si deducono analogamente per le forme fondamentali di 3ª e 4ª specie; raccogliendoli possiamo dire che:

Una forma fondamentale di specie r è rappresentata da $5-r$ equazioni lineari omogenee nelle coordinate x_h dei suoi elementi generatori, e viceversa.

Le coordinate x_h di un elemento generatore di una forma fondamentale di specie r sono funzioni lineari omogenee delle coordinate di altri $r+1$, e viceversa.

Considerando invece dei sistemi S_r di complessi lineari i sistemi lineari ∞^r di forme fondamentali di 4ª specie, possiamo dire che:

Un sistema lineare ∞^r di forme fondamentali di 4ª specie è individuato da $5-r$ equazioni lineari omogenee nelle coordinate u_h dei suoi elementi generatori, e viceversa.

Le coordinate u_h di un elemento generatore di un sistema lineare ∞^r di forme fondamentali di 4ª specie sono funzioni lineari omogenee delle coordinate di altri $r+1$, e viceversa.

47. I rapporti delle coordinate $x_h^{(r)}$ di quattro complessi C^r, di uno stesso fascio, sono:

$$\frac{x_h^{(r)}}{x_i^{(r)}} = \alpha_h \alpha_i (A_h, A_i, E, C^r),$$

quindi (39) sappiamo che:

$$(C^1, C^2, C^3, C^4) = \left(\frac{x_h^{(1)}}{x_i^{(1)}}, \frac{x_h^{(2)}}{x_i^{(2)}}, \frac{x_h^{(3)}}{x_i^{(3)}}, \frac{x_h^{(4)}}{x_i^{(4)}} \right);$$

ma essendo:

$$\frac{x_h^{(r)}}{x_i^{(r)}} = \frac{\lambda_r y_h^{(1)} + \mu_r y_h^{(2)}}{\lambda_r y_i^{(1)} + \mu_r y_i^{(2)}},$$

si deduce subito:

$$(C^1, C^2, C^3, C^4) = \left(\frac{\lambda_1}{\mu_1}, \frac{\lambda_2}{\mu_2}, \frac{\lambda_3}{\mu_3}, \frac{\lambda_4}{\mu_4} \right),$$

dunque il rapporto anarmonico di quattro complessi di un fascio è quello dei quattro numeri $\frac{\lambda}{\mu}$ corrispondenti.

IX. Trasformazione delle coordinate dei complessi lineari e delle forme fondamentali di quarta specie.

48. Dati due sistemi di coordinate, A_h, E ed A'_h, E', quali relazioni passano tra le coordinate x_h, x'_h di uno stesso complesso lineare C?

Le forme fondamentali α'_h, determinate dai nuovi complessi fondamentali A'_h, siano date dalle equazioni:

$$\sum_r \alpha'_{hr} x_r = 0 ,$$

e le coordinate del nuovo complesso unità E', rispetto all'antico sistema, siano e'_h. Un complesso qualunque del fascio CE' ha le coordinate della forma:

$$\lambda e'_h - \mu x_h ,$$

per quello appartenente ad α'_h deve essere

$$\lambda \sum_r \alpha'_h \; e'_r - \mu \sum_r \alpha'_h \; x_i = 0 ,$$

quindi (47):

$$\frac{x'_h}{x'_i} = \alpha'_h \alpha'_i (A'_h, A'_i, E', C) = \left(\frac{\sum_r \alpha'_{ir} x_r}{\sum_r \alpha'_{ir} e'_r}, \frac{\sum_r \alpha'_{hr} x_r}{\sum_r \alpha'_{hr} e'_r}, \infty , 0 \right) ,$$

ossia:

$$\frac{x'_h}{x'_i} = \frac{\sum_r \alpha'_{hr} x_r}{\sum_r \alpha'_{hr} e'_r} : \frac{\sum_r \alpha'_{ir} x_r}{\sum_r \alpha'_{ir} e'_r} ,$$

ora posto

$$a_{hr} = \frac{\alpha'_{hr}}{\sum_r \alpha'_{hr} e'_r} ,$$

possiamo scrivere:

(1) $$x'_h \equiv \sum_r a_{hr} x_r ,$$

e queste relazioni ci dànno le nuove coordinate in funzione delle antiche.

Le coordinate dei complessi A_h, rispetto al nuovo sistema, sono:

$$A_h \equiv (a_{1h}, a_{2h}, a_{3h}, a_{4h}, a_{5h}, a_{6h}) ,$$

le coordinate del complesso unità E, pure rispetto al nuovo sistema, sono:

$$E \equiv (e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6) ,$$

avendo posto:

$$e_h \equiv \sum_r a_{hr} .$$

Il modulo della sostituzione lineare (1) non può essere nullo, perchè se così fosse le coordinate dei complessi lineari A_h soddisfarebbero una stessa relazione lineare ed i sei complessi apparterrebbero ad una stessa forma fondamentale di 4ª specie, contro l'ipotesi fatta. Possiamo perciò, chiamando a'_{hi} il minore del modulo della sostituzione corrispondente all'elemento a_{hi}, risolvere le (1) rispetto alle x_h e dedurre le formole:

(2) $$x_h \equiv \sum_r a'_{rh} x'_r ,$$

che ci dànno le antiche coordinate quando sono note le nuove.

Le coordinate dei complessi A'_h, rispetto all'antico sistema, sono:

$$A'_h \equiv (a'_{h1}, a'_{h2}, a'_{h3}, a'_{h4}, a'_{h5}, a'_{h6}),$$

le coordinate del complesso unità E', pure rispetto all'antico sistema, sono:

$$E' \equiv (e'_1, e'_2, e'_3, e'_4, e'_5, e'_6),$$

avendo posto:

$$e'_h \equiv \sum_r a'_{rh}.$$

Considerazioni analoghe si possono svolgere per la trasformazione delle coordinate u_h, u'_h delle forme fondamentali di 4ª specie, prese rispetto a due dati sistemi.

49. Come caso particolare si possono avere le relazioni che passano tra le coordinate x_h di un complesso riferito al sistema A_h, E e le coordinate x'_h dello stesso complesso riferito al sistema B_h, E'.

Dati i complessi A_h sono determinati quelli B_h, quindi dati A_h ed E sono note le b_{rs}, coordinate dei complessi B_h; vedremo poi che tra esse esistono 10 relazioni indipendenti, per cui dei loro 30 rapporti 20 si possono prendere ad arbitrio. Intanto osserviamo che è sempre possibile porre:

$$A_h \equiv (a_{1h}, a_{2h}, a_{3h}, a_{4h}, a_{5h}, a_{6h}), \qquad B_h \equiv (b_{h1}, b_{h2}, b_{h3}, b_{h4}, b_{h5}, b_{h6})$$
$$E \equiv (e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6), \qquad E' \equiv (e'_1, e'_2, e'_3, e'_4, e'_5, e'_6),$$

essendo:

$$e_h \equiv \sum_r a_{hr}, \qquad e'_h \equiv \sum_r b_{rh}.$$

Per passare dalle x_h alle x'_h, e viceversa, si hanno le relazioni:

$$x'_h \equiv \sum_r a_{hr} x_r, \quad x_h \equiv \sum_r b_{rh} x'_r. \tag{3}$$

X. Relazione tra le coordinate di due complessi lineari in involuzione. Coordinate di una retta.

50. Sia

$$\sum_h E'_h x_h = 0$$

l'equazione della forma fondamentale di 4ª specie e' in involuzione con E'; vedremo poi come si determinano le E'_h esprimendole in funzione delle note coordinate dei complessi B_h. Una forma fondamentale c' di 4ª specie, in involuzione col complesso lineare C', sarà data da una equazione:

$$\sum_h c' x_h = 0. \tag{4}$$

Sappiamo che le coordinate u_h di c', rispetto alle forme fondamentali α_h ed alla forma unità e', sono le coordinate y'_h di C' rispetto ai complessi fondamentali B_h ed al complesso unità E' (43). Le coordinate u_h, e quindi le y'_h, si determinano come segue: per ogni complesso del fascio A_h A_i sono nulle le x_l, x_m, x_n, per i complessi A_h, A_i si ha $\frac{x_h}{x_i} = \infty$, $\frac{x_h}{x_i} = 0$, e per i complessi segati sui sistemi e', c' dalle loro equazioni si trova:

$$\frac{x_h}{x_i} = -\frac{E'_i}{E'_h}, \qquad \frac{x_h}{x_i} = -\frac{c'_i}{c'_h},$$

dunque (47):

$$\frac{y'_h}{y'_i} = \frac{u_h}{u_i} = A_h A_i(\alpha_h, \alpha_i, e', c') = \left(0, \infty, -\frac{E'_i}{E'_h}, -\frac{c'_i}{c'_h}\right) = \frac{c'_h}{E'_h} : \frac{c'_i}{E'_i},$$

ossia:

$$y'_h \equiv \frac{c'_h}{E'_h}.$$

Ora le x_h che soddisfano la (4) sono coordinate di un complesso di c', le y'_h sono le coordinate del complesso C' in involuzione con tutti quelli di c', dunque ponendo:

$$c'_h \equiv E'_h y'_h,$$

nella (4), si trova che fra le coordinate x_h, x'_h ed y_h, y'_h di due complessi lineari in involuzione esiste sempre la relazione:

(5) $$\sum_h E'_h x_h y'_h = 0 \qquad \text{o} \qquad \sum_h E'_h x'_h y_h = 0.$$

51. Adesso si possono trovare facilmente le relazioni che devono legare le coordinate dei complessi B_h e si possono determinare le E'_h in funzione di esse, basta esprimere, per mezzo delle (5), che sono in involuzione due complessi come B_h, A_i. Abbiamo così due gruppi ciascuno di cinque equazioni come le seguenti:

$$\sum_r E'_r b_{hr} a_{ri} = 0, \quad \sum_r E'_r b_{hr} a_{rk} = 0, \quad \sum_r E'_r b_{hr} a_{rl} = 0, \quad \sum_r E'_r b_{hr} a_{rm} = 0, \quad \sum_r E'_r h_{hr} a_{rn} = 0.$$

Le cinque equazioni di un gruppo ci dànno, ricordandoci che le b_{hr} sono i minori del determinante formato colle a_{hr}, i valori proporzionali alle $E'_r b_{hr}$, e si trovano così le relazioni:

$$\frac{E'_h}{E'_i} = \frac{b_{hi}}{b_{ih}},$$

che ci dànno le E'_h in funzione delle coordinate dei complessi B_h. Avendo pure:

$$\frac{E'_h}{E'_k} = \frac{b_{hk}}{b_{kh}}, \qquad \frac{E'_k}{E'_i} = \frac{b_{ki}}{b_{ik}},$$

deduciamo che:

$$\frac{E'_h}{E'_i} = \frac{b_{hk} b_{ki}}{b_{kh} b_{ik}},$$

e quindi che:

$$b_{hi} b_{ik} b_{kh} = b_{ih} b_{hk} b_{ki}.$$

Di queste equazioni, formate ciascuna prendendo tre indici h, i, k, se ne trovano $\frac{6.5.4}{1.2.3} = 20$, però tre come:

$$b_{hi} b_{ik} b_{kh} = b_{ih} b_{hk} b_{ki}, \quad b_{ki} b_{il} b_{lk} = b_{ik} b_{kl} b_{li}, \quad b_{kl} b_{lh} b_{hk} = b_{lk} b_{kh} b_{hl}$$

moltiplicate tra loro ne danno una quarta:

$$b_{hi} b_{il} b_{lh} = b_{ih} b_{hl} b_{li},$$

dunque ne restano solamente 10 indipendenti; si possono, per esempio, scegliere quelle ottenute combinando un indice h colle 10 coppie dei 5 rimanenti i, k, l, m, n.

52. Per mezzo delle (3) possiamo sostituire nelle (5) le x'_h al posto delle x_h, e viceversa, allora per la condizione di involuzione di due complessi lineari troviamo una qualunque delle due:

(6) $$\sum_{rs} E'_r a_{rs} x_r y_s = 0, \qquad \sum_{rs} E'_r b_{sr} x'_r y'_s = 0.$$

53. Un complesso speciale è in involuzione con se stesso, e viceversa, quindi tra le sue coordinate esiste sempre una delle relazioni quadratiche:

$$(7) \qquad \sum_{rs} \mathrm{E}'_r a_{rs} x_r x_s = 0 , \qquad \sum_{rs} \mathrm{E}'_r b_{sr} x'_r x'_s = 0 .$$

Ogni complesso speciale individua una retta, che è il suo asse, ed ogni retta individua un complesso speciale di cui essa è l'asse, esiste dunque una *corrispondenza univoca* tra le rette dello spazio ed i rapporti di sei numeri x_h o x'_h legati da una relazione quadratica (7), diremo che le x_h o x'_h sono le *coordinate omogenee* della retta corrispondente.

Se due complessi speciali sono in involuzione i loro assi si incontrano, e viceversa, dunque la condizione per l'incontro di due rette di coordinate x_h, y_h o x'_h, y'_h è una delle (6).

I complessi speciali in involuzione con uno dato C, di coordinate c_h o c'_h, sono tutti quelli che hanno per assi i suoi raggi, dunque l'equazione di C in coordinate di rette è

$$(8) \qquad \sum_{rs} \mathrm{E}'_r a_{rs} c_s x_r = 0 \qquad \text{o} \qquad \sum_{rs} \mathrm{E}'_r b_{sr} c'_s x'_r = 0 .$$

Un complesso lineare, una congruenza lineare, una rigata, sono rispettivamente determinate da una, due, tre relazioni lineari (8), tra le coordinate di rette, e viceversa.

XI. La forma di secondo grado generata dai complessi speciali.

54. La relazione (7) dice che lo *spazio rigato,* generato da tutti i complessi speciali, è una forma di quattro dimensioni e di secondo grado, immersa nello spazio lineare di cinque dimensioni generato da tutti i complessi lineari. Ora una equazione

$$(9) \qquad \Omega_x \equiv \sum_{rs} \omega_{rs} x_r x_s = 0 ,$$

generale di secondo grado nelle sei x_h, contiene 20 costanti, vedremo che si possono scegliere arbitrariamente invece di prendere ad arbitrio i 20 rapporti indipendenti delle b_{rs}, e che si può sostituire la (9) alla (7); vedremo cioè che tutte le circostanze del sistema di coordinate sono *individuate* quando sia presa a piacere l'equazione (9) dello spazio rigato, rispetto al sistema A_h, E, e quando siano date rispetto ad esso le coordinate e'_h dell'elemento unità E' dell'altro sistema B_h, E'.

55. Se tra le coordinate x_h di una retta esiste l'identità (9) la relazione (6) che lega le coordinate x_h, y_h di due complessi in involuzione, o di due rette che si incontrano, si può scrivere sotto una delle forme:

$$(10) \qquad \sum_h x_h \frac{\partial \Omega_y}{\partial y_h} = 0 , \qquad \sum_h y_h \frac{\partial \Omega_x}{\partial x_h} = 0 .$$

La forma fondamentale di 4ª specie in involuzione con un dato complesso è la sua *forma polare* rispetto alla quadrica $\Omega_x = 0$.

Il sistema e' in involuzione con E' ha per equazione:

$$\sum_h \mathrm{E}'_h x_h \equiv \sum_h \frac{\partial \Omega_{e'}}{\partial e'_h} x_h = 0 ,$$

quindi:

$$(11) \qquad \mathrm{E}'_h \equiv \frac{\partial \Omega_{e'}}{\partial e'_h} .$$

56. Per dimostrare che possiamo prendere arbitrariamente la relazione $\Omega_x = 0$ e le e'_h ci resta da vedere come si determinano le b_{rs}, e per conseguenza le a_{rs}, e_h, in funzione delle ω_{rs}, e'_h.

Il sistema α_h in involuzione col complesso B_h, le cui coordinate sono le b_{hr}, è dato dall'equazione:

$$\sum_r b_{hr} \frac{\partial \Omega_x}{\partial x_r} = 0;$$

ma per α_h abbiamo $x_h = 0$, dunque devono annullarsi i coefficienti delle x_i, x_k, x_l, x_m, x_n, quindi devono essere soddisfatte le equazioni:

$$\sum_r \omega_{ri} b_{hr} = 0, \quad \sum_r \omega_{rk} b_{hr} = 0, \quad \sum_r \omega_{rl} b_{hr} = 0, \quad \sum_r \omega_{rm} b_{hr} = 0, \quad \sum_r \omega_{rn} b_{hr} = 0,$$

dalle quali si deduce:

$$b_{rs} \equiv \lambda_r \varphi_{rs},$$

indicando con φ_{rs} il minore corrispondente all'elemento ω_{rs} del discriminante di Ω_x, ed indicando con λ_r dei fattori di proporzionalità. Ricordandoci che:

$$e'_h \equiv \sum_r b_{rh},$$

possiamo porre:

$$e'_h \equiv \sum_r \lambda_r \varphi_{hr},$$

quindi abbiamo sei equazioni per determinare i valori proporzionali alle λ_r. Risolvendole otteniamo:

$$\lambda_r \equiv \frac{\partial \Omega_{e'}}{\partial e'_r},$$

per cui:

$$b_{rs} \equiv \frac{\partial \Omega_{e'}}{\partial e'_r} \varphi_{rs}.$$

Ecco determinate le coordinate dei complessi B_h.

Sostituendo nella (7), che lega le coordinate x'_h di una retta, i valori trovati per le E'_h, b_{rs}, abbiamo:

$$\Phi_{x'} \equiv \sum_{rs} \frac{\partial \Omega_{e'}}{\partial e'_r} \frac{\partial \Omega_{e'}}{\partial e'_s} \varphi_{rs} x'_r x'_s = 0; \tag{12}$$

la relazione (6) che lega le coordinate x'_h, y'_h di due complessi in involuzione, o di due rette che si incontrano, diviene:

$$\sum_h x'_h \frac{\partial \Phi_{y'}}{\partial y'_h} = 0 \quad \text{o} \quad \sum_h y'_h \frac{\partial \Phi_{x'}}{\partial x'_h} = 0. \tag{13}$$

Ci rimane da determinare le coordinate a_{rs} dei complessi A_h e le coordinate e_h di E. La a_{rs} è proporzionale al minore del determinante delle b_{rs} corrispondente all'elemento b_{rs}, quindi si trova subito:

$$a_{rs} \equiv \frac{\omega_{rs}}{\dfrac{\partial \Omega_{e'}}{\partial e'_r}},$$

siccome poi:

$$e_h \equiv \sum_r a_{hr},$$

abbiamo:

$$e_h \equiv \frac{1}{\dfrac{\partial \Omega_{e'}}{\partial e'_h}} \sum_r \omega_{hr} .$$

Introducendo le ω_{rs}, e'_h le relazioni (3), che trasformano le x_h, x'_h, divengono:

$$x'_h \equiv \frac{\partial \Omega_x}{\partial x_h} : \frac{\partial \Omega_{e'}}{\partial e'_h}, \qquad x_h \equiv \frac{\partial \Phi_{x'}}{\partial x'_h} : \frac{\partial \Omega_{e'}}{\partial e'_h} . \tag{14}$$

XII. Complessi polari.

57. Chiamiamo C_{hi} il complesso segato dal fascio dei due A_h, A_i sulla forma fondamentale di 4ª specie del fascio $\alpha_h \alpha_i$ che contiene il complesso C, cioè chiamiamo C_{hi} la proiezione di C fatta sul fascio $A_h A_i$ dal sistema lineare ∞^3 determinato dagli altro quattro complessi A_k, A_l, A_m, A_n. Se c_i sono le coordinate di C rispetto al sistema A_h, E, la forma di 4ª specie del fascio $\alpha_h \alpha_i$ che proietta C è data evidentemente dall' equazione:

$$c_h x_i - c_i x_h = 0 ,$$

quindi per C_{hi} abbiamo:

$$\frac{x_h}{x_i} = \frac{c_h}{c_i}, \quad x_k = x_l = x_m = x_n = 0 .$$

Nel fascio $A_h A_i$ il complesso C_{hi} determina un complesso Γ_{hi} armonico di C_{hi} rispetto ad A_h, A_i, e per esso si ha:

$$\frac{x_h}{x_i} = -\frac{c_h}{c_i}, \quad x_k = x_l = x_m = x_n = 0 .$$

Dei complessi Γ_{hi} se ne trovano 15, uno per ogni fascio $A_h A_i$, e tutti appartengono ad una stessa forma fondamentale di 4ª specie γ, quella data dall'equazione:

$$\sum_h \frac{x_h}{c_h} = 0 ,$$

che diremo la *forma polare* di C rispetto ai sei complessi fondamentali A_h. La γ è in involuzione con un complesso Γ le cui coordinate $'\gamma_h$, rispetto al sistema B_h, E', sono date (50) da:

$$\frac{1}{\gamma'_h} \equiv \frac{\partial \Omega_{e'}}{\partial e'_h} c_h , \tag{15}$$

e che chiameremo il *complesso polare* di C rispetto ai sei fondamentali A_h.

Dalle (14) si deduce che le coordinate c'_h di C, rispetto al sistema B_h, E', sono:

$$c'_h \equiv \frac{\partial \Omega_c}{\partial c_h} : \frac{\partial \Omega_{e'}}{\partial e'_h} ,$$

quindi se C, Γ coincidono dobbiamo avere:

$$c'_h \equiv \gamma'_h ,$$

ossia:

$$c_h \frac{\partial \Omega_c}{\partial c_h} = c_i \frac{\partial \Omega_c}{\partial c_i} . \tag{16}$$

Queste cinque equazioni di secondo grado determinano i rapporti delle coordinate c_h di $2^5 = 32$ complessi lineari polari di se stessi.

58. Scegliamo come complessi unità E, E′ due complessi polari. Ponendo nelle (15) $\gamma'_h \equiv \gamma'_i$, $c_h \equiv c_i$ troviamo le relazioni:

$$\frac{\partial \Omega_{e'}}{\partial e'_h} = \frac{\partial \Omega_{e'}}{\partial e'_i}, \tag{17}$$

che ci dànno le coordinate e'_h di E′ rispetto al sistema A_h, E. Per mezzo di queste (17) le (9), (12) assumono la forma:

$$\Omega_x \equiv \sum_{rs} \omega_{rs} x_r x_s = 0, \qquad \Phi_{x'} \equiv \sum_{rs} \varphi_{rs} x'_r x'_s = 0,$$

e, siccome le φ_{rs} sono i minori del discriminante di Ω_x corrispondenti agli elementi ω_{rs}, si trova che le forme quadratiche Ω_x, $\Phi_{x'}$ sono *reciproche*.

Le formole (17), insieme alle (11), ci dicono che adesso $E'_h = E'_i$, quindi le forme fondamentali in involuzione con i complessi unità E, E′ sono date dalle equazioni:

$$\sum_h x'_h = 0, \qquad \sum_h x_h = 0.$$

Le (5) che legano le coordinate x_h, y'_h, o x'_h, y_h di due complessi lineari in involuzione, o di due rette che si incontrano, divengono:

$$\sum_h x_h y'_h = 0 \quad \text{o} \quad \sum_h x'_h y_h = 0. \tag{18}$$

Se le y'_h sono fisse l'equazione $\sum_h y'_h x_h = 0$ è quella della forma fondamentale di 4ª specie in involuzione col complesso di coordinate y'_h; le coordinate u_h di questa forma, rispetto alle α_h ed alla forma unità e', sono proprio i coefficienti y'_h della sua equazione (50). Nel caso presente le (4) divengono:

$$x'_h \equiv \frac{\partial \Omega_x}{\partial x_h}, \qquad x_h \equiv \frac{\partial \Phi_{x'}}{\partial x'_h}. \tag{19}$$

XIII. Sistema di coordinate determinato da sei complessi lineari due a due in involuzione.

59. Supponiamo che i sei complessi fondamentali A_h siano due a due in involuzione (25). Allora ciascun complesso B_h coincide col corrispondente A_h, per cui devono essere zero le b_{rs}, a_{rs} con due indici diversi.

L'equazione del sistema β_h in involuzione con A_h è

$$\frac{\partial \Omega_x}{\partial x_h} = 0,$$

come si vede dalla (10), ma adesso la β_h coincide colla forma α_h, la cui equazione è $x_h = 0$, dunque dovremo avere $\omega_{rs} = 0$ e potremo scrivere la (9) sotto la forma:

$$\Omega_x \equiv \sum_h \omega_h x^2_h = 0.$$

Ora:

$$\frac{\partial \Omega_{e'}}{\partial e'_h} \equiv \omega_h e'_h,$$

quindi la (12) diviene:

$$\Phi_{x'} \equiv \sum_h \omega_h e'^2_h x'^2_h = 0.$$

Le (10), (13) prendono la forma:

$$\sum_h \omega_h x_h y_h = 0, \qquad \sum_h \omega_h e'^2_h x'_h y'^2_h = 0;$$

le relazioni (3) ci dànno:

$$x'_h \equiv \frac{x_h}{e'_h}, \qquad x_h \equiv e'_h x'_h .$$

60. Se prendiamo per complessi unità E, E′ due complessi polari dalle (17) troviamo che:

$$e'_h \equiv \frac{1}{\omega_h},$$

ed allora:

$$\Omega_x \equiv \sum_h \omega_h x_h^2 = 0, \qquad \Phi_{x'} \equiv \sum_h \frac{1}{\omega_h} x_h'^2 = 0,$$

$$\sum_h \omega_h x_h y_h = 0, \qquad \sum_h \frac{1}{\omega_h} x'_h y'_h = 0 .$$

61. Le equazioni (16) che forniscono i 32 complessi polari di se stessi sono:

$$\omega_h c_h^2 = \omega_i c_i^2 ,$$

e risolute dànno:

$$c_h \equiv \frac{1}{\pm\sqrt{\omega_h}} \ (^1).$$

62. Se scegliamo un complesso polare di se stesso come complesso unità E, E′ dobbiamo porre:

$$\omega_h = \omega_i ,$$

ed allora si ha un sistema di coordinate $x_h \equiv x_h'$.

L'identità che lega le coordinate di una retta è:

$$\Omega_x \equiv \sum_h x_h^2 = 0 , \tag{20}$$

la relazione fra le coordinate di due complessi in involuzione, o di due rette che si incontrano, è:

$$\sum_h x_h y_h = 0 .$$

Le coordinate dei 32 complessi polari di se stessi sono:

$$\pm 1, \pm 1, \pm 1, \pm 1, \pm 1, \pm 1 .$$

XIV. Sistema di coordinate determinato da sei complessi speciali i cui assi sono le rette di un tetraedro.

63. Prendiamo come fondamentali sei complessi speciali A_h i cui assi siano le rette di un tetraedro, e precisamente supponiamo che siano rette opposte gli assi delle coppie A_1, A_4; A_2, A_5; A_3, A_6. Il complesso A_4 è in involuzione con se stesso e con i complessi A_2, A_3, A_5, A_6, perchè i loro assi incontrano quello di A_4, dunque in questo caso i complessi $B_1, B_2, B_3, B_4, B_5, B_6$ coincidono rispettivamente con i

(1) Il gruppo dei 32 complessi polari di se stessi è uno di quelli considerati da Klein (*Zur Theorie der Lienicncomplexe des ersten und zweiten Grades*. M. Annalen, Bd. II), che si ottengono prendendo un complesso ad arbitrio e gli altri 31 che si trovano mutando in tutti i modi possibili i segni delle coordinate del primo. I 32 complessi polari di se stessi si dividono in due gruppi ciascuno di 16, quelli di un gruppo sono i 6 complessi reciproci di uno dell'altro rispetto ai sei complessi fondamentali, ed i 10 complessi reciproci dello stesso rispetto ai 10 iperboloidi determinati da $A_h A_i A_k$, $A_l A_m A_n$.

complessi A_4, A_5, A_6, A_1, A_2, A_3. Viceversa, se questi complessi coincidono nel modo detto, i complessi A_h sono speciali ed hanno come assi le rette di un tetraedro.

64. La forma fondamentale in involuzione col complesso A_h ha per equazione:

$$\frac{\partial \Omega_x}{\partial x_h} = 0 ,$$

ma deve essere quella α_l data dall'equazione $x_l = 0$, dunque devono annullarsi tutte le ω_{rs} eccetto le ω_{14}, ω_{25}, ω_{36}.

In questo caso si ha:

$$\Omega_x \equiv \omega_{14} x_1 x_4 + \omega_{25} x_2 x_5 + \omega_{36} x_3 x_6 = 0 ,$$

quindi:

$$\frac{\partial \Omega_{e'}}{\partial e'_1} \equiv \omega_{14} e'_4 , \quad \frac{\partial \Omega_{e'}}{\partial e'_2} \equiv \omega_{25} e'_5 , \quad \frac{\partial \Omega_{e'}}{\partial e'_3} \equiv \omega_{36} e'_6$$

$$\frac{\partial \Omega_{e'}}{\partial e'_4} \equiv \omega_{14} e'_1 , \quad \frac{\partial \Omega_{e'}}{\partial e'_5} \equiv \omega_{25} e'_2 , \quad \frac{\partial \Omega_{e'}}{\partial e'_6} \equiv \omega_{36} e'_3 ,$$

e perciò:

$$\Phi_{x'} \equiv \omega_{14} e'_1 e'_4 x'_1 x'_4 + \omega_{25} e'_2 e'_5 x'_2 x'_5 + \omega_{36} e'_3 e'_6 x'_3 x'_6 = 0 ,$$

$$\omega_{14} (x_1 y_4 + x_4 y_1) + \omega_{25} (x_2 y_5 + x_5 y_2) + \omega_{36} (x_3 y_6 + x_6 y_3) = 0 ,$$

$$\omega_{14} e'_1 e'_4 (x'_1 y'_4 + x'_4 y'_1) + \omega_{25} e'_2 e'_5 (x'_2 y'_5 + x'_5 y'_2) + \omega_{36} e'_3 e'_6 (x'_3 y'_6 + x'_6 y'_3) = 0 .$$

65. Prendendo come complessi unità E, E′ due complessi polari le (17) ci dànno:

$$e'_1 : e'_2 : e'_3 : e'_4 : e'_5 : e'_6 = \frac{1}{\omega_{14}} : \frac{1}{\omega_{25}} : \frac{1}{\omega_{36}} : \frac{1}{\omega_{14}} : \frac{1}{\omega_{25}} : \frac{1}{\omega_{36}} ,$$

per cui abbiamo:

$$(21)\quad \Omega_x \equiv \omega_{14} x_1 x_4 + \omega_{25} x_2 x_5 + \omega_{36} x_3 x_6 = 0 , \quad \Phi_{x'} \equiv \frac{1}{\omega_{14}} x'_1 x'_4 + \frac{1}{\omega_{25}} x_2 x'_5 + \frac{1}{\omega_{36}} x'_3 x'_6 = 0 ,$$

$$\omega_{14} (x_1 y_4 + x_4 y_1) + \omega_{25} (x_2 y_5 + x_5 y_2) + \omega_{36} (x_3 y_6 + x_6 y_3) = 0 ,$$

$$\frac{1}{\omega_{14}} (x'_1 y'_4 + x'_4 y'_1) + \frac{1}{\omega_{25}} (x'_2 y'_5 + x'_5 y'_2) + \frac{1}{\omega_{36}} (x'_3 y'_6 + x'_6 y'_3) = 0 .$$

66. Le equazioni (16) si riducono a due sole:

$$\omega_{14} c_1 c_4 = \omega_{25} c_2 c_5 = \omega_{36} c_3 c_6 ,$$

vi è dunque un sistema ∞^3 di complessi polari di se stessi. Prendendone uno come complesso unità E, E′ abbiamo:

$$\omega_{14} = \omega_{25} = \omega_{36} ;$$

allora si ha un solo sistema di coordinate $x_h \equiv x'_h$, e:

$$(22)\qquad \Omega_x \equiv x_1 x_4 + x_2 x_5 + x_3 x_6 = 0 ,$$

$$x_1 y_4 + x_2 y_5 + x_3 y_6 + x_4 y_1 + x_5 y_2 + x_6 y_3 = 0 \ (^1).$$

(¹) Quest'ultimo sistema di coordinate è quello introdotto da Plücker (*Systeme der Geometrie des Raumes*, 1846. Proceedings of the royal Soc. 1865. *Neue Geometrie des Raumes* etc. 1868), considerando la retta come congiungente di due punti o di due piani, e da Cayley (*On a new analytical representation of curves in space.* Quarterly Journal, t. III, 1859). Plücher stesso fa alcune osservazioni sulla via che si potrebbe seguire per determinare una retta indipendentemente dalle coordinate di punti o di piani, e dice che il risultato sarebbe fecondo, ma le ricerche molto laboriose. Questo problema è stato risoluto la prima volta da Zeuthen (*Notes sur un système de coordonnées linéaires dans l'espace.* M. Annalen, Bd. I, 1869), il quale è arrivato allo stesso sistema di Plücker

XV. Complessi polari rispetto a sei complessi speciali i cui assi sono le rette di un tetraedro.

67. Immaginiamo due tetraedri V, W contemporaneamente inscritti e circoscritti; siano V_h, v_h i vertici ed i piani opposti del primo, siano W_h, w_h i vertici ed i piani opposti al secondo; i piani w_h, v_h passino per i punti V_h, W_h. I piani w_h' polari dei punti W_h rispetto al tetraedro V passano rispettivamente per i suoi vertici V_h, quindi formano un terzo tetraedro W' circoscritto a V; ma questo tetraedro è anche inscritto a V. Infatti i vertici W_i, W_k, W_l di W stanno sul piano w_h che sega v_i, v_k, v_l secondo le rette $V_h W_i$, $V_h W_k$, $V_h W_l$, quindi i loro piani polari w_i, w_k, w_l, rispetto a V, devono incontrarsi in un punto W'_h di v_h, che è il vertice di W' opposti a w_h'. Troviamo in questo modo che ogni tetraedro W, contemporaneamente inscritto e circoscritto a V, ne determina un altro W', pure inscritto e circoscritto a V, i cui piani, ed i cui vertici, sono i piani polari, ed i poli, dei vertici, e dei piani di W rispetto a V. Viceversa colla stessa costruzione da W' si passa a W.

68. Un complesso lineare C determina un tetraedro W inscritto e circoscritto a V (2), quello i cui piani w_h sono i piani polari dei vertici V_h, e i cui vertici W_h sono i poli dei piani v_h rispetto a C. Il tetraedro W', pure inscritto e circoscritto a V, determinato da W, dà un secondo complesso lineare Γ, rispetto al quale i vertici V_h hanno per polari i piani w_h', ed i piani v_h hanno per poli i punti W_h'. Dimostriamo adesso che i complessi C, Γ sono polari rispetto ai sei complessi speciali A_{hi}, i cui assi sono le rette v_{hi}.

I due complessi speciali A_{ik}, A_{il} determinano un fascio i cui complessi sono pure tutti speciali, ed hanno per assi i raggi del fascio determinato da v_{ik}, v_{il}, per vedere quale è il complesso di questo fascio segato nel sistema lineare determinato da C, A_{hi}, A_{hk}, A_{hl}, A_{kl} basta vedere quale è il complesso del fascio che insieme a questi cinque è in involuzione con uno stesso complesso. Essendo W_i il polo di v_i rispetto a C è certo che C contiene la retta $V_h W_i$, quindi il complesso speciale che ha per asse questa retta è in involuzione con C, ma è anche in involuzione con i complessi A_{hi}, A_{hk}, A_{hl}, A_{kl}, perchè i loro assi incontrano la retta $V_h W_i$, dunque il

prendendo sopra una retta una lunghezza unità e prendendo come coordinate i volumi dei tetraedri determinati da esso e dagli spigoli di un tetraedro fondamentale. Nella stessa Memoria Zeuthen è giunto anche al sistema (21), più generale, prendendo come coordinate di una retta i suoi momenti rispetto ai sei spigoli di un tetraedro, ovvero decomponendo una forza unità, che agisca secondo una retta data, in sei forze che agiscano secondo le rette del tetraedro, ciò che è possibile in un solo modo, e prendendo queste forze come coordinate. Se i, j, k sono i momenti delle tre coppie di spigoli opposti del tetraedro i coefficienti di $\Omega_x = 0$ sono $\frac{1}{i}$, $\frac{1}{j}$, $\frac{1}{k}$ nel primo caso e i, j, k nel secondo. Il sistema (20) di coordinate è stato introdotto da Klein (*Ueber die Transformation der allgemeinen Gleichung des zweiten Grades zwischen Linien-Coordinaten auf eine canonische Form. Inauguraldissertation.* Bonn, 1868. M. Annalen. Bd. XXIII, 1884. — *Zur Theorie der Lieniencomplexe des ersten und zweiten Grades.* M. Annalen. Bd. II, 1870. *Die allgemeine lineare Transformation der Linienco-ordinaten.* M. Annalen, Bd. II. 1870), il quale ha pure considerato come coordinate di una retta sei funzioni lineari delle coordinate di Plücker legate da una relazione generale di 2° grado, ed ha considerato le coordinate di un complesso lineare rispetto a sei complessi fondamentali, dando però a queste coordinate un significato geometrico completamente diverso da quello da noi esposto.

complesso del fascio A_{ik}, A_{il} che cerchiamo è quello il cui asse $V_i M_{hi}$ incontra $V_h W_i$ nel punto M_{hi} che ha comune con v_{kl}. Se $V_i M'_{hi}$ è coniugata armonica di $V_i M_{hi}$ rispetto a v_{ik}, v_{il}, il complesso speciale che ha per asse $V_i M'_{hi}$ è armonico di quello che ha per asse $V_i M_{hi}$ rispetto ad A_{ik}, A_{il}, quindi deve essere in involuzione col complesso Γ polare di C, ossia Γ deve contenere la retta $V_i M'_{hi}$. Analogamente se i punti comuni alle rette $V_h W_k$, v_{li}; $V_h W_l$, v_{ik} sono M_{hk}, M_{hl}, e se le rette $V_k M'_{hk}$, $V_l M'_{hl}$ sono armoniche delle $V_k M_{hk}$, $V_l M_{hl}$ rispetto alle $v_{kl} v_{ki}$, $v_{li} v_{lk}$, deduciamo che Γ deve contenere $V_k M'_{hk}$, $V_l M'_{hl}$, dunque il punto comune è il polo di v_h rispetto a Γ. Ora questo punto comune è il polo del piano w_h rispetto al tetraedro V, cioè il punto W'_h, resta così dimostrato che il complesso Γ polare di C è dato dal tetraedro W'.

69. Se C è polare di se stesso devono coincidere i tetraedri W, W', cioè W deve essere inscritto e circoscritto a V ed ogni piano w_h deve essere polare del vertice opposto W_h rispetto a V. Viceversa ciascuno di questi tetraedri W dà un complesso C polare di se stesso.

Per costruire uno di questi complessi basta prendere un vertice W_h ad arbitrio sul piano v_h, poi costruire il piano w_h polare di W_h rispetto a V, sulle rette $w_h v_i$, $w_h v_k$, $w_h v_l$ devono stare i tre altri vertici W_i, W_k, W_l. Preso ad arbitrio uno W_i gli altri due si trovano come intersezioni delle rette $w_h v_k$, $w_h v_l$ col piano w_i polare di W_i rispetto a V; resta così costruito W, e si vede nuovamente che i complessi polari di se stessi sono ∞^3.

70. Proiettiamo un punto qualunque P da ogni retta v_{kl} sull'opposta v_{hi} e chiamiamo Q_{hi} la proiezione, Q'_{hi} il punto coniugato armonico di Q_{hi} rispetto ad A_h, A_i; abbiamo così sei punti Q_{hi} e sei punti Q'_{hi}, i quali ultimi stanno sul piano π polare di P rispetto a V. Questa figura gode di molte proprietà note, tra le quali le seguenti. I tre punti Q_{kl}, Q_{li}, Q_{ik} di v_h dànno tre rette $V_i Q_{kl}$, $V_k Q_{li}$, $V_l Q_{ik}$ che passano per il punto P_h proiezione di P fatta da V_h; i tre punti Q'_{kl}, Q'_{li}, Q'_{ik}, pure di v_h, stanno sopra una stessa retta r_h, traccia di π, polare di P_h rispetto al triangolo $V_i V_k V_l$. Tre rette come $V_i Q_{kl}$, $V_k Q'_{li}$, $V_l Q'_{ik}$ passano per uno stesso punto P_{ih}; i quattro punti P_h, P_{ih}, P_{kh}, P_{lh}, di v_h, sono vertici di un quadrangolo il cui triangolo diagonale è $V_i V_k V_l$, e precisamente due punti come P_h, P_{ih} o come P_{kh}, P_{lh} sono in linea retta con V_i. Le rette r_h, $Q_{ik} Q_{kl}$, $Q_{kl} Q_{li}$, $Q_{li} Q_{ik}$ formano un quadrilatero che pure ha $V_i V_k V_l$ come triangolo diagonale, ogni vertice del quadrangolo ha per polare rispetto al triangolo diagonale un lato del quadrilatero, ecc. ecc.

Il piano π_h polare di P_h rispetto a V è quello determinato da V_h, r_h, cioè quello delle rette $V_h Q'_{kl}$, $V_h Q'_{li}$, $V_h Q'_{ik}$, quindi π_h contiene i punti P_{ki}, P_{li}; P_{lk}, P_{ik}; P_{il}, P_{kl}. Il piano π_{ih} polare di P_{ih} rispetto a V è quello che contiene le tre rette $V_h Q_{ik}$, $V_h Q_{il}$, $V_h Q'_{kl}$, quindi contiene i punti P_{hl}, P_l; P_{hk}, P_k; P_{hi}, P_{li}.

Scelto un punto P_h prendiamo i punti P_{kl}, P_{li}, P_{ik} o P_{lk}, P_{ki}, P_{il}, abbiamo così due tetraedri e vediamo subito che il piano polare di un vertice di uno qualunque contiene gli altri tre vertici, dunque si tratta di due tetraedri W, inscritti e circoscritti a V, che dànno due complessi polari di se stessi. Di questi tetraedri se ne trovano 8, formati con i 16 punti P_h, P_{ih}, ciascun punto essendo vertice di due, e

sono i seguenti:

$$P_{11}\ P_{23}\ P_{34}\ P_{42}\,, \qquad P_{11}\ P_{32}\ P_{24}\ P_{43}$$
$$P_{22}\ P_{34}\ P_{41}\ P_{13}\,, \qquad P_{22}\ P_{43}\ P_{31}\ P_{14}$$
$$P_{33}\ P_{41}\ P_{12}\ P_{24}\,, \qquad P_{33}\ P_{14}\ P_{42}\ P_{21}$$
$$P_{44}\ P_{12}\ P_{23}\ P_{31}\,, \qquad P_{44}\ P_{21}\ P_{13}\ P_{32}\,.$$

Ogni punto P ed ogni piano π dello spazio fornisce in questo modo 8 complessi lineari polari di se stessi.

71. L'ultimo sistema di coordinate (22) a cui siamo giunti coincide con quello che si ha prendendo una retta come determinata da due punti riferiti al tetraedro fondamentale V, le cui rette sono gli assi dei sei complessi fondamentali speciali. In questo sistema se una retta è determinata da due punti di coordinate x_h, y_h le sue coordinate sono i numeri:

$$p_{hi} \equiv x_h y_i - x_i y_h$$

legati dall'identità:

$$p_{23}p_{14} + p_{31}p_{24} + p_{12}p_{34} = 0\,.$$

I rapporti delle p_{hi} sono determinati quando è dato il tetraedro fondamentale V ed il punto unità P, le rette del tetraedro V sono gli assi dei complessi speciali fondamentali, quale è il complesso unità E?

Prendendo l'equazione $\Sigma\, p_{hi} = 0$ di E si trova che i poli dei piani v_h rispetto ad esso sono i punti:

$P_4 \equiv (1,1,1,0)$, $P_{23} \equiv (1,-1,0,1)$, $P_{31} \equiv (0,1,-1,1)$, $P_{12} \equiv (-1,0,1,1)$,

e che quindi il complesso unità E è quello che si ha prendendo il tetraedro $P_4\,P_{23}\,P_{31}\,P_{12}$ come tetraedro W; gli 8 tetraedri dati da P forniscono gli 8 complessi unità degli 8 sistemi ottenuti prendendo le coordinate $\pm p_{hi}$, in modo però che sempre sia soddisfatta la stessa identità.

$$p_{23}p_{14} + p_{31}p_{24} + p_{12}p_{34} = 0\,.$$

Sul diametro solare.

Memoria del prof. ALFONSO DI LEGGE

approvata per la stampa negli Atti dell'Accademia
nella seduta del 6 aprile 1884.
Premiata al concorso Carpi pel 1883.

I.

Le prime misure del diametro solare eseguite con istrumenti di una qualche precisione e metodi meritevoli di fiducia non rimontano che alla seconda metà del secolo decimosettimo (1). Da quell'epoca i più valenti astronomi si occuparono della determinazione del diametro del sole, e nei principali osservatorî s' intrapresero delle serie ordinate e sistematiche di osservazioni dirette alla misura del diametro orizzontale e verticale del sole.

Fin dallo scorso secolo varî astronomi furono indotti ad ammettere, od almeno a sospettare, nel sole uno schiacciamento equatoriale, risultando dalle loro osservazioni i diametri verticali più grandi dei diametri orizzontali. Una tale ipotesi conduceva naturalmente a supporre ineguali e decrescenti i diametri del sole dai poli all'equatore.

Per studiare meglio la forma del disco solare furono allora introdotti gli eliometri, senza però che dall' uso di questi strumenti venisse definitivamente risoluta la questione. Lo stesso Bouguer, l'inventore dell' eliometro, quantunque dalle sue misure risulti il diametro verticale maggiore dell'orizzontale, non credeva, che i risultati da lui ottenuti fornissero una prova sufficiente della diversa lunghezza dei due diametri, e dichiarava di astenersi da un giudizio definitivo, finchè non si fosse raccolto un maggior numero di osservazioni, ed osservato il sole con eliometri di differenti dimensioni (2).

Il progressivo perfezionamento degli strumenti meridiani, dal quale si è ottenuta una maggior precisione nella misura delle distanze zenitali, ha ridotto successivamente a limiti sempre più ristretti le discordanze fra i diametri verticali e gli orizzontali. Se anche adesso si presentano fra le misure dei due diametri delle divergenze, sono esse di tal grado da potersi attribuire alla natura assai diversa delle osservazioni da cui si deducono.

(1) Huyghens nel 1659 applicò il micrometro da lui inventato alla misura del diametro solare (Hugenius, *Opera varia*, T. II, pag. 592); ma la prima misura che abbia una vera importanza per la scienza, è quella di Mouton dedotta dalle sue osservazioni dei passaggi meridiani del disco del Sole pubblicate nella sua opera: *Observationes diametrorum Solis et Lunae.* Lugduni 1670.

(2) *Histoire de l'Académie des sciences.* Année 1748, pag. 31, 34. Mémoires.

Ma, esclusa pure l'ipotesi dell' ellitticità del disco solare, rimane tuttavia da spiegare il fatto delle differenze che risultano nei valori del diametro e nelle singole osservazioni e nei medî ricavati da serie più o meno numerose delle medesime, che lasciano tuttora una qualche incertezza nel valore di questo elemento.

Le differenze od anomalie, che si riscontrano nelle diverse misure, si fecero generalmente dipendere da varie cause atte ad influire in modo diverso nelle osservazioni sulle quali è basata la misura del diametro: come la diversa struttura degli strumenti, le condizioni variabilissime dell' atmosfera, gli errori personali degli osservatori, variabili anche essi entro certi limiti in uno stesso osservatore da una epoca all'altra.

In questi ultimi tempi però il chiarissimo P. Rosa (1), ed altri distinti astronomi, ritenendo le influenze degli errori costanti ed accidentali insufficienti a produrre le variazioni o progressive o periodiche, che risulterebbero nei valori dei diametri solari da loro discussi; hanno considerato quelle variazioni come l'effetto di cambiamenti reali nel diametro e nella fotosfera solare. Dai sostenitori di questa ipotesi si è voluto anche ravvisare una stretta relazione fra lo stato di attività della superficie del sole e le variazioni, che presenta la grandezza del suo diametro.

La questione della variabilità od invariabilità del diametro solare è senza dubbio della massima importanza, ma non potrà essere risoluta definitivamente, se non siansi accumulati nuovi dati e nuovi elementi in numero sufficiente da servir di base ad una così difficile ricerca.

All' Osservatorio del Campidoglio nel decembre del 1873 furono intraprese le osservazioni del passaggio meridiano del sole per la misura del diametro orizzontale, e continuate fin ad oggi senza interruzione.

Da principio il prof. L. Respighi, Direttore dell'Osservatorio diede a me l'incarico di tali osservazioni, che vennero fatte tutte o quasi tutte da me esclusivamente fin verso la fine del maggio 1876. Da quell' epoca, adottato il metodo di proiezione, e rese così possibili le osservazioni simultanee, si aggiunsero altri due osservatori, il prof. Respighi ed il mio collega dott. Francesco Giacomelli. Nel 1879 entrato a far parte del personale dell' Osservatorio il dott. Antonio Prosperi, cominciò anche egli le osservazioni del diametro; cosichè negli ultimi anni il numero dei passaggi osservati si è notevolmente accresciuto.

Il materiale da noi raccolto nei dieci anni di osservazione comprende 1795 passaggi, dai quali ho ricavato una nuova misura del semidiametro solare. Le osservazioni degli ultimi otto anni, e specialmente le simultanee, mi sono sembrate opportunissime per istituire uno studio sugli errori personali degli osservatori, diretto principalmente allo scopo di valutarne l'entità e l'influenza che possono esercitare sulle osservazioni. Nell' esporre poi i risultati delle nostre osservazioni mi sono astenuto dal trarne qualunque conseguenza, che si riferisse all' odierna questione della variabilità od invariabilità del diametro del sole, limitandomi solo a quelle considerazioni, che emergevano più evidentemente dai medesimi.

Nella presente Memoria non ho riportato che i valori dei semi-diametri ridotti

(1) *Studî intorno ai diametri solari.* Roma. 1884.

alla distanza media ricavati dalle singole osservazioni. Chi desiderasse maggiori particolari può consultare le pregievolissime Note del prof. Respighi pubblicate negli Atti della r. Accademia dei Lincei sulle osservazioni del diametro solare fatte nei diversi anni (1); ove si trovano svolte molte ed importanti considerazioni sull'argomento da me trattato.

II.

Per la misura del diametro orizzontale del sole fu costantemente adoperato il circolo meridiano di Ertel posseduto dal nostro Osservatorio, di cui l'obbiettivo ha un'apertura libera di $0^m,094$, e la distanza focale è di $1^m,132$.

Il cannocchiale da principio era munito di un micrometro a sette fili con l'oculare d'ingrandimento 120.

I tempi degli appulsi dei due bordi ai fili del micrometro si prendevano ad un cronometro Dent collocato presso agli osservatori, in modo che da tutti si potessero sentirne ugualmente e distintamente le battute.

Dal 12 dicembre 1875, epoca in cui ebbero principio le osservazioni, al 25 maggio 1876 le osservazioni vennero tutte eseguite, ad eccezione di pochissime, da uno stesso osservatore, e fu sempre adoperato lo stesso elioscopio o vetro colorato e lo stesso oculare.

Dal 30 maggio in poi si cambiò modo di osservazione, ed invece di osservare il sole direttamente al cannocchiale, veniva proiettata la sua immagine sopra una tavoletta o quadro imbiancato disposto perpendicolarmente all' asse ottico del cannocchiale, ed a tale distanza da ottenere un' immagine proiettata del diametro di circa 70 centimetri. L'immagine del bordo era poi mantenuta, durante il passaggio, per ogni contatto al centro dell'oculare convenientemente accomodato ad ottenere ben definita l'immagine proiettata del bordo solare e ben distinta quella dei fili del micrometro. Il nuovo metodo di osservazione presentava sull' altro due vantaggi, di moltiplicare cioè il numero delle osservazioni e degli osservatori e di somministrare il mezzo più idoneo alla determinazione delle equazioni personali od errori relativi degli osservatori.

Non rimane però escluso, che la diversità del metodo possa avere esercitato una diversa influenza sui risultati delle osservazioni fatte, prima e dopo l'avvenuto cambiamento, dallo stesso osservatore in conseguenza di una variazione nel suo errore personale. Confrontando peraltro i risultati medî delle osservazioni dirette con quelli ottenuti dalle osservazioni per proiezione negli anni immediatamente seguenti apparisce, che la differenza nell'errore personale assoluto dell' osservatore è compresa dentro i limiti delle variazioni degli errori personali, che l'esperienza ha dimostrato verificarsi, da un anno all'altro, in uno stesso individuo ed in osservazioni assolutamente identiche.

Un altro cambiamento fu operato nell'istrumento nel giugno del 1879, essendosi sostituito al primo un altro micrometro di 17 fili. Fu mantenuto però lo stesso

(1) Atti della r. Accademia dei Lincei. Ser. 2ª, T. II; Ser. 3ª, Cl. di sc. fis. mat. e nat. Vol. I, II, VIII e XIII.

oculare; e gli appulsi si continuarono a prendere soltanto a sette fili, le cui distanze equatoriali dal filo medio erano a un dipresso le medesime dei fili del primo micrometro. Per tale sostituzione non mi sembra, sotto alcun rapporto, alterata l'identità di condizione dello strumento e del metodo di osservazione, e credo quindi di poter ritenere come assolutamente paragonabili i risultati delle osservazioni col primo micrometro a quelle posteriori fatte col secondo.

Le osservazioni dei passaggi, da cui si sono dedotti i singoli valori dei semidiametri riportati nell' ultima tavola, sono quasi tutte complete; si sono presi cioè in ciascuna di esse i tempi degli appulsi dei due bordi ai sette fili. Nelle poche incomplete di cui ho tenuto conto sono stati presi i tempi dei contatti dei due bordi almeno a cinque fili corrispondenti.

Nessuna delle osservazioni complete è stata omessa e non si è avuto alcun riguardo alle condizioni più o meno favorevoli dell'atmosfera, ed allo stato più o meno marcato di oscillazione del bordo solare.

E sarebbe inopportuno, se non irragionevole, fare delle esclusioni senza un criterio sicuro che ne precisi i limiti; mentre è naturale il supporre, che nei medî generali si compensino quelle anomalie dei singoli valori dei semidiametri, che sono esclusivamente dovuti allo stato variabilissimo dell'atmosfera.

III.

L'osservazione e l'esperienza hanno dimostrato l'esistenza degli errori personali degli osservatori nella misura della durata dei passaggi del disco del sole; e la causa di questi errori va ricercata nelle condizioni essenzialmente differenti, in cui vengono osservati i due bordi (1).

Le differenze od anomalie nei valori trovati dagli astronomi per la grandezza del diametro solare devono, almeno in gran parte, attribuirsi all' influenza degli errori personali relativi degli osservatori; ed è perciò generalmente riconosciuta l'importanza, anzi la necessità, di determinare questi errori in tutte quelle serie di osservazioni sistematiche del passaggio meridiano del sole destinati alla misura del suo diametro od a quella della sua ascensione retta.

La determinazione dell' equazione personale relativa fra più osservatori deve esser basata sul confronto di un sufficiente numero di osservazioni prossimamente contemporanee fatte dai varî osservatori, e possibilmente in condizioni identiche.

Tale identità di condizioni, che è impossibile di ottenere nelle osservazioni dirette, viene evidentemente raggiunta nelle osservazioni per proiezione. Non essendovi inoltre ragione di tenere queste ultime meno buone delle prime non può cader dubbio, che le osservazioni fatte simultaneamente debbano preferirsi a qualunque combinazione di osservazioni dirette per la ricerca degli errori personali.

Fu appunto questo uno dei criterî, che determinarono il prof. Respighi ad

(1) Les divergences que nous signalons ici sont bien particulières aux observations du soleil et proviennent de la diversité des appréciations des temps des passages des bords. Le Verrier, Annales de l'Observatoire de Paris. Tom. IV, cap. XIV.

adottare fin dal maggio 1876 il metodo delle osservazioni per proiezione, non più abbandonato da quell'epoca.

L'equazioni personali od errori relativi degli osservatori nella misura del semidiametro solare vennero determinati, ogni anno, in due modi distinti; cioè dal complesso di tutte le osservazioni, e dalle sole osservazioni simultanee.

Relativamente all'equazioni personali dedotte dalle osservazioni simultanee devo notare quanto segue:

Nel 1876 non avendosi che poche osservazioni comuni agli osservatori Di Legge e Giacomelli, l'equazione personale fra i due si è desunta dall'equazione *Di Legge — Respighi* e *Respighi — Giacomelli*, la prima ricavata da 55 osservazioni simultanee, la seconda da 28.

Nel 1877 l'equazione personale *Di Legge — Respighi* si è dedotta da 121 osservazioni comuni ai due osservatori, e l'equazione personale *Di Legge — Giacomelli* da 121 osservazioni fatte simultaneamente dai due, di cui 51 comuni ai tre osservatori. La differenza fra la seconda e la prima si è assunta come valore dell'equazione *Respighi — Giacomelli*.

Negli anni seguenti l'equazioni personali vennero determinate confrontando i risultati delle sole osservazioni fatte simultaneamente da tutti gli osservatori.

I due specchi seguenti contengono i valori delle equazioni personali pei diversi anni di osservazione, ed i loro medî. Nello specchio A sono riportati i valori dedotti dal complesso di tutte le osservazioni: nello specchio B i valori ottenuti dalle sole osservazioni simultanee, ed il numero delle osservazioni da cui si sono ricavati. I nomi degli osservatori Di Legge, Respighi, Giacomelli, Prosperi, sono indicati colle iniziali D, R, G, P.

EQUAZIONI PERSONALI

SPECCHIO A.

Anni	D-R	D-G	D-P	R-G	R-P	G-P
1876	+0".60	+0".16	—	−0".44	—	—
1877	+0.65	+0.28	—	−0.37	—	—
1878	+0.52	+0.11	—	−0.41	—	—
1879	+0.46	−0.05	+0".14	−0.51	−0".32	+0".19
1880	+0.47	+0.03	−0.23	−0.44	−0.70	−0.26
1881	+0.42	−0.11	−0.47	−0.53	−0.89	−0.36
1882	+0.56	−0.22	−0.51	−0.78	−1.07	−0.29
1883	+0.43	−0.47	−0.08	−0.90	−0.51	+0.39
medî	+0.51	−0.03	−0.23	−0.55	−0.70	−0.07

SPECCHIO B.

Anni	D-R	D-G	D-P	R-G	R-P	G-P	N.° delle osservazioni
1876	+0".55	+0".21	—	−0".34	—	—	—
1877	+0.62	+0.33	—	−0.29	—	—	121
1878	+0.49	+0.09	—	−0.40	—	—	137
1879	+0.44	−0.11	+0".15	−0.55	−0".29	+0".26	122
1880	+0.56	+0.11	−0.20	−0.45	−0.76	−0.31	148
1881	+0.42	−0.11	−0.51	−0.53	−0.93	−0.40	136
1882	+0.58	−0.24	−0.57	−0.82	−1.15	−0.33	145
1883	+0.44	−0.47	0.00	−0.91	−0.44	+0.37	110
medî	+0.51	−0.02	−0.23	−0.53	−0.71	−0.08	919

Le differenze fra i risultati dello specchio A ed i corrispondenti dello specchio B sono sempre comprese entro limiti molto ristretti, e la più grande differenza non raggiunge il valore di $\pm$ 0″,1.

L'accordo quasi completo fra i valori dell'equazioni personali ottenuti nei due modi è in gran parte spiegato, se si consideri che molte delle osservazioni da cui son tratti i numeri dello specchio A sono quelle stesse da cui sono dedotti i numeri dello specchio B, come può aversene un'idea dal quadro seguente.

Anni	Numero delle osservazioni				
	D	R	G	P	Simultanee
1876	140	90	55	—	(')
1877	202	156	148	—	121
1878	191	194	199	—	137
1879	201	166	191	192	122
1880	186	230	243	229	148
1881	212	200	189	219	136
1882	220	202	202	205	145
1883	170	201	189	203	110

Non essendo per altro disprezzabile il numero delle osservazioni non comuni, la quasi identità dell'equazioni personali dedotte da tutte le osservazioni e quelle risultanti dalle sole osservazioni simultanee è una prova delle piccole variazioni, di cui è suscettibile l'errore personale assoluto di un osservatore, nei periodi di breve durata.

Le differenze estreme dal medio dei parziali valori dell'equazioni personali ricavate da tutte le osservazioni sono

per	l'equazione	D — R	+ 0.14	e	— 0.09
»	»	D — G	+ 0.31	«	— 0.44
»	»	D — P	+ 0.37	«	— 0.28
»	»	R — G	+ 0.18	«	— 0.35
»	»	R — P	+ 0.38	«	— 0.37
»	»	G — P	+ 0.46	«	— 0.29

e le differenze del medio dell'equazioni parziali dedotte dalle osservazioni simultanee

per	l'equazione	D — R	+ 0.11	e	— 0.09
»	»	D — G	+ 0.35	»	— 0.45
»	»	D — P	+ 0.38	»	— 0.34
»	»	R — G	+ 0.24	»	— 0.38
»	»	R — P	+ 0.42	»	— 0.44
»	»	G — P	+ 0.45	»	— 0.32

Dal confronto dei singoli valori dell'equazioni personali fra i varî osservatori, e dal loro confronto col medio evidentemente risulta, che l'equazione personale fra due osservatori varia da un anno all'altro, ed in modo diverso pei varii osservatori.

Riferendoci all'equazioni basate sulle sole osservazioni simultanee, come le più attendibili, dai valori delle medesime apparisce, che le variazioni più piccole ci sono presentate dall'equazione personale *Di Legge — Respighi* cogli allontanamenti

(') Nel 1876 l'equazione D-R si è dedotta da 55 osservazioni simultanee, la R-G da 28, la D-G dalle due prime come si è accennato di sopra.

estremi dal medio + 0″.11 e — 0″.09 e che l'errore od equazione personale *Respighi — Prosperi* dà le variazioni più forti cogli allontanamenti dal medio + 0″.42 e — 0″.44.

Se gli errori personali fra i varî osservatori non fossero soggetti che a variazioni dell'ordine di quelle che si riscontrano nell'equazione *Di Legge — Respighi* si potrebbe ammettere come dimostrato dalle nostre osservazioni, che l'equazione personale fra due osservatori ricavata da un gran numero di osservazioni ha per limite una costante. Ma le discordanze, che appariscono nelle altre equazioni personali da un anno all'altro, non sono così piccole da poterle considerare come trascurabili rispetto al medio, nè ci porgono un argomento favorevole all'ipotesi dell'invariabilità dell'errore personale relativo fra due osservatori.

Sulla causa delle differenze, più o meno notevoli, che da un'epoca all'altra risultano nell'equazioni personali relative per le osservazioni dei passaggi del sole sono state fatte varie ipotesi ed espresse dagli astronomi varie opinioni. La non contemporaneità delle osservazioni, da cui sono stati ricavati i valori dell'equazione personale, le modificazioni introdotte negli strumenti, i cambiamenti nel metodo delle osservazioni sono state considerate come cause sufficienti a generare, almeno in parte, siffatte divergenze.

I confronti però delle nostre osservazioni simultanee devono ritenersi indipendenti da qualunque influenza, che non derivi dal modo tutto proprio dell'osservatore nell'apprezzare i tempi dei contatti, trovandosi tutti gli osservatori in condizioni assolutamente identiche, ed essendosi mantenuta fino ad oggi l'identità di condizione nello strumento e nel metodo di osservazione dall'epoca in cui ebbero principio le osservazioni per proiezione.

Credo quindi di poter concludere che le differenze da noi trovate nei valori annui dell'equazioni personali relative, hanno per causa principale l'instabilità o meglio la variabilità nelle condizioni fisiologiche degli osservatori, le quali in uno stesso individuo possono subire da un'epoca all'altra delle sensibili ed anche persistenti modificazioni (1).

IV.

Da ciascuno dei passaggi osservati si è ricavato il valore del semidiametro del sole ridotto alla distanza media. Si è preso per ciascun osservatore il medio annuo dei singoli valori dei semidiametri dedotti dalle sue osservazioni e si è determinato il relativo errore probabile. Nello specchio seguente sono riportati i semidiametri annuali dei quattro osservatori, il numero totale delle osservazioni, da cui furono desunti, ed il rispettivo errore probabile. I risultati delle poche osservazioni del decembre del 1873 sono compresi nel medio annuo del 1874.

(1) L'anormalità nello stato fisico o morale di un osservatore può produrre degli errori fisiologici che chiamerei *accidentali*, ai quali solamente trovo applicabile l'opinione dei signori Hirsch e Plantamour « *que la correction physiologique d'un observateur n'est pas constante, mais qu'elle varie non seulement d'un jour à l'autre, mais aussi dans le courant d'une même nuit* » (Determination télégraphique de la différence de longitude entre les Observatoires de Genève et de Neufchâtel, Genève 1864); ma questi errori non possono avere che un'influenza insensibile nei medî annui.

MEDÎ ANNUI DEI SEMIDIAMETRI

Anni	Di Legge			Respighi			Giacomelli			Prosperi			Numero totale delle osservazioni	Giorni di osservazioni
	Semidiametro medio	Num. delle osservazioni	Errore probabile	Semidiametro medio	Num. delle osservazioni	Errore probabile	Semidiametro medio	Num. delle osservazioni	Errore probabile	Semidiametro medio	Num. delle osservazioni	Errore probabile		
1874	961″.48	175	±0″.045	—	—	—	—	—	—	—	—	—	175	175
1875	961.62	196	±0.042	—	—	—	—	—	—	—	—	—	196	196
1876	961.43	140	±0.045	960″.83	90	±0″.047	961″.27	55	±0″.046	—	—	—	285	198
1877	961.69	202	±0.044	961.04	156	±0.042	961.41	148	±0.046	—	—	—	506	240
1878	961.44	191	±0.034	960.92	194	±0.033	961.33	199	±0.030	—	—	—	584	230
1879	961.20	201	±0.031	960.74	166	±0.033	961.25	191	±0.031	961″.06	192	±0″.028	750	218
1880	961.21	186	±0.029	960.74	230	±0.028	961.18	243	±0.029	961.44	229	±0.028	888	257
1881	961.13	212	±0.026	960.71	200	±0.031	961.24	189	±0.034	961.60	219	±0.031	820	234
1882	961.14	220	±0.027	960.58	202	±0.035	961.36	202	±0.032	961.65	205	±0.032	829	237
1883	960.95	170	±0.041	960.52	201	±0.039	961.42	189	±0.042	961.03	203	±0.039	763	228

Dai numeri scritti qui sopra si raccoglie, che i valori dei semidiametri annuali *Di Legge* e *Respighi* presentano una progressiva diminuzione dal 1877 al 1883, se si eccettui l'aumento di 0″.01 che si verifica negli anni 1880 e 1882 rispetto agli anni immediatamente precedenti nei semidiametri *Di Legge*. Nei semidiametri *Giacomelli* e *Prosperi* non si manifesta alcun andamento di progressivo aumento o diminuzione.

Le influenze degli errori accidentali, che non si possono ritenere del tutto compensati nei medî annui, è presumibile che riescano meno sensibili nei medî biennali dei semidiametri, e che perciò si è creduto utile di riprodurre.

Lo specchio seguente contiene i semidiametri dedotti da tutte le osservazioni di un biennio per ciascuno dei quattro osservatori. Avendo il dott. Prosperi cominciato le osservazioni dei passaggi al principio del 1879, si è tralasciato per questo osservatore il semidiametro biennale 1878-79: poichè non avrebbe rappresentato in realtà, che il risultato medio delle osservazioni di un solo anno.

MEDÎ BIENNALI DEI SEMIDIAMETRI

Anni	Di Legge		Respighi		Giacomelli		Prosperi	
	Semidiametro medio	Num. delle osservazioni	Semidiametro medio	Num. delle osservazioni	Semidiametro medio	Num. delle osservazioni	Semidiametro medio	Num. delle osservazioni
1874-1875	961″.55	371	—	—	—	—	—	—
1876-1877	961.58	342	960″.96	246	961″.37	203	—	—
1878-1879	961.32	392	960.84	360	961.29	390	—	—
1880-1881	961.17	398	960.73	430	961.21	432	961″.52	448
1882-1883	961.06	390	960.55	403	961.39	391	961.34	408

Nei precedenti valori apparisce una maggior regolarità nella progressiva diminuzione dei semidiametri *Di Legge* e *Respighi* dal biennio 1876-77 al biennio 1882-83. Il semidiametro *Giacomelli*, mentre nei primi tre biennî accennava ad un progressivo decremento, nell'ultimo poi torna non solo a crescere, ma raggiunge il massimo valore del periodo considerato. Anche nei due semidiametri *Prosperi* si manifesta una diminuzione dal biennio 1880-81 al seguente 1882-83.

È qui il luogo di osservare, che nei semidiametri biennali verrebbero eliminate le ineguaglianze, che dovrebbero risultare nei diametri solari a diverse latitudini nell'ipotesi della forma ellittica del disco del sole. Difatti, essendo la durata della rotazione solare di giorni 27,07 circa, dopo quattro anni il sole ci ripresenta prossimamente alle stesse epoche dell'anno i medesimi meridiani, ugualmente orientati rispetto all'angolo di posizione dell'equatore solare; ed ogni due anni i medesimi meridiani ma inversamente disposti rispetto lo stesso angolo.

Se si prendano per ciascun anno i medî dei semidiametri *Di Legge*, *Respighi* e *Giacomelli*, escludendo i semidiametri *Prosperi* perchè si riferiscono ad un numero di anni di osservazione troppo limitato, si hanno i seguenti valori:

Anni	Semidiametri medii	Anni	Semidiametri medii
	"		"
1874	961.48	1879	961.06
1875	961.62	1880	961.04
1876	961.18	1881	961.03
1867	961.38	1882	961.03
1878	961.23	1883	960·96

Anche in questa serie apparisce una certa legge di progressiva diminuzione nel valore del semidiametro solare, che si rende più marcata e più regolare nei semidiametri biennali dedotti dalla serie stessa che scriviamo qui appresso

	"
1874-1875	961.55
1876-1877	961.28
1878-1879	961.10
1880-1881	961.03
1882-1883	960.99

Non intendo sui precedenti risultati nè istituire una discussione, nè formulare un'ipotesi relativa alla questione delle reali variazioni del diametro solare.

Ho dichiarato fin da principio che mi sarei astenuto dal trattare il difficile e complicato problema, riconoscendo la poca estensione del periodo delle nostre osservazioni per servir di base ad una ricerca di tal natura.

Solo scopo di questo mio riassunto è stato quello di esporre quei risultati numerici e dati principali che di fatto ci porgevano le nostre osservazioni, lasciando agli astronomi più provetti e più abili di me la cura d'interpretarli.

V.

Allo scopo di rilevare se esista una qualunque variazione sistematica nei valori del semidiametro solare in relazione alle diverse epoche dell'anno, ho dedotto da tutte le osservazioni fatte nei dieci anni in ogni mese i semidiametri medî per ciascuno dei quattro osservatori, di cui i valori col rispettivo numero delle osservazioni, da cui sono ricavati, si hanno qui appresso:

MEDII MENSILI DEI SEMIDIAMETRI

Mesi	Di Legge		Respighi		Giacomelli		Prosperi	
	Semidiametro medio	Num. delle osservazioni	Semidiametro medio	Num. delle osservazioni	Semidiametro medio	Num. delle osservazioni	Semidiametro medio	Num. delle osservazioni
Gennaio . . .	961".26	154	960".52	105	961".21	93	961".32	78
Febbraio . . .	961.52	161	960.78	126	961.41	114	961.53	88
Marzo	961.47	140	960.87	101	961.18	105	961.47	88
Aprile	961.27	147	960.72	97	961.25	97	961.39	74
Maggio . . .	961.34	156	960.80	105	961.23	114	961.37	89
Giugno . . .	961.36	197	960.90	139	961.34	136	961.48	107
Luglio	961.39	200	960.91	187	961.36	179	961.55	106
Agosto	961.32	199	960.66	132	961.47	146	961.28	106
Settembre . .	961.31	164	960.74	105	961.26	101	961.33	77
Ottobre . . .	961.12	189	960.72	132	961.11	113	961.16	79
Novembre. . .	961.12	147	960.58	118	961.35	119	961.17	82
Decembre. . .	961.25	139	960.58	92	961.26	99	961.26	74

Dai precedenti valori risulta; che l'escursione dei semidiametri mensili ossia la differenza fra il massimo ed il minimo valore è per:

Di Legge	di	0",40
Respighi	»	0,39
Giacomelli	»	0,36
Prosperi	»	0,39

cioè pressochè identica per tutti e quattro gli osservatori.

L'andamento o variazione apparente dei semidiametri mensili dei quattro osservatori non ci presenta una vera e marcata identità. L'unico fatto degno di nota è la coincidenza del minimo nei semidiametri *Di Legge*, *Giacomelli* e *Prosperi* che si verifica nell'ottobre, e del massimo dei semidiametri *Respighi* e *Prosperi* che ha luogo nel luglio.

Non escludendo la coesistenza di altre cause che possono concorrere a produrre questa diversità di andamento, mi sembra che la medesima debba farsi dipendere

principalmente dalla ineguale distribuzione delle osservazioni fatte dai quattro osservatori nei varî mesi dell'anno.

Le differenze che si veggono nei valori dei semidiametri di una stessa colonna verticale, che si riferiscono cioè ad uno stesso osservatore, mi sembrano abbastanza spiegate dalla diversità delle condizioni atmosferiche nei diversi mesi e nelle diverse stagioni senza ricorrere alla problematica ipotesi di variazioni a breve periodo, che avvengano realmente nel diametro o nella fotosfera solare.

Alla stessa conseguenza conducono i numeri delle serie seguenti che rappresentano i medî dei semidiametri mensili dei quattro osservatori e le loro differenze col medio:

Mesi	Semidiametri mensili	Differenze del medio
Gennaio	961".08	— 0".09
Febbraio	961.31	+ 0.14
Marzo	961.25	+ 0.08
Aprile	961.16	— 0.01
Maggio	951.18	+ 0.01
Giugno	961.27	+ 0.10
Luglio	961.30	+ 0.13
Agosto	961.18	+ 0.01
Settembre	961.16	— 0.01
Ottobre	961.03	— 0.14
Novembre	961.05	— 0.12
Decembre	961.09	— 0.08
	961.17	

Le oscillazioni, che presentano attorno al loro medio i precedenti valori, mentre non hanno il carattere di regolari e periodiche variazioni; ci danno l'indizio di quelle influenze dello stato variabile dell'atmosfera, che si ripetono presso a poco in ogni anno negli stessi mesi, e che non possono essere eliminate nei medî mensili.

L'entità di tali influenze è ridotta a limiti più ristretti se si considerino i medî per stagioni, cioè di tre in tre mesi, che ho distribuiti nel modo seguente:

Inverno	Gennaio, Febbraio, Marzo	Primavera	Aprile, Maggio, Giugno
Estate	Luglio, Agosto, Settembre	Autunno	Ottobre, Novembre, Decembre

Nel quadro che siegue sono riportati i medî per stagione per ciascun osservatore, il numero delle osservazioni rispettivo ed il medio dei semidiametri dei quattro osservatori:

MEDII PER STAGIONE DEI SEMIDIAMETRI

Stagioni	Di Legge		Respighi		Giacomelli		Prosperi		Medio
	Semidiametro medio	Num. delle osservazioni	Semidiametro medio	Num. delle osservazioni	Semidiametro medio	Num. delle osservazioni	Semidiametro medio	Num. delle osservazioni	
Inverno	961″.44	455	960″.72	332	961″.27	312	961″.45	254	961″.22
Primavera	961.33	500	960.82	341	961.28	347	961.42	270	961.21
Estate	961.34	563	960.79	424	961.37	426	961.39	289	961.22
Autunno	961.17	375	960.63	342	961.24	331	961.20	235	961.06

Dai precedenti numeri risulta che il semidiametro solare riuscì per tutti gli osservatori sensibilmente più piccolo nell'autunno, che nelle altre stagioni. Non si presenta lo stesso accordo pel valore più grande; e mentre Prosperi e Di Legge hanno il massimo semidiametro nell' inverno, il più gran valore per Respighi si ha nella primavera, per Giacomelli nell'estate. Nei medî generali il valore del semidiametro rimane quasi costante nell' inverno, nella primavera e nell'estate, e manifesta una sensibile diminuzione nell'autunno. L'escursione dal massimo al minimo è piccola per tutta gli osservatori, e di soli 0.″16 nei valori medî.

VI.

Nell' intero decennio si sono osservati 5796 passaggi e di questi:

Di Legge	ne ha presi	1893
Respighi	»	1439
Giacomelli	»	1416
Prosperi	»	1048

Il numero totale dei giorni di osservazione è stato di 2213, cioè in media 221 giorni per anno.

Attribuendo ai semidiametri annui riportati nel par. IV un peso eguale al numero delle osservazioni, se n'è dedotto il medio per ciascun osservatore, e determinato il relativo errore probabile. Si sono così ottenuti pel semidiametro orizzontale del sole ridotto alla distanza media i seguenti valori:

	Semidiametro	Err. probabile
Di Legge	961″.329	± 0.″011
Respighi	960.760	± 0.013
Giacomelli	961.307	± 0.012
Prosperi	961.356	± 0.014

Paragonando questi valori col semidiametro di Airy (1), preso per base fin dal 1853 nel *Nautical Almanac* di Londra (2) di cui il valore è:

961″.82

(1) *Astron. observ. made at the Royal Observatory at Greenwich* 1853 p. Ixxviij.

(2) Il semidiametro di Airy qui riferito venne anche adottato nella *Connaissance des Temps* di Parigi.

si hanno le differenze:

Di Legge — Nautical Alm. = — 0.″491
Respighi — Nautical Alm. = — 1.060
Giacomelli — Nautical Alm. = — 0.513
Prosperi — Nautical Alm. = — 0.464

Se si faccia il confronto delle quattro misure da noi ottenute col semidiametro Besselliano 960.90 (1), adottato nel Nautical Almanac prima della correzione introdottavi da Airy, si trovano le differenze:

Di Legge — Bessel = + 0.″429
Respighi — Bessel = — 0.140
Giacomelli — Bessel = + 0.407
Prosperi — Bessel = + 0.456

Come misura definitiva del semidiametro dedotta dalle nostre 5795 osservazioni assumo il medio dei quattro semidiametri il cui valore risulta di:

961.″188

che dà col semidiametro del *Nautical Almanac* e con quello di Bessel le differenze:

Osserv. del Campidoglio — Naut. Alm. = — 0.″632
Osserv. del Campidoglio — Bessel = + 0.288

Dai passaggi osservati a Greenwich dal 1851 al 1860 Airy ha trovato pel valore del semidiametro orizzontale 961,″38 più piccolo di 0.″44 di quello del *Nautical Almanac*, che lo stesso Airy aveva dedotto dalle osservazioni fatte a Greenwich dal 1836 al 1847.

La nostra misura s'accorda meglio con il secondo semidiametro di Airy quantunque risulti ancora minore di quest' ultimo di 0.″ 192.

Credo utile di terminare la mia Memoria col riferire le più note e più recenti misure del semidiametro orizzontale del sole, basate sulle osservazioni dei passaggi, includendovi la nostra perchè se ne possa a colpo d'occhio istituire il confronto.

Le Verrier dalle osservazioni di Maskelyne fatte a Greenwich dal 1800 al 1810 . . . . . ottenne 961.″08
Bessel da 1698 passaggi osservati a Koenigsberg dal 1820 al 1828 . 960.90
Airy dalle osservazioni dei passaggi fatti a Greenwich dal 1836 al 1847. 961.82
Goujon da 1575 passaggi osservati a Parigi dal 1836 al 1848 . . . . 962.01
Taylor da 2798 passaggi osservati a Madras dal 1831 al 1848 . . . . 961.83
Airy dalle osservazioni dei passaggi fatti a Greenwich dal 1851 al 1860. 961.38
Da 5796 passaggi osservati all'Osserv. del Campidoglio dal 1874 al 1883 si è avuto pel valore del semidiametro solare 961.19

(1) *Tabulae regiomontanae reductionum observationum astronomicarum.* Tab. I.

Semidiametri ridotti alla distanza media dalle osservazioni di A. Di Legge.

Data	Semidiametro	Data	Semidiametro	Data	Semidiametro	Data	Semidiametro
1873 Decemb. 12	962".7	1874 Febbr. 21	962".4	1874 Maggio 6	961".9	1874 Luglio 16	962".2
13	960.9	22	963 5	8	961.8	18	960.3
15	962.0	23	963.0	10	960.4	21	960.9
16	963.1	26	962.3	19	961.6	23	961.0
18	962.5	27	960.4	22	960.7	30	962.2
23	961.1	28	960.9	25	961.7	Agosto 14	961.6
24	963.8	Marzo 2	961.1	28	961.0	17	961.5
26	963.5	3	961.1	29	961.5	25	963.4
29	962.0	4	962.6	30	962.5	Settemb. 2	961.2
		5	962.7	31	961.6	4	962.4
1874 Gennaio 1	961.8	6	961.1	Giugno 1	961.3	5	962.4
2	961.9	7	960.3	2	961.9	11	961.6
6	961.4	8	962.4	3	961.6	14	961.5
8	961.5	11	962.5	4	961.7	22	961.0
9	961.4	13	961.5	6	962.8	23	961.4
11	961.7	14	960.8	8	961.0	25	962.1
13	961.0	16	962.8	9	962.8	26	961.1
14	960.7	17	962.3	10	960.8	30	961.5
15	962.7	18	962.3	11	960.7	Ottobre 1	960.9
19	960.7	21	960.7	12	961.0	11	959.2
20	963.3	22	962.6	13	960.9	12	961.4
21	960.7	24	962.3	14	961.4	14	960.3
22	961.3	26	962.7	15	962.2	20	960.9
23	961.0	27	962.2	16	960.4	25	960.8
24	960.2	28	960.8	17	961.5	27	960.7
27	960.6	30	962.4	18	959.6	28	961.7
28	959.7	31	961.9	19	962.6	29	960.8
29	961.8	Aprile 1	961.4	20	961.2	30	960.7
30	961.6	2	961 3	23	961.1	31	961.5
31	960.4	3	961.4	25	961.7	Novemb. 1	962.1
Febbr. 2	962.4	4	962.0	26	962.4	2	960.0
3	961.4	15	960.8	27	961.0	3	960.4
4	962.6	19	962.2	Luglio 1	962.7	4	961.2
5	962.3	20	961.3	2	962.8	5	960.3
6	961.4	21	961.4	3	962.5	6	960.6
7	959.9	22	960.7	4	961.6	7	962.1
9	960.5	23	962.1	5	961.9	8	962.7
10	963.4	25	962.2	6	961.6	9	961.1
11	962.6	26	960.2	8	961.4	17	960.1
12	961.1	27	961.2	11	960.8	18	960.8
13	961.2	29	961.5	12	961.3	19	960.5
18	961.3	Maggio 1	960.8	13	962.1	21	960.2

Semidiametri ridotti alla distanza media dalle osservazioni di A. Di Legge.

Data	Semidiametro	Data	Semidiametro	Data	Semidiametro	Data	Semidiametro
1874 Novemb. 23	961".6	1875 Marzo 24	961".9	1875 Giugno 11	960".5	1875 Agosto 20	961".4
27	960.3	26	961.6	12	959.3	21	961.8
Decemb. 7	959.8	27	961.5	13	960.7	23	961.6
8	961.0	30	961.4	16	961.0	24	960.9
11	959.4	31	961.3	18	96[illegible].6	25	963.2
16	960.5	Aprile 1	961.7	22	963.3	26	961.6
22	961.3	2	961.2	23	962.2	27	960.6
24	961.5	3	961.4	25	962.1	28	959.9
		5	961.4	30	961.4	29	961.6
1875 Gennaio 2	962.5	9	961.1	Luglio 1	962.2	31	961 5
4	961.7	15	961.8	2	961.2	Settemb. 1	962.5
7	961.0	16	961.5	3	960.7	2	962.6
18	961.2	17	960.6	6	960.6	3	961.7
20	961.2	18	962.0	7	960.8	4	963.2
23	960.4	19	960.6	8	963.7	5	962.6
26	961.2	20	961.2	10	962.0	7	962.0
27	962.1	21	963.9	12	961.0	8	962.1
28	962.0	27	961.8	13	962.0	9	963.4
29	963.0	28	961.8	17	962.2	10	963.1
Febbraio 1	959.6	30	961.2	19	959.7	12	961.8
6	962.0	Maggio 1	961.5	20	959.9	13	959.9
7	961.2	7	962.9	21	962.2	15	961.8
9	962.2	8	960.3	22	961.2	16	962.1
10	961.3	9	960.0	24	961.3	17	962.0
11	961.8	10	962.3	25	960.3	18	962.8
12	960.4	11	960.3	26	961.8	19	961.8
14	960.6	13	961.6	27	960.7	20	962.5
15	961.5	14	962.5	29	961.4	24	962.5
16	962.7	15	961.2	30	961.6	25	960.9
17	963.5	18	963.5	31	961.5	26	962.2
22	962.4	19	960.4	Agosto 2	960.4	29	961.2
24	960.9	20	962.2	7	961.0	30	992.5
26	962.8	21	961.0	9	961.4	Ottobre 2	960.6
28	960.2	22	961.6	10	962.6	3	963.2
Marzo 3	960.7	23	960.2	11	961.5	4	961.1
5	962.3	24	960.3	12	963.0	5	960.6
6	961.6	25	963.1	13	961.7	6	960.9
8	962.0	Giugno 1	962.9	14	960.6	7	962.5
9	963.9	2	962.5	16	963.0	8	963.1
12	960.8	3	962.3	17	963.3	9	961.4
16	961.2	9	961.2	18	961.8	17	961.9
23	962.7	10	961.2	19	961.8	20	962.6

Semidiametri ridotti alla distanza media dalle osservazioni di A. Di Legge.

Data	Semidiametro	Data	Semidiametro	Data	Semidiametro	Data	Semidiametro
1875 Ottobre 23	960.2	1876 Gennaio 6	963.2	1876 Maggio 4	960.8	1876 Agosto 5	961.6
24	961.2	10	961.9	8	960.2	7	961.7
25	961.9	14	959.8	10	961.2	9	960.2
26	961.0	15	960.2	13	960.5	10	960.3
29	961.4	23	963.1	16	961.4	11	961.6
30	961.6	Febbraio 1	960.8	22	961.8	17	960.8
31	961.8	4	962.2	23	961.7	19	960.5
Novemb. 1	960.8	12	962.6	30	962.0	21	960.3
2	960.6	15	963.6	31	961.3	22	959.7
3	961.7	18	963.1	Giugno 1	960.6	25	961.1
4	962.5	19	960.9	2	961.1	26	960.4
6	961.5	20	961.4	3	959.9	28	961.5
9	960.7	21	963.4	5	961.8	29	961.6
10	961.1	22	963.2	7	961.7	Settemb. 2	961.5
12	961.8	25	962.5	9	961.4	4	962.0
13	961.3	27	960.9	14	962.1	5	961.6
16	960.7	29	962.8	16	960.6	6	962.1
17	961.5	Marzo 3	963.1	17	960.6	7	960.3
18	962.2	4	963.0	19	961.2	9	961.2
19	961.6	8	961.4	22	960.2	10	960.8
20	961.4	13	961.4	26	960.8	11	961.2
23	961.7	14	962.0	28	962.4	13	960.3
27	961.4	15	962.4	30	961.8	18	961.9
Decemb. 6	960.8	17	960.5	Luglio 1	962.5	19	959.5
7	961.2	21	961.2	3	960.6	21	962.0
8	961.8	27	961.5	4	962.1	22	961.3
9	961.2	30	962.5	5	961.5	23	961.9
11	962.0	Aprile 1	962.3	6	961.3	24	961.0
14	960.6	2	960.9	7	961.2	25	962.2
15	961.4	3	960.7	8	960.1	26	962.6
16	962.4	4	961.1	10	962.0	30	961.0
23	961.8	5	959.4	11	961.2	Ottobre 1	960.4
26	960.9	6	961.5	12	961.9	2	961.6
27	962.4	7	961.4	15	960.8	3	960.9
28	962.2	8	961.8	17	961.5	4	961.4
29	962.8	10	962.9	18	962.5	5	961.6
31	960.7	12	960.4	19	961.7	6	962.4
		19	962.4	24	961.9	7	962.8
1876 Gennaio 1	961.8	25	962.4	27	961.6	8	962.3
2	960.7	28	960.7	28	961.7	10	962.1
3	961.7	29	960.9	Agosto 3	961.4	Novemb. 19	961.4
5	961.4	Maggio 3	961.5	4	961.3	22	960.3

Semidiametri ridotti alla distanza media dalle osservazioni di A. Di Legge.

Data	Semidiametro	Data	Semidiametro	Data	Semidiametro	Data	Semidiametro
1876 Novemb. 24	961.″2	1877 Febbr. 19	962.″2	1877 Maggio 8	961.″8	1877 Luglio 6	960.″2
25	961.2	21	962.2	14	961.4	7	960.8
26	960.3	23	960.0	16	962.2	8	961.1
Decemb. 11	961.4	25	962.9	18	962.8	9	962.2
12	961.6	27	961.3	20	961.5	11	962.5
13	961.0	28	960.6	24	964.0	12	961.7
17	960.7	Marzo 1	962.0	27	963.3	13	961.5
26	961.1	2	961.7	28	962.7	14	960.3
28	961.5	3	963.2	29	962.3	15	961.2
29	960.9	9	962.1	30	960.5	16	961.7
		10	961.6	31	962.1	18	961.8
1877 Gennaio 1	960.8	12	964.0	Giugno 1	960.0	19	960.8
3	960.6	17	960.9	2	962.4	20	961.9
4	962.9	20	960.2	3	960.9	24	961.3
8	961.9	22	960.6	4	961.5	27	962.0
10	961.6	25	960.2	5	962.5	28	961.8
12	961.9	27	961.1	6	962.3	29	961.9
14	961.7	28	960.0	7	962.1	30	961.1
15	961.6	29	961.0	8	963.1	31	962.3
17	962.2	Aprile 2	960.5	9	961.6	Agosto 1	963.0
18	962.4	3	960.1	10	963.1	2	961.6
19	961.2	5	962.4	11	963.1	3	962.4
20	961.8	6	961.1	12	963.2	4	962.3
22	960.1	7	961.5	13	962.0	7	961.8
24	962.1	8	960.5	14	961.2	8	961.8
25	961.4	9	960.2	15	961.8	9	960.2
28	960.7	12	960.0	16	962.4	11	961.2
29	960.8	13	962.0	20	960.2	12	962.0
30	963.0	14	960.2	21	961.7	13	961.1
Febbraio 1	960.8	15	961.8	22	961.3	14	963.5
3	960.9	16	961.0	23	962.0	17	960.7
5	960.3	21	960.8	24	962.5	18	962.1
6	961.7	23	959.1	25	962.7	19	962.1
7	962.3	24	961.0	26	962.1	20	961.2
8	962.4	25	961.3	27	962.5	21	962.2
9	963.9	27	962.0	28	962.5	22	962.2
11	962.3	30	961.1	29	961.7	23	960.5
13	960.9	Maggio 1	960.4	30	960.9	24	962.4
14	962.0	3	962.0	Luglio 1	962.3	25	963.7
15	963.5	4	960.3	3	960.7	26	964.2
16	960.2	6	960.5	4	961.3	27	963.2
18	962.1	7	961.5	5	962.6	28	961.2

Semidiametri ridotti alla distanza media dalle osservazioni di A. Di Legge.

Data	Semidiametro	Data	Semidiametro	Data	Semidiametro	Data	Semidiametro
1877 Agosto 29	961″.5	1877 Decemb. 23	961″.7	1878 Marzo 12	962″.7	1878 Maggio 22	961″.0
30	963.4	28	962.9	13	963.6	24	962.0
31	962.2	29	963.3	15	962.6	25	960.7
Settemb. 1	962.1			17	960.2	26	961.3
5	962.2	1878 Gennaio 2	959.2	18	960.7	30	961.5
6	962.0	3	961.7	21	960.6	31	960.4
7	961.6	8	960.2	30	961.2	Giugno 1	962.1
8	962.1	9	962.0	Aprile 1	962.3	2	961.0
11	961.0	14	962.4	2	961.2	3	960.9
12	962.3	15	960.9	4	961.0	4	962.6
13	962.4	16	961.6	5	961.3	5	961.0
14	961.8	18	960.9	6	963.0	6	960.6
15	963.1	19	961.1	7	961.5	7	961.1
17	960.2	20	960.7	8	960.7	8	961.0
Ottobre 19	962.4	21	962.7	10	960.6	9	961.2
21	961.6	22	960.2	11	961.5	10	960.8
Novemb. 7	962.1	24	962.3	12	961.6	11	961.2
8	961.3	28	961.1	13	960.8	12	961.7
9	963.1	Febbraio 2	961.9	14	962.5	13	960.9
10	960.8	4	961.3	15	961.7	17	961.5
16	962.5	5	962.0	16	961.1	18	960.9
17	962.0	6	962.6	18	961.3	19	962.1
18	962.5	7	962.9	19	960.8	20	961.0
19	963.1	8	962.4	23	960.2	21	961.9
20	961.0	9	963.4	25	960.6	23	961.2
22	961.4	10	961.9	29	961.4	27	960.6
24	961.3	13	961.3	Maggio 1	961.1	28	961.2
26	961.8	14	961.9	3	961.2	29	961.8
27	960.4	15	960.4	4	962.5	30	961.6
29	961.2	16	961.4	5	962.2	Luglio 1	962.2
30	961.0	17	961.2	8	961.2	2	962.3
Decemb. 5	960.7	18	962.6	9	961.0	5	961.2
6	960.6	19	962.6	10	961.8	6	961.0
7	961.5	20	962.3	12	962.1	7	962.2
12	961.1	21	960.4	13	961.4	8	960.8
13	961.1	22	961.2	14	961.0	9	962.1
16	961.4	23	962.3	15	961.1	10	962.0
17	961.6	24	962.2	16	960.9	13	961.0
18	961.5	26	961.3	17	962.7	14	961.5
19	963.1	27	962.9	18	962.3	15	961.2
20	962.1	Marzo 9	962.2	19	961.0	16	961.9
22	960.2	10	961.3	20	961.2	17	962.1

Semidiametri ridotti alla distanza media dalle osservazioni di A. Di Legge.

Data	Semidiametro	Data	Semidiametro	Data	Semidiametro	Data	Semidiametro
1878 Luglio 18	962.″5	1878 Settemb. 9	961.″1	1879 Febbraio 1	961.″8	1879 Aprile 25	963.″2
19	961.7	16	961.3	6	962.0	26	961.9
20	961.5	17	961.0	7	960.7	Maggio 4	960.6
21	962.4	19	962.0	8	961.7	7	961.1
22	962.3	20	961.0	12	961.1	12	961.8
23	960.8	27	961.4	13	962.0	13	960.5
25	962.4	Ottobre 1	961.4	17	962.3	14	961.9
26	961.1	4	960.9	18	960.5	15	962.1
27	961.5	5	962.0	19	961.6	16	961.4
28	961.1	6	961.8	20	961.2	20	960.4
29	962.3	Novemb. 6	961.5	21	961.1	22	961.8
30	961.7	9	960.7	23	962.0	23	959.5
Agosto 2	961.1	10	961.9	Marzo 2	961.7	29	961.7
4	961.9	21	960.1	3	962.2	30	961.1
5	961.9	29	960.9	4	962.1	31	960.5
6	962.2	30	962.0	5	960.7	Giugno 1	960.9
8	961.2	Decemb. 5	960.2	6	961.0	2	960.3
9	960.1	6	961.8	7	961.3	3	961.1
10	962.0	10	960.3	8	961.2	4	960.8
12	961.6	11	961.9	9	960.3	5	960.9
13	961.0	12	961.0	10	960.9	7	960.4
14	961,6	14	961.8	11	961.0	8	960.7
15	961.2	15	960.8	12	962.2	9	961.3
16	962.6	16	961.1	14	961.9	11	960.9
17	961.4	20	960.9	15	961.1	12	960.6
18	961.7	22	961.3	17	960.6	13	961.7
19	961.8	31	960.9	19	960.0	14	961.0
20	961.6			21	960.3	15	960.1
21	961.1	1879 Gennaio 3	960.7	30	961.6	18	962.3
22	961.6	5	961.9	31	961.7	19	961.8
23	961.8	7	960.8	Aprile 1	962.0	20	961.7
25	961.6	12	959.8	2	961.1	21	961.3
27	961.6	13	961.3	3	962.1	22	961.4
28	961.7	14	961.2	4	962.5	23	960.9
29	961.0	15	960.4	6	961.4	24	960.6
30	960.5	16	962.2	9	959.8	25	960.7
31	961.4	18	960.0	10	961.9	26	961.1
Settemb. 1	961.3	20	960.9	11	961.7	27	960.8
2	960.7	21	960.4	14	961.3	28	960.9
4	960.6	23	961.6	19	961.1	29	960.1
6	962.4	28	960.0	20	961.5	30	961.7
7	962.4	30	961.3	23	961.4	Luglio 1	961.5

Semidiametri ridotti alla distanza media dalle osservazioni di A. Di Legge.

Data	Semidiametro	Data	Semidiametro	Data	Semidiametro	Data	Semidiametro
1879 Luglio 2	961.″1	1879 Agosto 15	961.″1	1879 Decemb. 2	961.″0	1880 Febbraio 2	960.″8
3	961.6	18	960.3	5	962.3	3	961.1
4	961.4	19	960.8	6	960.3	4	961.7
5	961.3	20	961.3	7	961.4	5	962.7
6	962.1	21	960.8	8	961.1	6	961.2
7	962.1	22	960.7	10	960.0	9	961.2
8	962.3	23	960.4	12	962.2	13	960.7
9	961.0	24	960.9	14	961.2	14	960.8
11	961.0	25	961.8	18	961.8	15	962.1
12	962.6	26	961.8	19	960.4	16	961.5
13	961.7	28	960.5	20	960.8	19	961.5
14	960.1	30	960.7	21	960.9	20	961.4
15	960.6	31	961.5	22	961.7	21	961.6
16	961.8	Settemb. 1	961.0	23	960.1	25	961.5
17	960.7	2	960.7	24	961.2	27	959.5
18	961.7	4	961.3	25	959.6	28	961.6
19	960.5	7	962.0	26	961.0	29	962.1
20	961.1	8	961.6	27	961.3	Marzo 1	962.7
21	960.3	10	960.8	29	922.1	2	962.6
22	961.0	11	960.9			3	962.6
23	961.9	13	960.3	1880 Gennaio 1	960.4	4	962.8
25	961.3	14	961.7	2	962.7	7	961.1
26	961.6	18	962.6	3	961.3	8	960.9
27	961.5	Ottobre 22	960.4	4	960.6	9	960.7
28	961.2	24	960.9	5	961.7	10	961.1
29	960.9	26	961.1	6	960.9	11	962.3
30	961.8	28	960.7	7	961.7	12	961.7
31	962.2	29	961.3	8	961.2	13	961.9
Agosto 1	961.9	Novemb. 1	962.5	9	961.2	14	960.9
2	961.4	2	960.0	10	961.0	18	960.9
3	961.4	4	960.0	11	961.3	19	961.4
4	961.1	5	962.3	12	961.8	20	961.5
5	961.1	7	960.8	13	962.0	22	961.7
6	961.6	8	961.2	14	961.4	24	961.4
7	961.8	9	960.8	16	961.3	25	961.6
8	961.4	10	961.2	17	961.2	29	961.7
9	960.9	11	961.2	19	961.0	31	960.8
10	961.4	14	961.4	20	961.6	Aprile 1	961.4
11	961.6	16	961.7	22	961.4	3	961.5
12	961.1	17	962.5	25	960.5	6	961.8
13	961.2	19	959.9	26	959.8	8	961.7
14	962.1	23	961.4	Febbraio 1	961.0	13	961.4

Semidiametri ridotti alla distanza media dalle osservazioni di A. Di Legge.

Data	Semidiametro	Data	Semidiametro	Data	Semidiametro	Data	Semidiametro
1880 Aprile 21	961.1	1880 Settemb. 10	960.8	1880 Novemb. 5	962.4	1881 Gennaio 10	961.4
22	961.5	11	961.7	8	959.6	19	960.5
23	961.2	12	960.7	9	960.3	20	960.6
24	961.0	14	960.8	10	961.7	21	961.4
26	961.5	15	961.3	11	960.7	24	960.3
29	961.2	16	960.7	12	960.7	Febbraio 1	963.1
30	960.8	17	960.6	13	960.9	2	961.4
Maggio 1	962.0	18	961.4	14	961.7	3	962.0
7	960.7	19	961.7	18	960.7	4	960.4
14	961.3	21	961.2	20	960.1	5	961.3
15	961.7	22	961.4	23	959.8	6	961.9
17	960.3	23	961.7	24	960.8	7	960.7
20	961.3	24	961.4	25	961.4	9	961.6
21	960.6	25	960.5	26	962.4	10	962.4
22	961.1	26	960.7	27	961.1	12	961.2
24	961.6	27	960.9	28	961.2	13	960.3
25	961.7	28	960.6	29	961.0	14	960.9
26	961.4	29	961.1	30	961.0	15	960.7
27	961.1	30	961.7	Decemb. 1	961.3	16	960 9
28	961.6	Ottobre 1	962.0	2	960 2	18	960.7
29	961.3	2	960.8	3	961.6	19	959.9
30	960.8	3	961.8	4	962.0	20	960.3
Giugno 1	960.7	4	961.2	5	961.5	23	961.7
3	960.5	6	961.4	6	962.3	24	962.2
4	961.2	7	961.1	8	961.1	25	961.0
6	960.9	9	961.3	9	960.8	26	960 3
7	961.7	11	959.6	10	961.5	28	961.4
8	961.1	13	960.0	11	962.3	Marzo 3	962.6
9	961.7	14	961.2	13	960.4	7	961.2
10	961.3	15	960.6	18	960.6	8	960.2
11	961.3	16	961.0	19	961 5	9	960.8
12	961.2	17	961.0	20	961.3	10	960.9
16	961.5	21	960.7	22	961.4	11	961.3
17	961.1	22	960.4	23	961.4	12	961.5
Luglio 29	961.3	23	961.4	25	960.2	15	961.2
Settemb. 3	962.1	24	960.4	26	961.0	16	960.4
4	961.7	25	960.6	27	961.0	17	960.2
5	961.2	27	960.6	29	960.4	18	961.2
6	961.3	30	961.5			19	961.1
7	961.7	31	961.5	1881 Gennaio 2	961.5	20	961.3
8	960.8	Novemb. 1	960.6	8	960.6	22	961.2
9	961.0	2	960.6	9	961.3	23	961.1

Semidiametri ridotti alla distanza media dalle osservazioni di A. Di Legge.

Data	Semidiametro	Data	Semidiametro	Data	Semidiametro	Data	Semidiametro
1881 Marzo 31	960.9	1881 Giugno 23	961.0	1881 Agosto 5	961.2	1881 Novemb. 3	960.3
Aprile 2	961.1	24	961.3	6	961.5	4	961.5
4	961.5	25	959.6	7	961.0	5	961.2
5	961.5	26	960.1	8	960.6	6	961.6
9	960.8	27	961.1	9	961.5	8	962.1
10	962.0	28	961.2	10	960.5	9	962.0
11	962.3	29	960.7	11	960.2	10	961.3
12	962.3	30	961.1	12	961.5	11	960.8
14	661.4	Luglio 1	961.3	13	961.2	12	960.9
18	961.3	2	961.8	16	961.0	13	960.8
20	961.2	3	961.3	17	961.5	14	960.7
23	960.3	4	961.7	18	960.9	15	961.4
25	960.6	5	961.0	19	961.2	16	961.4
28	960.3	6	961.3	20	960.9	17	960.4
29	961.0	7	960.4	21	960.9	19	961.3
30	961.2	8	960.0	22	960.6	20	961.7
Maggio 1	961.4	9	961.0	23	961.6	21	961.3
14	961.3	10	061.1	24	961.2	22	961.0
16	961.9	11	962.0	25	961.2	23	961.5
17	961.3	12	960.8	26	960.8	24	960.3
18	960.8	13	961.7	27	960.7	25	959.9
19	961.6	14	961.5	29	960.2	26	961.0
20	961.2	15	961.9	30	961.5	27	962.2
21	961.7	16	960.9	31	960.9	28	960.7
22	962.1	17	960.5	Settemb. 4	960.9	Decemb. 2	960.4
23	961.7	18	961.2	6	960.9	3	960.6
24	961.1	19	960.7	8	961.3	4	960.7
25	061.7	20	961.9	12	962.0	5	961.0
26	961.9	21	961.3	13	961.1	6	961.3
27	961 2	22	961.3	14	960.3	8	960.5
29	962.1	23	960.7	15	960.6	14	961.1
31	960.9	25	961.0	16	960.9	18	960.9
Giugno 3	960.5	26	960.6	17	961.2	21	961.6
4	961.8	27	960.8	18	961.0	22	961.1
5	960.9	28	960.6	19	961.9	24	960.8
12	960.9	29	960.8	20	961.0	25	960.9
15	961.0	30	961.6	21	360.8	26	962.6
16	961.1	31	960.8	23	960.8	27	960.3
17	961.7	Agosto 1	961.5	24	961.3	28	961.2
19	962.0	2	961.3	25	961.2	29	960.7
21	961.1	3	962.0	26	961.6	31	960.9
22	961.1	4	961.5	27	961.0		

Semidiametri ridotti alla distanza media dalle osservazioni di A. Di Legge.

Data	Semidiametro	Data	Semidiametro	Data	Semidiametro	Data	Semidiametro
1882 Gennaio 2	962".6	1882 Febbr. 21	961".5	1882 Aprile 30	962".0	1882 Luglio 7	960".3
3	960.3	22	961.0	Maggio 1	961.1	8	961.0
7	960.8	23	961.7	2	960.4	9	961.7
8	960.7	24	961.6	6	962.7	10	960.6
9	961.3	28	960.2	8	961.4	11	961.4
10	961.6	Marzo 5	961.4	9	960.9	13	962.3
11	962.2	7	960.3	10	961.1	14	961.7
13	960.8	8	961.4	11	960.5	15	962.1
14	961.7	9	960.5	12	960.5	16	961.1
15	961.7	10	960.5	13	960.8	17	961.0
16	960.9	11	961.2	14	960.5	18	961.5
17	960.4	12	961.0	26	961.1	19	962.0
18	961.0	13	962.1	27	960.9	20	961.0
19	961.3	14	960.9	28	961.7	21	961.6
20	961.3	15	960.6	29	961.4	22	961.6
21	962.9	16	960.1	30	961.2	23	961.0
22	962.4	17	960.4	31	960.7	24	960.9
23	961.3	18	960.9	Giugno 1	961.6	25	961.0
24	959.8	19	960.9	2	960.8	26	961.8
25	960.8	25	960.7	3	961.1	27	961.2
26	961.1	26	961.6	4	961.1	28	960.7
27	961.5	27	961.4	6	960.5	29	961.3
28	960.0	29	961.8	7	960.9	30	960.2
29	960.8	30	961.7	9	961.5	Agosto 1	960.7
30	961.7	31	961.2	12	961.6	2	961.1
Febbr. 1	961.5	Aprile 1	961.7	13	961.5	3	961.2
2	961.3	3	962.1	14	961.3	4	960.6
3	962.0	5	961.1	15	960.8	5	961.1
4	960.7	7	961.0	17	961.5	6	960.2
5	962.4	8	960.9	18	961.7	7	961.2
6	960.7	9	961.1	19	961.1	9	961.7
7	961.7	11	961.0	21	962.2	11	962.0
8	961.1	13	961.0	22	962.2	12	960.9
9	960.7	14	961.0	23	961.9	13	960.9
10	961.5	15	960.6	26	961.7	14	961.0
11	960.7	19	959.7	27	961.9	15	961.7
13	960.7	20	960.7	28	961.7	16	961.5
14	961.6	21	961.2	29	961.5	18	960.6
17	960.5	22	962.0	Luglio 2	960.1	19	962.0
18	962.1	23	961.7	4	960.2	20	961.5
19	961.4	24	960.3	5	961.1	21	961.0
20	961.0	29	961.3	6	960.7	23	960.9

Semidiametri ridotti alla distanza media dalle osservazioni di A. Di Legge.'

Data	Semidiametro	Data	Semidiametro	Data	Semidiametro	Data	Semidiametro
1882 Agosto 24	960.4	1882 Decem. 11	960.3	1883 Maggio 15	961.4	1883 Luglio 24	962.1
26	961.7	12	961.5	16	961.5	25	960.5
28	961.3	18	960.7	17	960.1	26	960.2
29	961.4	19	960.5	18	960.8	Agosto 1	960.4
31	960.5	20	961.9	19	960.4	2	961.3
Settemb. 3	962.4	24	960.8	20	960.4	3	960.8
4	959.8	25	961.2	21	960.8	4	961.2
5	960.9	26	961.3	22	960.5	5	959.2
6	960.0	27	960.9	23	961.3	6	959.7
7	960.5	31	960.9	24	961.9	7	960.5
11	960.8			25	960.4	8	961.5
13	961.5	1883 Gennaio 3	959.9	26	961.6	9	960.7
14	960.3	4	960.5	29	960.8	10	961.4
19	961.1	5	961.5	Giugno 4	961.6	11	961.2
22	961.5	6	960.1	5	961.5	12	960.3
23	961,0	15	960.6	6	961.2	13	962.2
26	960.5	18	960.0	8	961.5	14	961.0
27	960.5	19	961.4	10	960.9	15	960.9
28	961.7	20	961.7	11	960.8	16	960.1
Ottobre 1	960.5	21	961.2	12	960.1	17	961.2
2	960.0	22	961.4	14	961.2	18	960.6
22	961.4	23	961.1	16	959.9	20	961·7
27	961.4	24	961.4	17	959.9	21	961.2
30	960.5	25	961.3	19	960.7	22	962.1
31	960.2	26	962.2	22	960.6	23	960.8
Novemb. 1	960.3	29	961.3	23	961.3	24	962.0
2	960.2	Febbraio 2	960.6	24	961.5	25	961.5
3	960.9	Aprile 6	961.4	25	961.0	27	960.3
4	960.7	13	960.9	26	963.4	28	960.5
5	959.7	17	963.0	27	962.2	29	960.8
6	961.2	21	959.7	28	961.3	30	959.9
8	960.9	23	960.3	29	961.7	31	961.2
10	961.0	25	960.1	30	963.2	Settem. 1	959.9
18	961.0	27	959.1	Luglio 1	961.7	2	960.8
19	962.5	28	961.8	2	961.3	3	959.8
21	661.6	Maggio 1	961.7	3	961.5	4	960.2
22	962.1	4	962.3	4	962 2	5	960.2
25	961.5	10	960.7	5	961.4	7	959.7
29	961.3	11	960.4	7	961.7	8	959.8
Decemb. 2	961.4	12	961.7	8	961.7	9	962.0
3	961.1	13	961.2	16	961.7	10	960.4
6	960.6	14	963.5	17	959.6	11	961.5

Semidiametri ridotti alla distanza media dalle osservazioni di A. Di Legge.

Data	Semidia-metro	Data	Semidia-metro	Data	Semidia-metro	Data	Semidia-metro
1883 Settem. 12	960.″8	1883 Ottobre 1	960.″6	1883 Novemb. 1	961.″5	1883 Novemb. 27	960.″5
14	960.2	7	960.0	4	961.1	28	960.7
16	961.2	8	959.3	6	961.2	29	961.0
19	960.8	9	960 5	10	960.3	30	960.8
20	960.4	10	961.5	11	960.3	Decemb. 1	960.2
21	959.8	12	959.8	12	960.3	2	961.0
22	959.8	13	961.5	15	959.9	3	960.9
23	960.9	14	961.2	17	960.2	5	961.6
24	961.1	15	961.7	18	959.9	10	960.0
25	961.8	16	960.5	21	962.0	11	961.6
26	961.2	17	961.3	22	961.7	12	961.6
27	961.1	20	961.8	24	959.4	13	961.5
28	960.6	30	959.8	25	962.0	14	961.3
29	960.3	31	960.1	26	960.4		

Semidiametri ridotti alla distanza media dalle osservazioni di L. Respighi

Data	Semidiametro	Data	Semidiametro	Data	Semidiametro	Data	Semidiametro
1876 Maggio 25	961".4	1876 Settemb. 23	961".1	1876 Novemb. 25	960".6	1877 Marzo 27	961".2
30	961.2	24	961.3	Decemb. 11	961.4	29	961.6
Giugno 1	959.5	25	960.6	13	960.1	Aprile 1	961.1
2	961.0	26	961.1	25	961.2	2	960.4
3	959.5	30	961.0	27	961.6	3	959.0
7	961.1	Ottobre 1	960.2	29	960.5	6	961.3
9	961.2	2	961.5			7	961.9
14	961.6	3	961.7	1877 Gennaio 1	960.3	8	960.5
16	959.9	4	960.8	3	960.0	9	960.3
17	960.7	5	960.2	8	961.2	12	960.9
18	961.8	6	961.7	10	960.6	13	960.6
19	960.1	7	962.0	12	960.0	15	961.2
22	960.8	8	961.6	14	961.7	16	960.8
26	960.4	9	961.6	15	960.5	23	959.9
28	962.0	10	960.9	17	960.7	25	960.9
30	960.0	11	961.3	20	961.2	30	961.0
Luglio 1	960.3	13	959.5	22	959.6	Maggio 4	960.4
3	959.8	14	961.5	24	960.5	7	961.2
9	961.3	15	961.2	28	960.3	14	960.6
10	960.4	16	960.7	29	960.8	16	961.5
15	959.6	17	960.6	Febbraio 2	960.7	18	961.3
16	960.2	18	961.6	3	960.2	24	962.6
17	961.2	19	962.0	4	960.7	28	961.6
Agosto 26	959.6	22	961.0	5	959.5	30	960.0
27	961.3	23	960.3	7	961.3	Giugno 1	960.5
28	960.5	28	960.8	8	961.9	2	961.4
29	960.4	30	961.4	9	962.4	3	960.8
30	961.0	31	959.9	11	961.2	4	961.3
Settemb. 1	959.9	Novemb. 2	960.0	13	959.6	6	962.5
3	960.7	3	960.8	14	961.0	8	962.3
4	961.2	4	960.7	16	960.6	9	960.1
5	961.3	5	960.8	18	961.8	10	962.3
6	961.7	6	960.3	19	960.9	11	961.8
7	960.6	7	962.0	21	961.0	13	960.7
9	960.9	8	960.4	23	959.0	16	961.3
10	960.8	10	961.4	25	961.9	20	959.9
11	961.3	11	961.6	Marzo 2	961.3	23	961.8
13	960.0	15	960.6	9	960.2	25	962.5
18	961.3	18	960.1	12	962.7	26	960.8
19	960.0	19	961.3	18	960.6	27	961.5
21	961.9	22	959.8	19	960.5	28	960.8
22	961.5	24	960.0	25	959.7	29	961.7

Semidiametri ridotti alla distanza media dalle osservazioni di L. Respighi.

Data	Semidiametro	Data	Semidiametro	Data	Semidiametro	Data	Semidiametro
1877 Giugno 30	960.6	1877 Ottobre 19	961.1	1878 Gennaio 8	960.1	1878 Marzo 15	962.2
Luglio 1	962.2	21	960.3	9	961.5	17	960.1
3	961.0	22	961.0	13	961.1	18	960.0
4	961.9	23	960.7	14	960.9	21	960.8
5	962.0	24	961.0	15	960.6	27	960.3
6	960.6	27	961.6	16	960.6	30	960.7
7	960.6	28	961.1	18	959.4	Aprile 1	960.9
8	961.6	29	960.8	19	961.3	2	960.5
9	961.6	31	961.7	20	960.4	3	961.3
11	961.7	Novemb. 3	960.9	21	962.5	4	960.2
12	961.2	4	961.4	24	961.6	6	960.7
14	960.5	5	961.7	28	959.4	7	960.6
15	960.6	6	961.1	Febbraio 1	961.2	8	960.8
18	962.4	7	961.4	3	960.3	10	960.2
19	961.3	8	960.8	4	960.6	11	960.8
20	960.9	9	962.0	5	961.5	12	961.4
21	961.5	16	961.9	6	961.2	14	961.4
22	961.7	17	961.3	7	961.8	15	960.6
23	961.6	18	961.4	8	962.1	16	960.9
24	961.6	19	961.2	9	962.2	18	961.0
27	961.4	20	960.6	10	961.4	19	960.2
28	961.5	22	961.2	13	960.2	23	959.8
29	961.5	24	960.3	14	961.0	28	961.1
30	961.2	26	960.3	15	960.2	29	960.3
31	961.1	27	959.4	16	961.4	Maggio 1	960.0
Settemb. 17	960.1	29	960.5	17	959.5	3	960.1
20	959.9	30	960.1	18	961.9	4	961.1
25	960.9	Decemb. 13	960.5	19	961.7	5	960.2
26	960.2	16	960.1	20	962.4	8	960.4
28	961.1	17	960.2	21	959.6	9	960.7
29	961.3	18	960.7	22	960.9	10	961.0
30	960.5	19	963.3	23	961.1	12	959.4
Ottobre 1	963.1	20	961.1	24	961.3	13	960.2
3	960.5	22	960.1	26	961.0	15	960.3
8	960.4	23	960.7	27	962.2	16	960.5
11	961.7	28	962.1	Marzo 1	960.6	17	961.7
12	961.4	29	961.4	6	960.8	20	960.3
13	961.1			8	961.0	22	960.6
14	962.7	1878 Gennaio 2	959.7	9	961.2	24	960.7
15	962.2	3	961.5	10	960.6	25	960.3
16	961.1	5	961.3	12	962.3	26	960.8
18	961.4	6	960.8	13	960.9	31	960.3

Semidiametri ridotti alla distanza media dalle osservazioni di L. Respighi.

Data	Semidiametro	Data	Semidiametro	Data	Semidiametro	Data	Semidiametro
1878 Giugno 1	961".5	1878 Agosto 2	960".0	1878 Ottobre 20	961".2	1879 Febbraio 18	960".7
2	960.1	4	961.0	23	960.3	19	959.7
4	961.5	5	960.8	24	960.3	21	960.4
5	960.3	6	962.1	27	960.5	23	961.2
6	960.2	8	961.2	30	961.4	Marzo 2	960.7
7	961.5	9	960.3	31	961.8	3	961.4
8	960.5	10	961.3	Novemb. 1	960.1	4	961.1
9	960.3	12	961.8	4	961.1	5	960.7
10	960.8	14	960.3	9	960.1	6	961.9
11	960.6	15	960.6	21	961.0	7	960.7
12	961.8	27	961.5	29	960.8	8	958.9
17	960.2	28	961.3	30	960.7	9	960.6
18	960.6	29	960.8	Decemb. 5	960.7	10	960.6
19	960.9	30	961.5	6	960.9	11	960.7
20	960.2	31	960.1	10	960.7	12	961.7
21	961.6	Settemb. 2	959.9	11	961.2	14	961.6
27	960.0	6	962.2	12	961.1	15	961.5
30	961.1	9	961.8	15	961.1	17	960.1
Luglio 1	961.5	16	961.6	16	961.5	19	959.7
6	960.4	17	960.7	20	960.2	30	961.8
7	961.3	18	961.3	22	961.3	31	960.8
8	960,8	19	960.7	31	960.6	Aprile 1	959.6
9	961.9	23	961.3			2	960.8
10	961.9	24	961.1	1879 Gennaio 3	961.0	3	961.2
13	960.5	25	961.3	5	961.9	4	961.8
14	960.8	26	961.7	7	960.2	9	958.9
15	961.0	27	961.5	13	960.2	10	962.0
16	961.0	28	961 8	14	961.2	11	960.7
17	962.4	29	962.0	15	959.8	14	961.6
18	962.0	Ottobre 1	961.1	18	959.9	26	961.2
19	962.0	2	961.8	20	960.9	29	959.4
20	961.1	3	960.5	21	959.6	Maggio 4	959.9
21	961.3	4	960.5	23	961.6	7	960.6
22	962.6	5	961.9	28	959.6	12	960.9
23	960.9	6	961.9	30	961.0	13	960.9
24	960.7	7	960.4	Febbraio 1	961.4	14	961.1
25	962.1	9	959.5	6	961.2	15	961.6
26	960.8	10	961.6	7	959.9	16	960.3
27	961.5	16	961.2	8	960.8	20	961.5
28	961.3	17	961.1	12	961.0	23	959.7
29	961.4	18	959.7	13	961.4	29	960.9
30	961.5	19	960.5	17	961.9	30	960.5

Semidiametri ridotti alla distanza media dalle osservazioni di L. Respighi.

Data	Semidiametro	Data	Semidiametro	Data	Semidiametro	Data	Semidiametro
1879 Maggio 31	960.″8	1879 Agosto 4	961.″3	1879 Novemb. 19	960.″0	1880 Febbraio 1	960.″5
Giugno 1	960.3	5	960.6	23	961.1	2	960.3
2	960.4	6	961.6	Decemb. 2	960.4	3	960.4
3	961.1	7	960.4	5	960.2	4	960.8
4	960.5	8	960.8	6	960.2	5	961.2
5	960.5	9	960.6	7	961.1	6	961.0
7	960.5	10	961.3	8	960.5	9	960.7
8	960.8	11	960.8	10	960.0	13	961.2
9	960.3	12	961.1	12	961.4	14	960.0
11	961.0	21	960.3	14	961.2	15	960.8
12	960.8	22	960.4	18	961.2	16	960.4
13	961.4	23	959.1	19	960.1	19	961.3
14	960.6	24	960.9	20	960.0	21	960.4
15	960.5	25	961.1	21	960.4	25	961.5
24	960.9	26	960.5	22	960.8	27	960.5
25	961.1	30	960.5	23	959.5	28	961.3
26	961.8	Settemb. 1	961.8	24	960.3	29	961.5
Luglio 2	960.6	2	960.0	25	959.0	Marzo 1	962.1
3	960.2	7	961.4	26	960.6	2	961.6
4	960.9	8	961.6	27	959.8	3	961.8
5	960.8	Ottobre 6	961.2	29	962.0	4	961.8
6	961.1	7	960.9			5	961.9
7	961.0	8	960.1	1880 Gennaio 1	961.1	6	960.5
9	961.0	11	961.0	2	961.3	7	960.4
11	960.7	12	961.3	3	960.6	8	960.8
12	961.3	14	960.5	4	960.3	9	960.7
13	961.0	17	960.8	5	961.5	10	960.3
14	960.7	19	961.6	6	960.2	11	960.5
15	960.5	22	960.4	7	960.9	12	961.1
16	961.4	24	960.6	8	960.5	13	960.3
18	961.0	26	960.7	9	960.2	14	960.3
19	960.8	Novemb. 1	961.1	10	961.7	18	960.8
20	961.2	2	960.2	12	960.4	20	960.9
26	961.3	4	960.0	13	961.2	22	960.8
27	961.0	7	960.3	14	960.8	24	960.9
28	960.5	8	961.1	16	960.7	25	960.1
29	959.2	9	960.7	17	960.4	31	960.5
30	960.2	10	960.4	19	960.3	Aprile 1	960.9
31	961.3	11	960.7	20	960.9	3	961.0
Agosto 1	961.3	14	961.3	22	960.6	6	961.1
2	960.6	16	960.6	25	959.8	8	960.9
3	960.2	17	961.0	26	959.3	13	961.0

Semidiametri ridotti alla distanza media dalle osservazioni di L. Respighi.

Data	Semidiametro	Data	Semidiametro	Data	Semidiametro	Data	Semidiametro
1880 Aprile 14	960".2	1880 Giugno 28	961".4	1880 Agosto 14	962".0	1880 Ottobre 17	961".4
21	961.4	30	961.4	15	960.9	22	959.2
22	960.9	Luglio 1	961.4	16	960.7	23	960.1
23	960.8	2	959.8	17	961.2	27	960.2
24	959.2	3	961.9	19	960.4	30	960.6
26	960.9	4	959.9	20	961.0	31	961.0
29	960.4	7	961.0	21	960.5	Novemb. 1	960.1
30	959.4	8	961.1	23	961.2	2	960.1
Maggio 1	961.5	9	960.7	24	961.7	5	960.2
6	960.4	10	962.0	25	961.1	8	960.0
7	960.4	11	961.9	27	960.3	9	959.8
14	960.8	12	961.0	28	960.8	10	960.4
15	961.6	13	960.4	30	960.2	11	959.1
17	961.1	14	961.7	Settemb. 3	961.5	12	960.1
20	961.1	15	961.5	4	961.4	13	960.2
21	960.6	16	961.1	12	960.0	14	961.5
22	961.0	17	961.1	14	959.9	18	960.2
24	960.8	18	960.6	16	959.4	20	959.2
25	961.2	19	961.5	17	960.6	23	959.8
26	961.6	20	961.0	18	961.6	24	960.2
27	961.3	21	960.3	19	961.2	26	962.0
28	960.3	22	961.1	21	960.8	27	959.6
29	961.1	23	960.1	22	960.4	28	961.1
30	960.4	24	960.2	23	961.1	29	960.3
Giugno 1	960.4	25	960.0	25	961.6	30	960.8
3	960.7	26	961.2	26	960.8	Decemb. 1	960.3
4	961.5	27	960.6	27	959.8	2	960.0
6	960.6	28	961.2	28	960.0	3	961.3
7	960.7	29	961.5	29	960.3	4	961.9
8	960.3	30	960.0	30	961.1	5	961.5
9	961.4	31	959.5	Ottobre 1	961.7	6	959.9
10	960.7	Agosto 2	960.0	2	960.8	8	960.9
11	960.8	3	960.8	3	960.7	9	960.4
12	960.2	4	961.5	4	960.4	10	960.7
17	960.8	5	961.0	6	960.4	11	960.4
18	960.4	6	961.0	7	960.0	13	960.4
19	961.3	7	960.3	9	960.8	19	960.9
20	961.9	8	961.8	11	959.6	23	961.3
22	960.7	9	960.9	13	959.6	25	960.2
23	962.3	11	960.7	14	961.4	26	961.5
24	961.3	12	960.2	15	959.7	27	960.4
25	961.5	13	960.5	16	959.7	29	959.9

Semidiametri ridotti alla distanza media dalle osservazioni di L. Respighi.

Data	Semidiametro	Data	Semidiametro	Data	Semidiametro	Data	Semidiametro
1881 Gennaio 2	960".4	1881 Aprile 2	960".8	1881 Giugno 29	960".1	1881 Agosto 18	960".2
8	959.6	3	961.9	Luglio 1	960.7	19	960.3
9	960.0	4	960.6	2	960.3	20	960.1
10	961.1	5	959.7	3	960.7	21	960.6
19	960.4	9	960.0	4	960.9	22	960.4
20	960.3	10	961.9	5	961.2	23	961.2
21	961.2	11	962.0	6	960.9	24	960.7
24	960.1	12	961.2	7	960.7	25	960.4
Febbraio 1	962.6	20	960.9	8	961.3	26	960.8
2	959.9	23	959.5	9	961.0	27	961.2
3	962.3	25	959.3	10	961.4	29	959.5
4	960.4	28	960.9	11	961.4	31	960.0
5	961.2	29	960.7	14	960.6	Settemb. 4	960.7
7	960.2	30	960.5	15	961.8	6	960.0
9	961.2	Maggio 3	959.7	16	961.3	8	960.3
10	961.3	8	960.5	17	960.9	12	961.4
12	960.1	9	960.7	18	960.8	13	960.7
13	959.8	14	962.2	19	960.8	17	960.6
14	960.7	16	960.7	20	962.7	18	961.0
15	960.4	17	961.0	21	961.5	19	961.8
16	960.4	19	961.2	22	961.7	20	960.9
19	959.5	20	959.7	23	960.2	21	960.0
20	959.7	21	961.9	25	960.8	23	961.1
23	960.7	24	960.6	26	960.6	24	961.4
24	961.3	25	961.0	27	960.3	25	960.9
25	960.8	26	961.3	28	960.9	27	960.1
26	960.6	27	961.3	29	961.1	28	960.0
28	961.4	29	960.4	30	961.5	Ottobre 3	959.9
Marzo 3	961.4	31	961.1	31	961.5	6	959.9
7	960.4	Giugno 3	960.2	Agosto 1	961.8	7	959.3
8	960.6	4	961.5	2	960.8	9	960.5
9	960.9	5	960.7	3	961.7	10	960.1
10	960.6	12	960.6	4	960.6	11	960.4
11	960.4	15	960.3	5	961.6	12	959.7
12	961.5	16	961.5	6	961.0	13	961.1
15	961.3	17	961.7	7	960.1	15	960.3
17	960.0	19	960.5	8	961.0	17	960.9
18	961.1	22	961.3	9	960.6	18	960.0
19	961.5	25	959.8	10	960.8	25	960.6
22	960.7	26	959.8	12	961.7	26	961.3
23	960.9	27	960.7	16	960.4	27	960.6
31	960.8	28	960.5	17	960.3	Novemb. 3	959.6

Semidiametri ridotti alla distanza media dalle osservazioni di L. Respighi.

Data	Semidiametro	Data	Semidiametro	Data	Semidiametro	Data	Semidiametro
1881 Novemb. 4	961.″2	1882 Gennaio 18	960.″0	1882 Marzo 13	961.″2	1882 Maggio 31	960.″6
6	960.9	19	960.1	14	960.9	Giugno 1	961.4
7	960.5	20	960.0	15	960.9	2	960.6
9	960.5	21	959.9	17	959.6	3	959.9
12	962.7	22	960.0	18	960.9	4	961.3
13	960.2	23	960.7	26	961.1	6	959.3
14	960.8	24	959.0	27	961.9	7	959.9
15	961.3	25	960.5	29	961.0	9	960.3
16	960.5	26	960.1	30	960.5	12	961.9
17	960.7	27	960.0	31	960.8	13	961.3
19	960.6	28	959.0	Aprile 1	961.1	14	961.7
20	961.1	29	959.0	3	960.5	15	960.2
21	960.6	30	959.8	5	960.7	17	960.5
22	960.3	Febbraio 1	960.8	8	959.6	18	961.6
23	960.4	2	960.7	9	960.4	19	960.8
24	960.5	3	960.7	11	960.4	22	961.2
25	959.9	4	959.8	14	960.4	23	961.5
26	960.5	5	960.7	15	959.8	24	960.8
27	961.7	6	960.8	19	959.4	25	960.9
28	959.5	7	960.8	20	960.6	27	961.8
Decemb. 2	960.8	8	959.5	21	960.0	29	959.9
3	960.0	9	960.0	22	961.4	Luglio 2	960.0
4	959.8	10	960.0	24	959.6	4	960.1
5	960.5	11	960.1	29	961.1	5	960.0
8	959.8	13	959.3	30	962.4	6	959.3
22	959.7	14	961.4	Maggio 1	961.3	7	959.8
24	960.9	17	960.4	2	959.9	8	961.3
25	960.4	18	962.3	6	961.5	10	959.9
27	960.5	19	961.1	8	960.6	11	961.0
28	960.0	20	960.9	9	960.3	13	961.2
29	959.7	21	961.6	10	960.5	14	960.4
31	960.7	22	960.6	11	960.2	15	960.9
		23	962.3	12	960.7	16	960.2
1882 Gennaio 2	962.4	24	961.2	13	960.8	17	960.2
3	959.6	28	959.4	14	959.5	18	961.7
7	961.6	Marzo 5	961.2	18	959.8	19	961.0
10	961.2	7	960.2	21	960.9	20	960.4
11	962.2	8	961.1	22	960.9	21	961.2
13	960.2	9	960.5	23	962.4	22	961.5
15	960.4	10	960.3	26	961.2	23	960.2
16	959.4	11	961.7	27	960.0	24	960.7
17	959.6	12	960.2	30	960.8	26	961.0

Semidiametri ridotti alla distanza media dalle osservazioni di L. Respighi.

Data	Semidiametro	Data	Semidiametro	Data	Semidiametro	Data	Semidiametro
1882 Luglio 27	961.″3	1882 Ottobre 30	959.″0	1883 Febbraio 5	960.″1	1883 Maggio 10	960.″0
28	960.0	31	959.4	6	959.8	11	960.7
29	961.4	Novemb. 1	959.2	8	960.3	12	960.9
Agosto 1	960.9	2	959.7	12	959.7	13	960.7
2	960.2	3	961.0	14	959.7	14	962.1
3	960.4	4	959.8	15	960.0	15	961.0
5	960.3	5	960.0	16	959.6	16	961.1
6	960.1	6	961.5	18	960.8	17	961.0
7	961.4	8	961.1	22	960.8	18	960.0
9	960.7	10	961.3	23	960.1	20	960.1
11	961.1	18	960.8	24	961.6	21	961.1
12	960.2	19	961.0	25	960.2	22	961.1
13	960.8	21	960.4	26	960.2	23	961.6
15	960.6	25	960.4	27	960.7	25	961.1
16	959.6	29	960.2	28	961.0	Giugno 4	961.7
18	960.0	Decemb. 2	961.5	Marzo 2	960.3	5	962.2
19	961.2	6	961.0	3	961.5	6	960.5
24	959.7	11	959.9	8	960.6	8	961.2
26	961.5	12	960.3	13	961.7	10	961.5
28	961.0	19	960.4	14	960.2	12	959.3
Settemb. 7	961.4	20	960.6	17	961.3	14	960.8
11	959.2	24	961.3	18	960.5	16	960.3
13	960.6	26	961.3	22	960.2	17	959.9
14	959.9	27	960.7	25	960.9	19	960.6
19	960.3	31	961.4	27	960.0	22	961.0
22	961.3			29	960.5	23	961.0
23	960.5	1883 Gennaio 3	959.1	30	960.9	25	960.8
28	960.1	4	960.2	Aprile 2	962.9	26	961.6
Ottobre 1	959.9	5	961.6	3	961.4	27	961.0
2	960.6	6	959.7	4	960.9	28	961.9
7	960.5	15	961.3	6	960.8	29	961.0
8	961.4	18	960.7	11	963.0	30	962.7
9	960.0	19	959.2	12	961.7	Luglio 1	961.7
11	960·0	21	960.6	13	960.0	2	960.1
13	959.2	22	960.6	17	962.0	3	960.7
15	960.4	23	960.3	21	959.5	4	960.4
16	961.1	24	961.1	23	960.9	5	961.4
19	960.4	25	960.3	25	960.4	7	962.0
21	961.6	26	961.1	27	959.0	9	961.1
22	960.4	29	960.9	28	962.1	10	961.7
24	961.4	Febbraio 2	959.8	Maggio 1	960.2	11	960.6
27	961.0	3	960.6	4	961.8	12	960.8

Semidiametri ridotti alla distanza media dalle osservazioni di L. Respighi.

Data	Semidiametro	Data	Semidiametro	Data	Semidiametro	Data	Semidiametro
1883 Luglio 13	961.0	1883 Agosto 9	959.6	1883 Settemb. 8	959.9	1883 Ottobre 31	959.3
14	961.2	10	959.7	10	959.5	Novem. 4	960.3
15	960.7	11	960.8	11	961.9	10	960.3
16	961.0	12	959 2	14	959.9	11	960.5
17	959.3	13	960.1	16	960.2	12	959.9
18	960.9	15	960.7	19	961.0	15	960.4
19	960.3	16	960.4	20	959.7	17	959.3
20	959.6	17	961.0	21	959.6	21	961.2
21	959.1	18	959.8	22	959.8	22	961.1
22	961.2	20	961.2	24	960.7	24	959.5
23	961.1	21	961.5	25	960.9	25	960.3
24	961.2	22	961.7	26	961.8	27	959.4
25	960.4	23	960.8	27	960.7	28	959.9
26	959.2	24	961.2	28	960.5	29	960.7
27	959.7	25	960.6	29	960.6	Decem. 1	959.4
28	959.2	27	960.7	Ottobre 1	960.5	2	959.6
29	960.9	28	961.0	7	960.0	3	960.6
30	959.3	29	959.9	8	959.6	5	960.2
31	960.4	30	959.4	9	959.2	10	959.2
Agosto 1	960.1	31	959.7	10	960.3	11	961.2
2	961.2	Settem. 1	959.0	12	959.7	13	960.6
3	960.4	2	960.2	13	962.1	14	959.8
4	959.1	3	960.1	15	960.9	19	959.5
6	959.0	4	961.2	16	959.4		
7	960,4	5	959.6	17	961.3		
8	959,0	7	959.9	30	959.4		

Semidiametri ridotti alla distanza media dalle osservazioni di F. Giacomelli.

Data	Semidiametro	Data	Semidiametro	Data	Semidiametro	Data	Semidiametro
1876 Genn. 18	960".5	1876 Novem. 4	961".2	1877 Giugno 24	961".5	1877 Agosto 17	960".9
20	960.9	5	961.1	27	961.1	18	961.9
21	960.3	6	961.9	28	961.2	19	962.2
Febbr. 3	961.3	7	962.0	29	961.7	20	960.7
13	958.3	8	959.8	30	960.2	21	961.8
Maggio 21	960.9	10	961.8	Luglio 1	962.0	22	962.3
Giugno 5	962.1	11	962.1	3	959.8	23	961.4
18	961.3	15	961.2	4	961.5	24	962.4
Luglio 16	960.7	18	961.6	5	961.8	25	964.1
23	962.6	26	959.7	6	959.9	26	964.2
25	961.4			7	960.4	27	962.8
29	961.1	1877 Febbr. 28	960.6	8	960.6	28	961.5
30	961.9	Marzo 1	962.2	9	961.7	29	961.2
31	962.4	3	963.3	11	961.3	30	962.5
Agosto 1	962.3	10	961.6	12	961.0	31	961.8
2	961,4	17	960.6	13	961.6	Settem. 1	961.3
6	961.6	18	961.6	14	960.2	5	962.7
8	962.0	19	961.4	15	960.5	6	961.8
12	962.4	20	961.2	16	961.1	7	961.7
13	962.0	28	960.4	18	962.4	8	961.9
14	961.2	Aprile 1	962.7	19	961.1	11	960.8
15	962.9	5	961.3	20	961.1	12	961.7
18	963.2	14	960.5	21	961.5	13	961.6
20	960.7	21	960.6	22	961.9	14	962.0
Ottobre 9	962.1	24	960.6	23	961.3	15	963.3
11	960.7	27	961.7	24	960.8	17	959.7
12	960.3	Maggio 1	960.6	27	961.1	Ottobre 14	962.8
13	960.5	3	961.7	28	961.5	15	961.6
14	961.4	6	960.3	29	961.5	16	961.1
15	962.3	8	961.2	30	960.6	17	960.4
16	962.1	20	961.3	31	961.0	18	961.7
17	961.4	24	963.1	Agosto 1	962.0	19	960.3
18	961.6	27	962.4	2	961.3	21	960.9
19	961.2	29	961.8	3	962.2	22	962.2
22	961.5	31	961.7	4	961.3	23	961.5
23	959.3	Giugno 5	962.4	7	961.2	24	961.3
28	960.9	7	960.9	8	961.7	27	961.8
29	961.2	12	962.0	9	961.1	28	961.5
30	961.3	14	961.1	11	960 6	29	961.7
31	960.3	15	961.2	12	961.5	31	961.2
Novem. 2	961.0	21	961.4	13	960.4	Novem. 2	960.6
3	961.7	22	961.8	14	962.0	3	960.6

Semidiametri ridotti alla distanza media dalle osservazioni di F. Giacomelli.

Data	Semidiametro	Data	Semidiametro	Data	Semidiametro	Data	Semidiametro
1877 Novemb. 4	962.0	1878 Genn. 15	960.7	1878 Marzo 15	961.4	1878 Maggio 26	961.4
5	961.5	16	961.0	17	960.9	31	960.9
6	960.9	18	959.8	18	960.8	Giugno 1	961.5
7	962.3	19	961.4	21	959.9	2	960.7
8	960.6	20	961.5	27	960.5	3	961.2
9	962.6	21	962.2	30	960.6	4	962.1
10	960.5	22	960.3	Aprile 1	962.0	5	960.5
13	960.2	24	962.1	2	961.2	6	960.8
16	962.3	28	960.8	3	961.8	7	961.0
17	961.1	Febbr. 1	961.6	4	960.6	8	961.5
18	961.4	2	961.5	8	961.3	9	961.6
19	961.8	3	961.8	10	960.4	10	961.1
20	960.5	4	961.3	11	961.7	11	961.0
22	961.4	5	961.5	12	962.1	12	961.9
24	960.7	6	962.4	13	960.2	13	961.6
26	961.4	7	962.7	14	962.9	17	961.4
27	960.7	8	962.1	15	961.4	18	961.1
29	960.7	9	963.1	16	961.1	19	961.7
30	960.7	10	960.8	18	961.5	20	961.3
Decemb. 5	960.6	13	961.3	19	960.5	21	961.9
6	960.2	14	961.3	23	960.3	23	961.1
7	961.1	15	961.0	25	961.1	27	960.6
12	960.2	16	961.5	28	962.2	28	961.4
13	960.5	17	960.9	29	960.6	29	962.0
16	961.3	18	962.2	Maggio 1	961.1	30	962.0
17	961.5	19	960.7	3	961.1	Luglio 1	961.7
18	961.6	20	961.6	4	962.4	2	961.4
19	962.8	21	960.8	5	961.8	5	961.4
20	962.3	22	962 3	9	960.6	6	960.6
22	961.0	23	961.6	10	961.3	8	961.4
23	961.3	24	961.2	12	960.7	9	961.9
28	962.4	26	961.2	13	961.4	10	962.0
29	962.0	27	962.6	14	961.1	13	961.9
		Marzo 1	960.3	15	961.5	14	962.0
1878 Gennaio 2	960.1	4	962.2	16	960.5	15	961.4
3	961.2	5	961.7	17	962.7	16	961.7
5	962.3	6	960.9	18	961.3	17	962.6
6	960.9	8	960.4	19	961.5	18	961.7
8	961.0	9	961.2	20	960.9	19	961.9
9	961.2	10	961.3	22	961.1	20	961.6
13	960.8	12	961.8	24	961.0	21	961.3
14	961.5	13	961.6	25	960.8	22	962.6

Semidiametri ridotti alla distanza media dalle osservazioni di F. Giacomelli

Data	Semidiametro	Data	Semidiametro	Data	Semidiametro	Data	Semidiametro
1878 Luglio 23	961.″2	1878 Ottobre 26	960.″7	1879 Febbr. 12	961.″7	1879 Maggio 16	961.″1
24	961.9	27	960.0	13	961.7	20	960.9
25	961.4	30	961.1	17	961.8	22	961.9
26	961.3	31	961.6	18	961.0	23	960.0
27	961.6	Novemb. 1	961.8	19	961.2	29	961.8
28	961.4	4	961.2	20	961.7	30	959.1
29	962.9	6	962.1	21	961.9	31	960.4
30	960.8	9	961.2	Marzo 2	961.7	Giugno 1	961.6
Agosto 10	960.2	10	962.4	3	961.9	2	960.7
16	962.6	21	960.9	4	961.5	3	962.3
17	960.4	29	961.3	5	961.3	4	960 6
19	961.4	30	961.7	6	962.1	5	960.9
20	961.1	Decemb. 5	961.0	7	960.7	7	959.5
21	960.9	6	961.3	10	961.1	8	961.6
Settem. 1	961.3	10	961.2	12	962.7	9	960.4
16	961.9	11	961.2	14	961.3	11	960.5
17	961.0	12	961.4	15	961.1	12	961.0
18	961.5	14	962.0	17	961.0	13	961.4
19	961.4	15	960.9	19	961.1	14	960.2
20	961.6	16	960.2	21	960.3	15	960.8
23	961.3	20	960.3	30	962.3	16	960.9
24	961.4	22	961.5	31	961.7	18	960.7
25	961.5	31	961.0	Aprile 1	961.8	19	961.2
26	961.8			2	960.8	20	961.2
27	961.8	1879 Gennaio 3	961.1	3	962.0	21	961.6
28	962.4	5	962.3	4	962.1	22	961.5
Ottobre 1	961.0	7	960.8	6	961.6	23	961.4
2	961.5	12	960.5	9	960.1	24	961.5
3	962.0	13	961.1	10	961.6	25	961.0
4	961.1	14	961.9	11	961.4	26	961.5
5	962.4	15	960.5	14	961.2	27	960.8
6	961.3	16	962.0	19	961.4	28	960.8
7	960.5	18	960.5	20	961.9	30	961.2
9	960.0	20	961.7	23	960.8	Luglio 1	961.4
10	961.6	21	960.3	25	963.0	2	961.7
16	961.0	23	962.0	26	962.1	3	960.9
17	961.4	28	960.3	29	959.1	4	961.5
18	960.1	30	960.7	Maggio 4	961.6	5	961.4
19	961.5	Febbraio 1	961.8	7	961.2	7	961.4
20	961.6	6	961.7	12	962.1	8	961.6
23	961.2	7	961.1	13	960.9	9	961.3
24	960.9	8	961.7	15	961.6	11	961.6

Semidiametri ridotti alla distanza media dalle osservazioni di F. Giacomelli.

Data	Semidiametro	Data	Semidiametro	Data	Semidiametro	Data	Semidiametro
1879 Luglio 12	961".5	1879 Agosto 28	961".4	1879 Decemb. 24	961".6	1880 Febbr. 28	961".7
13	961.1	30	960.5	25	960.2	29	961.9
14	959.4	31	961.1	26	961.7	Marzo 1	963.8
15	960.8	Settem. 2	960.7	27	961.2	2	962.5
16	961.6	4	960.5	29	961.2	3	961.9
17	961.0	8	962.0			4	962.1
18	961.1	10	961.2	1880 Gennaio 2	963.7	5	961.7
19	961.2	11	960.8	3	961.2	6	960.2
20	961.7	13	961.0	4	960.5	7	960.6
21	960.8	14	962.0	5	961.2	8	961.2
22	960.7	18	962.7	6	959.8	9	960.9
23	961.6	19	961.2	7	962.4	10	960.8
25	960.1	20	960.7	8	962.0	11	961.2
26	961.1	21	961.3	9	961.4	12	961.6
27	961.8	22	962.3	10	961.3	13	962.0
28	961.0	23	961.4	11	961.2	14	960.1
29	960.6	Ottobre 1	962.4	12	960.8	18	960.9
30	961.5	Novem. 2	960.7	13	961.7	19	960.8
31	961.2	4	961.0	14	960.9	20	961.1
Agosto 1	962.6	5	962.0	16	961.3	22	960.8
3	960.5	7	960.4	17	960.1	24	961.2
4	961.5	8	961.0	19	961.7	25	959.5
5	961.2	9	961.4	20	961.6	29	960.8
6	962.2	10	960.8	22	961.5	31	959.7
7	960.3	11	961.2	25	960.1	Aprile 1	961.4
8	961.5	14	961.0	26	960.0	3	961.7
9	961.6	16	961.3	Febbr. 1	960.8	6	961.6
10	961.4	17	961.8	2	960.7	8	961.0
11	960.7	19	960.4	3	960.7	13	960.3
12	961.8	23	961.2	4	961.5	14	961.0
13	961.1	Decem. 4	960.9	5	961.7	21	961.9
14	962.3	5	962.3	6	962.6	22	962.0
15	961.1	6	960.9	9	961.0	23	960.3
18	960.6	10	960.4	13	961.5	24	961.2
19	961.0	12	961.6	14	961.0	26	960.9
20	961.8	14	962.6	15	961.8	29	960.5
21	961.1	18	962.9	16	960.3	30	960.0
22	961.4	19	961.2	19	962.3	Maggio 1	960.8
23	961.1	20	961.0	20	961.2	6	960.7
24	961.2	21	961.3	21	961.1	7	960.6
25	961.8	22	961.3	25	962.2	14	960.9
26	96.12	23	960.9	27	959.9	15	962.7

Semidiametri ridotti alla distanza media dalle osservazioni di F. Giacomelli.

Data	Semidiametro	Data	Semidiametro	Data	Semidiametro	Data	Semidiametro
1880 Maggio 17	960.3	1880 Luglio 12	961.7	1880 Agosto 28	961.0	1880 Ottobre 23	961.1
20	961.1	13	960.6	30	960.6	24	960.9
21	960.0	14	961.1	Settemb. 3	961.3	25	960.9
22	962.0	15	960.6	4	961.0	27	960.1
24	961.0	16	961.7	5	961.1	30	961.7
25	961.5	17	960.8	6	961.1	31	961.0
27	961.2	18	961.2	7	961.4	Novemb. 1	961.2
28	962.2	19	960.2	8	959.8	2	961.5
29	960.6	20	961.7	9	960.5	5	962.4
30	960.6	21	960.7	10	961.4	8	961.6
Giugno 1	959.7	22	960.7	11	960.9	10	961.2
3	960.6	23	960.9	12	960.3	20	961.0
4	961.5	24	960.4	14	959.7	23	960.8
6	961.2	25	961.5	15	961.0	24	960.9
7	961.4	26	961.5	16	960.3	25	961.6
8	960.8	27	961.0	17	960.0	26	962.2
9	961.1	28	961.7	18	962.1	27	961.3
10	962.2	29	961.7	19	961.4	28	961.4
11	961.1	30	961.2	21	961.3	29	961.2
12	960.2	31	960.6	22	961.7	30	961.0
16	961.7	Agosto 2	961.8	23	962.0	Decemb. 1	962.2
17	961.1	3	962.1	24	961.4	2	960.7
19	962.0	4	961.1	25	960.8	3	961.6
20	961.7	7	960.5	26	961.4	4	962.0
21	961.8	8	962.3	27	960.1	5	961.6
22	959.9	9	961.0	28	960.6	6	961.5
23	962.6	10	961.6	29	961.3	8	961.8
24	962.1	11	961.3	30	960.9	9	960.4
25	961.8	12	960.2	Ottobre 1	960.8	10	961.2
28	962.1	13	961.4	2	960.8	11	961.1
29	962.3	14	962.0	3	961.3	13	961.8
30	962.6	15	961.0	4	960.7	19	961.3
Luglio 1	961.1	16	962.2	6	961.4	20	961.7
2	960.8	17	961.0	7	960.7	22	961.0
3	962.4	18	960.3	9	961.4	23	961.1
4	960.9	19	961.6	11	961.4	25	960.7
5	961.9	20	961.5	14	960.3	26	962.0
7	962.0	21	960.4	15	961.3	27	960.9
8	961.1	23	961.0	16	961.0	29	960.4
9	960.5	24	961.7	17	960.6		
10	961.0	25	961.1	21	961.7	1881 Gennaio 2	961.7
11	960.5	27	960.1	22	960.4	10	961.8

Semidiametri ridotti alla distanza media dalle osservazioni di F. Giacomelli.

Data	Semidiametro	Data	Semidiametro	Data	Semidiametro	Data	Semidiametro
1881 Gennaio 19	961.2	1881 Aprile 3	961.4	1881 Giugno 26	960.5	1881 Settemb. 23	960.9
20	959.7	4	960.9	28	961.3	24	961.3
21	961.2	5	961.2	29	960.6	25	960.9
24	960.9	9	960.7	Luglio 1	960.9	26	961.3
Febbraio 1	963.5	10	961.8	2	961.5	27	961.2
2	961.1	11	962.3	3	962.0	28	961.0
3	962.2	12	961.5	4	961.5	Ottobre 3	960.4
4	961.2	18	962.1	5	960.6	6	961.4
5	960.7	20	960.9	6	961.1	7	960.6
6	961.4	23	960 8	7	960.1	9	961.5
7	960.2	25	960.3	8	961.4	10	960.7
9	962.0	28	960.5	9	961.5	11	960.3
10	962.0	29	960.2	10	962.4	12	960.3
12	961.9	30	959.5	11	961.6	13	961.6
13	961.2	Maggio 1	961.7	28	960.5	15	959.9
14	962.1	3	961.3	29	961.9	17	960.6
15	961.2	6	960.4	30	962.0	18	960.6
16	961.0	8	960.7	31	960.9	25	960.9
18	960.4	14	961.2	Agosto 2	960.9	26	962.2
19	960,1	16	961.5	3	963.2	27	961.7
20	960.8	17	960.3	4	961.2	Novemb. 3	960.6
23	962.0	18	960.8	5	960.5	4	961.4
24	963.4	19	961.6	6	961.0	5	961.2
26	960.3	20	961.8	10	960.2	6	962.5
28	960.9	21	961.7	11	960.4	7	961.8
Marzo 3	962.0	22	961 4	12	962.0	8	962.6
7	961.1	23	960.7	13	962.3	9	962.0
8	960.7	24	960.8	17	962.0	10	962.3
9	960.5	25	961.1	18	960.9	11	961.7
10	960·7	26	961.5	19	961.7	12	961.6
11	960.6	27	960.8	20	962.2	13	961.5
12	961.2	29	960.9	24	961.9	14	961.7
15	962.1	Giugno 3	960.4	25	960.6	15	962.0
16	960.2	4	961.5	26	961.5	16	962.0
17	959.8	5	960.5	27	960.9	17	961.4
18	961.6	12	962.2	Settemb. 6	960.8	19	962.0
19	960.1	15	961.3	16	960.9	20	962.1
20	961.6	16	961.3	17	961.3	21	961.7
22	961.3	17	960.9	18	961.7	22	961.5
23	961.0	21	960.9	19	962.7	23	960.8
31	960.6	22	961.2	20	961,4	24	961.5
Aprile 2	960.9	23	961.1	21	960.9	26	962.1

Semidiametri ridotti alla distanza media dalle osservazioni di F. Giacomelli.

Data	Semidiametro	Data	Semidiametro	Data	Semidiametro	Data	Semidiametro
1881 Novemb. 27	962.″8	1882 Febbraio 5	961.″8	1882 Aprile 9	961.″4	1882 Giugno 17	961.″5
28	960.6	6	960.6	11	961.4	18	962.3
Decemb. 2	961.5	7	960.7	13	960.9	19	961.3
3	961.3	8	960.4	14	961.2	23	961.5
4	961.6	9	962.3	15	961.2	24	962.2
5	961.5	10	961.3	19	960.0	25	962.6
6	961.7	11	960.7	20	961.7	26	962.2
8	961.5	13	960.5	21	961.5	27	961.5
14	960.9	14	961.4	22	962.8	29	961.0
18	961.7	17	961.2	23	961.5	Luglio 2	961.8
22	961.1	18	962.4	24	960.9	4	961.0
24	961.3	19	961.3	29	960.6	5	961.3
25	961.3	20	960.6	30	961.7	6	960.9
26	962.8	21	962.2	Maggio 1	961.7	7	960.8
27	961.5	22	960.8	2	961.0	8	962.7
28	961.6	23	961.4	6	962.4	9	961.7
29	960.9	24	961.3	8	961.1	10	962.0
31	961.0	28	960.0	9	959.9	11	962.1
		Marzo 5	961.5	10	961.7	13	961.7
1882 Gennaio 11	962.0	7	960.8	12	960.6	14	961.8
13	961.7	9	960.6	13	961.8	15	962.9
14	961.6	10	961.5	14	960.7	16	961.3
15	962.0	11	961.2	18	961.5	17	960.5
16	960.2	12	961.2	21	960.5	19	962.4
17	960.9	13	962.3	22	960.7	20	961.3
18	960.9	14	961.8	23	962.1	21	961.1
19	961.0	15	960.2	26	960.9	22	961.1
20	961.1	16	959.7	27	961.4	23	961.3
21	962.3	17	960.2	28	962.3	24	961.5
22	962.8	18	961.0	29	961.7	25	961.0
23	961.6	19	960.9	30	961.6	26	962.0
24	960.7	25	960.4	31	960.9	27	962.0
25	961.2	26	961.7	Giugno 1	962.8	28	960.5
26	960.5	27	962.0	2	961.1	29	961.3
27	961.7	29	961.9	3	961.3	30	961.0
28	960.4	30	961.7	4	961.9	Agosto 2	962.0
29	961.5	31	960.3	6	960.2	4	961.2
30	961.3	Aprile 1	961.4	9	961.3	5	961.2
Febbraio 1	961.1	3	960.8	12	961.9	6	961.5
2	961.5	5	960.4	13	961.9	7	961.4
3	962.7	7	961.5	14	962.7	9	962.3
4	960.7	8	961.4	15	961.0	11	963.3

Semidiametri ridotti alla distanza media dalle osservazioni di F. Giacomelli.

Data	Semidiametro	Data	Semidiametro	Data	Semidiametro	Data	Semidiametro
1882 Agosto 12	961.5	1882 Novem. 25	961.5	1883 Marzo 13	962.3	1883 Giugno 5	961.2
13	961.2	29	961.5	14	961.2	6	960.0
14	962.1	Decemb. 2	962.0	17	963.0	8	962.0
15	961.8	6	961.4	18	960.7	10	962.9
16	961.4	11	960.9	22	960.8	11	960.5
18	961.3	19	960.8	25	960.0	12	959.0
19	962.2	20	960.7	27	960.6	14	961.7
20	961.7	24	960.7	29	960.5	16	961.3
23	961.8	26	961.9	30	961.1	17	960.6
24	960.6	27	961.7	Aprile 2	963.3	19	960.7
26	961.8	31	961.5	4	962.1	22	962.2
28	961.1			6	961.3	23	961.0
29	961.2	1883 Gennaio 3	961.0	11	963.1	24	961.4
31	960.2	4	960.8	12	962.1	25	961.0
Settemb. 3	961.4	5	961.4	13	960.8	26	963.0
4	959.6	6	960.7	17	962.9	27	961.9
5	961.0	15	961.5	21	960.2	28	962.4
7	961.4	18	961.1	23	960.9	30	962.3
11	960.1	19	961.8	25	960.5	Luglio 1	962 6
13	961.3	20	960.8	27	959.1	2	961.9
22	961.3	22	962.4	28	963.1	3	962.1
23	960.8	23	961.6	Maggio 1	961.4	4	961.5
26	961.1	24	962.3	4	960.8	5	962.0
27	960.8	25	961.0	10	961.5	7	962.8
28	962.2	26	961.8	11	961.5	8	962.1
Ottobre 7	962.0	29	961.7	12	961.5	9	962 3
8	960.7	Febbraio 3	961.6	13	961.3	10	962.0
9	961.4	5	960.7	14	962.9	11	962.5
11	960.8	6	959.6	15	962.0	12	961.3
15	961.7	8	961.6	16	961.3	13	960.7
19	960.9	12	959.1	17	960.9	14	961.5
20	962.0	15	961.9	18	961.6	15	963.1
21	961.7	16	960.4	19	960.1	18	961.8
24	961.7	18	962.7	20	960.8	19	962.4
Novem. 4	961.2	19	962.7	21	961.1	20	962.5
5	960.9	23	961.6	22	961.0	21	962.4
6	961.7	24	962.7	23	961.3	22	962.7
8	960.9	25	960.6	24	962.1	23	960.9
10	962.3	26	962.8	25	960.9	24	962.9
18	962.0	27	962.0	26	961.7	25	962.1
21	961.1	28	960.9	29	960.7	26	961.2
22	962.8	Marzo 8	963.0	Giugno 4	962.0	Agosto 3	961.8

Semidiametri ridotti alla distanza media dalle osservazioni di F. Giacomelli.

Data	Semidiametro	Data	Semidiametro	Data	Semidiametro	Data	Semidiametro
1883 Agosto 4	962.3	1883 Settemb. 19	960.5	1883 Ottobre 15	960.9	1883 Novem. 18	960.9
5	959.3	20	961.6	16	959.7	21	962.3
6	961.0	21	960.9	17	961.5	24	960.9
7	961.0	22	959 8	20	962.0	25	961.7
9	960.5	23	961.0	24	960.9	26	960.6
10	962.3	24	961.2	25	960.3	27	960.9
11	961.6	25	961.5	26	961.0	28	960.7
13	961.7	26	962.2	28	960.2	29	961.6
14	961.4	27	962.1	29	961.2	30	960.8
15	962.2	28	961.3	30	959.7	Decemb. 1	960.5
16	960.4	29	961.0	31	960.9	3	962.4
17	961.2	Ottobre 1	960.8	Novem. 1	960.7	5	961.7
18	961.5	7	960.0	4	961.1	10	960.1
20	961.8	8	961.0	6	961.8	11	962.5
21	962.4	9	961.9	10	960.4	12	961.4
Settem. 11	962.8	10	961.9	11	961.0	13	962.2
12	961.7	12	960.0	12	961.1	14	961.5
14	960.8	13	962.5	15	961.1	19	960.6
16	962.0	14	961.3	17	960.1		

Semidiametri ridotti alla distanza media dalle osservazioni di A. Prosperi.

Data	Semidiametro	Data	Semidiametro	Data	Semidiametro	Data	Semidiametro
1879 Gennaio 3	960.3	1879 Marzo 31	961.1	1879 Giugno 16	961.1	1879 Agosto 23	959.7
5	962.1	Aprile 1	959.9	18	962.3	24	961.2
7	960.5	2	961.2	19	960.7	25	961.5
12	961.1	3	961.1	20	961.0	28	960.3
13	960.9	4	961.8	21	961.7	30	961.0
14	960.4	6	961.1	22	961.7	31	961.2
15	961.4	9	960.3	23	961.6	Settemb. 1	961.6
16	961.6	10	961.4	24	960.2	2	960.2
18	960.8	11	960.3	25	960.8	4	960.6
20	961.3	14	960.9	26	961.7	7	961.7
21	960.3	19	961.0	27	960.9	8	961.3
23	961.6	20	962.1	28	961.5	10	960.6
28	960.1	23	960.9	29	960.0	11	960.7
30	960.5	25	962.1	30	960.9	14	961.7
Febbraio 1	962.1	26	961.5	Luglio 1	961.7	18	961.7
6	961.5	29	959.8	2	961.2	19	961.4
7	961.7	Maggio 4	961.3	3	961.4	20	960.9
8	961.4	7	960.5	4	961.1	21	961.3
12	961.8	12	960.9	5	960.6	22	962.2
17	961.3	13	960.5	6	961.8	23	961.2
18	960.6	14	961.0	7	961.4	Ottobre 1	961.4
19	960.1	15	961.0	8	961.6	2	960.9
20	961.1	16	960.8	9	961.3	6	961.1
21	961.6	20	960.3	Agosto 2	960.8	7	960.9
23	961.4	22	961.5	3	960.6	8	961.1
Marzo 2	961.1	23	959.2	4	961.2	11	962.0
3	961.8	29	961.3	5	960.8	12	961.4
4	961.3	30	960.8	6	961.6	14	960.9
5	960.6	31	960.6	7	961.1	17	961.4
6	961.6	Giugno 1	961.1	8	960.8	19	961.8
7	961.1	2	961.2	9	960.7	22	960.8
8	961.0	3	961.6	10	960.7	24	960.7
9	961.2	4	961.0	11	961.0	26	960.9
10	961.7	5	960.3	12	960.7	28	960.7
11	961.3	7	960.9	13	960.6	29	961.7
12	962.2	8	960.5	14	961.4	Novemb. 1	960.9
14	961.4	9	961.5	15	961.5	2	960.9
15	961.4	11	960.9	18	960.6	4	960.8
17	961.0	12	961.0	19	960.3	5	962.6
19	960.3	13	961.2	20	960.8	7	960.7
21	960.4	14	960.8	21	960.0	8	961.3
30	961.0	15	961.1	22	961.5	9	961.2

Semidiametri ridotti alla distanza media dalle osservazioni di A. Prosperi.

Data	Semidiametro	Data	Semidiametro	Data	Semidiametro	Data	Semidiametro
1879 Novemb. 10	961".0	1880 Gennaio 25	960".8	1880 Aprile 1	961".6	1880 Giugno 21	962".1
11	961.1	26	961.0	3	961.7	22	961.5
14	960.7	Febbraio 1	961.5	6	961.1	23	962.3
16	962.0	2	960.8	8	961.1	24	962.3
17	961.9	3	961.1	13	961.4	25	962.0
19	960.3	4	961.7	14	961.6	28	961.9
23	961.3	5	961.7	21	962.6	29	962.2
Decemb. 2	960.9	6	961.6	22	962.4	30	962.5
5	961.6	9	961.8	23	961.0	Luglio 1	961.7
6	959.9	13	961.0	24	961.5	2	961.1
7	962.0	14	960.8	26	961.9	3	962.3
8	960.7	15	962.3	29	960.5	4	961.3
10	960.0	16	960.7	30	960.5	5	961.7
12	961.8	19	962.0	Maggio 1	961.4	7	962.0
18	961.2	20	961.5	6	960.7	8	961.1
19	960.3	21	961.2	7	961.0	9	961.5
20	960.7	25	961.2	14	961.2	10	961.1
21	960 8	27	960.5	15	962.1	11	961.3
22	961.6	28	961.5	17	960.7	12	961.5
23	960.5	29	962.1	20	961.7	Agosto 2	960.7
24	960.7	Marzo 1	962.9	21	961.1	3	962.0
25	959.7	2	962.2	22	962.7	4	961.8
26	961.0	3	962.0	24	961.4	5	961.8
29	962.3	4	962.7	25	962.6	6	961.8
		5	961.8	26	962.0	7	960.1
1880 Gennaio 1	961.3	6	960.9	27	962.0	8	962.0
2	962.4	7	961.3	28	961.5	9	961.5
3	960.2	8	960.5	29	961.6	10	961.3
4	960.7	9	961.7	30	961.5	11	961.1
5	961.3	10	961.1	Giugno 1	961.3	12	960.9
6	961.1	11	961.8	4	961.7	13	961.9
8	961.3	12	962.0	6	960.8	15	961.2
9	960.7	13	961.5	7	961.5	16	961.6
11	961.0	14	961.1	8	961.2	17	961.0
12	961.7	18	960.2	10	962.1	18	961.4
13	962.0	19	962.2	11	961.9	19	960.9
14	961.7	20	961.3	12	960.4	20	961.5
16	961.7	22	960.9	16	961.4	21	961.5
17	961.1	24	961.7	17	961.4	22	961.5
19	960.4	25	961.0	18	962.0	23	962.5
20	961.1	29	960.8	19	962.2	24	961.3
22	960.7	31	961.1	20	962.5	25	961.5

Semidiametri ridotti alla distanza media dalle osservazioni di A. Prosperi.

Data	Semidiametro	Data	Semidiametro	Data	Semidiametro	Data	Semidiametro
1880 Agosto 27	961".7	1880 Ottobre 22	960".4	1880 Decem. 27	961".1	1881 Marzo 18	961".9
28	961.4	23	960.5	29	961.0	19	962.7
30	961.3	24	960.9			20	961.6
Settem. 3	962.5	25	960.5	1881 Gennaio 2	961.7	22	961.2
4	962.9	27	960.7	8	961.4	23	962.0
5	961.6	30	962.0	9	962.0	31	961.3
6	961.4	31	961.5	10	961.9	Aprile 2	960.8
7	961.6	Novem. 1	961.0	20	960.8	3	961.5
8	961.0	5	961.7	21	961.7	4	962.0
9	961.1	8	960.3	24	960.8	5	961.2
10	961.4	9	960.3	Febbr. 1	963.6	9	961.1
11	961.7	10	961.4	2	962.0	10	961.5
12	961.2	11	960.2	3	961.6	11	962.3
14	961.4	12	961.2	4	960.8	12	961.5
15	962.0	13	961.1	5	961.7	14	961.6
16	962,2	14	962.5	6	961.1	18	961.6
17	961.2	18	960.9	7	960.4	20	961.6
18	963.2	20	960.5	9	962.4	23	960.7
19	962.9	23	960.5	10	962.7	25	960.3
21	961.7	24	960.9	12	961.7	28	961.4
22	962.5	26	961.7	13	960.5	29	961.5
23	962.0	27	960.8	14	961.5	30	961.5
24	961.7	28	961.8	15	961.8	Maggio 1	962.0
25	961.4	29	962.3	16	961.0	3	961.9
26	960.9	30	961.5	18	961.0	6	960.6
27	960.3	Decem. 1	962.0	19	961.3	8	961.9
28	962.6	2	960.4	20	961.9	9	961.5
29	961.4	3	961.8	23	961.0	14	962.7
30	960.5	4	961.8	24	962.3	16	961.7
Ottobre 1	961.7	5	961.7	25	960.6	17	961.6
2	961.7	6	962.2	26	960.4	18	961.8
3	961.1	9	961.3	28	961.2	19	960.6
4	962.4	10	961.3	Marzo 3	962.7	20	961.4
6	961.7	11	962.1	7	961.5	21	962.9
7	960.2	13	961.3	8	960.5	22	962.0
9	962.0	18	960.4	9	961.8	23	960.9
11	960.9	19	961.6	10	961.0	24	960.9
14	961.8	20	962.1	11	962.0	25	962.3
15	960.6	22	961 6	12	960 9	26	961.9
16	960.9	23	961.0	15	961.3	27	962.8
17	962.0	25	960.9	16	960.3	29	962.1
21	961.3	26	962.0	17	960.6	31	961.6

Semidiametri ridotti alla distanza media dalle osservazioni di A. Prosperi

Data	Semidiametro	Data	Semidiametro	Data	Semidiametro	Data	Semidiametro
1881 Giugno 3	961".5	1881 Luglio 27	961".3	1881 Settem. 23	961".4	1881 Decemb. 6	961".7
4	961.2	28	960.6	24	962.5	8	961.5
5	961.1	29	962.8	25	961.9	14	960.9
12	962.5	30	962.1	26	962.2	18	961.7
15	960.9	Agosto 1	961.5	28	959.9	22	961.1
16	962.2	2	960.9	Ottobre 3	961.7	24	961.3
17	960.9	3	962.5	6	960.9	25	961.3
21	961.6	4	960.2	9	961.6	26	962.8
22	961.8	5	961.8	11	960.9	27	961.5
23	962.4	6	961.6	12	961.2	28	961.6
24	962.3	8	961.4	13	961.4	29	960.9
25	960.2	9	962.0	15	961.4	30	961.0
26	960.3	10	961.2	16	960.9		
27	961.8	11	961.5	17	961.7	1882 Gennaio 2	963.4
28	960.7	12	962.4	25	962.0	3	960.3
29	962.3	13	962.8	26	962.2	7	962.3
30	961.9	16	960.3	27	961.4	8	960.7
Luglio 1	962.1	17	962.8	Novemb. 5	962.2	9	961.7
2	962.2	18	960.9	7	961.7	10	962.1
3	962.3	19	962.3	8	963.1	11	961.7
4	963.0	20	962.0	9	961.7	13	961.9
5	961.5	21	961.7	10	962.6	14	963.4
6	963.1	22	962.0	11	961.9	15	961.6
7	961.7	23	961.3	13	962.2	16	960.8
8	961.9	24	961.2	14	961.4	17	961.4
9	961.3	25	961.2	15	961.5	18	961.6
10	962.9	26	962.3	16	962.6	19	962.0
11	962.0	27	960.8	17	961.5	20	961.5
12	961.7	29	960.7	19	961.7	21	963.5
13	961.5	30	962.0	20	962.4	22	962.2
14	961.6	31	962.6	21	960.9	23	962.1
15	962.4	Settem. 4	960.8	22	961.2	25	960.9
16	961.5	6	960.4	23	962.2	26	961.9
17	962.0	8	962.1	24	961.5	27	962.1
18	962.6	12	962.1	25	960.6	28	961.3
19	960.1	13	962.3	26	961.1	29	960.6
20	962.4	14	960.6	27	962.9	30	961.6
21	962.3	15	960.8	28	961.4	Febbraio 1	962.7
22	962.1	16	961.4	Decemb. 2	961.5	2	962.1
23	962.4	17	961.8	3	961.3	3	962.3
25	961.0	18	961.7	4	961.6	4	961.7
26	960.9	21	962.3	5	961.5	5	962.2

Semidiametri ridotti alla distanza media dalle osservazioni di A. Prosperi.

Data	Semidiametro	Data	Semidiametro	Data	Semidiametro	Data	Semidiametro
1882 Febbr. 6	960″.9	1882 Aprile 11	961″.2	1882 Giugno 17	962″.4	1882 Agosto 5	961″.2
7	962.6	13	961.5	18	961.9	6	961.6
9	961.8	14	961.2	19	961.5	7	961.5
10	962.1	15	961.6	21	961.8	9	961.9
11	961.2	19	960.5	22	962.4	11	962.0
13	962.0	20	962.4	24	962.2	12	962.0
14	961.4	21	961.5	25	962.7	13	961.4
17	961.8	22	962.1	26	962.0	14	960.9
18	962.7	23	961.2	27	961.7	15	961.5
19	962.3	29	961.7	28	962.1	Settem. 28	963.0
20	961 6	30	961.9	29	961.5	Ottobre 1	961.4
21	962.7	Maggio 1	961.8	Luglio 2	961.5	2	960.8
22	961.5	2	961.2	4	961.0	7	961.4
23	963.0	6	962.7	5	961.4	8	960.5
24	962.7	8	961.7	6	960.7	11	961.2
28	960.4	9	961.5	7	961.4	13	961.2
Marzo 5	961.2	10	962.6	8	961.0	15	962.2
7	961.1	11	961.1	9	961.7	16	962.5
8	963.1	12	960.7	10	960.1	19	961.2
9	962.7	13	962.3	11	962.0	20	961.3
10	961.9	14	960.8	13	962.6	22	961.3
11	962.7	18	960.4	14	961.3	24	961.7
12	961.5	21	962.1	15	962.1	27	962.7
13	962.1	22	961.6	16	961.3	30	959.8
14	961.7	23	961.8	17	962.1	31	961.7
15	961.8	26	961.6	18	962.1	Novem. 1	961.2
16	962.0	27	962.1	19	962.3	2	959.5
17	961.1	28	961.8	20	961.5	3	961.3
18	962.0	29	960.8	21	962.2	5	960.5
19	961.5	30	961.8	22	962.5	6	961.5
25	960.6	31	962.0	23	961.9	8	960.7
26	960.9	Giugno 1	962.7	24	961.2	10	961.7
27	962.3	2	961.3	25	961.7	18	961.0
29	962.3	3	962.0	26	962.6	19	962.6
30	961.5	4	961.7	27	961.7	21	962.0
31	961.5	6	960.7	28	961.2	22	962.6
Aprile 1	961.8	7	961.4	29	962.0	29	961.8
3	962.4	9	961.1	30	960.4	Decemb. 2	961.5
5	961.4	12	962.2	Agosto 1	961.1	3	961.5
7	960.4	13	961.6	2	961.7	6	960.8
8	961.4	14	962.7	3	962.0	11	961.7
9	960.9	15	960.6	4	960.9	12	962.0

Semidiametri ridotti alla distanza media dalle osservazioni di A. Prosperi.

Data	Semidiametro	Data	Semidiametro	Data	Semidiametro	Data	Semidiametro
1882 Decemb. 18	960″.7	1883 Marzo 13	962″.8	1883 Giugno 4	961″.3	1883 Luglio 24	961″.9
19	960.8	14	961.0	5	962.0	25	961.2
20	961.9	17	962.0	6	960.4	26	961.9
24	961.5	18	960.3	8	961.5	27	960.9
25	961.5	22	961.0	10	962.3	28	962.2
26	960.9	25	961.5	11	961.3	29	961.4
27	962.1	27	961.5	12	959.7	30	959.5
31	961.3	29	960.2	14	961.5	31	961.0
		30	960.9	16	960.4	Agosto 1	960.7
1883 Gennaio 3	960.0	Aprile 2	963.2	17	960.4	2	962.0
4	960.9	3	962.8	19	960.8	3	960.1
5	962.3	4	961.6	22	960.9	4	961.7
6	960.6	6	961.3	23	961.5	5	959.1
15	960.7	11	963.3	24	961.1	6	960.5
18	961.3	12	961.7	25	961.5	7	961.1
19	960.2	13	960.9	26	963.8	8	961.2
20	961.3	17	962.9	27	960.8	9	960.7
21	961.7	21	959.9	28	961.7	10	961.8
22	961.5	23	961.2	29	960.9	11	961.5
23	961.8	25	960.3	30	962.9	12	960.7
24	961.0	27	959.9	Luglio 1	961.1	13	960.8
25	961.3	28	962.2	2	961.5	15	960.9
29	960.6	Maggio 1	960.1	3	960.7	18	960.5
Febbr. 2	960.4	4	961.2	4	961.6	Settem. 2	960.3
5	961.5	10	960.4	5	960.9	3	959.8
6	960.6	11	960.4	7	961.7	4	961.2
8	961.9	12	960.4	8	962.0	5	960.9
14	961.7	13	961.2	9	961.4	7	960.1
15	961.5	14	962.7	10	961.7	8	959.8
16	961.2	15	961.0	11	961.8	9	962.6
18	961.7	16	961.5	12	961.0	10	959.9
19	961.5	17	960.7	13	959.9	11	961.9
22	961.6	18	961.3	14	961.0	12	961.2
23	961.2	19	960.8	15	960.4	14	960.3
24	961.3	20	960.3	16	960.8	19	960.6
25	960.4	21	960.7	17	960.9	20	960.6
26	961.7	22	961.5	18	961.4	21	959.5
27	960.9	23	960.8	19	962.2	22	960.2
28	961.7	24	962.2	20	961.2	23	961.4
Marzo 2	961.5	25	960.7	21	960.5	26	962.4
3	962.0	26	961.3	22	961.9	27	961.0
8	962.0	29	961.1	23	961.2	28	960.3

Semidiametri ridotti alla distanza media dalle osservazioni di A. Prosperi.

Data	Semidiametro	Data	Semidiametro	Data	Semidiametro	Data	Semidiametro
1883 Settem. 29	960".1	1883 Ottobre 17	960".9	1883 Novem. 12	959".8	1883 Novem. 29	960".2
Ottobre 1	961.5	25	959.9	15	960.6	30	959.7
7	959.7	26	960.4	17	959.1	Dicemb. 1	960.1
8	959.2	28	960.1	18	959.2	" 2	961.6
9	962.8	29	962.3	21	961.6	3	961.7
10	960.3	30	959.4	22	960.4	5	960.4
12	960.6	31	960.4	24	960.0	10	960.7
13	962.0	Novem. 1	960.8	25	960.8	11	960.4
14	961.5	4	960.7	26	960.6	12	960.7
15	960.3	6	961.0	27	959.8	14	961.2
16	960.9	10	960.4	28	959.8	19	960.6

RELAZIONE

letta dal Socio Blaserna, relatore, a nome anche del Socio Cantoni, nella seduta del 1° marzo 1885, sulla Memoria dei signori A. Battelli e L. Palazzo, intitolata: *Sulle variazioni di volume di alcuni corpi per effetto della fusione.*

«Nella breve Memoria dei signori A. Battelli e L. Palazzo: *Sulle variazioni di volume di alcuni corpi per effetto della fusione*, gli autori hanno dovuto vincere difficoltà sperimentali non indifferenti. Il metodo da essi prescelto permette di determinare le variazioni di volume con molta esattezza, tanto prima che dopo avvenuta la fusione; i risultati interessanti ottenuti dagli autori, che sono riportati sopra curve grafiche, meritano di essere resi di pubblica ragione.

« La Commissione propone quindi che questa Memoria sia inserita integralmente negli Atti dell'Accademia ».

Sulle variazioni di volume di alcuni corpi per effetto della fusione. Studio sperimentale di ANGELO BATTELLI e LUIGI PALAZZO

(Con una tavola)

1. Scopo del presente lavoro è di conoscere l' andamento della dilatazione di alcuni corpi prima e dopo il loro punto di fusione, e più specialmente quello di misurare l'aumento di volume che avviene nel passaggio dallo stato solido allo stato liquido.

Il metodo che scegliemmo per siffatte misure fu l' *idrostatico*, di cui già s'era servito l' Erman in analoghe ricerche (1), apportandovi però parecchi miglioramenti che ci furono suggeriti da alcune esperienze preliminari intraprese a bello studio prima di por mano al lavoro stesso. Abbiamo preferito questo metodo ad ogni altro, perchè ci pareva suscettibile di molta precisione, e nello stesso tempo abbastanza sbrigativo. Infatti con esso si possono sottomettere alla prova quantità relativamente grandi della sostanza solida a studiarsi, più che col metodo del dilatometro, quale fu adoperato da Kopp (2) ovvero quale fu usato recentemente da R. Schiff (3); e ciò naturalmente diminuisce l' error relativo commesso nelle pesate. Inoltre qui, allorchè vuol farsi una pesata in corrispondenza di una data temperatura, non occorre interrompere l'azione del calore e togliere l'apparecchio dal bagno, come pur qualche volta si dovrebbe fare impiegando i dilatometri ordinarî, ancorchè muniti di lungo cannello diviso ; ma basta semplicemente mantenere per un certo tempo il bagno a quella temperatura costante, e poi appena finita la pesata, si può immediatamente rialzare la lampada destinata al riscaldamento per passare ad una temperatura superiore. Il fenomeno della dilatazione può adunque per tal guisa essere studiato con tutta la continuità desiderabile e con sufficiente prestezza. — Ed ora passiamo alla particolareggiata descrizione dei mezzi e delle cautele usate nell' applicare il metodo in discorso alle nostre ricerche.

2. La bilancia di cui ci siamo serviti nelle esperienze, era una buonissima

(1) G. A. Erman, *Ueber den Einfluss der Liquefaction auf das Volumen und die Ausdehnbarkeit einiger Körper*. Pogg. Ann. IX, 587 (1827).

(2) H. Kopp, *Ueber die Volumänderung einiger Substanzen beim Erwärmen und Schmelzen*. Ann. d. Chem. und Pharm., XCIII, 129 (1855).

(3) R. Schiff, *Sui cambiamenti di volume durante la fusione*. R. Accademia dei Lincei (1884). Oltre i già nominati s' occuparono pure di simili ricerche il Rodwell (Proc. R. Soc., 3ª serie, XII [1847]), lo Spring (Bull. Acad. roy. de Belgique, S. 2ª, t. XXXIX [1875]) e il Russner (Carl's Repertorium, XVIII, 152 [1882]).

bilancia idrostatica. Mediante un cavaliere di alluminio, essa ci consentiva di apprezzare il milligrammo, anche con un carico piuttosto forte. Per porla al riparo da ogni scossa, la bilancia era stata collocata su di una solida mensola di marmo infissa in un muro principale del laboratorio.

Dall' uncino posto al di sotto d' uno dei piattelli discendeva un lungo filo assai sottile di pakfong argentato, al quale era appesa una campanella di vetro destinata a contenere la sostanza da studiarsi. A questa stessa campanella stava attaccato inferiormente un pezzo di piombo che serviva come zavorra. Le cose erano disposte in modo che la campanella era facilmente capovolgibile, cioè poteva collocarsi o colla bocca rivolta all' insù ovvero colla bocca rivolta all' ingiù : la prima disposizione si adottava quando il corpo da studiarsi era più denso dell'acqua, la seconda quando il corpo era specificamente più leggero.

La campanella, il pezzo di piombo ed una piccola parte del filo di pakfong (che si procurava fosse sempre la stessa) venivano immersi in un vaso cilindrico pieno d'acqua, la quale era stata accuratamente privata d'aria mediante prolungata ebollizione sotto la macchina pneumatica. Siccome il vaso contenente quest' acqua era di vetro assai sottile, così per proteggerlo da qualsiasi urto accidentale, era avviluppato da un altro vaso di latta di dimensioni pochissimo superiori. Questo vaso alla sua volta era collocato nella parte centrale di un gran bagno destinato al riscaldamento. Tale bagno era a doppie pareti ; lo scompartimento interno conteneva acqua, e lo spazio annulare esterno conteneva semplicemente aria.

Il riscaldamento veniva operato da una, talvolta anche da due lampade Bunsen, collocate al di sotto del bagno. Esse potevano venire alzate od abbassate a volontà ; di più le fiamme stesse potevano essere molto bene regolate mediante viti di pressione a corto passo applicate ai tubi di gomma adduttori del gas.

Per mantenere poi uniforme la temperatura servivano due agitatori; uno piccolo d' ottone collocato nel vaso contenente l'acqua privata d' aria e l' apparecchio su descritto; l'altro più grande di ferro collocato nell'acqua del bagno di riscaldamento. È superfluo il dire che ogni qualvolta il giogo della bilancia veniva liberato dalla forchetta per fare le pesate, era necessario sospendere dall' agitare per non turbare l'equilibrio della bilancia.

Di più, ad impedire che correnti di vapore o d' aria calda inalzandosi dal liquido riscaldato, producessero perturbazioni nocive alla bilancia, ciascun piattello di questa fu circondato da un largo vaso cilindrico di vetro, entro cui era libero d' alzarsi o d'abbassarsi ; quello collocato al disotto del piattello da cui pendeva l'apparecchio, aveva inferiormente un piccolo foro che permetteva il passaggio al filo di pakfong. E per premunirci sempre più contro le correnti d' aria, specialmente riguardo all'ultimo piattello, il quale per trovarsi direttamente al di sopra del bagno, vi era maggiormente esposto, abbiamo anche collocato sotto di esso un largo schermaglio di latta fisso orizzontalmente ad un sostegno, con un piccolo foro centrale pel passaggio del filo metallico.

Le esperienze preliminari sopra accennate mostrarono che tutte queste precauzioni soddisfacevano perfettamente allo scopo, cosicchè era lecito sperare con tale disposizione d'apparecchi buoni risultati.

La temperatura del bagno interno era data da un termometro col bulbo collocato nell' acqua alla stessa altezza dell' apparecchio contenente la sostanza in esame. Le letture venivano fatte a distanza servendosi di un cannocchiale scorrevole lungo un' asta verticale. I termometri che abbiamo adoperato, furono accuratamente confrontati a varie temperature con un termometro campione di Fastrè posseduto dal laboratorio ; ed alle tabelle di correzione così stabilite si ebbe sempre ricorso ogni qual volta veniva letta una temperatura sui termometri stessi. Di più alle letture termometriche si apportò sempre la correzione dovuta alla temperatura della colonna sporgente, assumendo per tale temperatura quella indicata da un altro piccolo termometro sospeso accanto alla colonna sporgente, col bulbo a metà della medesima.

Abbiamo poi posto ogni cura per far sì che il pezzo della sostanza solida da studiarsi fosse affatto privo di cavità nel suo interno, giacchè se si lascia senz'altro solidificare la sostanza dentro ad un tubo, la solidificazione incomincia dalle parti periferiche cioè tutto attorno alle pareti del vetro ed alla superficie libera superiore, e poi va man mano estendendosi verso il nucleo interno ; quest' ultimo, avviluppato come è d' ogni parte da un solido involucro, continua a rimaner liquido per maggior tempo ; e da ciò segue che nell' interno del pezzo della sostanza resta uno spazio vuoto dovuto al ristringimento che la sostanza subisce nel passare dallo stato liquido al solido: questa cavità nuoce nelle esperienze in quanto che fa risultare per la sostanza in esame una densità minore di quella che ha realmente. La precauzione che abbiamo usata per impedire questo fatto, consiste nell' immergere nell'acqua fredda la parte inferiore del tubo da saggio contenente la sostanza fusa, e poi nell' affondarvelo poco a poco, nel tempo stesso che si mantengono ancora liquidi gli strati superiori della sostanza col seguitare a riscaldarli leggermente tutto attorno mediante una lampadina ad alcool. In questo modo avviene che il raffreddamento e la conseguente solidificazione della sostanza cominciano dal fondo del tubo e poi vanno lentamente propagandosi dal basso verso l'alto, e poichè la superficie superiore della sostanza resta l' ultima a consolidarsi, non è più possibile che si formi la cavità centrale per effetto della contrazione della massa solidificata. E difatti molteplici prove ci hanno mostrato che così operando si raggiunge perfettamente l' intento : tutte quante le sostanze preparate sotto forma di cilindro nel modo descritto, ridotte in minuti frammenti dopo la solidificazione, presentarono sempre in ogni loro parte una struttura ben omogenea e compatta, ed anche guardando coll'aiuto di lenti, non comparve mai traccia alcuna di cavità.

Un'altra cautela indispensabile a prendersi per la bnona riuscita delle esperienze si è che durante le pesate nessuna bollicina d'aria resti aderente alla sostanza ed all'apparecchio immerso nell'acqua. Per questo il cilindro della sostanza, dopo essere stato pesato alla bilancia, veniva introdotto nella campanella di vetro zavorrata col piombo, ed il tutto s' immergeva nell'acqua dello stesso vaso di vetro che era destinato al riscaldamento. Allora se ne inalzava la temperatura fino verso i 30°, e poi si portava il vaso sotto la campana della macchina pneumatica, e si rarefaceva l'aria fino a 15 o 20^{mm} di mercurio. L'acqua entrava così in rapida ebollizione ; l'aria che vi era disciolta o che formava un sottile velo attorno al vetro, al piombo,

alla sostanza, si svolgeva in bollicine numerosissime che guadagnavano la superficie. Per togliere completamente l'aria dall' acqua bisognava ripetere più volte di seguito l'operazione descritta, e lasciare l'acqua molto tempo sotto la campana della macchina. Quando spingendo più oltre la rarefazione, non comparivano più bollicine, si toglieva il vaso dalla macchina, lo si portava dentro il bagno, e senza sollevare fuori dall'acqua la campanella immersavi, si appendeva questa all' uncino della bilancia; allora tutto si trovava in pronto per incominciare le determinazioni di densità.

Ma con tanta cura per privare il liquido d'aria, pure avveniva quasi sempre che dopo qualche tempo altr'aria veniva assorbita, poichè la superficie dell'acqua esposta all'aria libera era piuttosto ampia. Per questo motivo, specialmente quando la temperatnra del bagno cominciava ad essere alquanto elevata, delle bollicine d'aria comparivano attaccate al corpo immerso, falsando così le pesate. Se queste bollicine erano poche e collocate sulle pareti esterne del vetro, si potevano abbastanza agevolmente staccare mediante un filo metallico; ma se esse erano molte ed interne, pur troppo era necessario sospendere le esperienze, e riportare il vaso sotto la macchina pneumatica. Se poi la sostanza era già fusa, tornava impossibile espellere le bollicine ad essa aderenti; e ciò fece sì che parecchie serie di esperienze andarono a male, e si dovette rifarle da capo.

3. Adesso diremo del modo con cui abbiamo determinate e calcolate le densità alle varie temperature. Prima di incominciare le esperienze si pesavano separatamente col metodo della tara: la campanella di vetro; il pezzo di piombo compreso l' uncinetto che serviva a sospenderlo alla campanella; il pezzo cilindrico della sostanza da studiare ottenuto ben compatto nel modo sopra descritto. Siccome di tutti questi corpi si conoscevano, almeno approssimativamente, le densità, così si poteva ad ognuna di quelle pesate apportare la correzione dovuta alla spinta dell'aria.

Inoltre, dopo aver attaccato all' uncino di un piattello della bilancia il filo di pakfong destinato a sostenere la campanella, e aver fatto in modo che la sua estremità inferiore, che doveva poi nelle esperienze restare sempre immersa nell'acqua, pescasse pure nell'acqua fino alla stessa altezza, ponevamo sull'altro piattello alcuni dischi di piombo che dovevano restare gli stessi per tutta una serie di determinazioni, ed il cui peso complessivo era scelto sempre alquanto maggiore di quello dell' intero apparecchio da immergersi nell'acqua, affinchè la bilancia tendesse a traboccare sempre dalla stessa parte; e poi dalla parte del filo ristabilivamo l'equilibrio mediante i pesi numerati di ottone. Così si aveva il valore della tara, che d' ora innanzi indicheremo colla lettera Π.

Allora, una volta privato d'aria l'acqua e l'apparecchio col procedimento già descritto, messo il bagno a posto e fissato l'apparecchio all' estremità inferiore del filo di pakfong, si potevano senz' altro incominciare le esperienze. Non si trattava qui altro che di portare il bagno ad una determinata temperatura, e di mantener questa costante per lungo tratto di tempo, durante il quale si determinava il peso π da mettersi sul piattello dalla parte dell'apparecchio, in modo da fare ogni volta equilibrio alla tara. La differenza $\Pi - \pi$ ci dà il peso apparente dell' intero apparecchio

immerso nell'acqua, e moltiplicando tale differenza pel binomio 1 — 0,000146 (') otteniamo lo stesso peso apparente, ma corretto dall' errore causato dalla spinta dell'aria sui pezzi numerati d'ottone che equilibrano la tara. Infine sottraendo il peso apparente $(\Pi - \pi)(1 - \gamma)$ dell'apparecchio nell'acqua, dal suo peso reale nel vuoto, ossia dalla somma P_s dei pesi *già corretti* di tutte le differenti parti dell'apparecchio, otteniamo evidentemente il peso *corretto* di un volume d'acqua eguale a quello che occupa l'intero apparecchio a quella determinata temperatura. Per brevità indicheremo semplicemente con P il valore della quantità $P_s - (\Pi - \pi)(1 - \gamma)$.

Ciò posto, se d_v e d_p sono le densità a 0° del vetro e del piombo ; k_v e k_p i rispettivi loro coefficienti di dilatazione cubica; P_c, P_v, P_p rispettivamente i pesi *corretti* del corpo in esame, del vetro e del piombo; d_t la densità del corpo alla temperatura t dell' esperienza, e b la densità dell' acqua alla stessa temperatura, uguagliando il volume dell'acqua spostata (avente il peso P) alla somma dei volumi delle varie parti costituenti l'apparecchio, otteniamo la relazione:

$$\frac{P_v}{d_v}(1+k_v t) + \frac{P_p}{d_p}(1+k_p t) + \frac{P_c}{d_t} = \frac{P}{b}, \qquad (1)$$

dalla quale si può ricavare la quantità incognita d_t in funzione delle altre, che sono note.

Quanto alle quantità P_v, P_p, P_c, P abbiamo già detto com' esse venivano determinate.

Quanto ai valori di b alle differenti temperature, li abbiamo tolti da una tabella del prof. Rossetti (*Atti dell' Istituto Veneto.* (3), XIII), la quale dà la densità ed il volume specifico dell'acqua distillata fra — 10° e 100°.

Le densità d_v e d_p del vetro e del piombo le abbiamo determinate noi stessi valendoci del metodo idrostatico. Come medio di più determinazioni abbiamo trovato: $d_v = 2{,}460$, $d_p = 11{,}198$.

Il coefficiente medio di dilatazione cubica del vetro l'abbiamo pure determinato direttamente, costruendoci con vetro della stessa pasta un piccolo dilatometro a peso che abbiamo riempito di mercurio; e fu trovato fra 0° e 100° : $k_v = 0{,}000030$.

Per coefficiente di dilatazione cubica del piombo abbiamo preso il numero $k_p = 0{,}000086$ cioè il triplo del suo coefficiente di dilatazione lineare 0,0000 287, che è la media dei valori ottenuti dal Fizeau e dal Matthiessen.

Così tutte le quantità della formola (1), eccettuato il d_t, restano conosciute; la formola adunque servirà a farci conoscere le densità d_t della sostanza e quindi anche i volumi specifici v_t alle differenti temperature t, scelte prima e dopo la fusione.

Abbiamo già detto che quando portavamo il bagno ad una data temperatura, lo mantenevamo ivi costante per lungo tratto di tempo. Insistiamo ora su questo

(') Questo numero 0,000146 è il valor medio della quantità $\gamma = a\,\frac{1+kt}{d}$, essendo a il peso dell' unità di volume dell'aria nelle condizioni della pesata, d e k la densità ed il coefficiente di dilatazione cubica dell' ottone, e t la temperatura.

punto, perchè la difficoltà di ottenere perfetta eguaglianza di temperatura fra il liquido ed il solido immersovi fu già segnalata in particolar modo da altri sperimentatori, e d'altra parte questa condizione è affatto indispensabile per l' esattezza dei risultati sperimentali. Il tempo per cui tenevamo rigorosamente costante la temperatura del bagno, quando si trattava di fare una pesata, non durava mai meno di venti minuti, ed era sempre verso la fine di questo tempo che la pesata veniva fatta e ripetuta anzi più volte. Di più per passare da una temperatura ad un' altra superiore, regolavamo la fiamma in modo da impiegarci un' ora almeno, talvolta anche un'ora e mezzo o due, affinchè l'equilibrio suddetto di temperatura avesse campo a stabilirsi poco alla volta. Perciò riteniamo che la condizione in discorso nelle nostre esperienze fosse ognora verificata, almeno con approssimazione sufficiente.

4. Le sostanze su cui abbiamo potuto sperimentare, sono le sette seguenti: la paraffina, lo spermaceti, la naftalina, la nitronaftalina, la naftilamina, la difenilamina e la paratoluidina. Anzitutto abbiamo determinato per ciascuna di esse il punto di fusione, seguendo un metodo già esposto in un' altra nostra Nota (1), ed abbiamo trovato:

Sostanze	Punti di fusione
Paraffina	52°, 4
Spermaceti	43, 9
Naftalina	79, 3
Nitronaftalina	55, 1
Difenilamina	50, 9
Naftilamina	43, 2
Paratoluidina	38, 9

Paraffina.

5. La paraffina adoperata nelle nostre esperienze era di un bel color bianco e semitrasparente. Quantunque sembrasse già molto pura, tuttavia prima di usarla credemmo conveniente di farla sciogliere nell' alcool bollente, poi filtrarne la soluzione a caldo, decantare e raccogliere la paraffina depostasi col raffreddamento, ed infine farla fondere di nuovo e riscaldarla fin verso i 90°, in modo da scacciare ogni traccia di alcool. Il punto di fusione della paraffina così preparata fu trovato essere 52°, 4.

Siccome la paraffina galleggia sull' acqua, così in queste determinazioni fu necessario tenere la campanella nel bagno colla bocca rivolta all' ingiù.

Nelle tabelle che seguono le lettere poste in capo alle colonne hanno gli stessi significati già a loro attribuiti precedentemente.

(1) L. Palazzo e A. Battelli, *Intorno alla fusione dei miscugli di alcune sostanze non metalliche.* Atti r. Accademia di Torino (1884).

Determinazioni della densità e del volume specifico della paraffina.

PRIMA SERIE.

$P_c = 19{,}255$ gr
$P_v = 23{,}380$
$P_p = 28{,}164$
$P_s = 70{,}799$

$\Pi = 113{,}663$ gr
(medio di più determinazioni fatte al principio ed alla fine della serie di esperienze).

STATO SOLIDO

N.°	t	b	π	$(\Pi-\pi)(1-\gamma)$	P	v_t	d_t
	°		gr	gr	gr		
1	20,76	0,99810	76,086	37,572	33,227	1,1035	0,90623
2	25,29	0,99705	76,123	37,535	33,264	1,1071	0,90325
3	29,89	0,99580	76,329	37,329	33,470	1,1199	0,89293
4	35,18	0,99412	76,660	36,998	33,801	1,1400	0,87719
5	39,59	0,99251	76,768	36,890	33,909	1,1484	0,87077
6	44,39	0,99062	76,795	36,863	33,936	1,1531	0,86724
7	47,02	0,98953	76,860	36,798	34,001	1,1584	0,86327
8	48,68	0,98880	77,133	36,525	34,274	1,1740	0,85179
9	50,89	0,98778	77,660	35,998	34,801	1,2035	0,83091
			STATO LIQUIDO				
10	52,74	0,98690	79,090	34,568	36,231	1,2804	0,78101
11	54,41	0,98610	79,090	34,568	36,231	1,2819	0,78011

SECONDA SERIE.

$P_c = 17{,}735$ gr
$P_v = 23{,}380$
$P_p = 28{,}156$
$P_s = 69{,}271$

$\Pi = 113{,}660$ gr

STATO SOLIDO

N.°	t	b	π	$(\Pi-\pi)(1-\gamma)$	P	v_t	d_t
	°		gr	gr	gr		
12	20,40	0,99817	75,918	37,737	31,534	1,1023	0,90716
13	23,20	0,99755	75,974	37,681	31,590	1,1065	0,90371
14	28,07	0,99631	76,078	37,577	31,694	1,1145	0,89725
15	32,10	0,99514	76,407	37,248	32,023	1,1351	0,88094

Terza Serie.

$P_c = 20{,}275$ gr
$P_v = 23{,}380$
$P_p = 28{,}156$

$P_s = 71{,}811$

$H = 113{,}285$ gr

Stato solido

N.°	t	b	π	$(H-\pi)(1-\gamma)$	P	v_t	d_t
	°		gr	gr	gr		
16	42,20	0,99150	76,520	36,760	35,051	1,1491	0,87021
17	44,42	0,99061	76,600	36,680	35,131	1,1546	0,86607
18	47,57	0,98929	76,747	36,533	35,278	1,1642	0,85895
19	49,38	0,98848	77,015	36,265	35,546	1,1790	0,84819
20	50,83	0,98781	77,447	35,833	35,978	1,2017	0,83214
21	51,60	0,98744	77,943	35,337	36,474	1,2271	0,81490
			Stato liquido				
22	52,67	0,98693	78,980	34,300	37,511	1,2799	0,78131
23	54,55	0,98603	78,995	34,285	37,526	1,2823	0,77984
24	57,45	0,98465	79,000	34,280	37,531	1,2851	0,77814
25	59,80	0,98348	79,008	34,272	37,539	1,2877	0,77658

Le diverse serie di esperienze hanno dato risultati concordanti fra loro. Essi sono stati rappresentati graficamente (v. tavola annessa) prendendo per ascisse le temperature e per ordinate i corrispondenti valori del volume specifico. Nella tavola l'origine delle coordinate per la paraffina corrisponde a 15° ed al volume specifico 1,1000; il grado è dato dal mezzo centimetro, e la terza cifra decimale del numero rappresentante il volume specifico è data dal millimetro.

L'andamento della curva mostra che la dilatazione della paraffina solida non è punto uniforme; aumenta dapprima rapidamente in prossimità dei 30°, poi un po' meno dai 35° ai 45°; infine la dilatazione diventa grandissima a partire dai 45° circa e va sempre gradatamente aumentando fino al punto di fusione, cosicchè non resta poi gran cosa il cangiamento di volume che subisce la paraffina proprio nell'atto del fondersi. Invece la dilatazione allo stato liquido è molto regolare, tanto che il suo andamento in questo stato è perfettamente rappresentabile con una retta. La nostra curva sulla dilatazione della paraffina presenta molta analogia con quelle che già furono segnate dal Rodwell (1) e dal Russner (2), quantunque le specie di paraffina da essi adoperate fossero alquanto diverse dalla nostra, poichè quella di Rodwell fondeva a 61°,1, e quella di Russner a 55°.

Quantunque si abbia cercato di ottenere molti punti poco prima e poco dopo

(1) G. F. Rodwell, *On the coefficient of a paraffine of high boiling point.* Proc. r. Soc., 3ª serie, XII (1874).

(2) J. Russner, *Ueber die Wärmeausdehnung des Schwefels, Kautschuks, Hartgummis, der Guttapercha und des Paraffins.* Carl's Repertorium, XVIII, 152 (1882).

la fusione, tuttavia le esperienze fatte non ci pongono in grado di avere con quell'esattezza che avremmo desiderato la misura dell' aumento di volume nel passaggio dallo stato solido allo stato liquido, ossia la differenza dei volumi specifici v_s e v_l alla temperatura di fusione nei due differenti stati. Noi avevamo immaginato dapprima di potere ottenere quella differenza calcolando col metodo dei minimi quadrati due formole empiriche, le quali ci facessero conoscere in funzione della temperatura il volume specifico, l'una della sostanza allo stato solido, l'altra della sostanza allo stato liquido. Dando nelle due formole alla temperatura t lo stesso valore 52,4 (p. di fusione della paraffina), avremmo avuto i valori dei due volumi specifici nel punto di fusione, e quindi anche la differenza richiesta. Ma la dilatazione irregolare della paraffina solida, e la difficoltà di avere in vicinanza della fusione punti numerosi e bene stabiliti per modo da potere coi medesimi stabilire una formola, non ci permettono di appigliarci a questo partito che pur sarebbe il migliore. Tuttavia con qualche approssimazione si può avere il valore della detta differenza misurando direttamente sulla curva dei volumi la lunghezza del tratto parallelo all'asse delle ordinate in corrispondenza della temperatura di fusione. Nella nostra tavola, entro i limiti permessi dal disegno, si può stabilire che la lunghezza di quel tratto sia di 28 mm.; diremo dunque che la differenza dei due volumi specifici v_l e v_s della paraffina nel punto di fusione è con approssimazione:

$$v_l - v_s = 0{,}028,$$

cioè è $0^{cc},028$ per un grammo della sostanza.

Spermaceti.

6. Lo spermaceti da noi adoperato era in masse bianche, di lucentezza grassa, e ci parve già abbastanza puro da non richiedere più dal canto nostro veruna speciale preparazione. Il suo punto di fusione si trova a 43°, 9. Siccome il suo peso specifico è minore di quello dell'acqua, così anche qui fu necessario usare la campanella capovolta.

Determinazioni della densità e del volume specifico dello spermaceti.

PRIMA SERIE.

$P_c = 25{,}050$ gr

$P_v = 8{,}583$

$P_p = 28{,}000$

$P_s = 61{,}633$

$\Pi = 94{,}390$ gr

STATO SOLIDO

N.°	t	b	π	$(\Pi-\pi)(1-\gamma)$	P	v_t	d_t
			gr	gr	gr		
1	17°,46	0,99875	65,190	29,196	32,437	1,0564	0,94665
2	27,30	0,99652	65,363	29,023	32,610	1,0661	0,93803
3	32,57	0,99499	65,678	28,708	32,925	1,0806	0,92537
4	37,52	0,99335	66,160	28,226	33,407	1,1021	0,90733
5	40,55	0,99214	66,640	27,746	33,887	1,1230	0,89044
6	42,86	0,99128	67,540	26,846	34,787	1,1604	0,86174

Seconda Serie.

$P_c = 17{,}827$ gr
$P_v = 8{,}583$
$P_p = 28{,}000$
$P_s = 54{,}410$

$\Pi = 94{,}390$ gr

Stato solido

N.°	t	b	π	$(\Pi-\pi)(1-\gamma)$	P	v_t	d_t
	°		gr	gr	gr		
7	16,00	0,99900	64,805	29,581	24,829	1,0535	0,94919
8	23,45	0,99750	64,883	29,503	24,907	1,0631	0,94066
9	29,22	0,99599	64,964	29,422	24,988	1,0697	0,93487
10	35,08	0,99415	65,317	29,069	25,341	1,0921	0,91568
11	37,80	0,99317	65,510	28,876	25,534	1,1044	0,90551
12	41,08	0,99194	65,890	28,496	25,914	1,1276	0,88686
13	42,82	0,99125	66,285	28,101	26,309	1,1509	0,86889
				Stato liquido			
14	44,23	0,99069	66,915	27,471	26,939	1,1874	0,84218
15	46,72	0,98966	66,920	27,466	26,944	1,1892	0,84088

Terza Serie.

Stato liquido

I valori di P_c, P_v, P_p e Π sono gli stessi che i precedenti.

N.°	t	b	π	$(\Pi-\pi)(1-\gamma)$	P	v_t	d_t
	°		gr	gr	gr		
16	44,40	0,99062	66,916	27,470	26,940	1,1876	0,84206
17	48,66	0,98880	66,927	27,459	26,951	1,1909	0,83969
18	49,93	0,98822	66,936	27,450	26,960	1,1923	0,83871
19	52,97	0,98678	66,950	27,436	26,974	1,1952	0,83664
20	54,08	0,98625	66,963	27,423	26,987	1,1968	0,83555

Anche per lo spermaceti le differenti serie di esperienze vanno assai d' accordo fra loro. La rappresentazione grafica dei risultati (v. la curva nella tavola, dove si è preso per origine il punto corrispondente alla temperatura 15° ed al vol. spec. 1,000) mostra come per lo spermaceti la dilatazione aumenta rapidamente colla temperatura, ed in modo tale che durante la fusione non avviene più che un

cangiamento di volume insensibile; cosicchè per questo corpo torna impossibile calcolare la differenza dei volumi specifici $v_l - v_s$ nel punto di fusione. Il comportamento dello spermaceti è affatto analogo a quello già segnalato da Kopp per la cera.

Naftalina.

7. La nostra naftalina (1) si presentava in scagliette bianche, quasi trasparenti e di splendore micaceo; fondeva a 79°, 3. Siccome il suo peso specifico era relativamente grande rispetto all'acqua, così in queste esperienze abbiamo adoperato la campanella colla bocca rivolta all' insù, ed abbiamo trovato inutile zavorrare la campanella colla piastrina di piombo. Pertanto i risultati che seguono della 1ª e 2ª serie furono calcolati colla formola più semplice:

$$\frac{P_v}{d_v}(1+k_v t)+\frac{P_c}{d_t}=\frac{P}{b}.$$

Determinazioni della densità e del volume specifico della naftalina.

PRIMA SERIE.

$P_c = 27{,}443$ gr

$P_v = 9{,}694$

$P_s = 37{,}137$

$\Pi = 94{,}221$ gr

STATO SOLIDO

N.°	t	b	π	$(\Pi-\pi)(1-\gamma)$	P	v_t	d_t
			gr	gr	gr		
1	65°,25	0,98060	84,235	9,985	27,152	0,86576	1,1551
2	69,97	0,97796	84,228	9,992	27,145	0,86821	1,1518
3	74,87	0,97506	84,230	9,990	27,147	0,87127	1,1477
4	77,27	0,97361	84,340	9,880	27,257	0,87688	1,1404
5	78,65	0,97276	84,570	9,650	27,507	0,88713	1,1272
			STATO LIQUIDO				
6	80,00	0,97194	88,150	6,070	31,067	1,0215	0,97899

Questa serie non potè essere proseguita allo stato liquido per un accidente imprevisto avvenuto durante le esperienze.

(1) La naftalina e le altre quattro sostanze seguenti furono provvedute dalla fabbrica di prodotti chimici di Trommsdorff.

Seconda Serie.

$P_c = 37{,}913$ gr
$P_v = 14{,}686$
$P_s = 52{,}599$

$\Pi = 94{,}255$ gr

Stato solido

N.°	t	b	π	$(\Pi-\pi)(1-\gamma)$	P	v_t	d_t
	°		gr	gr	gr		
7	21,40	0,99796	79,882	14,371	38,228	0,85187	1,1739
8	30,92	0,99549	79,875	14,378	38,221	0,85415	1,1707
9	37,41	0,99332	79,860	14,393	38,206	0,85593	1,1683
10	45,27	0,99026	79,840	14,413	38,186	0,85849	1,1648
11	51,33	0,98757	79,810	14,443	38,156	0,86043	1,1622
12	58,12	0,98432	79,767	14,486	38,113	0,86261	1,1593
13	63,75	0,98142	79,740	14,513	38,086	0,86488	1,1562
14	68,36	0,97888	79,725	14,528	38,071	0,86711	1,1532
15	71,47	0,97709	79,730	14,523	38,076	0,86911	1,1506
16	74,12	0,97551	79,750	14,503	38,096	0,87130	1,1477
17	77,87	0,97324	80,080	14,173	38,426	0,88264	1,1330

Terza Serie.

$P_c = 27{,}355$ gr
$P_v = 8{,}941$
$P_p = 27{,}961$
$P_s = 64{,}257$

$\Pi = 94{,}390$ gr

Stato liquido

N.°	t	b	π	$(\Pi-\pi)(1-\gamma)$	P	v_t	d_t
	°		gr	gr	gr		
18	79,90	0,97200	63,290	31,096	33,161	1,0212	0,97919
19	83,20	0,96994	63,270	31,116	33,141	1,0231	0,97741
20	87,40	0,96725	63,270	31,116	33,141	1,0265	0,97411

La curva cui danno luogo i numeri sopra scritti (l'origine corrisponde a 15° ed al volume specifico 0,8000) mostra come allo stato solido la naftalina si dilati molto regolarmente: infatti fin verso i 60° abbiamo un tratto perfettamente rettilineo, dopo i 60° comincia a manifestarsi una leggera curvatura, quasi insensibile, ed è solo in prossimità del punto di fusione (circa 4° prima) che la curvatura si fa molto sentita, accennando così ad un rapido aumento della dilatazione del corpo. Il tratto di curva che rappresenta lo stato liquido è anch' esso rettilineo. Nella fusione poi il cambiamento di volume è molto considerevole. Misurandolo anche qui col metodo grafico (giacchè quantunque il passaggio dall'uno all'altro stato sia molto meglio spiccato per la naftalina che pei corpi precedenti, tuttavia esiste sempre in prossimità della fusione un tratto di curva abbastanza lungo con cui si raccordano insieme le due parti rettilinee, e quindi il metodo di misura analitico sopra esposto non servirebbe allo scopo), si trova approssimativamente:

$$v_l - v_s = 0{,}1225.$$

Nitronaftalina.

8. La nitronaftalina si presentava in minuti cristallini di color giallo-citrino; il suo punto di fusione fu trovato a 55°, 1. Ancorchè essa fosse specificamente più pesante dell'acqua tuttavia per tenere il filo di pakfong maggiormente teso, fu aggiunta di nuovo la piastrina di piombo alla campanella di vetro; e quindi le esperienze furono calcolate colla formola (1).

Determinazioni della densità e del volume specifico della nitronaftalina.

PRIMA SERIE.

$P_c = 25{,}705$ gr
$P_v = 8{,}582$
$P_p = 27{,}993$
$P_s = 62{,}280$

$\Pi = 94{,}390$ gr

STATO SOLIDO

N.°	t	b	π	$(\Pi-\pi)(1-\gamma)$	P	v_t	d_t
	°		gr	gr	gr		
1	22,17	0,99779	56,885	37,500	24,780	0,73199	1,3661
2	30,34	0,99566	56,864	37,521	24,759	0,73321	1,3639
3	40,90	0,99201	56,835	37,550	24,730	0,73551	1,3596
4	46,68	0,98968	56,816	37,569	24,711	0,73698	1,3569
5	50,49	0,98797	56,800	37,585	24,695	0,73798	1,3550
6	52,44	0,98704	56,800	37,585	24,695	0,73887	1,3534
7	54,44	0,98608	56,893	37,492	24,788	0,74346	1,3451

SECONDA SERIE.

$P_c = 24{,}710$ gr
$P_v = 11{,}609$
$P_p = 27{,}963$
$P_s = 64{,}282$

$\Pi = 94{,}395$ gr

STATO SOLIDO

N.°	t	b	π	$(\Pi-\pi)(1-\gamma)$	P	v_t	d_t
	°		gr	gr	gr		
8	26,51	0,99673	55,342	39,047	25,235	0,73100	1,3680
9	34,57	0,99433	55,318	39,071	25,211	0,73238	1,3654
10	41,92	0,99161	55,290	39,099	25,183	0,73395	1,3625
11	48,39	0,98893	55,272	39,117	25,165	0,73591	1,3589
12	52,44	0,98704	55,258	39,131	25,151	0,73724	1,3564
13	54,44	0,98608	55,450	38,939	25,343	0,74610	1,3403
			STATO LIQUIDO				
14	56,09	0,98531	57,139	37,251	27,031	0,81621	1,2252
15	58,38	0,98419	57,127	37,263	27,019	0,81695	1,2241
16	61,03	0,98285	57,123	37,267	27,015	0,81827	1,2221

Terza Serie.

$P_o = 25{,}748$ gr
$P_v = 11{,}609$
$P_p = 27{,}963$
$P_s = 65{,}320$

$\Pi = 94{,}386$ gr

Stato solido

N.°	t	b	π	$(\Pi-\pi)(1-\gamma)$	P	v_t	d_t
	°		gr	gr	gr		
17	23,25	0,99754	55,140	39,240	26,080	0,73368	1,3630
18	32,00	0,99517	55,120	39,260	26,060	0,73519	1,3602
19	42,42	0,99141	55,080	39,300	26,020	0,73733	1,3562
20	48,23	0,98900	55,056	39,324	25,996	0,73881	1,3535
21	51,61	0,98744	55,060	39,320	26,000	0,74053	1,3504
22	54,93	0,98585	55,260	39,120	26,200	0,75001	1,3333
			Stato liquido				
23	55,48	0,98560	56,940	37,441	27,879	0,81641	1,2249
24	57,98	0,98439	56,940	37,441	27,879	0,81774	1,2229
25	60,18	0,98329	56,935	37,446	27,874	0,81874	1,2214
26	61,88	0,98240	56,930	37,451	27,869	0,81951	1,2202

Quantunque le cure poste nel fare le esperienze sulla nitronaftalina non siano state punto minori di quelle già usate nelle determinazioni sui corpi precedenti, tuttavia non abbiamo potuto ottenere, come per lo innanzi, serie le quali concordassero proprio bene fra di loro. Infatti se si dà uno sguardo alle tabelle si trova che i numeri esprimenti i volumi specifici nella seconda serie sono alquanto inferiori, e nella terza invece alquanto superiori a quelli corrispondenti della serie prima. Tuttavia se si prende ciascuna serie isolatamente, e se ne fa la rappresentazione grafica dei risultati, si ottiene per ciascuna di esse una curva abbastanza regolare e continua. Le diverse curve poi riescono bensì molto simili l'una all'altra, ma non concidono. Pare che si tratti di un errore costante occorso nelle esperienze di una stessa serie, probabilmente dovuto alla solubilità, quantunque piccolissima, della nitronaftalina nell'acqua. Infatti alla fine di ciascuna serie di esperienze notammo che l'acqua del bagno aveva assunto un debole color giallognolo; la densità a 0° di quest' acqua, determinata col metodo della boccetta usando la bilancia di precisione e facendo tutte le correzioni, fu trovata essere 1,00023, e quindi differente per 0,00036 da quella dell' acqua pura a 0°: 0,99987.

La curva della nitronaftalina disegnata nella tavola (l'origine corrisponde a 15° ed a 0, 7000) si può dire *media* fra le tre serie di determinazioni; essa cioè passa per quasi tutti i punti della prima serie, lasciando al di sotto di sè i punti della seconda ed al di sopra quelli della terza. Tal curva si può dunque ritenere come una rappresentazione abbastanza fedele del fenomeno: essa ci mostra come la dilatazione della nitronaftalina avvenga in un modo perfettamente analogo a quello

della naftalina; soltanto l'aumento di volume nel passaggio dallo stato solido al liquido è molto minore per la nitronaftalina. Misurandolo anche qui col metodo grafico, si ha con un' approssimazione su cui non ha influenza notevole il disaccordo sopra accennato dei risultati sperimentali:

$$v_l - v_s = 0{,}063.$$

Difenilamina.

9. La difenilamina da noi adoperata fondeva a 50°,9.

Tenendo per qualche giorno questo corpo immerso nell'acqua, notammo, come per la nitronaftalina, che esso col tempo vi si scioglie alquanto, specialmente se viene innalzata la temperatura. Per altro questa solubilità ci parve così debole da non impedirci di potere studiare la dilatazione della difenilamina ancora dentro l'acqua, come già s'era fatto per tutti i corpi precedenti. Anzi, poichè le numerose esperienze fino allora condotte a termine ci avevano già abbastanza persuasi della bontà e sicurezza del metodo da noi seguìto, e siccome d'altra parte le precedenti serie dei risultati sulla nitronaftalina ci avevano mostrato che una debole solubilità del corpo in esame, ancorchè abbia una leggera influenza sulla posizione assoluta dei punti costituenti la curva dei volumi, non maschera però il carattere generale della curva stessa, nè altera sensibilmente il valore della differenza dei volumi specifici $v_l - v_s$ (le quali due cose formavano appunto i precipui scopi del nostro lavoro), così abbiamo creduto essere sufficiente di fare per la difenilamina soltanto più un' unica serie di esperienze, che è quella qui sotto riportata.

Determinazioni della densità e del volume specifico della difenilamina.

$P_c = 23{,}870$ gr

$P_v = 8{,}935$

$P_p = 27{,}805$

$P_s = 60{,}610$

$\Pi = 94{,}461$ gr

Stato solido

N°	t	b	π	$(\Pi-\pi)(1-\gamma)$	P	v_t	d_t
	°		gr	gr	gr		
1	21,56	0,99793	60,690	33,766	26,844	0,86951	1,1501
2	31,31	0,99538	60,683	33,773	26,837	0,87198	1,1468
3	40,77	0,99206	60,661	33,795	26,815	0,87470	1,1432
4	45,84	0,99003	60,800	33,656	26,954	0,88282	1,1327
5	48,50	0,98888	61,108	33,348	27,262	0,89717	1,1146
6	50,30	0,98805	61,420	33,036	27,574	0,91141	1,0973
			Stato liquido				
7	51,35	0,98756	62,060	32,396	28,214	0,93906	1,0649
8	53,15	0,98670	62,065	32,391	28,219	0,94029	,0635
9	54,70	0,98596	62,069	32,387	28,223	0,94134	1,0623

La curva della difenilamina (l'origine corrisponde a 15° ed a 0,8000) ci mostra che a bassa temperatura il volume varia con regolarità e lentezza; ma poi, cominciando dai 40° circa, l'aumento di volume si fa man mano sempre più rapido fino al punto di fusione, cosicchè la variazione in questo punto risulta essere piuttosto piccola. Misurandola col solito metodo grafico, abbiamo:

$$v_l - v_s = 0{,}015.$$

Per lo stato liquido, la curva diviene sensibilmente una retta.

Naftilamina.

10. Il punto di fusione della naftilamina fu trovato a 43°,2.

Anche per la naftilamina, come pure per la paratoluidina che segue, abbiamo avvertito una leggera solubilità nell'acqua. Ciò nonostante, ritenendo per le ragioni già addotte che tale debole solubilità non ci impedisse di ottenere dai risultati sperimentali una rappresentazione grafica assai fedele dell'andamento del fenomeno, come pure di avere se non con tutta esattezza, certo almeno con sufficiente approssimazione, i valori dei volumi specifici alle varie temperature, così abbiamo continuato a studiare questi corpi nell'acqua, e per ciascuno di essi abbiamo fatto una sola serie di esperienze.

Determinazioni della densità e del volume specifico della naftilamina.

$P_o = 26{,}583$ gr

$P_v = 8{,}935$

$P_p = 27{,}805$

$P_s = 63{,}323$

$\Pi = 94{,}455$ gr

Stato solido

N.°	t	b	π	$(\Pi-\pi)(1-\gamma)$	P	v_t	d_t
	°		gr	gr	gr		
1	18,86	0,99849	59,807	34,643	28,680	0,84941	1,1773
2	29,25	0,99599	59,890	34,560	28,763	0,85513	1,1694
3	34,57	0,99431	60,020	34,430	28,893	0,86182	1,1603
4	37,77	0,99320	60,162	34,288	29,035	0,86838	1,1516
5	40,83	0,99204	60,400	34,050	29,273	0,87865	1,1381
6	42,46	0,99140	60,600	33,850	29,473	0,88694	1,1275
			Stato liquido				
7	43,77	0,99087	61,026	33,424	29,899	0,90369	1,1066
8	46,79	0,98963	61,045	33,405	29,918	0,90580	1,1040
9	49,14	0,98859	61,059	33,391	29,932	0,90750	1,1019

La curva della naftilamina (origine: 15° e 0,7700) fa vedere come il volume aumenti piuttosto rapidamente fin dalla temperatura alla quale noi abbiamo cominciate le esperienze, e la variazione divenga in seguito sempre più forte, tanto da

non avere neppur qui un notevole cambiamento di volume nell' atto della fusione. Tale cambiamento si può stabilire con qualche approssimazione essere:

$$v_l - v_s = 0{,}007.$$

Anche per la naftilamina, la dilatazione allo stato liquido è rappresentabile con un tratto rettilineo.

Paratoluidina.

11. La paratoluidina fondeva a 38°,9.

Di questo corpo, come già si è detto, abbiamo fatto in realtà un' unica serie di esperienze; ma per altro abbiamo dovuto impiegare due pezzi differenti della sostanza per studiarne la dilatazione allo stato solido ed allo stato liquido. Infatti il pezzo che ci serviva per lo studio dello stato solido, conservando fino al punto di fusione un peso specifico maggiore di quello dell'acqua alle stesse temperature, stava collocato nella campanella colla bocca rivolta all' insù; ma subito dopo la fusione, acquistando un peso specifico minore di quello dell'acqua, saliva repentinamente a galla; e quindi per studiare lo stato liquido fu necessario prenderne un altro pezzo e tenere la campanella capovolta.

Determinazioni della densità e del peso specifico della paratoluidina.

$P_c = 28{,}193$ gr $\qquad\qquad$ $\Pi = 94{,}458$ gr

$P_v = 8{,}935$

$P_p = 27{,}824$

$P_s = 64{,}952$

Stato solido

N.°	t	b	π	$(\Pi-\pi)(1-\gamma)$	P	v_t	d_t
			gr	gr	gr		
1	16°,44	0,99893	61,772	32,681	32,271	0,92793	1,0777
2	26,18	0,99682	61,788	32,665	32,287	0,93082	1,0743
3	30,34	0,99566	61,808	32,645	32,307	0,93282	1,0720
4	33,84	0,99457	61,836	32,617	32,335	0,93503	1,0695
5	35,70	0,99394	61,884	32,569	32,383	0,93746	1,0667
6	38,20	0,99303	62,290	32,163	32,789	0,95299	1,0493

P_v e P_p come sopra $\qquad\qquad$ $\Pi = 94{,}458$ gr

$P_c = 22^{gr},685$

$P_s = 59,\ 444$

Stato liquido

N.°	t	b	π	$(\Pi-\pi)(1-\gamma)$	P	v_t	d_t
			gr	gr	gr		
7	39°,60	0,99252	64,160	30,294	29,150	1,0235	0,97705
8	43,02	0,99117	64,177	30,277	29,167	1,0260	0,97470
9	46,67	0,98968	64,185	30,269	29,175	1,0282	0,97256
10	50,23	0,98809	64,190	30,264	29,180	1,0305	0,97043

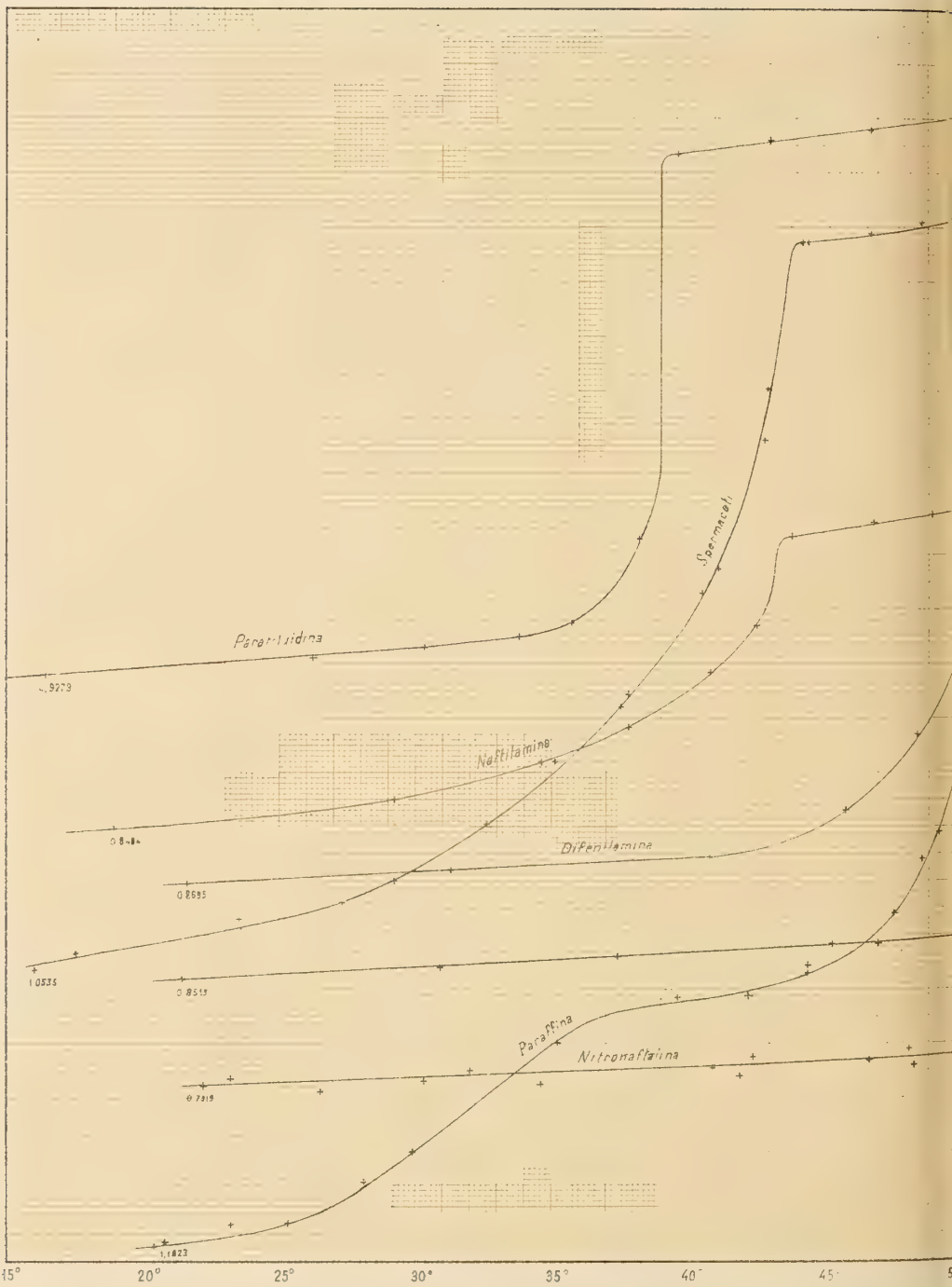
La curva della paratoluidina ha per origine 15° e 0,8200. Da essa si scorge che la paratoluidina si dilata allo stato solido abbastanza regolarmente : infatti fino a otto gradi circa prima della fusione abbiamo un tratto quasi rettilineo ; dopo si comincia ad osservare una leggera curvatura, la quale si fa molto sentita soltanto a tre gradi circa prima del punto stesso di fusione. Per lo stato liquido, abbiamo il solido tratto rettilineo.

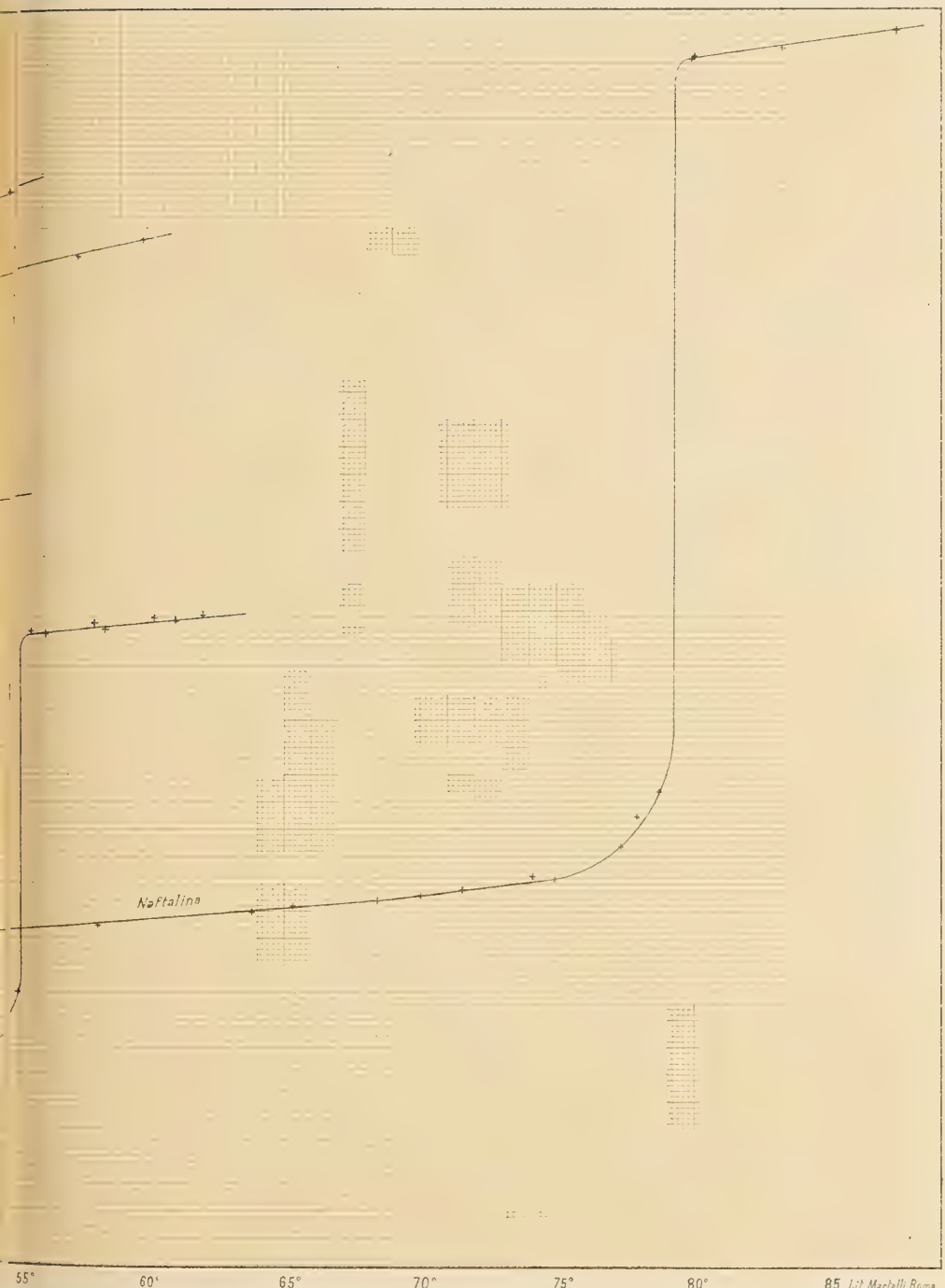
L'aumento di volume nell'atto della fusione è grande, e risulta approssimativamente:

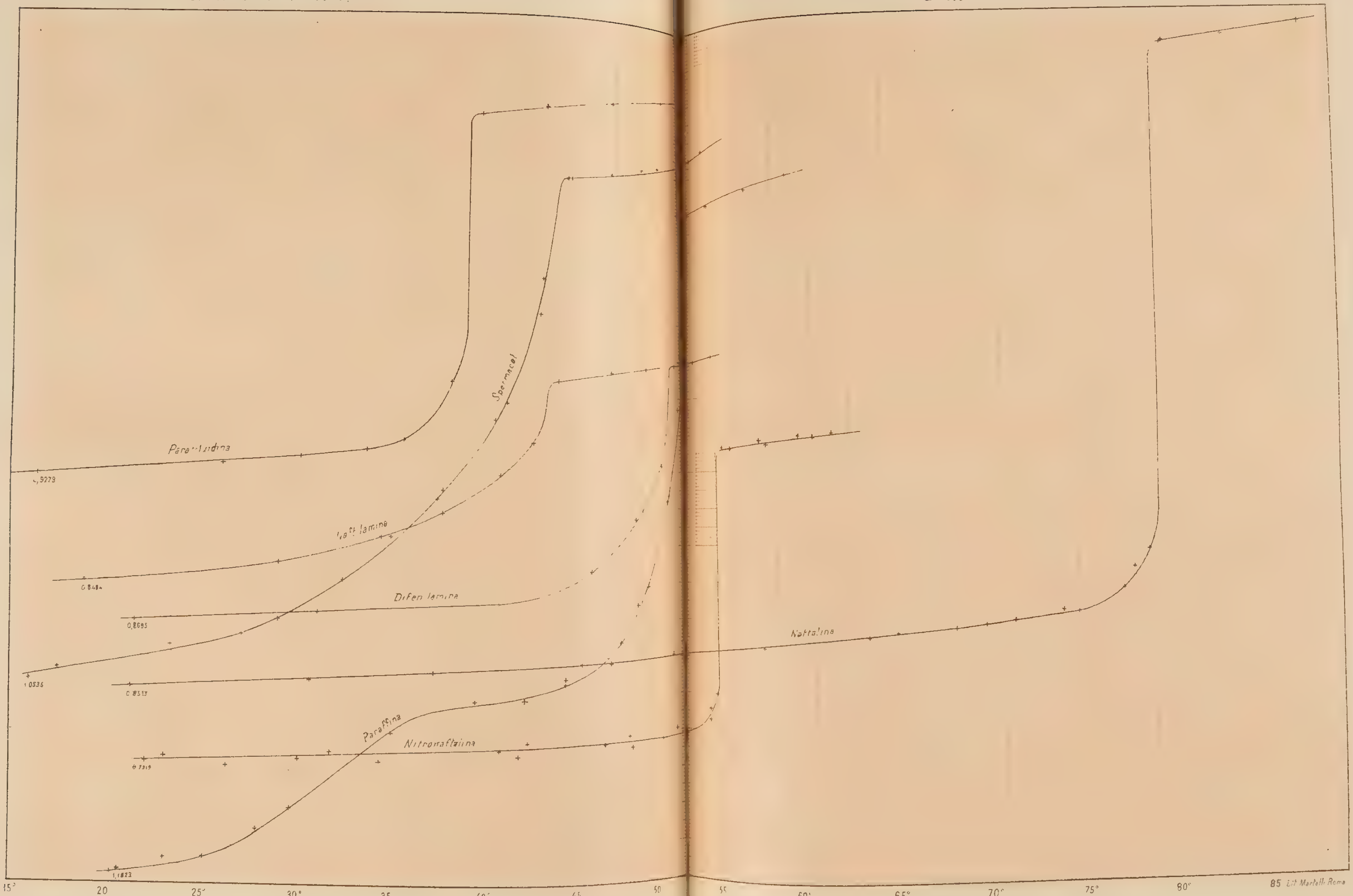
$$v_l - v_s = 0{,}057.$$

12. Il fatto generale che viene posto in rilievo dall' esame non solo delle nostre esperienze, ma anche di quelle di Kopp e di Spring nei loro lavori già citati in principio, è che per i corpi aventi una costituzione chimica ben definita il passaggio dallo stato solido al liquido avviene in modo rapido, abbastanza riciso, l'aumento di volume nella fusione è piuttosto forte, la dilatazione tanto nell' uno quanto nell'altro stato è regolare (nelle nostre esperienze non abbiamo altra eccezione che quella della naftilamina). Invece per quei corpi che più che veri individui chimici si debbono riguardare come miscugli di più sostanze (la paraffina e lo spermaceti nelle nostre esperienze, la cera studiata da Kopp, le leghe metalliche fusibili sperimentate da Spring), la dilatazione è irregolare e la fusione avviene in modo meno brusco, meno spiccato, con una certa legge di continuità, accennata anche dal fatto che la maggior parte di queste sostanze prima di diventare liquide, assumono consistenza pastosa, passano insomma per lo stato semifluido.

Nel chiudere questo lavoro dobbiamo rendere vive grazie al prof. A. Naccari, che continuamente ci aiutò favorendoci mezzi e consigli.


Paraffina
Spermaceti
Naftilamina
Difenilamina
Paraffina
Nitronaftalina
15°
20°
25°
30°
35°
40°
45°


Naftalina
55°
60°
65°
70°
75°
80°
85
Lit Martelli Roma


Spermacet
0,9273
0.8484
Difen lamina
0,8695
1.0535
0.8513
Paraffina
Nitronaftalina
0.7319
1,1823
Naftalina
15°
20
25°
30°
35
40°
45
50
55
60°
65°
70°
75°
80°
85
Lit. Martelli Roma

RELAZIONE

letta dal Socio Trinchese, relatore, a nome anche del Socio Todaro, nella seduta del 1 marzo 1885 sulla Memoria dei signori F. Raffaele e F. S. Monticelli, intitolata: *Descrizione di un nuovo Lichomolgus parassita del Mytilus gallo-provincialis* Lk.

« In questa breve Memoria sono molto accuratamente descritte e rappresentate in nitide figure le modificazioni prodotte dall'adattamento in un *Lichomolgus* che vive fra le lamelle branchiali del Mitilo comune.

« I sottoscritti propongono che questo lavoro sia pubblicato, insieme alla rispettiva tavola, negli Atti dell'Accademia ».

Descrizione di un nuovo Lichomolgus parassita del Mytilus gallo-provincialis Lk.

Memoria di FED. RAFFAELE e F. SAV. MONTICELLI.

(Con una tavola)

Sul Mitilo mangereccio, comunissimo a Napoli (1) (volgarmente chiamato *cozzica*), vivono nella cavità palleale e fra le lamelle branchiali due copepodi semiparassiti della famiglia dei *Coriceidi*); uno di dimensioni maggiori, di color bianco-latteo molto frequente, l'altro assai più piccolo, roseo e rarissimo. Il primo non è stato finora descritto; il secondo sembra essere quello trovato dall'Aurivillius fra le lamelle branchiali della *Modiola vulgaris* e da lui descritto sotto il nome di *Modiolicola insignis* (2).

Dalla frase diagnostica di questo nuovo genere fondato dall'Aurivillius non si intende però quali sieno i caratteri generici, giacchè per vero, quella diagnosi ben potrebbe addirsi a un qualunque copepodo di forma ordinaria (3); d'altra parte uno studio accurato dell'animale facilmente mostra che esso non ha nessun carattere essenziale che autorizzi a formare un genere nuovo, ma rientra nel gen. *Sabelliphilus* per la condizione dei piedi del 4° paio, di cui i due rami sono tri-articolati.

(1) È il *Mytilus gallo-provincialis* Lk., specie del Mediterraneo che differisce alquanto dal *Mytilus edulis* L. dei mari del nord. Sonovi fra i due però molte forme di passaggio e il Philippi, pure descrivendo le due specie, nota la difficoltà di distinguerle e la probabilità che esse sieno una sola. Il Weinkauff divide il *Mytilus edulis* in 2 varietà e alla seconda, che egli chiama mediterranea, aggiunge *M. gallo-provincialis* Lk. *M. edulis* var. (di varî autori).

(2) Aurivillius, *Bidrag, till Kännedomen om Krustaceer, som lefva hos Molluscker. och. Tunikater.* Ofversigt af Kongl. Veteskaps Akademiens. Förhandlinger. Stockolm, 1882 n. 3, 8.

(3) Riportiamo qui la frase del gen. *Modiolicola* Aurivillius: — Cephalotorax late ovatum, ex segmentis 6 compositus quorum secundum sutura levi a capite distinctum; abdomen apicem versus angustatum apud feminam segmentis 5 constans, quorum primum antecedenti latius lateribus paullò convexis; segmento ultimo appendices duas formanti.

Antennae 1; mi paris filiformes capitis longitudine; articulis 7.; 2: di paris paullo breviores simplices, articulis 4, in apice aculeis curvatis armatae.

Mandibulae parte basali sat lata, apice in setam tenuem exeunti.

Maxillipedes 1: mi paris 3-articulati in setam tenuem, ut videtur, indivisam, in medio angulum fere rectum formantem exeuntes; 2: di paris 3-articulati robustiores articulo ultimo minimo aculeis parvis in apice praedito.

Pedes parium 1-4 biramei; ramis omnibus ex articulis 3 validis constantibus; pedes 5: ti paris minuti, imperfecti, articulo singulo.

Sacculi ovigeri 2; lateribus segmenti 1: mi abdominis affixi.

Senza entrare in una lunga discussione sul valore dei generi precedentemente creati, rimandiamo il lettore al lavoro del Della Valle (*Sui Coriceidi parassiti* ecc. Atti dell'Acc. dei Lincei 1879-80) nel quale egli emette la opinione che debbano riunirsi nell'unico genere *Lichomolgus* anche gli altri affini, *Doridicola*, *Sabelliphilus*, *Terebellicola* ecc. Il Della Valle fonda poi un nuovo genere: *Anthessius*, di cui i principali caratteri consistono nella somiglianza delle mandibole ai piedi mascellari degli altri *Lichomolgus* e provviste di appendice palpiforme; nella forma peculiare della mascella (in forma di stivale), e nel ramo interno del 4° paio di piedi tri-articolato; carattere che esso ha comune col *Sabelliphilus*.

Per la grande importanza che deve darsi alle parti boccali, la esistenza del genere *Anthessius* è pienamente giustificata; però, siccome la presenza di un terzo articolo completo al ramo interno del 4° paio è un fatto che ha per lo meno un peso eguale a quello di una forma speciale delle parti boccali, non è giustificata la soppressione del genere *Sabelliphilus*. Dovrebbe quindi, per ora, suddividersi l'unico genere *Lichomolgus* in 3 sottogruppi di egual valore: *Lichomolgus* prop. detto nel senso del fondatore del genere Thorell (1), *Sabelliphilus* che comprenderebbe quei Licomolgidi che hanno il ramo interno del 4° paio di piedi tri-articolato; e *Anthessius*, che a questo carattere aggiunge quello delle parti boccali.

La *Modiolicola insignis* di Aurivillius e l'altro copepodo del *Mitilo* appartengono al sottogenere *Sabelliphilus*.

Nelle nostre ricerche ci sono stati di grande aiuto i consigli del prof. Della Valle al quale noi, riconoscenti, rendiamo qui pubbliche grazie.

Lichomolgus (Sabelliphilus) *spinosus* nov. sp.

Una spina al primo articolo delle antenne del primo paio. Molte spine sulla faccia inferiore del secondo articolo basale delle quattro prime paia di piedi e dell'articolo basale del primo piede mascellare. Piedi del quinto paio molto sviluppati, nella femmina conformati a cucchiaio.

Femmina. — Lunghezza del corpo Mm. $2\frac{1}{2}$ — larghezza massima Mm. 0,9: (fig. 1-8).

Il corpo è allungato e depresso; i margini laterali sono presso che paralleli fino al 4° segmento toracico incluso (2), vanno poi convergendo gradatamente fino alla forca. Il capo, nettamente distinto dal primo segmento toracico è anteriormente quasi semicircolare, leggermente prolungato fra le due antenne anteriori. I quattro segmenti toracici che seguono sono eguali fra loro in larghezza ed in lunghezza; il quinto è alquanto più stretto e molto più corto ($\frac{1}{3}$ dei precedenti). Il segmento toraco-addominale è lungo poco più di uno dei primi quattro toracici, alquanto rigonfio lateralmente: sulla sua faccia dorsale si veggono le due aperture genitali. Seguono gli altri tre segmenti addominali decrescenti in larghezza e alquanto più brevi del segmento toraco-addominale; l'ultimo nella parte distale è leggermente bipartito corrispondentemente alle appendici della forca ed armato presso al margine posteriore di due gruppetti trasversali di piccolissime spine (fig. 1).

(1) T. Thorell, *Bidrag. till Kännedomen. Krustaceer som lefva i arter af Släglet Ascidia.* K. Vet. Akad. Handl. 1859.

(2) Crediamo attenerci, di preferenza alla divisione fatta dal Della Valle riguardo ai segmenti del corpo (V. Della Valle op. cit.).

Antenne del primo paio (fig. 2). I sette articoli, poco diseguali in lunghezza, vanno restringendosi dalla base all'apice: il primo, due volte più largo che lungo, trapezoidale, armato sulla faccia ventrale, nell'angolo anteriore prossimale di una spina forte, lievemente uncinata; il secondo cilindraceo, due volte circa più lungo che largo, con una breve setola nell'angolo anteriore distale; il terzo più breve, lungo quanto largo, con tre setole sull'angolo anteriore distale; il quarto ovoide, lungo quasi quanto il secondo, con una setola a metà del margine anteriore. Gli altri tre articoli sono cilindracei, subeguali, il quinto con due spine nei due angoli distali, il sesto con una spina all' angolo distale posteriore, il settimo terminato da quattro setole, di cui la più lunga di poco eccede la lunghezza dell'articolo.

Antenne del secondo paio (fig. 3). Di quattro articoli diseguali. Il primo molto più corto dei seguenti, più largo che lungo; il secondo due volte e mezzo più lungo che largo con una spina a mezzo il margine distale; il terzo più corto e più stretto con una spina presso alla base; il quarto più lungo di tutti, largo quanto il terzo, incurvato a falce e terminato da un'unghia ricurva e acuta.

Parti boccali (fig. 8). *Labbro superiore* a ferro di cavallo e a margini sinuosi (fig. 8*b*). La *mandibola* falciforme consta di un articolo basale (*md*) irregolarmente rettangolare armato di una forte spina all'angolo interno posteriore; di un articolo terminale (*at*) e di una setola palpiforme (*sp*), impiantata sul margine anteriore dell'articolo basale; tutti e due leggermente ricurvi ad S. L'articolo terminale, largo alla base quanto il basale, va assottigliandosi verso l'apice che è arrotondato e rivolto in dentro; sul margine interno, più sinuoso dell'esterno, vi è una forte spina alla base, un poco più corta di quella dell'articolo basale, seguìta da una serie di spine più sottili inclinate in avanti, che vanno decrescendo verso l'apice dell'articolo.

La grossa setola palpiforme, più stretta e più corta dell'articolo terminale ha in generale la stessa forma; l'apice è rivolto all'esterno; il margine interno è provvisto di una serie di setole.

La *mascella* (*ms*) è simile a quella degli altri Licomolgidi, irregolarmente quadrangolare, leggermente allungata e ricurva; sul margine distale sono impiantate tre spine, di cui la più esterna è la maggiore.

Il *primo piede mascellare* (*p m a*, e fig. 8*a*) è di tre articoli; il basale è molto sviluppato, irregolarmente quadrangolare allungato; arrotondato nel margine esterno che s'articola al corpo, si restringe all'estremità interna dove si unisce al seguente articolo; è provvisto sulla faccia inferiore verso il margine posteriore per la lunghezza dei due terzi esterni di questo, di spine che aumentano di numero e di dimensioni verso l'angolo esterno posteriore. Il secondo articolo è di forma trapezoidale con una forte spina nel margine interno leggermente convesso.

L'articolo terminale (*at*), falciforme, ha sul margine interno convesso sei forti spine crescenti in lunghezza dalla base fino alla terza e leggermente inclinate in avanti. Inoltre, sul secondo articolo, all'esterno dell'articolo terminale, si impianta una setola palpiforme (*sp*) lunga il doppio di quello, parallela ad esso, flessuosa, provveduta di una serie di setole per più dei due terzi inferiori del margine interno.

Il secondo piede mascellare sembra mancare; almeno noi non ne abbiamo rinvenuto traccia.

Piedi del primo paio (fig. 5). Il secondo articolo basale (*a*) ha una lunga spina sul margine esterno (*b*) ed una spina breve, forte e cigliata nell'angolo posteriore interno (*c*); sulla faccia inferiore di esso si veggono: un gruppetto di piccole spine (*d*) innanzi alla spina cigliata, e numerose spine piuttosto forti (*e*) in due serie convergenti, posteriormente, una delle quali parallela al margine distale dell'articolo:

ramo esterno:

primo articolo (*f*) con una spina semplice all'angolo esterno distale e numerose piccole spine in varie serie lungo il margine esterno. Secondo (*g*), più corto del primo, leggermente rigonfio, con spine marginali come quello; all'angolo esterno distale una spina curva seghettata nel margine concavo e una larga setola cigliata presso l'angolo distale interno. Terzo articolo (*h*), provvisto sul margine esterno di quattro uncini seghettati, il quarto, cominciando a contare dalla base, più sottile e più lungo, e fra essi, lungo tutto il margine, delle piccolissime spine (fig. 5*a*); sul margine interno quattro setole cigliate.

ramo interno:

simile all'esterno: sul primo articolo (*i*) una setola cigliata all'angolo distale interno e più serie di spine lungo il margine esterno; nel terzo (*l*) gli uncini, in numero di tre, sono sprovvisti di seghettatura, e le setole cigliate sono soltanto tre; nel margine esterno le spine sono più sviluppate.

Piedi delle altre tre paia (fig. 6). Manca al secondo articolo basale la forte spina cigliata che esiste nel primo paio:

ramo esterno: (*a*)

come nel primo paio; manca però la seghettatura negli uncini del secondo e del terzo articolo.

ramo interno: (*b*)

come nel primo paio. Il secondo articolo ha nel margine interno due setole cigliate in vece di una, e il terzo ha quattro uncini e due sole setole cigliate.

Piedi del quinto paio (fig. 7). Articolo basale con un leggero prolungamento terminato da una spina nell'angolo esterno (*a*). Il ramo unico è rappresentato da un articolo molto largo, a cucchiaio, con la concavità rivolta al segmento toraco-addominale (fig. 1*a*); esso ha un contorno poligonale con quattro spine lunghe nei quattro angoli liberi, e una doppia serie di spine sul margine interno.

Appendici della forca (fig. 4). Sono lunghe più del doppio dell'ultimo segmento addominale, vanno attenuandosi alle estremità che presenta quattro setole di mediocre lunghezza; inoltre ciascuna appendice ha due setole sul margine esterno; la prima poco discosta dalla base e più lunga, la seconda, breve, verso il mezzo.

Maschio (fig. 9). — Lunghezza mm. 1½-2 — larghezza massima mm. 0,5.

Il corpo ha la medesima forma di quella della femmina della quale è circa un terzo più piccolo; esso comincia a restringersi lievemente fin dal terzo segmento toracico.

Secondo piede mascellare (fig. 10). Di quattro articoli; il primo, secondo e terzo molto larghi, presi insieme, costituiscono un corpo di forma conica; nel margine posteriore del secondo articolo due spine contigue (*a*) e una serie di sei spine (*b*) parallela a quel margine, sulla faccia inferiore dell' articolo ; ultimo articolo molto più stretto allungato, falciforme (*c*).

Quinto paio di piedi (fig. 11). Peduncolo basale relativamente più largo che non nella femmina, con una lunga spina all' angolo esterno distale; secondo articolo in forma di paletta quadrangolare con sei forti spine sul margine distale e tre piccolissime (*a*) alla base della più interna di quelle.

Apparecchio genitale (fig. 12) come nel *Lichomolgus* (Sabelliphilus) *Sarsii*. Vi è in più una triplice serie di minute spine parallele al margine inferiore della lamina che ricopre ciascun spermatoforo (*a*).

Quanto all'altro copepodo da noi trovato nel *Mitilo*, esso sembra coincidere, come abbiamo detto più innanzi, con la *Modiolicola insignis* di Aurivillius, per la forma del corpo, per le parti boccali, per la peculiare seghettatura nei margini dei tre primi segmenti addominali.

Crediamo utile di dare qui alcuni disegni omessi dall'autore; notiamo però che la descrizione dell'Aurivillius delle antenne del primo paio (fig. 13) e dei piedi biramei (fig. 15) non concorda perfettamente con le nostre figure. Pur non di meno ci sembrano i due copepodi così simili, che anzichè fare una nuova specie, crediamo attribuire le differenze a qualche errore nella descrizione di Aurivillius (fig. 13-16).

Questa Memoria era stata già presentata alla R. Accademia dei Lincei, quando il prof. Ramsay Wright pubblicò una nota su di un nuovo copepodo parassita della *Mya Arenaria* (ved. American Naturalist. Febb. 1885 pag. 118 e seg. tav. III), il quale sembra molto simile al nostro *Lichomolgus spinosus*; non è però possibile un esatto raffronto a causa della breve descrizione e delle figure poco precise date dall'autore. Il Ramsay Wright crea un nuovo genere *Myicola* (*Myicola metisiensis*) fondato su caratteri che non ci sembrano avere un sufficiente valore. L'assenza del secondo paio di piedi mascellari nella femmina ha senza dubbio una certa importanza, ma essa è resa molto dubbia per la difficoltà che presenta lo studio delle parti boccali. Tale assenza, come giustamente osserva il Ramsay Wright, darebbe alla *Myicola*, come pure al nostro copepodo, il quale si trova nelle medesime condizioni, un posto intermedio tra il genere *Ergasilus* ed il gen. *Lichomolgus*, avvalorando così la opinione del Della Valle di accogliere i due generi in una stessa famiglia. Ma il valore puramente negativo di tale carattere e la scarsezza di disegni e descrizioni riguardanti il genere *Ergasilus*, consigliano andare molto cauti nel pronunziare un giudizio. Ci sembra ad ogni modo più giusto che il nuovo copepodo descritto dal Ramsay Wright pigli posto, come il nostro e la *Modiolicola* di Aurivillius nel sottogenere *Sabelliphilus* del genere *Lichomolgus*.

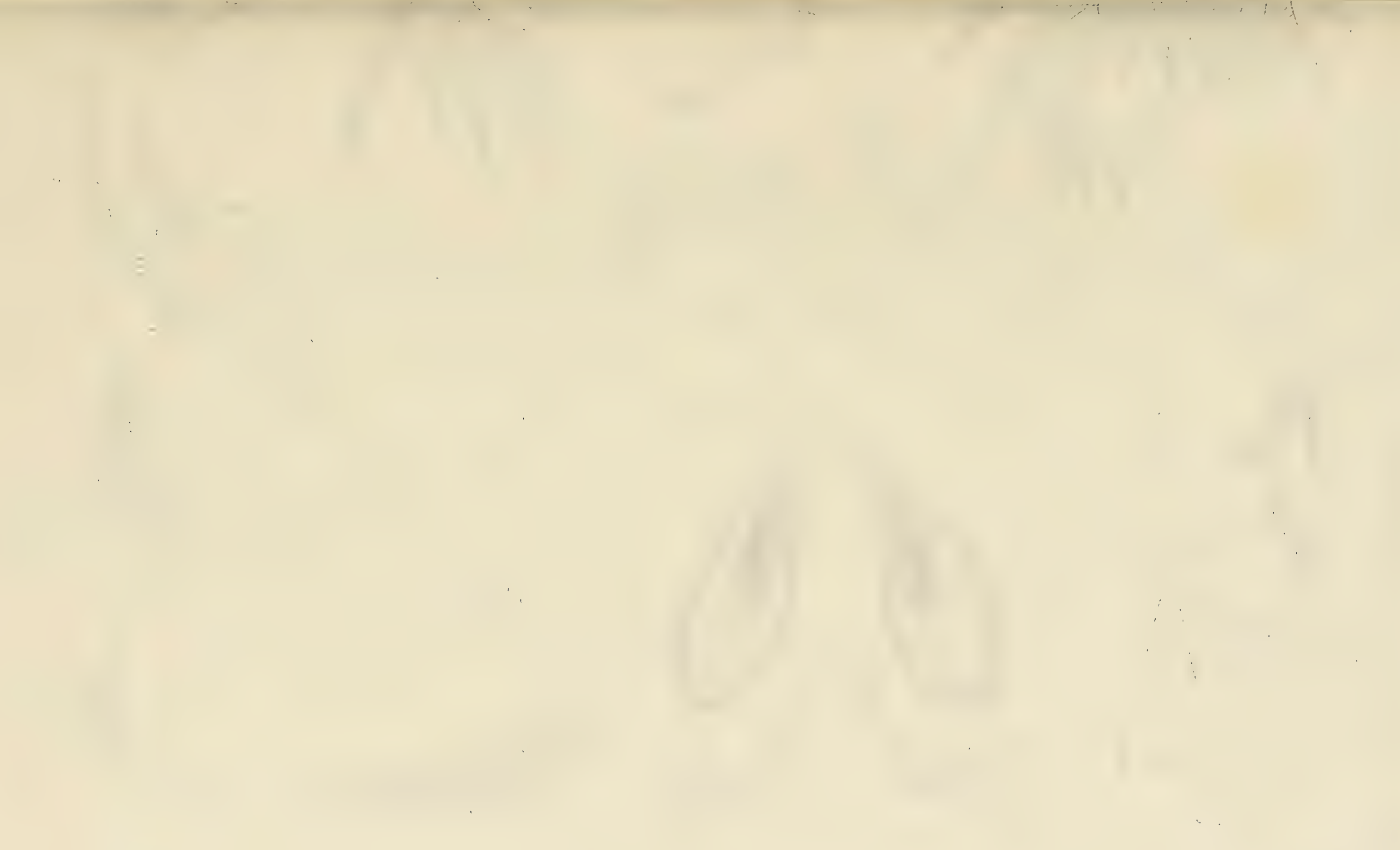
Non possiamo astenerci dal notare una conclusione del Ramsay Wright riguardante l'interpetrazione morfologica del doppio articolo genitale della femmina, la

quale è per lo meno avventata. Non avendo egli trovato traccia del sesto paio di piedi rudimentali, descritto dal Della Valle nel *Lichomolgus* (Sabelliphilus) *Sarsii*, riferisce senza esitare tutto il doppio articolo genitale all'addome (!).

SPIEGAZIONE DELLA TAVOLA

Fig. 1. *Lichomolgus spinosus*; femmina adulta.
» 2. Antenna anteriore.
» 3. Antenna posteriore.
» 4. Ultimo segmento addominale e forca.
» 5. Piedi del primo paio. 5*a* dettaglio dell'ultimo articolo del ramo esterno.
» 6. Piedi del quarto paio.
» 7. Piedi del quinto paio.
» 8. Parti boccali: *md* mandibola con la setola palpiforme *sp*; *ms* mascella; *pma* piede mascellare anteriore con la setola palpiforme *sp* e l'articolo terminale *at*; 8*a* primo piede mascellare intero; 8*b* metà del labbro superiore.
» 9. *Lichomolgus spinosus*; maschio.
» 10. Secondo piede mascellare.
» 11. Piede del quinto paio.
» 12. Segmento genitale; *sp* sperma; *g* materia glutinosa *e* materia espulsiva.
» 13. Antenna anteriore del *Lichomolgus insignis* Auriv.
» 14. Antenna posteriore.
» 15. Piede del quarto paio; 14*a* dettaglio del primo e secondo articolo del ramo interno.
» 16. Parti boccali, dello stesso, *md* mandibola; *ms* mascella; *pma* primo piede mascellare; *pmp* secondo piede mascellare.

2



Mori e Raiti disegnar · Lit Bruno e Salomone Roma.

Effemeridi e statistica del fiume Tevere prima e dopo la confluenza dell' Aniene e dello stesso fiume Aniene durante l'anno 1883.

Memoria del Socio ALESSANDRO BETOCCHI

letta nella seduta del 6 aprile 1884.

(Con una tavola)

Ho l'onore di presentare a questa R. Accademia l'effemeride e la relativa statistica idrometrica del fiume Tevere pel decorso anno 1883, secondo del settimo periodo decennale delle quotidiane osservazioni.

In questa effemeride, giusta il sistema adottato da parecchi anni, sono registrate le altezze del pelo d'acqua del Tevere osservate al mezzodì di ciascun giorno di detto anno all'idrometro presso Orte ed all'idrometro di Ripetta; ossia prima e dopo la confluenza dell'Aniene.

Fa seguito l'effemeride e la statistica idrometrica dell'Aniene per lo stesso anno 1883; ossia il registro dell'altezza del pelo d'acqua di detto fiume osservata quotidianamente all'ora sopraindicata all'idrometro posto alla origine dei cunicoli del monte Catillo presso Tivoli.

Completano, secondo il consueto, dette effemeridi, le corrispondenti rappresentazioni grafiche o diagrammi.

Il confronto di questi registri, e dei risultati delle rispettive statistiche idrometriche con i corrispondenti documenti già pubblicati, relativi ai settantuno anni precedenti, conducono alle seguenti conclusioni:

1° Che, considerando il Tevere *in stato di magra* fino che l'altezza del pelo d'acqua misurata all'idrometro di Ripetta non raggiunge i metri 6,00; in *stato ordinario* quando la detta altezza, toccati i metri 6, non supera i metri 8,00; *in stato d'intumescenza* quando oscilla dagli 8 ai 12 metri; e finalmente *in istato di vera e minacciosa piena* quando il pelo d'acqua del Tevere alla scala tibrometrica di Ripetta supera l'altezza di metri 12,00; nell'anno 1883 le acque del Tevere sono scorse per 53 giorni *in stato di magra; in stato ordinario* per ben 285 giorni; *in stato d'intumescenza* per giorni 33 (di cui neppure un terzo presentò una *intumescenza rilevante*); e per nessun giorno affatto in stato di *vera piena.*

2° Che l'*altezza media generale* del pelo d'acqua del Tevere durante l'anno 1883 fu di metri 5,700; ch'è quanto dire presso che la minima verificatasi nei 72 anni di osservazione; non essendovi che il solo anno 1884 che presenti l'altezza media di metri 5,694.

3° Che se l'anno di cui si tratta deve annoverarsi fra quelli in cui lo stato di *assoluta magra* fu piuttosto breve, non superando giorni 53, deve però annoverarsi fra quelli nei quali le acque del Tevere si mantennero in stato ordinario pel più lungo periodo, essendo stato superato soltanto dall'anno 1847 nel quale il Tevere perdurò nello stato ordinario per 289 giorni.

Quindi, mentre per la brevità della complessiva durata dello stato di *assoluta magra* l'anno 1883 è superato dagli anni 1853, 1855, 1879, 1838, 1860, 1847, 1859, 1827 e 1837 le cui *magre* assolute si verificarono in complesso, rispettivamente, per giorni 6, 11, 12, 19, 19, 28, 35, 51 e 52; per riguardo alla durata complessiva dello *stato ordinario* delle acque non è invece superato che di soli 4 giorni dall'anno 1847, in cui detto stato si verificò, nel complesso, per giorni 298.

Finalmente per la brevità del numero complessivo dei giorni nei quali il Tevere corse *intumescente*, nei 72 anni di osservazione il 1883 non è superato che da soli 18, mentre gli altri 54 anni ebbero tutti un periodo d'*intumescenza* più lungo.

Fu dunque l'anno in parola, anche più che non il precedente, uno di quelli in cui il corso del Tevere si mostrò oltremodo mite e benigno, avendo corso in stato ordinario per quasi $^4/_5$ dell'anno, essendo l'altezza media annuale dell'acqua presso che la minima che siasi verificata, ed essendo il 15mo fra i 72 anni di cui si hanno le quotidiane osservazioni pel quale non si abbia a registrare verun giorno di *vera piena*.

Effemeride del Tevere,
ossia Registro giornaliero dell'altezza del pelo d'acqua del Fiume Tevere all'idrometro di Orte al mezzodì di ciascun giorno dell'anno 1883.

GIORNI del mese	**Gennaio** Altezza osservata Met. lin.	**Febbraio** Altezza osservata Met. lin.	**Marzo** Altezza osservata Met. lin.	**Aprile** Altezza osservata Met. lin.	**Maggio** Altezza osservata Met. lin.	**Giugno** Altezza osservata Met. lin.	**Luglio** Altezza osservata Met. lin.	**Agosto** Altezza osservata Met. lin.	**Settembre** Altezza osservata Met. lin.	**Ottobre** Altezza osservata Met. lin.	**Novembre** Altezza osservata Met. lin.	**Dicembre** Altezza osservata Met. lin.
1	1,73	2,24	1,66	2,51	1,91	1,70	1,54	1,25	1,26	1,48	1,32	1,34
2	1,70	2,56	1,64	2,43	1,98	2,20	1,52	1,25	1,44	1,75	1,30	1,34
3	1,69	2,11	1,63	2,28	2,05	1,88	1,52	1,24	1,29	1,68	1,29	1,34
4	1,68	1,58	1,63	2,14	1,90	1,70	1,51	1,24	1,27	1,50	1,28	1,34
5	1,67	1,92	1,62	2,06	1,88	1,64	1,50	1,58	1,26	1,74	1,28	1,34
6	1,65	1,85	1,69	2,04	2,51	1,74	1,48	1,44	1,26	2,17	1,31	1,65
7	1,63	1,86	1,70	2,01	2,18	2,83	1,47	1,32	1,36	1,61	1,31	1,46
8	1,92	1,84	1,89	2,62	2,08	2,04	1,45	1,27	1,35	1,48	1,31	1,39
9	1,72	1,81	1,77	2,13	2,41	1,70	1,42	1,24	1,29	1,41	1,52	1,38
10	1,68	1,79	2,18	2,09	2,19	1,64	1,41	1,22	1,28	1,35	2,02	1,37
11	2,36	1,83	2,28	2,04	2,07	1,62	1,40	1,21	1,27	1,34	1,58	1,40
12	2,83	2,26	2,29	2,00	2,08	1,61	1,39	1,20	1,26	1,33	1,59	1,40
13	2,95	2,41	2,26	1,99	1,91	1,60	1,37	1,20	1,26	1,31	1,48	1,46
14	2,21	2,17	2,03	1,99	1,84	1,69	1,35	1,20	1,26	1,30	1,75	1,47
15	2,10	2,16	1,90	1,96	1,80	1,65	1,33	1,20	1,26	1,30	2,86	1,41
16	2,06	2,06	1,91	1,93	1,80	1,95	1,32	1,19	1,26	1,29	1,83	1,39
17	2,20	1,98	2,03	1,88	1,77	1,95	1,31	1,19	1,25	1,29	1,69	1,39
18	2,16	2,10	2,09	1,84	1,90	1,76	1,31	1,19	1,25	1,28	1,65	1,39
19	2,04	1,88	2,00	1,82	1,77	3,40	1,30	1,20	1,30	1,28	1,54	1,76
20	1,93	1,85	2,44	1,78	1,74	2,60	1,30	1,20	1,29	1,27	1,49	1,65
21	1,89	2,15	1,93	1,84	1,69	2,28	1,29	1,20	1,27	1,27	1,45	1,54
22	1,83	1,86	3,30	1,80	1,66	1,90	1,29	1,20	1,26	1,76	1,42	1,47
23	1,80	1,80	3,23	2,25	1,68	1,84	1,29	1,21	1,25	2,73	1,40	1,45
24	1,75	1,76	3,80	1,96	1,66	1,75	1,29	1,21	1,26	2,03	1,39	1,43
25	1,70	1,74	2,83	2,34	1,62	1,70	1,28	1,22	1,26	1,70	1,48	1,41
26	1,66	1,70	2,61	2,15	1,61	1,67	1,28	1,25	1,26	1,48	1,45	1,40
27	1,67	1,69	2,25	1,97	1,59	1,63	1,27	1,44	1,26	1,43	1,40	1,40
28	1,70	1,67	3,18	1,86	1,57	1,60	1,27	1,33	1,25	1,38	1,38	1,38
29	1,68		4,90	2,14	1,56	1,59	1,27	1,29	1,34	1,35	1,37	1,37
30	1,67		2,90	2,03	1,55	1,56	1,26	1,28	1,52	1,34	1,35	1,37
31	1,67		2,66		1,55		1,26	1,27		1,30		1,36
Sommata	58,93	54,63	72,23	61,88	57,51	56,42	42,26	38,93	38,65	46,93	45,49	44,25
Media	1,90	1,95	2,33	2,06	1,86	1,88	1,33	1,26	1,29	1,51	1,52	1,43
Massima	2,95	2,56	4,90	2,62	2,51	3,40	1,54	1,58	1,52	2,73	2,86	1,76
Minima	1,63	1,58	1,62	1,80	1,55	1,56	1,26	1,19	1,25	1,27	1,28	1,34
Differenza	1,32	0,98	3,28	0,82	0,96	1,84	0,28	0,39	0,27	0,46	1,58	0,42

Effemeride del Tevere,
ossia Registro giornaliero dell' altezza del pelo d' acqua del Fiume Tevere all'idrometro di Ripetta al mezzodì di ciascun giorno dell'anno 1883.

GIORNI del mese	Gennaio Altezza osservata Met. lin.	Febbraio Altezza osservata Met. lin.	Marzo Altezza osservata Met. lin.	Aprile Altezza osservata Met. lin.	Maggio Altezza osservata Met. lin.	Giugno Altezza osservata Met. lin.	Luglio Altezza osservata Met. lin.	Agosto Altezza osservata Met. lin.	Settembre Altezza osservata Met. lin.	Ottobre Altezza osservata Met. lin.	Novembre Altezza osservata Met. lin.	Dicembre Altezza osservata Met. lin.
1	6,87	7,05	6,57	8,67	7,20	6,52	6,41	5,98	6,01	6,27	6,02	6,00
2	6,82	8,55	6,55	8,43	7,15	7,56	6,40	5,98	5,96	6,17	6,02	5,98
3	6,77	8,06	6,53	8,27	7,12	7,40	6,36	5,98	6,18	6,43	5,98	5,96
4	6,74	7,43	6,48	8,00	7,21	7,00	6,34	5,97	6,00	6,69	5,96	5,96
5	6,71	7,20	6,50	7,79	7,40	6,72	6,30	5,97	6,01	6,48	5,95	5,97
6	6,67	7,02	6,58	7,73	7,60	6,73	6,27	6,16	6,03	6,73	5,98	6,00
7	6,60	6,99	6,60	7,50	8,58	6,79	6,25	6,11	6,19	7,25	5,99	6,35
8	6,90	6,92	6,78	9,18	7,77	8,00	6,27	6,00	6,12	6,51	5,97	6,06
9	7,73	6,83	6,99	8,35	7,52	7,08	6,23	5,98	6,09	6,26	6,14	5,99
10	7,01	6,75	6,95	7,75	8,24	6,82	6,20	5,97	6,04	6,24	7,18	5,99
11	7,31	6,83	7,70	7,50	7,66	6,70	6,18	5,95	6,03	6,09	7,06	6,35
12	8,97	6,85	7,82	7,34	7,51	6,63	6,15	5,93	6,00	6,04	6,43	6,37
13	9,52	7,40	7,66	7,39	7,35	6,58	6,14	5,91	5,98	6,03	6,33	6,16
14	8,41	7,53	7,44	7,40	7,15	6,55	6,12	5,92	5,96	6,02	6,26	6,19
15	7,85	6,65	7,22	7,31	7,03	6,70	6,10	5,91	5,98	6,00	6,76	6,16
16	7,54	7,25	7,44	7,18	6,96	6,63	6,09	5,91	5,97	5,98	7,96	6,10
17	7,70	7,19	7,22	7,12	7,26	7,05	6,08	5,91	6,01	5,96	6,81	6,09
18	7,51	7,23	7,32	7,09	6,96	6,92	6,06	5,91	6,01	5,95	6,50	6,33
19	7,62	7,13	7,43	6,99	6,99	7,03	6,06	5,92	6,00	5,94	6,38	6,53
20	7,25	6,92	7,80	6,83	6,83	8,88	6,05	5,93	6,01	5,93	6,27	6,51
21	7,11	7,00	8,80	6,97	6,82	7,87	6,05	5,93	6,01	5,91	6,22	6,36
22	6,99	7,25	8,82	6,93	6,75	7,50	6,05	5,92	5,96	5,91	6,17	6,24
23	6,90	6,94	10,21	7,04	6,83	7,04	6,05	5,91	5,96	6,87	6,13	6,20
24	6,85	6,79	9,88	7,54	6,69	6,89	6,06	5,94	5,96	8,38	6,10	6,15
25	6,80	6,73	10,07	7,21	6,64	6,77	6,04	6,01	5,95	7,03	6,08	6,10
26	6,75	6,69	9,00	7,70	6,60	6,67	6,04	6,04	5,94	6,51	6,12	6,10
27	6,71	6,63	8,80	7,39	6,57	6,59	6,02	6,10	5,92	6,20	6,13	6,07
28	6,69	6,60	10,62	7,14	6,55	6,52	6,02	6,19	5,90	6,15	6,05	6,04
29	6,68		11,60	7,02	6,52	6,50	6,02	6,07	5,96	6,10	6,04	6,02
30	6,65		10,59	7,40	6,52	6,47	6,01	6,06	6,05	6,06	6,02	6,01
31	6,68		9,14		6,54		6,01	6,06		6,04		6,00
Sommata	223,31	198,41	249,11	226,16	220,52	209,11	190,43	185,53	180,19	196,13	189,01	190,37
Media	7,20	7,09	8,04	7,54	7,11	6,97	6,14	5,98	6,01	6,36	6,30	6,14
Massima	9,52	8,55	11,60	9,18	8,58	8,88	6,41	6,19	6,19	8,38	7,96	6,54
Minima	6,60	6,60	6,48	6,83	6,52	6,47	6,01	5,91	5,90	5,91	5,95	5,96
Differenza	2,92	1,95	5,12	2,35	2,06	2,41	0,40	0,28	0,29	2,47	2,01	0,58

Effemeride dell'Aniene, ossia Registro giornaliero dell' altezza del pelo d' acqua del Fiume Aniene all'idrometro esistente all' imbocco del cunicolo sinistro presso Tivoli, al mezzodì di ciascun giorno dell'anno 1883.

GIORNI del mese	Gennaio Altezza osservata Met. lin.	Febbraio Altezza osservata Met. lin.	Marzo Altezza osservata Met lin.	Aprile Altezza osservata Met. lin.	Maggio Altezza osservata Met. lin.	Giugno Altezza osservata Met. lin.	Luglio Altezza osservata Met. lin.	Agosto Altezza osservata Met. lin.	Settembre Altezza osservata Met. lin.	Ottobre Altezza osservata Met. lin.	Novembre Altezza osservata Met. lin.	Dicembre Altezza osservata Met. lin.
1	1,35	1,35	1,40	1,75	1,35	1,35	1,30	1,30	1,35	1,55	1,35	1,35
2	1,35	1,35	1,40	1,40	1,35	1,35	1,30	1,30	1,35	1,65	1,35	1,35
3	1,35	1,35	1,40	1,45	1,40	1,35	1,30	1,30	1,35	2,10	1,35	1,35
4	1,35	1,45	1,45	1,40	1,40	1,40	1,30	1,30	1,35	2,05	1,35	1,35
5	1,30	1,45	1,45	1,45	1,40	1,45	1,35	1,30	1,30	1,65	1,35	1,35
6	1,30	1,45	1,45	1,45	1,45	1,50	1,35	1,35	1,40	1,40	1,35	1,35
7	1,30	1,45	1,65	1,45	1,45	1,45	1,35	1,35	1,40	1,40	1,40	1,35
8	1,35	1,40	1,80	1,45	1,45	1,45	1,35	1,35	1,40	1,40	1,40	1,35
9	1,30	1,35	1,85	1,40	1,45	1,35	1,35	1,30	1,30	1,35	1,35	1,35
10	1,30	1,40	1,90	1,40	1,45	1,35	1,30	1,30	1,35	1,35	1,35	1,40
11	1,40	1,40	2,00	1,40	1,35	1,35	1,35	1,30	1,35	1,35	1,35	1,40
12	1,40	1,40	2,00	1,45	1,35	1,35	1,30	1,30	1,35	1,35	1,35	1,35
13	1,35	1,40	2,00	1,45	1,35	1,35	1,30	1,35	1,35	1,35	1,35	1,35
14	1,35	1,30	2,00	1,45	1,35	1,35	1,30	1,35	1,35	1,35	1,40	1,35
15	1,40	1,30	2,10	1,45	1,35	1,35	1,30	1,30	1,45	1,35	1,40	1,35
16	1,40	1,45	2,25	1,45	1,35	1,30	1,30	1,30	1,45	1,35	1,35	1,35
17	1,30	1,45	2,30	1,45	1 35	1,30	1,30	1,35	1,40	1,35	1,35	1,45
18	1,30	1,40	2,20	1,40	1,35	1,30	1,30	1,30	1,40	1,35	1,35	1,75
19	1,30	1,40	2,20	1,40	1,40	1,30	1,30	1,30	1,40	1,35	1,35	1,40
20	1,25	1,45	2,55	1,40	1,40	1,30	1,30	1,30	1,40	1,40	1,35	1,40
21	1,30	1,45	2,45	1,40	1,40	1,30	1,30	1,30	1,45	1,40	1,35	1,35
22	1,30	1,45	2,40	1,45	1,40	1,30	1,30	1,35	1,45	1,40	1,35	1,35
23	1,30	1,45	2,45	1,45	1,40	1,30	1,30	1,35	1,35	1,35	1,40	1,35
24	1,30	1,45	2,50	1,35	1,40	1,30	1,35	1,35	1,35	1,35	1,35	1,35
25	1,30	1,45	2,50	1,35	1,35	1,35	1,30	1,40	1,45	1,35	1,35	1,35
26	1,30	1,45	2,50	1,35	1,35	1,30	1,30	1,45	1,45	1,35	1,35	1,35
27	1,30	1,45	2,85	1,35	1,35	1,30	1,30	1,45	1,35	1,35	1,35	1,35
28	1,35	1,40	2,90	1,35	1,35	1,30	1,30	1,45	1,35	1,35	1,35	1,35
29	1,35		2,50	1,35	1,35	1,30	1,30	1,30	1,40	1,35	1,35	1,35
30	1,30		2,40	1,35	1,35	1,30	1,30	1,35	1,45	1,35	1,35	1,35
31	1,30		2,20		1,35		1,30	1,35		1,35		1,35
Sommata	41,10	39,50	65,00	42,65	42,80	40,30	40,65	41,40	41,50	44,40	40,75	42,55
Media	1,33	1,41	2,10	1,42	1,38	1,34	1,33	1,34	1,38	1,43	1,36	1,37
Massima	1,40	1,45	2,90	1,75	1,45	1,50	1,35	1,40	1,45	2,10	1,10	1,75
Minima	1,25	1,30	1,40	1,35	1,35	1,30	1,30	1,30	1,30	1,35	1,35	1,35
Differenza	0,15	0,15	1,50	0,40	0,10	0,20	0,05	0,10	0,15	0,75	0,05	0,40

Anno 1883.

STATISTICA DEL FIUME TEVERE

OSSERVATO ALL'IDROMETRO DI ORTE OSSIA INNANZI LA CONFLUENZA DELL'ANIENE.

MESI	ALTEZZA MENSILE		ALTEZZA		DIFFERENZE
	Sommata Met. lin.	Media Met. lin.	Massima Met. lin.	Minima Met. lin.	Met. lin.
Gennaio	58,93	1,90	2,95	1,63	1,32
Febbraio	54,63	1,95	2,56	1,58	0,98
Marzo	72,23	2,33	4,90	1,62	3,28
Aprile	61,88	2,06	2,62	1,80	0,82
Maggio	57,51	1,86	2,51	1,55	0,96
Giugno	56,42	1,88	3,40	1,56	1,84
Luglio	42,26	1,33	1,54	1,26	0,28
Agosto	38,93	1,26	1,58	1,19	0,39
Settembre	38,65	1,29	1,52	1,25	0,27
Ottobre	46,93	1,51	2,73	1,27	0,46
Novembre	45,49	1,52	2,86	1,28	1,58
Dicembre	44,25	1,43	1,76	1,34	0,42
	618,11				

Altezza media generale dell'anno met. lin. $\frac{618,11}{365} = 1,693$.

Altezza massima dell'intero anno met. lin. 4,90
» minima » » 1,19
} differenza massima 3,71.

Anno 1883.

STATISTICA DEL FIUME TEVERE

OSSERVATO ALL'IDROMETRO DI RIPETTA OSSIA DOPO LA CONFLUENZA DELL'ANIENE.

MESI	ALTEZZA MENSILE		ALTEZZA		DIFFERENZE
	Sommata Met. lin.	Media Met. lin.	Massima Met. lin.	Minima Met. lin.	Met. lin.
Gennaio	223,31	7,20	9,52	6,60	2,92
Febbraio	198,41	7,09	8,55	6,60	1,95
Marzo	249,11	8,04	11,60	6,48	5,12
Aprile	226,16	7,54	9,18	6,83	2,35
Maggio	220,52	7,11	8,58	6,52	2,06
Giugno	209,11	6,97	8,88	6,47	2,41
Luglio	190,43	6,14	6,41	6,01	0,40
Agosto	185,53	5,98	6,19	5,91	0,28
Settembre	180,19	6,01	6,19	5,90	0,29
Ottobre	196,13	6,36	8,38	5,91	2,47
Novembre	189,01	6,30	7,96	5,95	2,01
Dicembre	190,37	6,14	6,54	5,96	0,58
	2458,28				

Altezza media generale dell'anno met. lin. $\frac{2458,28}{365} = 6,735$.

Altezza massima dell'intero anno met. lin. 11,60
» minima » » 5,90
} differenza massima 5,70.

Anno 1883.

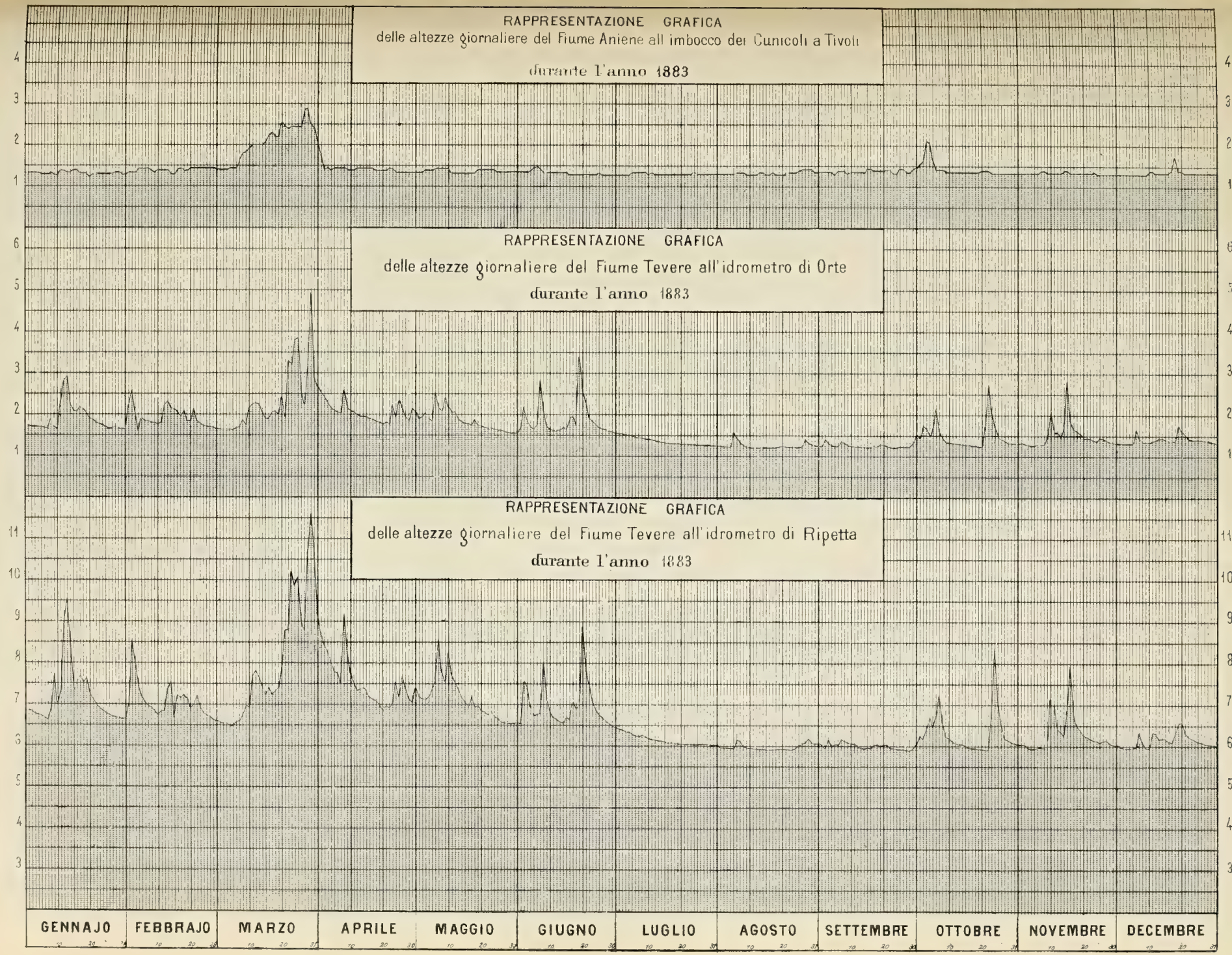
STATISTICA DEL FIUME ANIENE

OSSERVATO ALL'IDROMETRO COLLOCATO ALL'IMBOCCO DEL CUNICOLO SINISTRO PRESSO TIVOLI.

MESI	ALTEZZA MENSILE		ALTEZZA		DIFFERENZE
	Sommata Met. lin.	Media Met. lin.	Massima Met. lin.	Minima Met. lin.	Met. lin.
Gennaio	41,10	1,33	1,40	1,25	0,15
Febbraio	39,50	1,41	1,45	1,30	0,15
Marzo	65,00	2,10	2,90	1,40	1,50
Aprile	42,65	1,42	1,75	1,35	0,40
Maggio	42,80	1,38	1,45	1,35	0,10
Giugno	40,30	1,34	1,50	1,30	0,20
Luglio	40,65	1,33	1,35	1,30	0,05
Agosto	41,40	1,34	1,40	1,30	0,10
Settembre	41,50	1,38	1,45	1,30	0,15
Ottobre	44,40	1,43	2,10	1,35	0,75
Novembre	40,75	1,36	1,40	1,35	0,05
Dicembre	42,55	1,37	1,75	1,35	0,40
	522,60				

Altezza media generale dell'anno met. lin. $\frac{522,60}{365} = 1,432$.

Altezza massima dell'intero anno met. lin. 2,90
» minima » » 1,25
differenza massima 1,65.


RAPPRESENTAZIONE GRAFICA
delle altezze giornaliere del Fiume Aniene all imbocco dei Cunicoli a Tivoli
durante l'anno 1883
RAPPRESENTAZIONE GRAFICA
delle altezze giornaliere del Fiume Tevere all'idrometro di Orte
durante l'anno 1883
RAPPRESENTAZIONE GRAFICA
delle altezze giornaliere del Fiume Tevere all'idrometro di Ripetta
durante l'anno 1883
GENNAJO
FEBBRAJO
MARZO
APRILE
MAGGIO
GIUGNO
LUGLIO
AGOSTO
SETTEMBRE
OTTOBRE
NOVEMBRE
DECEMBRE

RELAZIONE

letta dal Socio Todaro, relatore, a nome anche del Socio Moriggia nella seduta del 4 gennaio 1885, sulla Memoria del prof. G. Bellonci, intitolata: *Intorno all'apparato olfattivo ed olfattivo-ottico (nuclei rotondi Fritsch) del cervello dei Teleostei.*

« In primo luogo l'autore studia le connessioni dei bulbi olfattivi fra loro, coll'emisfero cerebrale, col tratto ottico e corpo genicolato, col cervello medio, coi nuclei rotondi e col fascio peduncolare del lato corrispondente. Quindi si ferma sopra la struttura, le connessioni e lo sviluppo dei nuclei rotondi dei Macropodi.

« Per lo studio del decorso delle fibre midollari adopera l'acido osmico e l'ammoniaca, dal quale metodo l' autore asserisce avere ottenuti risultati eccellenti.

« L'autore sostiene, in questa Nota, che i nuclei rotondi, scoperti dal Fritsch nel lobo centrale del cervello dei Teleostei, sono veri corpi olfattivi. Egli desume ciò dalla presenza dei corpuscoli trovati dallo stesso Fritsch, simili ai glomeroli dei bulbi olfattivi dei Vertebrati e degli Artropodi, e dalla connessione diretta di questi nuclei con i bulbi olfattivi trovata ora dal Bellonci.

« L'autore fa notare anche che i nuclei rotondi sono, a differenza dei bulbi olfattivi, uniti immediatamente al cervello ottico; e da ciò argomenta che in essi le impressioni olfattive si legano a quelle ottiche, formando per così dire un apparecchio olfattivo-ottico come ha messo nel titolo della Nota.

« Infine l'autore considera i nuclei rotondi e i bulbi olfattivi, gli emisferi cerebrali ed i lobi cerebrali inferiori, come organi omodinami. Dapoichè, oltre la simiglianza di struttura già nota e le connessioni dei lobi inferiori cogli emisferi cerebrali mercè un fascio di fibre, il fatto che nei lobi inferiori trovansi i nuclei rotondi (veri corpi olfattivi secondo l'autore) è un nuovo elemento della loro omologia. A ciò si aggiunge il criterio embriologico, cioè l'origine comune che è il più importante, avendo l'autore dimostrato che tanto gli emisferi cerebrali e i bulbi olfattivi, quanto i lobi cerebrali inferiori ed i nuclei rotondi derivano dal segmento anteriore del cervello primitivo. Questa Nota è accompagnata da una tavola, e la Commissione ne propone la stampa negli Atti dell'Accademia ».

Intorno all'apparato olfattivo e olfattivo-ottico (nuclei rotondi, Fritsch) del cervello dei Teleostei.

Nota del prof. G. BELLONCI

(Con una tavola)

G. Fritsch (1) descrisse due corpi rotondi che si trovano nel lobo centrale del cervello dei Teleostei, e li denominò *nuclei rotondi*. La struttura di tali corpi gli rimase però alquanto oscura, benchè non gli sfuggisse che essa assomiglia a quella dei bulbi olfattorî, specialmente per la presenza, nell'interno dei nuclei rotondi, di corpuscoli singolari che egli ritenne essere cellule nervose circondate da una sostanza granulosa, corpuscoli che ritrovansi anche nei bulbi olfattorî.

Fritsch descrisse pure una bella commissura trasversa arcuata che congiunge fra loro i due nuclei rotondi e passa dietro la commissura inferiore.

Dopo Fritsch, io vidi, nell'anguilla (2), che i nuclei rotondi sono direttamente connessi ai bulbi olfattorî per mezzo di un bel fascio di fibre midollate che in parte si decussano nella regione della commissura anteriore. Essendomi nota d'altra parte la stretta connessione de' nuclei rotondi colla regione in cui termina il nervo ottico nel cervello, arguii che questo fascio servisse a stabilire rapporti funzionali fra i bulbi olfattorî e la regione ottica. Nell'anguilla però la struttura dei nuclei rotondi non presenta nulla di particolare; così pure nel *Carassius aur.*

Nel *Macropodus viridiauratus* invece, le prime sezioni fatte nel cervello indurito coll'acido osmico mi mostrarono che i nuclei rotondi sono pieni di corpuscoli simili in tutto e per tutto ai glomeruli olfattorî.

Reputai perciò importante la determinazione dei rapporti dei nuclei rotondi in confronto a quelli dei veri bulbi olfattorî, nonchè lo studio dello sviluppo dei nuclei rotondi.

Nella state testè decorsa potei ottenere un numero grandissimo di embrioni e di larve da alcune coppie di Macropodi gentilmente donatemi dal sig. conte Barbò di Milano, il quale mi comunicò ancora preziose istruzioni sul miglior modo di ottenere la riproduzione e di fare l'allevamento di cotesti pesciolini. A lui rendo qui vivissimi ringraziamenti.

(1) G. Fritsch, *Untersuchungen über den feineren Bau des Fischgehirns* etc. Berlin, 1878.

(2) G. Bellonci, *Intorno alla struttura e alle connessioni dei lobi olfattorî negli Artropodi superiori e nei Vertebrati*. Atti della r. Accademia dei Lincei, anno 1881-82.

Processo di preparazione. — Per lo studio dello sviluppo trattai quasi sempre gli embrioni e le larve coll'acido picrico-solforico di Kleinenberg, alcune volte soltanto coll'acido osmico, e li divisi poi in sezioni microtomiche.

Onde studiare il decorso delle fibre nervose midollate mi valsi dell'acido osmico all' $\frac{1}{200}$ a $\frac{1}{400}$. Fatte le sezioni le sottoposi per alcune ore all'azione dell'alcool a 36°; poscia le montai in acqua distillata e feci penetrare sotto il coprioggetti una goccia di ammoniaca a fine di rendere più trasparente la così detta neuroglia e di poter seguire il decorso delle fibre midollate *anche nei grossi tagli.*

I risultati di questo trattamento sono davvero meravigliosi: sezioni che prima erano assolutamente opache diventano, dopo l'azione dell'ammoniaca, così trasparenti che con molta facilità si possono in esse seguire i fascetti di fibre midollate e le fibre midollate solitarie per tutto il loro decorso e nei loro giri tortuosi.

È mestieri però che l'ammoniaca si faccia agire sotto il coprioggetti e dopo che l'alcool ha rese le sezioni più consistenti, altrimenti la neuroglia si gonfia, diventa gelatinosa e le sezioni si arrotolano e si deformano tanto da riuscirne impossibile lo studio.

Le sezioni così trattate si conservano nella glicerina.

Connessioni dei bulbi olfattorî. — Il tratto olfattorio (fig. 2, *tr o*) riunisce il bulbo olfattorio all' emisfero corrispondente; esso è formato di fibre midollate di differente grossezza: il maggior numero molto sottili. Entrando nell' emisfero, il tratto si divide in due fasci principali: uno esterno tenue (fig. 1, 2 *oe*), l'altro interno grosso (fig. 1, *tr o'*). Il primo di questi fasci si risolve nella corteccia del corrispondente emisfero; il secondo si porta indietro e, in prossimità della commissura anteriore, si decompone in fascetti e fibre che sono:

1° La *commissura trasversa olfattoria* (fig. 2, *c tr o*), formata di fibre sottilissime, la quale congiunge i due bulbi fra di loro.

2° Fibre sciolte e grossette (fig. 1, 2 *c o g*), le quali si dirigono all'esterno, verso la branca inferiore del tratto ottico, nella quale penetrano, e intrecciate alle fibre ottiche si perdono nella regione del corpo genicolato esterno (di Fritsch). Non ho potuto determinare esattamente la terminazione di queste fibre (1).

3° Fibre sciolte e grossette (fig. 1 *cp*), le quali confondendosi con altre fibre peduncolari, si perdono nel cervello medio.

4° Fibre sottili (le più esterne e superiori del fascio interno), le quali sono dirette dal basso all'alto e si risolvono nell'interno del corrispondente emisfero.

5° Fibre sottili che in parte si decussano nella linea mediana (fig. 1 *c oo'*), formando un vero *chiasma olfattorio* (fig. 1 *ch oo'*), il quale trovasi subito dietro e sopra la commissura trasversa olfattoria e in parte s'interseca colla commissura trasversa degli emisferi (*c tr e*). Queste fibre discendono indietro, formando un fascio abbastanza compatto (*c o o'*), il quale, giunto a livello dei nuclei rotondi (fig. 3), si dirige in fuori e va a risolversi nei nuclei rotondi medesimi: esse riuniscono dunque questi ultimi ai bulbi olfattorî.

(1) Non sarà difficile, a chi lo voglia e disponga di sufficiente materiale, elucidare questo punto oscuro, adoprando il metodo dell'acido osmico e ammoniaca, più sopra esposto.

È da notare infine che alcune fibre sottili del fascio interno del tratto olfattorio si insinuano nel fascio peduncolare esterno (fig. 1, 2 *fpi*) e, insieme a parte delle fibre di questo (fig. 3 *fpi'*), terminano in cellule che ricoprono la superficie interna e anteriore del nucleo rotondo (*C*).

Nuclei rotondi, Fritsch. — La nota istologica distintiva dei nuclei rotondi è, come ho accennato sopra, la presenza in essi di numerosi corpuscoli sferoidali simili in tutto e per tutto ai glomeruli olfattorî che trovansi nei bulbi olfattorî dei Vertebrati e degli Artropodi. È inutile che io descriva la struttura di cotesti corpuscoli: chiunque abbia un po' di pratica del tessuto nervoso centrale li riconosce a colpo d'occhio, massime nei preparati fatti coll'acido osmico che li colora in bruno più assai del tessuto circostante. E, per quanto possa restare d'oscuro nella loro struttura, egli è certo che i glomeruli olfattorî, compresi quelli dei nuclei rotondi, non sono cellule, ma globuli di sostanza reticolata, in gran parte nervosa, più densa e più fitta di quella che li circonda. Nei nuclei rotondi, come nei bulbi olfattorî, fra i glomeruli trovansi disseminate cellule nervose. La superficie interna e anteriore dei nuclei rotondi è ricoperta da uno strato grosso di cellule nervose piccole e stipate (fig. 3 *C*).

In breve: la struttura dei nuclei rotondi è affatto simile a quella dei bulbi olfattorî, in ispecie per una particolarità, la presenza cioè dei glomeruli olfattorî, che non si riscontra in nessun' altra regione dei centri nervosi.

Connessioni dei nuclei rotondi. — Sono molte; ed io non ho studiato esattamente che le principali. Dopo la connessione diretta coi bulbi olfattorî, sono notevoli le seguenti:

1° Commissura trasversa di Fritsch fra i due nuclei rotondi (fig. 3, *ctro'*). Essa corrisponde alla commissura trasversa fra i due bulbi olfattorî.

2° Fascetto di fibre sottili, che dalla parte anteriore del nucleo rotondo si dirige infuori e un poco in alto (fig. 2 *co'g*), verso il corpo genicolato esterno di Fritsch, dove si perde. Questo fascio sembra corrispondere alle fibre che dal bulbo olfattorio vanno a distribuirsi presso il corpo genicolato medesimo.

3° Fascio di fibre sottili (fig. 1, 2, 3 *ceo'*) il quale dalla parte anteriore del nucleo rotondo, dove ha radice diffusa periferica (fig. 3), si dirige in avanti, passa accanto (internamente) al tratto ottico, penetra nel fascio peduncolare esterno degli emisferi (*fpi*) e va a risolversi nel corrispondente emisfero. Questo fascio corrisponde alle fibre che congiungono direttamente i veri bulbi olfattorî alla sostanza nervosa degli emisferi.

Ai nuclei rotondi convengono altresì fibre nervose grossette decorrenti nel lobo centrale e provenienti dal cervello posteriore. I nuclei rotondi sono inoltre in immediata connessione coi lobi inferiori, nei quali sono in parte internati.

I nuclei rotondi poi, insieme ai lobi inferiori sono immediatamente uniti ai lobi ottici: i lobi inferiori anzi si continuano colla sostanza propria del tetto ottico, fin nella parte posteriore di questo; e i nuclei rotondi, oltre essere in gran parte internati nei lobi inferiori, dei quali può dirsi che fanno parte, si insinuano altresì nei lobi centrali, laddove questi, anteriormente, si continuano ai lati col tetto ottico.

I nuclei rotondi dunque e i lobi inferiori formano un sistema il quale sta in

immediata e molto intima connessione coll'organo centrale di terminazione nel nervo ottico.

Sviluppo dei nuclei rotondi. — I nuclei rotondi si sviluppano di pari passo coi lobi inferiori i quali, com'è noto, procedono dal cervello anteriore: anche i nuclei rotondi derivano da questo.

I lobi inferiori del *Macropodus* cominciano a formarsi nel 2° giorno di vita larvale (fig. 7 *li*) e sono due gemme laterali posteriori del *tuber cinereum*. E i nuclei rotondi si formano nella sostanza medesima dei lobi inferiori, laddove questi confinano in alto col restante cervello anteriore (fig. 4, 5, 6, 7 *o'*). Dapprincipio essi sono due piccole masse rotonde di cellule embrioniche, intorno alle quali si genera sostanza granoso-reticolata. Ben presto questa sostanza si forma anche nell'interno dei nuclei rotondi. Essa, a sviluppo avanzato, forma i glomeruli olfattorî.

Contemporaneamente ai lobi inferiori e ai nuclei rotondi gemmano gli emisferi cerebrali, e da questi i bulbi olfattorî, e tutti, com'è noto, dalla sostanza del primitivo cervello anteriore.

Già nel quarto o quinto giorno di vita larvale cominciano a manifestarsi le fibre che dai bulbi olfattorî vanno alla commissura anteriore e ai nuclei rotondi (fig. 5 *c o o'*).

I nuclei rotondi derivano dunque dallo stesso blastema da cui sorgono i bulbi olfattorî (cervello anteriore); così come gli emisferi cerebrali hanno lo stesso modo d'origine dei lobi inferiori.

A mano a mano che la larva cresce e s'avvicina allo stato adulto, tanto i lobi inferiori quanto i nuclei rotondi si uniscono intimamente col cervello medio e perciò anche col tetto ottico e acquistano i rapporti che ho già accennato colla regione ottica cerebrale.

Considerazioni generali. — I corpuscoli particolari aventi la natura dei glomeruli olfattorî sono stati trovati finora soltanto nei bulbi olfattorî (nei Vertebrati e negli Artropodi). Essi sembrano essere strettamente legati alla riflessione delle impressioni olfattive nei centri. La presenza di simili corpuscoli nei nuclei rotondi dei Macropodi e di altri Teleostei (1), la connessione diretta di questi nuclei coi bulbi olfattorî, i rapporti che essi hanno simili a quelli dei bulbi olfattorî, autorizzano a considerare i nuclei rotondi come veri corpi olfattorî, nel senso fisiologico.

Fra bulbi olfattorî e nuclei rotondi vi sono però anche delle differenze: nei bulbi olfattorî termina direttamente il nervo olfattorio, nei nuclei rotondi no; e, cosa di somma importanza, questi ultimi sono immediatamente uniti al cervello ottico, sicchè debba ammettersi che in essi le impressioni olfattive si leghino alle ottiche, meglio che quelle che per altra via possono arrivare al tetto ottico, dai bulbi olfattorî.

Era già noto, d'altra parte, che la struttura dei lobi inferiori assomiglia completamente a quella degli emisferi cerebrali, coi quali sono uniti per mezzo d'un bel fascio di fibre (*f p i''*), e che le connessioni dei lobi inferiori sono simili a quelle degli emisferi cerebrali. Il fatto che veri corpi olfattorî (i nuclei rotondi) sono in parte

(1) I corpuscoli enigmatici veduti da Fritsch sono certo glomeruli olfattorî.

internati nei lobi inferiori è un nuovo e importante elemento di somiglianza fra quelle formazioni.

È vero altresì che i lobi inferiori sono uniti alla regione ottica immediatamente e più intimamente degli emisferi.

Si potrebbe dire che i lobi inferiori e i nuclei rotondi sono rispettivamente gli emisferi cerebrali e i bulbi olfattorî del cervello ottico.

E quanto allo sviluppo, ho mostrato che gli emisferi e i bulbi olfattorî, i lobi inferiori e i nuclei rotondi hanno comune l'origine dal segmento anteriore del primitivo cervello.

Senonchè, mentre i bulbi olfattorî e gli emisferi rimangono separati dal cervello intermedio, i nuclei rotondi e i lobi inferiori invece acquistano nello sviluppo un' intima e immediata unione colla regione ottica.

Nuclei rotondi e bulbi olfattorî, emisferi cerebrali e lobi inferiori debbono considerarsi come organi omodinami e rispettivamente molto somiglianti per la struttura, i rapporti e le funzioni.

SPIEGAZIONE DELLE FIGURE

C, cellule che circondano i nuclei rotondi
ca, commissura anteriore
can, commissura ansulata
ceo', fascio che connette i nuclei rotondi cogli emisferi
ci, commissura inferiore
choo', chiasma olfattorio
coo', fibre del tratto olfattorio, le quali connettono i bulbi ai nuclei rotondi
cog, fibre del tratto olfattorio, che si perdono presso il corpo genicolato esterno
co'g, fascetto che dal nucleo rotondo va a risolversi presso il corpo genicolato esterno
ctro, commissura trasversa olfattoria
ctro', commissura trasversa fra i due nuclei rotondi
ctre, commissura trasversa degli emisferi
e, emisferi cerebrali
fpi, fascio peduncolare esterno inferiore
fpi', fascetto peduncolare contenente fibre del tratto olfattorio
fpi'', fascetto peduncolare che connette gli emisferi cerebrali coi lobi inferiori
fo, fossetta olfattoria
Gh, Ganglion habenulae
glo, glomeruli olfattorî
li, lobi inferiori
O, contorno interno del bulbo oculare
o, bulbi olfattorî
o', nuclei rotondi o corpi olfattorî-ottici
op, fibre del tratto olfattorio che si perdono nel cervello medio
oe, fascetto esterno del tratto olfattorio, il quale si risolve nella corteccia degli emisferi.
to, tetto ottico
tro, tratto olfattorio
tro', fascio interno del tratto olfattorio
trot, tratto ottico
(*trot*)', *fascetto del tratto ottico che penetra obliquamente nel trigono fisso, ma torna a congiungersi alle altre fibre del tratto per risolversi con queste nel tetto ottico* (').

Pig. 1. — Sezione orizzontale del cervello di macropoda adulto, passante pel chiasma olfattorio.

Fig. 2. — Sezione orizzontale del cervello di macropoda adulto, passante per la commissura trasversa olfattoria e pei nuclei rotondi (un po' più bassa della precedente).

Fig. 3. — Sezione orizzontale che comprende i lobi inferiori e i nuclei rotondi e passa esattamente per la commissura trasversa di Fritsch.

Fig. 4. — Sezione trasversa del cervello d'una larva di 5-6 giorni, passante pel tetto ottico e pei nuclei rotondi.

Fig. 5. — Sezione orizzontale del cervello (sono indicate anche le fossette olfattorie e i contorni degli occhi) d'una larva di 5-6 giorni, passante pei bulbi olfattori e pei nuclei rotondi.

Fig. 6. — Sezione longitudinale verticale del cervello d'una larva di 6 o 7 giorni, passante pei nuclei rotondi.

Fig. 7. — Sezione trasversa del cervello d'una larva di 2-3 giorni, passante pel tetto ottico e pel germe dei lobi inferiori e dei nuclei rotondi.

(') Si vegga la mia Nota: *Sui lobi ottici degli uccelli.* Atti della Società italiana di scienze naturali, 1883.

Fig. 1.

Fig. 4.

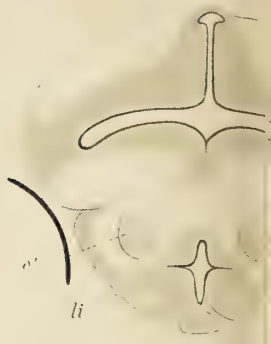


Fig. 6.

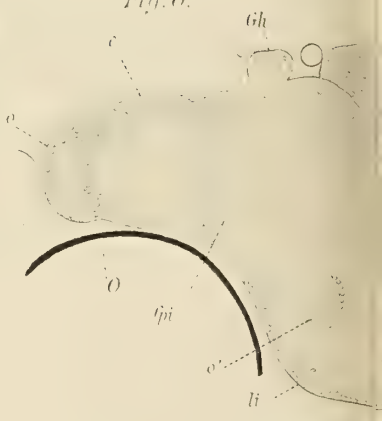


Fig. 3.

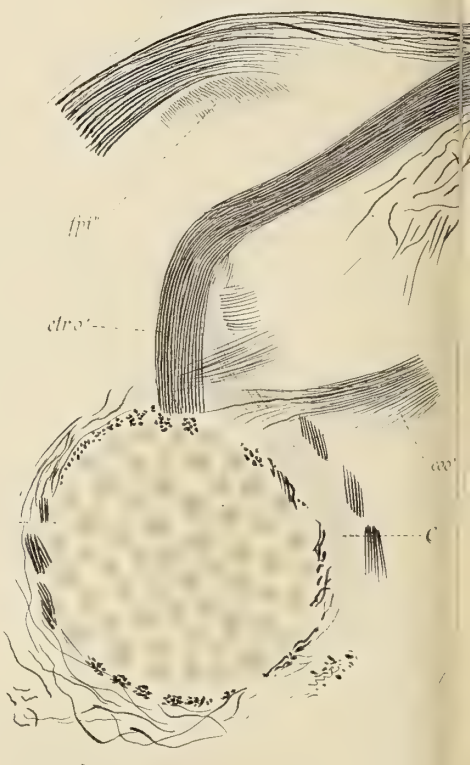


Fig. 5.

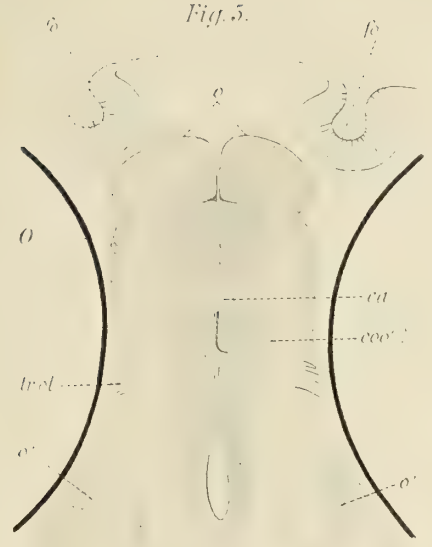


Fig. 2.

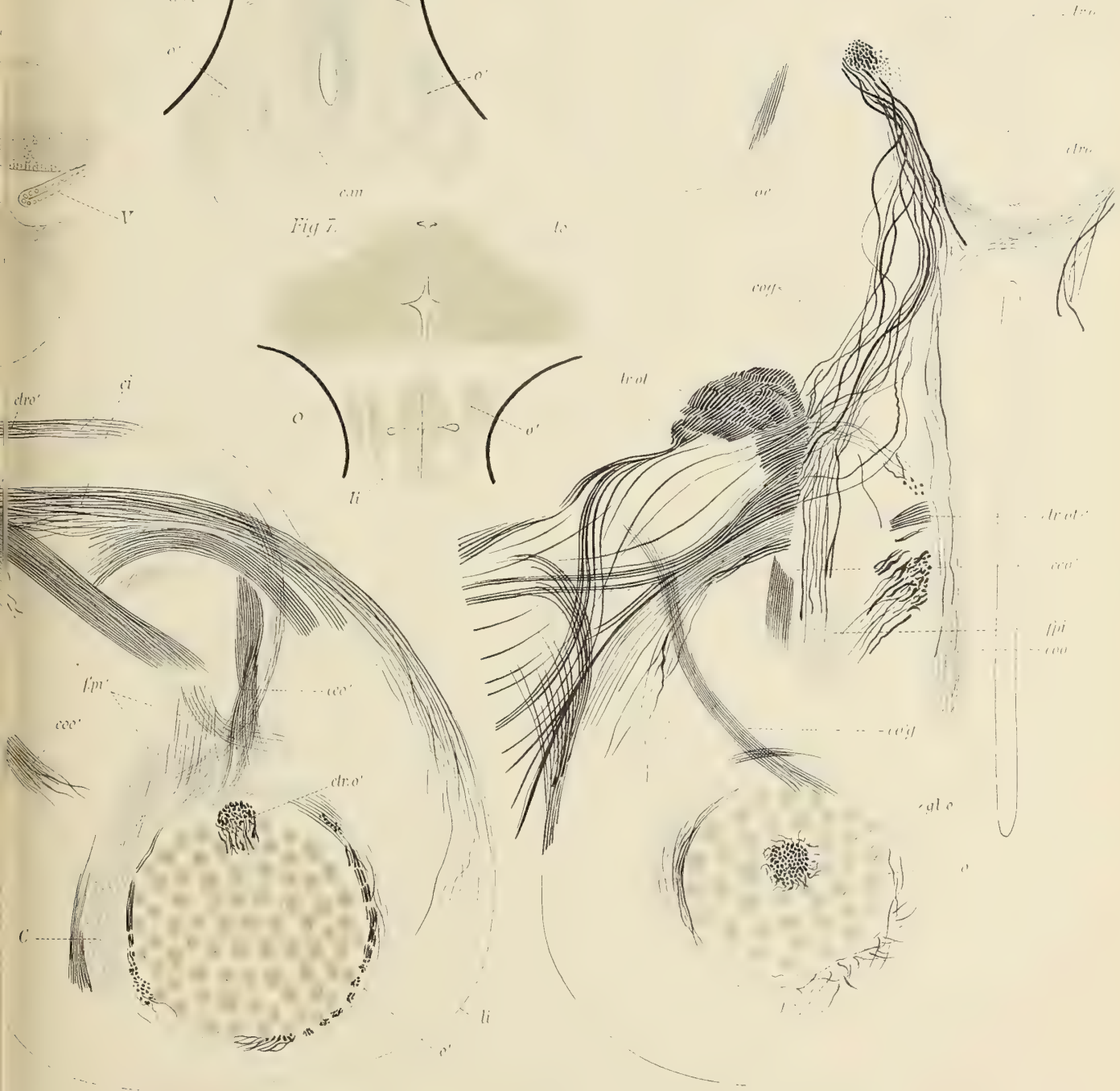


Fig. 1.

Fig. 4.

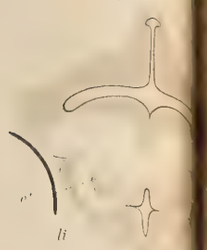


Fig. 6.

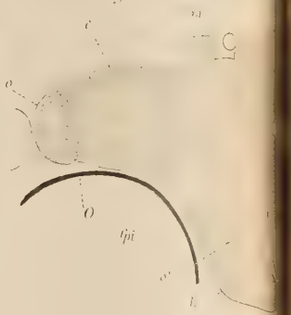


Fig. 3.

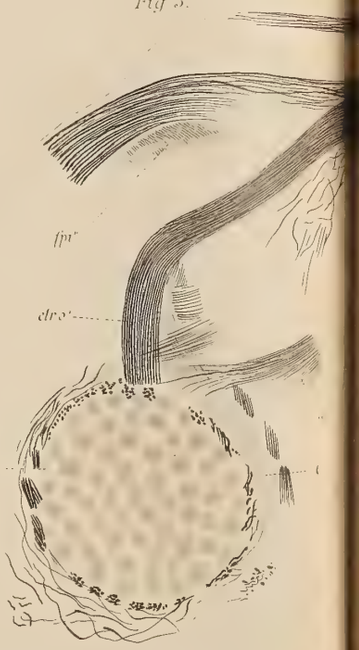


Fig. 5.

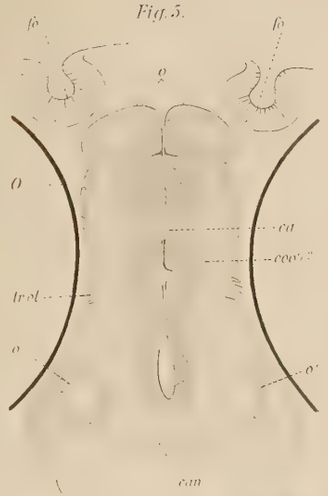


Fig. 7.

Fig. 2.

RELAZIONE

letta dal Socio Battaglini, relatore, a nome anche del Socio Beltrami nella seduta del 1 febbraio 1885, sulla Memoria dell' ing. M. Gebbia, intitolata: *Su due proprietà della rotazione spontanea dei corpi.*

« L' autore dimostra, con un procedimento analitico abbastanza semplice, i teoremi seguenti: Quando un corpo solido non sollecitato da forze esterne gira intorno ad un punto fisso: 1° Qualunque quadrica omociclica dell'ellissoide d' inerzia relativa al punto fisso, ed invariabilmente legata al corpo, rotola, senza strisciare, sopra una quadrica fissa di rivoluzione, che ha il centro nel punto fisso, e per asse quello della coppia risultante delle quantità di moto. Le quadriche fisse formano anche un fascio omociclico. — 2° Qualunque quadrica omofocale dell' ellissoide di girazione, relativa al punto fisso, (della reciproca dell'ellissoide d' inerzia rispetto ad una sfera con centro nel punto fisso) striscia, senza rotolare, sopra una quadrica fissa di rivoluzione, che ha il centro nel punto fisso, e per asse quello della coppia risultante delle quantità di moto. Le quadriche fisse formano anche una serie omofocale.

« Questi risultati essendo nuovi, e degni di nota, crediamo che la Memoria del sig. Gebbia possa essere inserita negli Atti dell'Accademia ».

Su due proprietà della rotazione spontanea dei corpi.

Memoria dell' ing. MICHELE GEBBIA.

---

1. I due teoremi seguenti, i quali non credo che siano stati finora enunciati, riguardano la rappresentazione geometrica del moto di un corpo solido che ha un punto fisso e non è sollecitato da forze esterne.

Quando un corpo solido non sollecitato da forze esterne gira intorno ad un punto fisso:

1° Qualunque quadrica omociclica dell'ellissoide d'inerzia relativa al punto fisso ed invariabilmente legata al corpo rotola senza strisciare sopra una quadrica fissa di rivoluzione, che ha il centro nel punto fisso e per asse quello della coppia risultante delle quantità di moto. Le quadriche fisse formano anche un fascio omociclico.

2° Qualunque quadrica omofocale dell'ellissoide di girazione relativa al punto fisso (della reciproca dell'ellissoide d'inerzia rispetto ad una sfera con centro nel punto fisso) striscia senza rotolare sopra una quadrica fissa di rivoluzione, che ha il centro nel punto fisso e per asse quello della coppia risultante delle quantità di moto. Le quadriche fisse formano anche una serie omofocale.

Nell'enunciato del 2° teorema l'espressione *striscia senza rotolare* s'intenderà nel senso che in ogni posizione relativa delle due superficie tangenti l'asse istantaneo del movimento è perpendicolare al piano tangente comune, ma non passa per il punto di contatto.

Un caso particolare del 1° teorema è la proprietà notissima scoperta dal Poinsot « *l'ellissoide d'inerzia relativa al punto fisso rotola senza strisciare sopra un piano parallelo a quello della coppia risultante delle quantità di moto* » (o sopra una coppia di piani paralleli a questo ed equidistanti dal punto fisso). Un altro caso particolare dello stesso teorema è stato già trattato dal sig. F. Siacci in un articolo pubblicato nel volume *In Memoriam D. Chelini-Collectanea mathemathica* 1881, ove l'autore osserva che una certa iperboloide che chiama *iperboloide centrale*, rotola senza strisciare sopra un cilindro di rivoluzione, il cui asse è quello della coppia risultante delle quantità di moto.

2. Per venire alla dimostrazione, si segnino, come di solito, con A, B, C i momenti principali d'inerzia del corpo rispetto al punto fisso; con G il momento della coppia risultante delle quantità di moto; con T la forza viva del corpo; con ω la velocità angolare intorno all'asse istantaneo e con p, q, r le componenti di questa secondo gli assi principali del punto fisso, si prendano poi questi ultimi come assi di un sistema di coordinate (ξ, η, ζ) fissi nel corpo.

Si hanno le note equazioni

$$\begin{aligned} Ap^2 + Bq^2 + Cr^2 &= 2T \\ A^2p^2 + B^2q^2 + C^2r^2 &= G^2 \\ p^2 + q^2 + r^2 &= \omega^2 \end{aligned} \tag{1}$$

L'equazione dell'ellissoide d'inerzia è

$$A\xi^2 + B\eta^2 + C\zeta^2 = K \tag{2}$$

ove K rappresenta una costante arbitraria.

Le equazioni dell'asse istantaneo sono

$$\frac{\xi}{p} = \frac{\eta}{q} = \frac{\zeta}{r}\,. \tag{3}$$

Qualunque quadrica omociclica dell'ellissoide centrale ha un'equazione della forma (1)

$$(A-\lambda)\xi^2 + (B-\lambda)\eta^2 + (C-\lambda)\zeta^2 = \pm K \tag{4}$$

ove λ è un parametro variabile. Per trovare i punti d'intersezione di questa superficie con l'asse istantaneo, i quali, estendendo un'espressione del Poinsot, chiamerò *poli istantanei*, segno con $\pm\mu$ il valor comune dei tre rapporti (3) per questi punti, onde mediante la (4) ottengo

$$(A-\lambda)p^2 + (B-\lambda)q^2 + (C-\lambda)r^2 = \frac{\pm K}{\mu^2}$$

ovvero, per le (1)

$$\mu^2 = \frac{\pm K}{2T - \lambda\omega^2} \tag{5}$$

mentre le coordinate dei poli istantanei saranno

$$\xi = \pm p\mu\,, \qquad \eta = \pm q\mu\,, \qquad \zeta = \pm r\mu\,. \tag{3}'$$

In senso ristretto chiamerò *piano invariabile* quello passante pel punto fisso e parallelo al piano della coppia risultante delle quantità di moto. L'equazione in forma normale di questo piano è

$$\frac{Ap}{G}\xi + \frac{Bq}{G}\eta + \frac{Cr}{G}\zeta = 0\,. \tag{6}$$

Assumo un sistema di coordinate (x, y, z) fisse nello spazio, aventi l'origine nel punto fisso e di cui l'asse delle z sia la normale al piano invariabile e gli assi delle x, y giacciano comunque in questo piano.

La coordinata z del polo istantaneo si avrà sostituendo nel primo membro della (6) i valori (3)', cioè

$$z = \pm\frac{Ap^2 + Bq^2 + Cr^2}{G}\mu$$

(1) Intendo doversi considerare insieme all'ellissoide d'inerzia la sua coniugata imaginaria:

$$A\xi^2 + B\eta^2 + C\zeta^2 = -K\,.$$

o, per le (1)

$$z = \pm \frac{2T}{G}\mu \tag{7}$$

da cui, quadrando e sostituendo il valore di μ^2:

$$z^2 = \frac{4T^2}{G^2} \cdot \frac{\pm K}{2T - \lambda\omega^2} . \tag{8}$$

D'altra parte fra le coordinate x, y, z del polo istantaneo ha luogo la relazione

$$x^2 + y^2 + z^2 = \xi^2 + \eta^2 + \zeta^2 = (p^2 + q^2 + r^2)\mu^2$$

o, per le (1)

$$x^2 + y^2 + z^2 = \omega^2 \mu^2 \tag{9}$$

e sostituendo il valor di μ^2

$$x^2 + y^2 + z^2 = \frac{\pm K\omega^2}{2T - \lambda\omega^2} . \tag{10}$$

Se fra le (8), (10) si elimina ω, si ottiene un'equazione fra le coordinate x, y, z, che rappresenta una superficie sulla quale giaceranno sempre i poli istantanei. Essa è

$$\left(\frac{G^2}{2T} - \lambda\right) z^2 - \lambda(x^2 + y^2) = \pm K \tag{11}$$

e quindi la superficie è di rivoluzione intorno all'asse delle z. Riguardando λ come parametro variabile, le superficie formano un fascio omociclico. Si può quindi affermare il seguente risultato:

Durante il moto del corpo i poli istantanei della quadrica (4) rimangono sempre sopra una quadrica fissa di rivoluzione (11).

3. Ora l'equazione del piano tangente alla superficie (4) nel polo istantaneo è

$$(A - \lambda) p\xi + (B - \lambda) q\eta + (C - \lambda) r\zeta = \frac{\pm K}{\pm \mu} . \tag{12}$$

Segnamo con π la perpendicolare dall' origine a questo piano ed insieme la lunghezza di essa; con X, Y, Z le coordinate pluckeriane del piano stesso rispetto al sistema fisso. Sarà da una parte

$$Z = \pm \frac{\cos(\pi, z)}{\pi}$$

e dall'altra

$$X^2 + Y^2 + Z^2 = \frac{1}{\pi^2} .$$

Or si ha

$$\cos(\pi, z) = \cos(\pi, \xi)\cos(z, \xi) + \cos(\pi, \eta)\cos(z, \eta) + \cos(\pi, \zeta)\cos(z, \zeta) ,$$

$$\frac{\cos(z, \xi)}{Ap} = \frac{\cos(z, \eta)}{Bq} = \frac{\cos(z, \zeta)}{Cr} = \frac{1}{G} ,$$

$$\frac{\cos(\pi, \xi)}{(A - \lambda) p} = \frac{\cos(\pi, \eta)}{(B - \lambda) q} = \frac{\cos(\pi, \zeta)}{(C - \lambda) r} = \frac{1}{\sqrt{G^2 - 4T\lambda + \lambda^2\omega^2}} = \frac{\pm \mu}{\pm K}\pi .$$

Sostituendo e tenendo conto delle (1) si ha quindi

$$\cos(\pi, z) = \frac{G^2 - 2T\lambda}{G\sqrt{G^2 - 4T\lambda + \lambda^2\omega^2}}$$

$$\pi = \frac{\pm K}{\pm \mu \sqrt{G^2 - 4T\lambda + \lambda^2\omega^2}}$$

ovvero, sostituendo dalla (5) il valor di μ:

$$\pi = \frac{\sqrt{\pm K}\sqrt{2T - \lambda\omega^2}}{\sqrt{G^2 - 4T\lambda + \lambda^2\omega^2}}.$$

Con questi valori di cos (π, z) e di π si ottiene

$$Z^2 = \frac{(G^2 - 2T\lambda)^2}{\pm K G^2 (2T - \lambda\omega^2)} \tag{13}$$

$$X^2 + Y^2 + Z^2 = \frac{G^2 - 4T\lambda + \lambda^2\omega^2}{\pm K (2T - \lambda\omega^2)}. \tag{14}$$

Eliminando ω fra le (13), (14) si ha:

$$\frac{Z^2}{\frac{G^2}{2T} - \lambda} - \frac{X^2 + Y^2}{\lambda} = \frac{1}{\pm K}, \tag{15}$$

ch' è l'equazione in coordinate tangenziali della stessa quadrica fissa rappresentata dall'equazione (11) e ciò afferma il seguente risultato:

Durante il moto del corpo i piani tangenti alla quadrica (4) nei poli istantanei rimangono tangenti alla quadrica fissa (11).

4. Le due proporzioni stabilite nei num. 2 e 3, insieme prese, forniscono con sufficiente evidenza la dimostrazione del teorema 1°. Però a stretto rigore si potrebbe ancora dubitare se il piano tangente alla quadrica mobile nel polo istantaneo tocchi la quadrica fissa in quest'istesso punto o non piuttosto in un altro, con che le due superficie non sarebbero tangenti fra loro. Quantunque questa seconda ipotesi si manifesti abbastanza come inammissibile, massime ch'essa dovrebbe aver luogo per tutte le posizioni rispettive delle due quadriche durante il movimento, pure completerò la dimostrazione provando l'identità dei due punti suddetti.

A quest'uopo dall'equazione del punto di contatto di un piano qualunque tangente alla quadrica fissa (15), cioè dall'equazione

$$\frac{ZZ'}{\frac{G^2}{2T} - \lambda} - \frac{XX' + YY'}{\lambda} = \frac{1}{\pm K} \tag{16}$$

si ricavino le espressioni delle coordinate di questo punto, cioè

$$\frac{\mp K}{\lambda} X, \qquad \frac{\mp K}{\lambda} Y, \qquad \frac{\pm K}{\frac{G^2}{2T} - \lambda} Z,$$

Si consideri ora un tal piano, che essendo tangente alla quadrica fissa, tocchi anche la mobile in uno dei poli istantanei, e segnando con x_1, y_1, z_1 le coordinate del punto di contatto con la prima di queste superficie, cioè ponendo

$$x_1 = \frac{\mp K}{\lambda} X, \qquad y_1 = \frac{\mp K}{\lambda} Y, \qquad z_1 = \frac{\pm K}{\frac{G^2}{2T} - \lambda} Z$$

si formino le espressioni z_1, $x_1^2 + y_1^2 + z_1^2$. Le coordinate X, Y, Z soddisfano allora alle equazioni (13), (14), onde si ha:

$$z_1 = \pm \frac{2T}{G} \mu$$

e paragonando questa equazione con la (7), che dà la z del polo istantaneo, risulta

$$z_1 = z \,. \tag{17}$$

Analogamente è

$$x_1^2+y_1^2+z_1^2=\frac{K^2}{\lambda^2\left(\frac{G^2}{2T}-\lambda\right)^2}\left[\lambda^2 Z^2+\left(\frac{G^2}{2T}-\lambda\right)^2(X^2+Y^2)\right]$$

ed aggiungendo e sottraendo il termine

$$\left(\frac{G^4}{4T^2}-2\lambda\frac{G^2}{2T}\right)Z^2,$$

$$x_1^2+y_1^2+z_1^2=\frac{K^2}{\lambda^2\left(\frac{G^2}{2T}-\lambda\right)^2}\left[\left(\frac{G^2}{2T}-\lambda\right)^2(X^2+Y^2+Z^2)-\left(\frac{G^4}{4T^2}-2\lambda\frac{G^2}{2T}\right)Z^2\right],$$

nella quale sostituendo i valori (13), (14), si ottiene finalmente

$$x_1^2+y_1^2+z_1^2=\mu^2\omega^2$$

e dal paragone di questa eguaglianza con la (9):

$$x_1^2+y_1^2+z_1^2=x^2+y^2+z^2. \tag{18}$$

Le equazioni (17), (18) dimostrano che i due punti (x, y, z), (x_1, y_1, z_1) si trovano sopra un circolo giacente in un piano parallelo al piano invariabile, cioè in un parallelo della superficie di rivoluzione fissa: ma d'altra parte essi giacciono sul piano (16), ch'è tangente a questo circolo nel punto (x_1, y_1, z_1), ond'essi si confondono in unico punto.

La dimostrazione può anche essere condotta in modo dualitico del precedente. provando che il piano tangente alla quadrica fissa nel polo istantaneo è pure tangente in questo punto alla mobile.

5. Questi risultati geometrici non hanno un significato cinematico, se non nel caso che il contatto avvenga in due punti reali. Or la realtà dei punti di contatto dipende da quella di μ, cioè avviene quando il binomio $2T-\lambda\omega^2$ ha lo stesso segno di K. Siccome cambiando il segno di quest'ultima si muta la quadrica nella sua coniugata, così se il contatto è imaginario sopra una delle quadriche, sarà reale sull'altra, cioè, ad ogni valore di λ corrisponde almeno una quadrica realmente rotolante sopra un'altra fissa.

Per discutere la natura delle quadriche corrispondenti dei due fasci mobile e fisso col variare di λ ed implicando la condizione della realtà del contatto, bisogna rammentare le seguenti note eguaglianze

$$\frac{1}{h^2}=\frac{G^2}{2T} \tag{19}$$

$$\frac{1}{\delta^2}=\frac{2T}{\omega^2} \tag{20}$$

ove h rappresenta la distanza dal punto fisso al piano invariabile su cui rotola l'ellissoide d'inerzia e δ è il raggio vettore del punto di contatto corrispondente. Bisogna

pur ricordare che, durante il moto, ω oscilla periodicamente fra un massimo ed un minimo, onde per la (20) anche δ oscilla fra un massimo ed un minimo corrispondenti a quelli, e siccome δ è sempre maggiore di h, sarà

$$h < \delta_{\text{min.}} < \delta_{\text{mas.}}$$

Or si ponga

$$\lambda' = \frac{1}{\delta^2_{\text{mas.}}} = \frac{2T}{\omega^2_{\text{mas.}}}$$

$$\lambda'' = \frac{1}{\delta^2_{\text{min.}}} = \frac{2T}{\omega^2_{\text{min.}}}.$$

Per $\lambda < \lambda'$ il binomio $2T - \lambda\omega^2$ è sempre positivo, qualunque sia ω, cioè per tutta la durata del moto ed il contatto è sempre reale su quella superficie per la quale K ha il segno $+$ e sempre imaginario sull'altra. Per λ compreso fra λ' e λ'' il binomio $2T - \lambda\omega^2$ cambia segno durante il moto e precisamente quando ω passa per un valore massimo o minimo: allora il contatto è dapprima reale sopra una delle due quadriche coniugate, poi diventa reale sull'altra e nell'istante del passaggio, cioè quando ω è massimo o minimo, il contatto ha luogo all'infinito sul cono asintoto comune. Finalmente per $\lambda > \lambda''$ il binomio $2T - \lambda\omega^2$ è sempre negativo durante il moto ed i contatti reali si ottengono dando a K il segno $-$.

Supponiamo dunque

$$A < B < C,$$

cioè corrisponda A all'asse maggiore dell'ellissoide d'inerzia e B al medio, onde i semiassi dell'ellissoide saranno per ordine

$$\frac{1}{\sqrt{A}} > \frac{1}{\sqrt{B}} > \frac{1}{\sqrt{C}}.$$

Com'è noto si distinguono i moti pei quali h è compresa fra il massimo semiasse ed il medio da quelli pei quali è compresa fra il medio ed il minimo ed in ogni caso anche δ durante il moto è compresa fra gli stessi limiti. Abbiamo quindi nel primo caso la serie di valori

$$\frac{1}{\sqrt{A}} > \delta_{\text{mas.}} > \delta_{\text{min.}} > h > \frac{1}{\sqrt{B}} > \frac{1}{\sqrt{C}}$$

e nel secondo

$$\frac{1}{\sqrt{A}} > \frac{1}{\sqrt{B}} > \delta_{\text{mas.}} > \delta_{\text{min.}} > h > \frac{1}{\sqrt{C}}$$

o, altrimenti, nel primo caso

$$A < \lambda' < \lambda'' < \frac{G^2}{2T} < B < C$$

e nel secondo

$$A < B < \lambda' < \lambda'' < \frac{G^2}{2T} < C.$$

Considerando il 1° caso, la discussione delle superficie rotolanti con contatto reale si riassume nel seguente quadro.

Teorema 1° — Ipotesi $A < \frac{G^2}{2T} < B < C$.

Limiti di λ	Segni di K per contatti reali	Superficie rotolanti	Superficie fisse
$\lambda < 0$	+	Ellissoide reale	Ellissoide reale
$\lambda = 0$	+	Ellissoide reale d'inerzia	Coppia di piani del Poinsot
$0 < \lambda < A$	+	Ellissoide reale	Iperboloide a due falde
$\lambda = A$	+	Cilindro ellittico	» » »
$A < \lambda < \lambda'$	+	Iperboloide ad una falda	» » »
$\lambda' < \lambda < \lambda''$	±	Iperboloide ad una o due falde (coniugate)	Iperboloide a due o ad una falda (coniugate)
$\lambda'' < \lambda < \frac{G^2}{2T}$	—	Iperboloide a due falde	Iperboloide ad una falda
$\lambda = \frac{G^2}{2T}$	—	Iperboloide a due falde del Siacci	Cilindro circolare
$\frac{G^2}{2T} < \lambda < B$	—	Iperboloide a due falde	Ellissoide reale
$\lambda = B$	—	» » »	» »
$B < \lambda < C$	—	» » »	» »
$\lambda = C$	—	Cilindro ellittico	» »
$\lambda > C$	—	Ellissoide reale	» »

Se poi si considera il secondo caso, la discussione è analoga e mi dispenso dal riportarla. Neanco sviluppo il caso intermedio in cui sia $\frac{G^2}{2T} = B$, ritenendo che il lettore possa facilmente svolgere da sè stesso le particolarità che allora s'incontrano.

6. Il teorema 2° potrebbe esser dimostrato in modo analogo; ma vi si giunge più facilmente per via geometrica derivandolo dal primo. Infatti si considerino nel corpo e nello spazio i sistemi polari reciproci di quelli ai quali appartengono le superficie considerate nel 1° teorema rispetto ad una sfera di raggio 1 ed avente il centro nel punto fisso, e si noti che questa sfera rimane sempre combaciante con sè stessa durante il moto. Allora ai fasci di quadriche omocicliche corrispondono serie di quadriche omofocali ed al contatto delle prime quello delle seconde. Sotto il riguardo cinematico è da notare questa differenza, che mentre per le superficie considerate nel 1° teorema l'asse istantaneo passa sempre pei due punti di contatto (poli istantanei), per quelle considerate nel 2° l'asse istantaneo è sempre perpendicolare ai due piani tangenti comuni (piani corrispondenti ai poli istantanei nel sistema reciproco), ma non passa pei punti di contatto, quindi lo spostamento della superficie mobile rispetto alla fissa è uno strisciamento senza rotolamento simultaneo.

La discussione delle superficie omofocali striscianti è analoga a quella delle omocicliche rotolanti. La realtà del contatto dipende sempre dal segno del binomio $2T - \lambda\omega^2$ rispetto a quello di K, epperò s'incontrano le stesse fasi. Sotto il riguardo cinematico sono importanti i casi di $\lambda = A$, o B, o C, nei quali la superficie strisciante si riduce ad una conica il cui piano passa pel punto fisso ed il centro vi coincide (una delle coniche focali dell'ellissoide di girazione o della sua coniugata imaginaria). Queste coniche strisciano sopra certe quadriche di rivoluzione fisse.

7. Farò cenno finalmente di due casi particolari notevoli dei teoremi enunciati. Fra le quadriche rotolanti comparisce l' ellissoide definita dal Binet, indicatrice dei momenti quadratici rispetto a piani passanti pel centro (1). La sua equazione si ottiene dalla (4) facendo

$$\lambda = \frac{1}{2}(A+B+C)$$

e dando a K il segno —. La superficie fissa è allora un'ellissoide reale.

Fra le quadriche striscianti, per lo stesso valore di λ si ha l'ellissoide considerata dal Culmann nella *Graphische Statik* col nome di ellissoide d' inerzia. Questa striscia senza rotolare sopra un'ellissoide di rivoluzione.

Palermo. Ottobre 1883.

(1) *Mémoire sur la théorie des axes conjugués et des moments d'inertie des corps* (1811). Journal de l'Ecole polytechn. Cah. XVI.

RELAZIONE

letta dal Socio Capellini, relatore, a nome anche del Socio Pigorini, nella seduta del 3 maggio 1885, sulla Memoria del prof. D. Lovisato, intitolata: *Contribuzione alla preistoria calabrese.*

« Nella Memoria col titolo: *Contribuzione alla preistoria calabrese*, il prof. Domenico Lovisato descrive cinquanta nuovi oggetti litici che, insieme agli altri già da esso illustrati, costituiscono la sua collezione calabrese ricca di ben 350 fra accette, sgorbie, martelli, scalpelli. Metà dei cinquanta nuovi oggetti sono di roccia dioritica, dando a questa parola il senso lato che l'autore le ha attribuito nelle precedenti pubblicazioni sullo stesso argomento; gli altri venticinque sono di rocce e minerali diversi fra i quali parecchi che l'autore ritiene tuttavia esotici.

« Tutti questi oggetti provengono dalle due sponde dell' istmo terziario, esteso fra S. Eufemia e Squillace e quindi confermano quanto fu altra volta accennato dal Lovisato, che cioè: « le popolazioni preistoriche della Calabria erano mag-« giormente concentrate in quella zona occupando da un lato il Monteleonese e le « falde delle Serre nella parte meridionale della provincia di Catanzaro, e dall'altro « lato le falde silane con quelle del Reventino nella sua parte settentrionale ».

« I caratteri mineralogici dei diversi esemplari sono accuratamente indicati (ben inteso per quel che si può pretendere senza ricorrere alle sezioni sottili e all'analisi chimica) e si nota che vi hanno parte non piccola la *nefrite*, la *giadeite* e la *cloromelanite*.

« A questo proposito il Lovisato accenna la importante quistione della provenienza degli oggetti preistorici che di tali materiali sono costituiti.

« L'interesse di questa ricerca non era sfuggito all'attenzione anche dei naturalisti che pei primi raccolsero oggetti preistorici nell'Italia meridionale e riconobbero che erano di giadeite; infatti il Giovene verso la fine del secolo passato già ebbe a notare che nelle grotte del Pulo di Molfetta si trovavano accette di giadeite le quali erano perfettamente somiglianti alle accette degli isolani di Othaiti.

« Ermanno Fischer avendo, da parecchi anni, rivolta la sua attenzione ai materiali degli oggetti preistorici, fino dal 1875 trattò dottamente della provenienza della giadeite e della nefrite; ma della stessa quistione essendosi occupati anche altri non meno illustri naturalisti, cultori della paleoetnologia, ne nacquero dispareri dei quali il Lovisato rende conto egregiamente mostrandosi però troppo apertamente appassionato per le vedute del Fischer.

« Frattanto verso la fine del 1884 e nel gennaio scorso sono venute in luce altre importantissime comunicazioni di Virchow, Messikomer, A. B. Meyer, per le quali

non soltanto pare quasi definitivamente risolta la quistione della nefrite, ma sembra che in Europa vi sia pure la giadeite. Per gli studî scrupolosissimi del valente petrografo dott. Arzruni fra le giadeiti si dovrebbero distinguere almeno cinque tipi diversi riferibili a distinti giacimenti e così cadrebbe la dottrina della provenienza unica della giadeite.

« La Commissione, pertanto, considerando che la Memoria del Lovisato è quasi un complemento di quella che fu già accolta nel volume degli Atti dell'Accademia nel 1881, considerando la importanza del contributo che i materiali preistorici calabresi potranno recare alla quistione della provenienza della nefrite, cloromelanite e giadeite, quand'anche il Lovisato dalle recenti scoperte dell'Arzruni fosse indotto a modificare alquanto le sue vedute, propone che questo lavoro presentato nel dicembre scorso venga pubblicato negli Atti della Accademia, salvo le solite riserve per il Consiglio di amministrazione ».

Contribuzione alla Preistoria Calabrese.

Memoria del dott. DOMENICO LOVISATO.

Nella seduta del 3 aprile 1881 di questa illustre Accademia dei Lincei veniva presentata la mia ultima Memoria sopra la preistoria calabrese (1) e con quella io completava la illustrazione di 300 oggetti litici, tutti raccolti su quell'ultimo lembo di terra italiana, dove noi vediamo risorgere superbo il massiccio alpino nelle sue forme più belle. Annunziava però fin d'allora di tenere in serbo altre di quelle preziose reliquie preistoriche coll'intenzione di farne altra pubblicazione, una volta che fossero state studiate e determinate.

La speranza di aumentare il numero di quegli oggetti litici mi fece temporeggiare, ma ora che mercè la benevolenza di egregi amici di quelle simpatiche e tanto care contrade e di altri, che per ragioni d'ufficio han dimorato laggiù, sono riuscito a riunirne una cinquantina fra azze, sgorbie, martelli e scalpelli, m'accingo assai di buon grado alla loro illustrazione: e ciò faccio tanto più volentieri, sia perchè non voglio venir meno ad un bisogno dell'animo di farmi vivo con quelle generose provincie, che mi ospitarono per tanto tempo e che ricordo con singolare amore, sia per non mancare ad un dovere di riconoscenza verso i cortesi, che benevolmente concorsero ad aumentare la mia stupenda collezione calabrese, la quale coi nuovi raggiunge oggi il bel numero di 350 oggetti preistorici. Fra questi ultimi cortesi amici ricorderò specialmente gli egregi dott. Paolo Pavesio, già preside del Liceo di Catanzaro ed ora di Avellino, e l'ing. Antonio Izar di Milano, che passò alcuni anni nelle Calabrie: a loro rendo le più sentite azioni di grazie.

Ma se i 50 nuovi pezzi, che ora passo a descrivere, non offrono nulla di nuovo rispetto alla forma, alla fattura, alle dimensioni, che si confondono con quelle degli altri pezzi illustrati, quasi tutti essendo di tipo comune, presentano però sommo interesse per la loro natura mineralogica, trovando noi fra questi nuovi utensili le roccie più varie ed i minerali più rari.

Comprendo i primi 25 oggetti litici (n. 301-325) nella categoria generale delle azze di roccia dioritica, come feci nelle ultime pubblicazioni relative a questo argomento, non senza però sentire il bisogno anche qui di aggiungere che sotto questo nome non abbraccio soltanto le vere dioriti, che sono in grande maggioranza, ma ancora

(1) D. Lovisato, *Cenni critici sulla preistoria calabrese.* Memorie della classe di scienze fisiche, matematiche e naturali. Vol. IX, 1881.

le dioriti schistose, micacifere, quarzifere, qualche eufotide e diorite-sienite ed anche probabile sienite e gneis amfibolico (n. 318) e micaschisto gneissico (n. 319). Per la maggior parte sono queste azze oscure, alcune levigatissime, altre scabrose: talune sono a grana fina, altre a grana media, poche a grana grossa e queste allora presentano quel modo di alterazione così frequente nelle dioriti di quella specie, cioè che per essere il feldispato assai più facile ad alterarsi che l'amfibolo, la parte superficiale presentasi interamente costituita da quest'ultimo, il quale, saliente, forma una superficie scabra, corrosa, spugnosa, rispondendo le cavità al feldispato asportato.

Fra questi 25 pezzi devo ricordare tre martelli, che rispondono ai n. 317, 320 e 321 della mia collezione. Il primo (n. 317) è di diorite, ricca di mica, magnificamente conservato, specialmente nella penna taglientissima, portante la scanalatura tutto all'intorno. Deriva assieme a sei azze di questa categoria dalle falde silane, come m'assicurò il dott. Pavesio, alla cui gentilezza debbo tali pezzi assieme ad alcuni altri che saranno descritti in seguito.

Il secondo (n. 320) è un martello di colore oscuro, senza la penna che apparisce troncata, col capo quasi quadrangolare e mancante della scanalatura nel lato inferiore: la diorite, che lo compone, è a grana grossa, assai compatta e tenace, e col peso specifico = 2,963 circa.

Tanto questo, quanto il terzo (n. 321) provengono dal Monteleonese e sono dovuti alla cortesia dell'egregio prof. Filippo Jacopo Pignatari: quest'ultimo, conservato solo nella penna molto allungata, e che acutamente va restringendosi, è pure di roccia dioritica, ma più oscura della precedente, a grana minutissima, con molta mica e col p. s. = 2,9698.

Delle altre azze, 11 avute dall'ing. Izar derivano da Cortale, Maida e dintorni, cioè son dovute alle falde meridionali dell'istmo terziario fra S. Eufemia e Squillace, 1 deriva da Cicala, 2 da Tiriolo e 2 avute dal sig. Federico Cupelli di Catanzaro provengono da Magisano e da Limbadi.

Quest'ultima (n. 325) a grana abbastanza minuta, mentre macroscopicamente mostra chiari i due elementi, cioè l'amfibolo e il feldispato, nella sua sezione sottile mostra nettamente il primo, ma il feldispato è profondamente alterato e sembra che al plagioclasio sia sostituito in grande parte l'ortosio, giacchè solo raramente veggonsi qua e là frammenti di feldispato triclino colle strie di emitropia, caratteristiche dei feldispati plagioclasici; ritengo però che ciò possa provenire in grande parte per lo stato generale in cui si trova quest'azza, il cui feldispato è completamente decomposto, e così che mi fu assai difficile preparare un'opportuna sezione sottile da studiare al microscopio di polarizzazione.

Il n. 326 corrisponde ad un'azzina proveniente da Nicotera nel circondario di Monteleone, regalatami dal sig. Federico Cupelli. È una *quarzite* compattissima, grigiastra, finamente granulosa, coi granuli quasi cementati da una sostanza fibrosa, serpeggiante fra essi e che fra i nicol incrociati presentasi di color verde tendente all'azzurro ed appena polarizzante, ma sempre fibrosa, mancante assolutamente di forma poliedrica e ad elementi non paralelli, ciò che esclude la mica e rende probabile la clorite, tanto più che veggonsi come inclusi dei punti neri opachi, dovuti forse a ferro ossidulato, quando non sieno dovuti a grafite.

Ed ora passo alla descrizione delle altre 24 azze di roccie e di minerali diversi, fra cui parecchi esotici, riservando alla fine una parola sugli ultimi, che recentemente hanno suscitato una vivacissima polemica fra i veri cultori della scienza paletnologica ed altri scienziati che di quell'importante ramo di scibile si occupano.

Non posso però far a meno di prima osservare che i 50 nuovi oggetti sono tutti provenienti dalle due sponde dell'istmo terziario, esteso fra S. Eufemia e Squillace, e vengono quindi a confermare nuovamente ciò che dissi altra volta, cioè che le popolazioni preistoriche di quelle patriottiche regioni erano maggiormente concentrate in quella zona, occupando da un lato il Monteleonese e le falde delle Serre nella parte meridionale della provincia di Catanzaro, e dall'altro lato le falde silane con quelle del Reventino nella sua parte settentrionale. Dei 50 pezzi di nuova pubblicazione non uno appartiene alle provincie di Cosenza e di Reggio, dalla quale ultima non deriva che uno solo dei 350 oggetti litici della mia collezione calabrese.

327. Grossa e bellissima azza oscura di *roccia amfibolica*, rovinata nella parte superiore, colle dimensioni relative di 73,45 e 19 mm., regalatami da don Antonio Ciacci di Belcastro e trovata dalla figlia del suo giardiniere, Tommasina Janini, in un fondo denominato Beneficio ad un chilometro circa sotto Belcastro. Col p. s. = 3,0867 ha la durezza da 6 a 6,5.

328. Azzina verde-giallognola oscura, spezzata lateralmente e nella parte superiore e poi levigata di nuovo: è regalo del maestro Tommaso Fragale di Serrastretta, che la trovò a Migliuso sotto Serrastretta stessa, sponda destra del Lamato, ad un'ora e mezzo dalla strada provinciale per Nicastro, sopra un terreno alluvionale, che ricopre il cristallino. La durezza da 4,5 a 5, il p. s. = 2,962, il colorito ed altri caratteri fisici ce l'additano per una *eufotide* o per una roccia appartenente al grande gruppo delle *roccie amfiboliche*. Le sue dimensioni relative sono 40,21 e 7 mm.

329. Azzina azzurrognolo-rossigna colle dimensioni relative di 40,5 , 34 e 10 mm., regalatami dal maestro Daniele Levato, che l' ebbe a Girifalco. È ben conservata, solo rotta da una parte del taglio, alquanto consumata nella parte superiore e come corrosa più che rotta sopra una delle faccie. Il colore ruggine di ferro vi predomina ed è certamente dovuto alla decomposizione di granuli e cristallini di pirite, che qua e là ancora si veggono salienti. Presenta il p. s. = 2,853 e la durezza = 5, ma non saprei dire per ora la qualità di roccia di cui è formata questa azzina, non avendo proceduto sopra di essa ad alcuna analisi.

330. Azzina di *giada nefrite* delle dimensioni di 49 , 30 ed 11 mm., di color verde-azzurrognolo oscuro, con macchie ondulate fulve ed altre più oscure d'un verde nero. La densità = 2,9096 sarebbe forse troppo debole per una nefrite, i cui pesi specifici vanno da 2,92 a 3,06, raramente raggiungendo questo minerale quello di 3,1; però la ritengo tale, forse un po' impura, più che una saussurite, allontanandosi questa assai più che non sia la nefrite dalla sua densità e dalla sua durezza, che raggiunge appena il 6° grado: anche la trasparenza, che molto bene si osserva al taglio conservatissimo concorre a farla credere a me per una nefrite. Mi fu regalata dal maestro Giuseppe De Gattis e proviene da Girifalco.

331. Piccola sgorbia verde oscura con macchie rosso-ranciato, specialmente sopra una delle faccie, e che potrebbero essere dovute più che a granati al ferro

contenuto, che si decompose. Ha il peso assoluto di 16,2 grammi ed il p. s. = 3,007 colla durezza da 6 a 6,5 e colle dimensioni relative di 42 , 26 e 5,7 mm. Questa elegante sgorbia magnificamente levigata e conservata, sia nel taglio che nella parte superiore, sulle superficie e sulle costole ristrette, è probabilmente una *nefrite* con magnetite. Viene da Girifalco e mi fu regalata dal De Gattis.

332. Grossa azza di color giallognolo-castagno oscuro, come i numeri 138 e 209, quindi dall'apparenza esterna di una dolerite, ma che però io ritengo per una vera *nefrite*, come mi si appalesarono all'esame microscopico le due accennate, che presentavano l'identico aspetto esterno, la stessa durezza e la seconda anche il medesimo peso specifico. Macroscopicamente si vede anche questa costituita da un minerale omogeneo, non roccia, sebbene granulosa come quelle. Colle dimensioni relative 74,45 e 19 mm. ha il p. s. = 2,998 e la durezza = 6. È un po' irregolare, col taglio ingrossato e lievemente inclinato, ma magnificamente levigata e conservata, convessa sopra una delle faccie, quasi piana sull'altra con una costola appianata e l'altra tondeggiante. La debbo all'egregio dott. Paolo Pavesio.

333. Azza verde oscura di *sostanza amfibolica*, probabilmente d'*amfibolite*, con punti e macchiette di color giallo-rossastro, denotanti una probabile alterazione in sostanza serpentinosa: colle dimensioni relative 65,36 e 18 mm. ha la durezza da 5,5 a 6; è rotta nella parte inferiore e sopra una costola mostra il ciottolo di fiume. Mi fu regalata dal maestro Levato e deriva da Girifalco.

334. Azza molto schiacciata, oscura con macchie giallo-rossigne ed altre biancastre in fondo verde oscuro, un po' rovinata sopra una delle superficie e rotta alquanto nel taglio e nella parte superiore, dove appare la sua struttura interiore, che mostra il *conglomerato di porfido*, però molto curioso ed importante. Ha la durezza da 5,5 a 6 e fa scintille coll'acciarino. Quest'azza, colle dimensioni relative 66,54 e 16 mm. ha la stessa provenienza della precedente.

335. Parte inferiore di sgorbia ben levigata, mancante però d'un pezzo sopra una delle faccie, di color rossigno-azzurrognolo sopra questa faccia, azzurro-verdognolo sull'altra ed azzurrognolo internamente, di una pasta omogenea, che sembra un'*amfibolite*, con tendenza alla *variolite*. Ha la durezza da 4 a 4,5, le dimensioni relative 40,37 e 12 mm. e la stessa provenienza delle ultime due.

336. Superba azzina, magnificamente conservata e levigata, di color verdastro bianchiccio, con punti e luoghi verdi più oscuri e trasparenti, che sembrano di *giada nefrite* o *saussurite*, presentando quelle macchie verdi il grado di durezza da 6 a 6,5, mentre in tutto il resto è inferiore al 6. Si tratta quindi d'una roccia composta, per la quale occorrerebbe un'analisi quantitativa, se non fosse profanazione rovinare quella graziosa azzina. Ha le dimensioni relative di 41,38 e 9 mm. e proviene come le altre da Girifalco, ma mi fu regalata da De Gattis.

337. Azzina più larga che lunga di *arenaria* cinerea, scabrosa e rovinata nel taglio, che mostra di essere stato molte volte ritoccato. È tenerissima, mostra in taluni punti lamelle di mica e cristallini salienti; in qualche punto fa un po' di effervescenza cogli acidi e fa quasi pensare ad una arenaria compattissima della formazione diassica della Lombardia o della Nurra in Sardegna. Ha le dimensioni relative di 38,40 e 14 mm. ed è regalo di De Gattis, che l'ebbe a Sorbo S. Basile.

338. Grossissima azza di Cicala, regalatami da don Giuseppe Astorino. È assai bene levigata, rotta da una parte nel taglio, che in tutto il resto è ingrossato. Esteriormente è di color giallognolo castagno, mostrante qua e là piccoli punti verdi oliva ed alcuni più grandi d'altro verde bellissimo, passante al bianco. Approfittai della parte spezzata del taglio per staccare un pezzo per la prova di fusibilità e di solubilità, ma i frammentini inattaccabili dagli acidi presentano pochissima fusibilità; e, sebbene la frattura oltrepassasse in profondità i 7 ed 8 mm. dalla superficie levigata, la massa continuava ad apparire internamente come cinerea, però sempre di sostanza omogenea. — Ricorsi allora allo spediente della rottura; l'azza resistette tanto da schiacciare la testa di grosso martello d'acciaio e da spezzare il grosso masso di pietra che serviva da incudine, ma finalmente cedette e presentò la massa interna tutta omogenea d'un verde sporco azzurrognolo nella massa generale e d'un verde chiaro e trasparente in laminette sottili, una delle quali mi manifestò la fusibilità. L'esame macroscopico dei frammenti interni porterebbe a concludere per una varietà fibroso-radiata di amfibolo, anzichè per una vera *nefrite*, infatti il colorito è molto oscuro ed i frammenti restano opachi anche sui margini benchè tenuissimi, ma l'opacità sparisce quando si stacchino dei frammenti dalla massa interna ed anche il colorito s'avvicina a quello di alcune nefriti costituenti certe azze rossiccie di Pietroburgo, che furono studiate dall'illustre Fischer su frammenti a lui inviati. Ho fatto due sezioni sottili, una della parte esterna dell'azza e l'altra dell'interna: la prima resta oscura, però sempre verdognola, quella della massa interna assolutamente verde; tutte due però presentando struttura schistosa, che per nulla apparisce ad occhio nudo, manifestansi come un intreccio di vari individui della stessa specie, come fibre accorciate, aggruppate in fascetti con ordine raggiato o distribuite in masse brevemente fibrose con qualche parte mostrante dei cristalli, che polarizzano egualmente la luce come la massa principale non cristallizzata: gli individui sono diversamente orientati e quindi hanno diversa influenza sulla luce polarizzata, mostrando solo delle ombre, che potrebbero essere dovute a pirossene trasformato, come pure potrebbero essere di pirossene anche i cristalli, sebbene qua e là facciano pensare all'amfibolo. Si veggono pure dei punti neri, che rimangono tali anche fra i nicol incrociati: questi rappresenterebbero gli inclusi di magnetite, così comuni nelle nefriti. Ritengo quindi senza dubbio essere anche quest'azza come quella di Sellia, alla quale rassomiglia in tutto l'esteriore, una *nefrite* pura, della quale però non potremo star sicuri, se non dopo un'analisi quantitativa, non conoscendo noi tutte le varietà di nefriti. Ha il peso assoluto di 330,9 grammi, il p. s. = 2,946 e la durezza approssimativa di 6, colle dimensioni relative di 114, 60 e 33 mm. Anche l'illustre Fischer, che esaminò qualche frammento di quest'accetta, è della stessa mia opinione.

339. Grossa azza di *serpentino*, verde oscura con macchie verdi più chiare, liscia nella parte inferiore come pure nel taglio conservatissimo, è alquanto scabra nella parte superiore che andava nel manico. Colle dimensioni relative di 79,47 e 25 mm. presenta il peso specifico = 2,655 e la durezza = 4. Devo questo bel pezzo come gli altri 5 che seguono alla cortesia del dott. Paolo Pavesio, che me li inviò in Sardegna colla semplice indicazione, che furono trovati nella provincia di Catanzaro, alle falde silane.

340. Parte inferiore d'azza di *serpentino* ranocchiaia, esteriormente giallastro-oscura con venuzze verdognole, internamente verde azzurrognolo, difficilmente fusibile, inattaccabile quasi dall'acido cloridrico, col p. s. = 2,576 e colla durezza da 3,5 a 4.

341. Parte inferiore di azza, che non è difficile di riferire alle roccie amfiboliche, di color verde-azzurrognolo e macchie rosso ruggine, col taglio rovinato, mostrante l'amfibolo in larghe lamelle, più che in cristalli allungati; il colore di polarizzazione è verde bruno e manca assolutamente d'iridescenze. Col p. s. = 2,953 ha la durezza = 4,5.

342. Scalpello a doppio taglio di color bianco sporco, con punti, macchie e vene verdi d'un chiaro pomo e trasparenti, presentante altresì macchie gialle. Levigatissimo, colla superficie superiore molto convessa, l'inferiore quasi pianeggiante ed unentesi all'altra col mezzo di due spigoli abbastanza sentiti; sopra una faccia havvi delle piccole fratture. La durezza della massa generale è inferiore al 5°, mentre le particelle verdi superano il 6° grado. È una roccia interessantissima, che meriterebbe una diagnosi, se come dissi per altro pezzo, superiormente descritto, non credessi soverchia profanazione il rovinare reliquia così preziosa. Col p. s. = 2,906 circa presenta la dimensioni relative 82,24 e 13 mm.

343. Azza schiacciata, di color rosso giallastro con macchie nere, di *fibrolite* con molta mica e granato ed inclusi di granuli di magnetite e forse anche di rutilo: è la mica probabilmente che influisce sul basso peso specifico portato appena a 3,017. Colle dimensioni relative 56,47 e 10 mm. offre la durezza da 6 a 6,5, essendo una faccia quasi piana e l'altra dolcemente convessa, che alla prima si congiunge col mezzo di due costole lunghe, ma strette.

344. Azzina biancastro-madreperlacea di *sillimanite* con mica, che segue l'andamento ondulatorio di quella, più una sostanza rossastra oscura che in parte è granato. Anche per questa azzina il p. s. = 3,068 farebbe mettere in dubbio la diagnosi, se gli altri caratteri, come la sua fusibilità al cannello, la colorazione turchina che prende nella soluzione di cobalto e la sua durezza = 7 non ci confermassero quella determinazione. È benissimo levigata con una superficie più pianeggiante dell'altra, col taglio alquanto dentato e colle dimensioni relative 55,34 e 9,5 millimetri.

345. Di *fibrolite* con molto granato è altra azza, regalatami dall'egregio ingegnere Antonio Izar assieme alle altre tre che seguono e che derivano tutte da Cortale o da quelle vicinanze. È superbamente conservata in tutte le sue parti, nelle superficie, che sono tutte due convesse, nel taglio che presenta solo qualche dente e nella parte superiore perfetta. Col p. s. = 3,089 e colla durezza da 6,5 a 7 ha le dimensioni relative 68,41 e 17 mm.

346. Magnificamente levigata, di color verde giallastro con macchie e fibre di verde vivo esteriormente e verde chiaro internamente si presenta ricchissima di particelle di pirite una grande azza delle dimensioni relative 132,51 e 33 mm. colla durezza = 6 e col p. s. = 2,949. È inattaccabile dagli acidi e sebbene sia assai difficilmente fusibile, pure è una varietà di *tremolite* con pirite, dalle fibre in masse finamente radiate a splendore di seta.

347. Di color bruno rossastro è un'azza di *chinzigite*: sarebbe la seconda nella mia collezione calabrese formata da questa bellissima roccia, tanto comune nella Calabria. Col p. s. = 2,905 e colla durezza = 6 è ben conservata ad eccezione del taglio che presenta varie fratture.

348. Superba azza conica nella parte superiore, col taglio arcuato quasi a cerchio, magnificamente levigata e conservata, di color verde oscuro, con punteggiatura giallo-rossigna, dovuta ai frammenti dei granati disseminati in questa bellissima *eclogite*, presenta il p. s. = 3,426 e la durezza da 6,5 a 7. È alquanto scabra nella parte superiore e distinguesi nettamente la parte che andava nel manico da quella, che restava fuori. Le dimensioni relative sono 101,44 e 28 mm.

I pesi specifici di tutti i pezzi fin qui descritti furono calcolati col mezzo della bilancia idrostatica alla temperatura media di 21° dell'acqua e quindi andrebbero moltiplicati pel coefficiente costante 1,0021 per la correzione di temperatura, mentre quelli delle due azze che seguono furono calcolati nell'istesso modo, ma colla temperatura dell'acqua a 14,3° e perciò dovrebbero essere moltiplicati pel coefficiente 1,00072.

349. Azzina di *giadeite*, di color verde chiaro, con alcune poche venuzze di verde più oscuro, levigatissima, schiacciata, dentata al taglio che è pellucido, con qualche frattura sopra una delle faccie, indicante la schistosità dell'importante sostanza minerale, di cui è formata quest'azza. Ha le dimensioni 51,27 e 5,5 mm., il peso assoluto di grammi 22,725, il p. s. = 3,32 e la durezza = 6,5. Mi fu regalata in questi ultimi giorni dal sig. Federico Cupelli e deriva da Rombiolo nel circondario di Monteleone.

350. Azza di *cloromelanite*, regalatami dal carissimo amico Luino, che l'ebbe dalla provincia di Catanzaro. È di color verde oscuro, quasi nero, levigatissima, rotta in una parte del taglio, nel resto assai bene conservata, e non mostrante che sopra una delle coste la scabrosità primitiva per l'immanicatura. Le dimensioni relative sono 104,49 e 19mm.; il peso assoluto 186,98 grammi; il p. s. = 3,437; la durezza = 7. Sarebbero quindi con questa ben dieci le azze di *cloromelanite* della mia collezione calabrese con un peso assoluto di circa 1195 grammi.

Dalla descrizione dei 50 nuovi pezzi, che, come già dissi, si riferiscono tutti alla Calabria e propriamente alla provincia di Catanzaro, si vede come i minerali più rari, quali la *nefrite*, la *giadeite* e la *cloromelanite*, ma specialmente la prima sostanza, prendano parte importantissima.

L'osservazione ultima non è fuor di proposito in questo momento, in cui la polemica sulla provenienza degli oggetti preistorici, rinvenuti in Europa e formati di tali rare sostanze, si è fatta così viva, specialmente in Germania, fra i cultori delle scienze paletnologiche ed altri, che, essendo mineralogisti di professione, coltivano con passione lo studio della paletnologia. Veramente in questa lotta poco si parla dell'Italia nostra e delle sue preziose reliquie, che pur meriterebbero di essere messe a computo per la loro bellezza, per la loro rarità e pel loro numero.

La questione si riduce a questo: alcuni sostengono che la *nefrite* e la *giadeite*, lasciando per un momento da parte la *cloromelanite*, che, come si sa, non si è trovata ancora in posto in alcun luogo, sono esotiche per l'Europa e quindi che i

manufatti in quelle sostanze sieno derivati dall'Oriente, dove quei minerali si trovano in posto, il primo in varie contrade dell'Asia, nella Nuova Zelanda e nella Nuova Caledonia, ed il secondo cioè la *giadeite* nella Cina e nell'Indostan, dove viene importato da Bhamo, città commerciale dell'Irawaddy nell'impero birmano; altri sostengono che quelle due rare sostanze debbano trovarsi in Europa in posto o quali massi erratici, e quindi le azze, gli strumenti, gli amuleti di *nefrite* e di *giadeite* sieno stati fabbricati in Europa. A capo della prima falange, che sostiene l'importazione della *nefrite* e della *giadeite*, sta l'ill. Fischer, che bene si può chiamare il padre della mineralogia applicata alla paletnologia, non solo in Germania ma in tutta Europa, per non dire anche nelle altre parti della terra. Nessuno certamente più di lui, che rappresenta una delle più belle e delle più simpatiche illustrazioni della Germania, ha maggiormente studiato questa questione, e nessuno ebbe ad esaminare tante *nefriti* e *giadeiti* e *cloromelaniti*, quante il valentissimo naturalista di Friburgo: per le mani dell'illustre scienziato dal 1873 al 1881 passarono delle azze di *giadeite* pel peso assoluto di 15690 grammi, di *cloromelanite* 5334 e 558 di *nefrite;* a questi pesi, altra volta da me menzionati, converrebbe aggiungere quelli dell'immenso numero di strumenti in queste rare sostanze, che furono sottoposti al suo studio, al suo esame dal 1881 ad oggi.

Contro di lui si elevò primo il sig. A. B. Meyer, zoologo di Dresda: fu seguito dal Credner e dall'Arzruni come pure dal Virchow e dal Fraas, che dal più al meno sostennero che le *nefriti* e le *giadeiti* sono indigene dell'Europa.

Il Meyer ed il Fraas, osservando che gli oggetti preistorici in *nefrite* furon trovati per la maggior parte nelle palafitte svizzere e sono invece rarissimi nell'Europa orientale, e come quelli in *giadeite* sono più diffusi e si sieno trovati in maggior numero nel nord-ovest dell'Europa, vengono per tale distribuzione alla conclusione, che quelle due rare sostanze minerali debbano trovarsi nelle Alpi, cioè nelle orientali la *nefrite*, e nelle occidentali la *giadeite*. Il Meyer basa la sua critica sopra i massi erratici di *nefrite* di Schwemsal, di Potsdam e di altri luoghi in Germania, nonchè sulla scoperta fatta da non molto tempo dal Pichler di una roccia simile ad una *nefrite* (che è un minerale e non una roccia) nel Tirolo, e all'altra di un minerale molto simile alla *giadeite*, che sarebbe stato rinvenuto dal Damour al M. Viso. Il Virchow ritiene col Meyer che nelle Alpi occidentali si dovrà scoprire la *giadeite* degli oggetti preistorici d'Europa. Il Meyer però andò più avanti, facendo sapere con pubblicazioni sopra tutti i giornali di Germania, che la *nefrite* era stata trovata in posto nell'America settentrionale e precisamente nella penisola di Alaska, quindi che i manufatti di questa rara sostanza, specialmente quelli di America, dovevano derivare da quella regione. Entrò perciò la questione della *nefrite* in una nuova fase e molto avanzata. Della sostanza battezzata dal Meyer per *nefrite* esistono al Museo di Berlino da 30 a 40 pezzi fra azze, martelli ecc. portati da Alaska dal signor Jacobson. Ma mentre non posso dire, se tutti quei pezzi sieno preistorici o se fra essi ve ne sieno anche di recente lavorazione, posso però affermare che questa sostanza di Eskimo di Point Barrow in Alaska, che il sig. A. B. Meyer di Dresda, senza alcuna analisi, avea proclamato in tutti i giornali tedeschi come *nefrite*, mostrandosi talora inclinato anche per la *giadeite*, non è nè *nefrite*, nè *giadeite*, ma

in seguito ad un'accurata analisi dell'ill. sig. F. W. Clarke, capo chimico dell'Istituto Smithsoniano di Washington, è stata determinata come *pectolite*. La *pectolite* sarebbe un minerale isomorfo colla wollastonite, che presentasi in Scozia in aggregati fibrosi della lunghezza fin anco di un metro, ma che finora in nessun luogo era stato scoperto allo stato cripto-cristallino e tale da essere atto alla lavorazione di strumenti litici.

A questa sostanza, che non arriva che al 5° grado di durezza, ricorsero le popolazioni preistoriche d'Alaska evidentemente in mancanza di materiale migliore e più duro.

La sua composizione chimica poi non ha nulla a che fare nè colla *nefrite*, nè colla *giadeite*, come rilevasi dall'analisi dello stesso signor Clarke (1) che qui riproduco:

Acqua	4,09
Silice	53,94
Calce	31,21
Magnesia	1,43
Soda	8,57
Allumina con alquanto ferro . .	0,58
	100,82

Il signor Clarke aggiunge che il colore è verde pomo chiaro, derivante forse dalle traccie di ferro; che la sostanza è compatta, dura, facilmente fusibile e col p. s. = 2,873, anche questo troppo basso per una qualunque *nefrite*.

Tutto ciò, osserva l'ill. Fischer, fa vedere un'altra volta di più come sia assai pericoloso, specialmente in mineralogia, di giudicare una sostanza dal solo aspetto esteriore, e ad occhio e croce determinarla per una o per altra specie minerale: non si stanca perciò di raccomandare la massima prudenza nei giudizi, ora specialmente che lo studio della petrografia per la nuova distribuzione delle roccie, che van man mano ricevendo sempre nuovi nomi coll'uso del microscopio, si fa difficile anche pei naturalisti, che da molti anni si dedicano a questa partita.

Però il silenzio quasi completo conservato anche dagli stessi archeologi ed antropologi tedeschi dopo gli attacchi del signor Meyer farebbero seriamente pensare sull'opinione sostenuta dal Fischer, se non si conoscesse la rara modestia, accoppiata in quell'uomo alla immensa dottrina in proposito. Il Fischer, cui si rivolgono per pareri tutti i paletnologi della terra, desidera più di qualunque altro la luce sulla questione della *nefrite*, però nell'interesse della scienza, pel suo progresso, brama che le opposizioni vengano a lui da persone competenti, da mineralogisti di professione, da gente che fondi le sue critiche sopra esperienze mineralogiche, geognostiche, archeologiche; desidera in una parola che la procedura sia assolutamente scientifica.

Ed ha ragione quando afferma che non bastano pochi massi isolati di *nefrite* per dire ch'essa dev'essere in posto non lungi da quei massi, ciò che si potrebbe forse dire solo quando questi massi o ciottoli fossero in numero considerevole, essendo solo allora sperabile di trovarla in vene ed in piccoli banchi nelle nostre Alpi.

(1) *Aus den Verhandlungen der Berliner anthropologischen Gesellschaft*, pag. 261.

Per altro la polemica sulla *nefrite*, divenuta così accentuata negli ultimi mesi, per opera specialmente del sig. Meyer, ha portato il suo beneficio: essa ha spinto molti studiosi alle ricerche della *nefrite* e della *giadeite* nelle Alpi e nei Pirenei e si è ottenuto il risultato che una specie di vera *nefrite* fosse trovata in posto anche in Europa. La rinveniva il prof. dott. H. Traube (1) nelle formazioni serpentinose delle montagne di Zobten in vicinanza di Jordansmühl, cho sta ad oriente di Schweidnitz ed a sud-sud-ovest di Breslavia nella Slesia: si presenta in sottili vene e piccoli banchi in stretta unione col cosidetto *Weichstein*, una specie di roccia consistente essenzialmente di plagioclasio con un po' di quarzo.

Ma se per la scienza in generale questa scoperta è così interessante, non lo è tanto per l'archeologia europea, perchè non vi esistono azze di *nefrite* nella Germania orientale e nessun'azza di *nefrite* e di *giadeite* si conosce dalla Slesia alla Baviera, notando che anche nell'Austria sono rarissime.

Dallo studio di circa 30 sezioni sottili di oggetti di *nefrite* e di *giadeite*, appartenenti a varie contrade della terra, fatto in questi ultimi tempi dal prof. Arzruni, egli sarebbe condotto in seguito al suo esame chimico-mineralogico alla conclusione, che vi esistono differenze tra *nefriti* e *giadeiti* lavorate raccolte in luoghi differenti, che queste differenze sono costanti ed indicano anche provenienze diverse e che quindi cade l'ipotesi secondo la quale tutti gli oggetti lavorati di *nefrite* e di *giadeite* sparsi per l'Europa e le Americhe avrebbero una comune esotica origine, come riporta l'ill. prof. Strobel (2), che promette ulteriormente occuparsi di questo argomento con quella competenza, che a quell'egregio scienziato è propria (3).

Ma questa conclusione e la constatazione stessa fatta da ultimo dal prof. Arzruni (4) che la specie di *nefrite* di un'azza trojana, mandata in Europa dallo Schliemann, corrispondeva perfettamente colla *nefrite* svizzera, che in ciottoli si rinvenne a Maurach, Neuenburg e Zilli, se segnano un progresso nelle scoperte, sono ben lungi dal far sperare una soluzione del problema generale sulla derivazione della *nefrite* in Europa, se pure non lo complicano.

Al Credner, che, nei massi di *nefrite*, trovati in formazioni diluviali della Germania, e che avrebbero formato il materiale pei manufatti di *nefrite* in Europa, vorrebbe vedere dei massi erratici trasportati dalla Scandinavia nell'epoca glaciale per mezzo di zattere o monti di ghiaccio o di morene profonde, rispondono il Fischer ed i suoi seguaci, che in Scandinavia, per quanto sia conosciuta la sua natura geologica, in nessun luogo fu trovata in posto la *nefrite*, che quei massi mancano assolutamente di impronte glaciali, che in ogni modo, se da quella contrada fossero derivati dei massi ed in quel modo, con tante ricerche che si fecero, aumentate straordinariamente negli ultimi tempi, s'avrebbe dovuto trovarne un numero maggiore,

(1) Leopoldina (Amtliches Organ der kaiserlichen Leopoldino-carolinischen deutschen Akademie der Naturforscher) Halle, aprile 1884.

(2) P. Strobel, *Provenienza degli oggetti di Nefrite e di Giadeite.* Bullettino di paletnologia italiana, anno IX, fasc. 11 e 12, 1883, pag. 6 e 7.

(3) P. Strobel, *Provenienza dei manufatti preistorici di Nefrite e di Giadeite.* Bullettino di paletnologia italiana, anno X, fasc. 6 e 7 1884.

(4) *Erste Beilage zur Vossischen Zeitung*, 3 luglio 1884.

e che esiste invece grande somiglianza petrografica fra le *nefriti* trovate in Germania e quelle della Siberia.

Si parla da qualcuno degli oppositori del Fischer della provenienza della *nefrite* e della *giadeite* dalle Americhe. A me sembrerebbe più giusto, se quegli egregi scienziati, i quali trasportano la questione al di là dell'Atlantico, mantenessero le loro critiche per ora solo per l'America settentrionale e se vuolsi anche per la centrale, derivando da Costa Rica nell'America centrale i molti oggetti di *giadeite* posseduti dal Museo nazionale di Washington. Infatti di *nefrite*, che io mi sappia, non si conoscono finora nell'America meridionale che un' azza del lago di Valencia nella Venezuela, esistente nel Museo etnografico di Berlino, menzionata dal Fischer (') e studiata al microscopio dal prof. Arzruni, che la trova di tipo nuovo per la mancanza di inclusi, di cui non vede traccia; ed un' altra portata in Erlangen dal luogotenente H. Will dal suo viaggio nel Brasile e propriamente da Philadelphia nella provincia di Minas Geraes, recentemente descritta dal Fischer (²), analizzata nel laboratorio privato del dott. Scheidt e studiata al microscopio dall'Arzruni (³): ma non credo sieno conosciuti altri oggetti in *nefrite* dell'America meridionale.

Non ho avuto la fortuna nel mio breve soggiorno a Rio Janeiro di visitare la collezione del signor Joãs Barbosa Rodrigues, che per quanto so rappresenta in quell'importante centro l'archeologia e l'etnografia secondo lo stato scientifico europeo; so per altro che quella sua collezione possiede ornamenti ed azze in pietre verdi, che per la maggior parte però si riducono a *pietre delle Amazzoni* (⁴), che non sono che dei feldispati ortoclasici verdi, e che se si eccettua un' azza, che al peso specifico, alla durezza, al colorito, ecc. sembrerebbe una *giadeite*, nessun altro pezzo di quella collezione porterebbe a pensare con certezza ad una *giadeite* o ad una *nefrite*. Nè mostrerebbe oggetti preistorici in quelli rare sostanze, nè in *cloromelanite*, il ricco e superbo Museo antropologico etnografico di Rio Janeiro, diretto dal dott. Ladislao Lopez Netto, che visitai nell'ottobre 1882 collo scopo principale di vedere, se fra i numerosi oggetti litici, che ivi si conservavano, vi fossero azze, martelli, scalpelli, punte di freccia, ecc. in quelle rare sostanze minerali. Il risultato del mio esame a questo riguardo fu nullo, giacchè nel migliaio circa di ascie e martelli di pietra di quella vistosa collezione non mi parve di vedere alcun oggetto, che potesse rappresentare una *nefrite* od una *giadeite*, che sono invece forse a comporre altri oggetti d'ornamento, come dei gingilli, ed hanno una probabile derivazione recente: la *cloromelanite* vi mancherebbe secondo me assolutamente. Fra quegli oggetti predominano invece le roccie dioritiche e con compiacenza vidi due bellissime azze di sillimanite o bucholzite, con macchie oscure, ma senza granati ed analoghe alle mie di Calabria; alcuni martelli sono pure identici a questi di Calabria, che già altra volta dissi di tipo americano. Come specialità pregevolissima di quelle collezioni litiche ricorderò

(') H. Fischer, *Nephrit und Jadeit nach* ecc. Stuttgart, 1875, pag. 47 e 340.

(²) *Correspondenz-Blatt der deutschen Gesellschaft für Anthropologie*, ecc. Februar 1884, pag. 15.

(³) *Separat-Abdruck aus dem neuen Jahrbuch für Mineralogie, Geologie und Paleontologie.* Jahrgang 1884. II Band. Stuttgart, pag. 215-16.

(⁴) H. Fischer, *Amazonensteine.* Archiv für Anthropologie. 1880, pag. 7-28, con una tavola.

da 10 a 12 pezzi in quarzo jalino, fra cui una grande punta di freccia, mirabilmente lavorata e veramente superba nel suo insieme.

Le punte di freccia in generale nel Museo di Rio Janeiro sono pochissime in confronto alle azze: l'opposto si verifica in quello di Buenos Aires, dove troviamo in numero infinito le punte di freccia, provenienti specialmente dai *paraderos* di Patagonia, costituite per la maggior parte di quella rara trachite, che ebbi a descrivere (1), come quella nella cui massa fondamentale isotropica manifesta in numero infinito minutissimi cristalli prismatici, che sembrano il risultato della devitrificazione della stessa materia fondamentale: numerose sono pure nella Repubblica Argentina le punte di freccia di ossidiana, che a Rio Janeiro invece sono in pochissimo numero. Numerosissimi sono a Buenos Aires i martelli dello stesso tipo del calabrese, ma per l'esame da me fatto ad occhio e croce, mi pare di poter conchiudere che la *nefrite*, la *giadeite* e la *cloromelanite* mancano anche là assolutamente.

Nè posso a meno di aggiungere che nelle mie esplorazioni lungo il Rio Negro, sulle sponde del Golfo Nuovo, lungo il Rio di Santa Cruz e di Gallegos sulle coste orientali di Patagonia, nonchè sulle meridionali lungo lo Stretto di Magellano e lungo le sponde dei canali della Terra del Fuoco metteva la maggiore attenzione nell'osservare tanto nelle roccie in posto, quanto nei conglomerati e nelle alluvioni e sulle spiaggie marine, se m'avvenisse di trovare quelle rare sostanze minerali o qualche cosa, che a quelle fosse analoga. Ma debbo confessare, che a questo riguardo ho avuto a provare le maggiori disillusioni, non avendo trovato laggiù un solo ciottolo che mi richiamasse alla *nefrite*, alla *giadeite*, alla *cloromelanite*: predominano colà le roccie amfiboliche e le granitiche colle porfiriche.

Sebbene io sia ben lungi dal negare assolutamente la presenza di quei rari minerali nella eccelsa Cordillera delle Ande e nei monti della Terra del Fuoco, pure quelle mie assidue ricerche, riuscite così vane, mi porterebbero nuovamente all'idea dell'illustre mio amico Fischer, che proprio nell'Asia dobbiamo cercare la provenienza delle *nefriti*, che somministrarono il materiale pei manufatti in quella sostanza, che si trovano dispersi per l'Europa.

All'asserzione del Virchow (2) che i manufatti preistorici di *nefrite* e *giadeite* sono diffusi per l'Europa a raggi da mezzodì verso settentrione ed occidente, nè già da nord a sud, se non fosse altro, si opporrebbe la mia collezione, che sopra 350 pezzi ne conta ben 22 fra *nefriti* e minerali a questa sostanza molto affini, due di vera *giadeite* e 10 di *cloromelanite*. Ma non basta ciò, perchè a questo numero dobbiamo aggiungere due azze di *nefrite* della collezione Nicolucci e provenienti pure dalla Calabria, altra di *nefrite*, esistente a Reggio di Calabria, nè trattandosi del mezzogiorno d'Europa, posso tacere di due azze di *giadeite*, trovate in Sardegna, che descriverò assieme ad altre in speciale Memoria e di cui una col p. s. = 3,352 fa parte della collezione Sclavo, ora posseduta dall'egregio avv. Vittorio Aperlo di Sassari e l'altra col p. s. = 3,334 regalatami dall'ottimo amico mio dott. Antonio Giuseppe Usai. E a queste rare reliquie chi sa quante altre ancora esistenti nei vari

(1) D. Lovisato, *Di alcune armi e utensili dei Fueghini e degli antichi Patagoni.* Atti della r. Accademia dei Lincei, Vol. XI. Seduta del 18 marzo 1883, pag. 9.

(2) P. Strobel, lavoro cit. pag. 8.

musei pubblici e privati d'Italia si dovrebbero aggiungere, quando fossero chimicamente, mineralogicamente determinate. Così non credo molto amore m'inganni asserendo fin d'ora, che dallo studio delle collezioni dell'ing. Giuseppe Quaglia e del signor Ponti, che rinserrano quanto di più bello si potè raccogliere sul lago di Varese e specie nelle torbiere di Cazzago-Brabbia e Pustenga, risulterà che la *nefrite*, la *giadeite* e la *cloromelanite* non fan difetto fra le bellissime azze di quelle magnifiche collezioni.

Di *cloromelanite* è certamente una superba accetta col p. s. = 3,43, derivante dalla provincia di Como e favoritami per lo studio dall'ill. mio amico Pompeo Castelfranco di Milano; una seconda di piccole dimensioni, regalatami dallo stesso ing. Quaglia, che la comprò a Roma da un antiquario, ed una terza da me descritta nell'anno passato (1) ed appartenente al Museo di Torcello della veneta laguna.

L'ill. Virchow e gli altri avversari del Fischer dal loro centro di distribuzione geografica permetteranno un raggio proprio da nord a sud, attraversante tutta l'Italia, raggio che si farà tanto più naturale e tanto più importante, quanto maggiormente procederà lo studio chimico-mineralogico del materiale raccolto nei nostri musei e non ancora determinato. Della necessità di questo studio si persuaderà chiunque pensi che di 116 azze, conservate nei musei di Madrid e ritenute di *nefrite*, il prof. Quiroga riconobbe che ben 113 erano invece di *fibrolite*, due di *giadeite* ed una sola ed ancora dubbiosamente di *nefrite*.

In ogni modo il problema sulla *nefrite* è certamente entrato in una fase acuta, ma alla sua soluzione completa, che possa aquetare tutti gli avversari del Fischer, non si arriverà, se non quando saranno a fondo esplorati tutti i massicci delle Alpi e dei Pirenei.

(1) D. Lovisato, *Nota sopra alcuni oggetti litici del Museo di Torcello*, con una tavola. Atti del r. Istituto veneto di scienze, lettere ed arti. Tomo I, serie VI. Venezia, 1883.

Conglomerato del Tavolato; Pozzo artesiano nella lava di Capo di Bove; Storia dei vulcani laziali accresciuta e corretta.

Memoria del Socio GIUSEPPE PONZI

letta nella seduta del 3 maggio 1885.

A me sembra che la priorità nel concepire l'idea che, i laghi albano e nemorense siano derivati dalla vulcanicità terrestre, abbiasi ad attribuire a Giovanni Girolamo Lapi, il quale la espresse in una lezione recitata in Roma agli accademici Quirini nel 1758 (1); come pur credo che il primo abbozzo di una carta geologica sia opera di Leopoldo Gmelin, il quale la pubblicò a Heidelberga nell'anno 1814 (2). In questo stato primordiale era la scienza geologica allorchè viveva in Roma il celebre bassanese Gio. Battista Brocchi, uno dei più distinti naturalisti investigatori della vulcanicità terrestre, tanto sviluppata nella nostra penisola. Guidato egli dai più sani principî della scienza nelle sue molte e laboriose ricerche fatte sulla origine delle rocce vulcaniche specialmente spettanti al Lazio, gli occorse rimarcare un conglomerato *sui generis* di cui non conosceva altro esempio nelle rocce da lui esaminate in questa regione. Il conglomerato gli si mostrò in un' affioramento sul quale era stata fabbricata l'osteria del Tavolato sulla via Appia nuova, e perciò non potendone riconoscere l'origine la sua scoperta restò problematica.

Succeduto al Brocchi nelle ricerche geologiche, quando ancora la scienza navigava in acque basse, io dirigeva i miei studî alla fisica costituzione dell' Italia centrale, e specialmente sulle norme del mio predecessore mi occupava dei vulcani del Lazio, aggiungendo le mie osservazioni a quelle dell'illustre iniziatore di tali studî nel mio paese nativo.

Lo scopo dei miei lavori in fine era quello di determinare la storia, ovvero la vita dei vulcani laziali, che per un'alternanza di periodi di attività e di quiete, ebbe principio durante l'epoca quaternaria, allorchè dai vulcani cimini il fuoco si trasferì nel Lazio, per continuare le emanazioni eruttive fino a tempi nostri, nei quali sono rappresentate dai moderni terremoti. Questa vita planetaria venne da me pubblicata negli Atti della r. Accademia dei Lincei col titolo di « *Storia dei vulcani*

(1) Nel Giornale dei letterati per gli anni 1758-1759 alla pag. 103 trovasi stampata la Memoria di G. Girolamo Lapi: *Intorno alla origine dei due laghi albano e nemorense* letta all'Accademia quirina il 3 settembre 1758.

(2) *Observationes oryctognosticae et chemicae de haüyna et de quibusdam fossilibus, quae cum hac concreta inveniuntur praemissis animadversionibus geologicis de montibus Latii veteris. Auctor Leopoldus Gmelin, Doctor medicinae et chirurgiae* ecc. *cum tabula geographica.* Heidelbergae MDCCCXIV.

laziali » (1). Ma siccome questi Atti non sono facili ad aversi, se non dai Soci, e gli estratti di quella pubblicazione, da me divulgati, essendo stati presto esauriti, così quella ricercata Memoria, dopo otto anni divenuta rarissima, richiede di essere nuovamente fatta di pubblica ragione.

Frattanto il prof. F. Strüver pubblicava i suoi studi petrografici sulle lave laziali comprendendovi anche quelle racchiuse nel conglomerato del Tavolato in questione, e fra i minerali costitutivi di quella roccia rinveniva il sanidino, feldspato rinvenuto fino allora assai raramente nei prodotti vulcanici di tale contrada. La Memoria parimenti venne inserita negli Atti dell'Accademia dei Lincei (2), e riuscì interessantissima, avvegnachè l'aver trovato quel minerale, così abbondante nei materiali emessi dai vulcani sabatini, mi metteva nella posizione di emendare la mia storia laziale, con aggiunte e correzioni.

Dopo la scoperta del sanidino fatta dallo Strüver, mi fu avvisato dall'ingegnere Giuseppe Basilici che nei lavori della linea di tramway per Marino era stata posta allo scoperto una larga sezione della suddetta roccia del Tavolato, invitandomi a più sicure osservazioni. Accettai l'invito, e difatti il giorno 1° aprile 1882 insieme al mio assistente prof. Romolo Meli e ai professori Keller e Mengarini, accedemmo sul luogo, e praticate le opportune indagini ci fu dato conoscere essere quella una roccia di trasporto di data recente composta di masse diverse, talune più antiche, laviche, contenenti sanidino, miste ad altre di diversa derivazione rimescolate dalle acque. Tale stato di cose ci condusse a pensare che, mentre i vulcani sabatini declinando eruttavano ancora lave feldspatiche, per interna deviazione dei cunicoli, queste si trasferivano nel Lazio colle prime eruzioni; le quali materie in seguito scomparvero nei vulcani laziali.

In tale occasione le osservazioni geologiche fatte all'osteria del Tavolato hanno confermato altresì che quel conglomerato composto di rocce erratiche, una delle quali racchiudente sanidino come componente essenziale della roccia, venne deposto da una fiumana corsa sopra un terreno vulcanico rimescolando tutto ciò che incontrava per via. A verificare un tal fatto si fecero sopra un certo raggio all'intorno varie ricerche, e si trovarono tracce di quella roccia feldspatica in direzione del fiumicello Almone; il che mi condusse ad attribuire l'impasto di quelle rocce all'avvenimento narrato da Dionisio d'Alicarnasso del debordamento del lago albano, che generando una vasta corrente si gettò nel Tevere in direzione dell'Almone, recando danni gravissimi alle soggette campagne, in seguito di che si determinarono i Romani alla costruzione dell'emissario onde fissare il livello delle acque di quel lago (3).

Così erano le cose allorchè un raggio di nuova luce giunse a meglio rischiarare la storia geologica dei vulcani laziali, e precisare non solo l'epoca in cui il fuoco terrestre erompette per la prima volta nel Lazio, ma altresì a far conoscere i periodi principali di conflagrazione, per i quali, quella regione fu ridotta allo stato in cui si trova. Il Ministero della Guerra a fine di rinvenire acqua potabile per prove-

(1) Tomo II, serie 2ª, 1875.
(2) Tomo III, serie 3ª, vol. I, 3 decembre 1876.
(3) Atti della r. Accademia dei Lincei, ser. 3ª, vol, XIII, 1881-1882.

derne il nuovo forte denominato dell'*Appia antica,* ordinava una perforazione artesiana attraverso la lava della corrente di Capo di Bove presso la tomba di Cecilia Metella, e ne commetteva l'esecuzione al sig. ing. Perreau, il quale fece di pubblica ragione i risultati delle sue operazioni in una lettera inserita nel giornale il *Popolo Romano* in data 6 decembre 1884, circa la quale epoca fu dovuta sospendere la perforazione del terreno a causa del collocamento dei tubi nel foro fino allora eseguito.

Tali risultati sono quelli esposti nella seguente tabella; ma si deve ricordare che in essa sono registrate le stratificazioni in ragione dell'avanzamento della sonda, cioè dall'alto in basso coll'aggiunta della loro spessezza e profondità, la seconda delle quali, cioè la profondità, interessa solo la geologia.

N. d'ord.		Profondità	Spessore
1.	Terreno vegetale e lave decomposte. . . . . met.	1.72	1.72
2.	Lava basaltina con leuciti . . . . . »	13.28	11.50
3.	Tufo alterato dal contatto delle lave. . . . . »	14.08	0.80
4.	Tufo leucitico litoide di color rosso. . . . . »	17.78	3.70
5.	Pozzolana rossa . . . . . »	19.94	1.26
6.	Pozzolana scura . . . . . »	20.57	1.53
7.	Cenere vulcanica. . . . . »	28.63	8.06
8.	Tufo terroso . . . . . »	31.29	2.66
9.	Tufo litoide rosso . . . . . »	34.27	2.98
10.	Scorie basaltine con mica . . . . . »	37.23	2.96
11.	Ceneri agglutinate grigie con cristalli anfigenici . . . . . »	39.23	2.00
12.	Tufo litoide giallo . . . . . »	41.74	2.51
13.	Detriti di lave e tufi litoidi . . . . . »	47.93	6.19
14.	Colata di lava alla base scoriacea . . . . . »	52.43	4.50
15.	Lapilli e frammenti di lave. . . . . »	58.40	5.97
16.	Tufo terroso . . . . . »	60.93	2.53
17.	Colata di lava compatta, anfigenica, scoriacea alla base . . . »	63.00	2.07
18.	Pozzolana terrosa. . . . . »	65.00	2.00
19.	Tufo poco coerente leggerissimo. . . . . »	67.00	2.00
20.	Sabbia con detriti di lava o di tufo rimescolati ed impastati dall'acqua. . . . . »	69.00	2.00
21.	Fango finissimo di materie vulcaniche decomposte. . . . . »	73.00	4.00
22.	Ceneri cementate ed indurite. . . . . »	74.50	1.50
23.	Materie argillose provenienti da materie vulcaniche. . . . . »	75.60	1.10
24.	Limo vulcanico . . . . . »	79.29	3.69
25.	Marne quaternarie di color turchino oscuro con noduli di argilla biancastra e conchiglie di acqua dolce. . . . . »	87.00	7.71

Ripresi in seguito i lavori, le marne si fecero sempre più sabbionose fino alla profondità di altri m. 2,20 dove si convertirono in un leggiero letto di sabbia, contenente elementi vulcanici, poi di nuovo ricomparvero le stesse marne per riposare su di un letto di minuta ghiaia, forse rappresentante il terreno diluviale o pliocenico come

vorrebbero alcuni. E qui ci conviene tralasciare la discesa della sonda, la quale venne di nuovo sospesa per la fuga di un forzato lavorante; ma essa è sufficiente per il fine che ci siamo proposti, cioè di vedere fino a qual punto giunga la scala dei sedimenti vulcanici, sovra incombente ai letti nettuniani più antichi.

La escavazione del detto pozzo artesiano nella lava di Capo di Bove è stato un avvenimento interessantissimo per la geologia romana, avvegnachè ci ha fatto manifesta una sezione, che comprende tutti i tempi trascorsi in quel luogo del Lazio di cui non avremmo cognizione se non per mezzo della sonda. E sebbene quel foro, per la sua ristrettezza, non possa somministrarci indizio di grandi fenomeni; pure tuttavia le diverse materie eruttate mostrateci dalla scoperta scala stratigrafica ci fanno argomentare le alternative delle recrudescenze e degli indebolimenti, o sospensioni, non che la visita fatta dalle lave per ben tre volte in quel luogo, senza peraltro che si possa sapere da quali sbocchi derivarono, per correre sopra quella superficie leggermente inclinata. Questo è quel poco che abbiamo potuto acquistare per le ricerche praticate in grazia dei lavori che si stanno eseguendo per ottenere acque potabili; imperocchè sembra che la sonda approfondandosi di più non attraversi altro che sedimenti nettuniani.

E poichè siamo a parlare della colata di Capo di Bove è necessario aggiungere ciò che sappiamo dell' altra lava parimenti basaltina anfigenica, anche distesa in colata superficiale che può dirsi sorella e che corre a sinistra di quella da nord-ovest a sud-est, per arrivare ad Acquacetosa e Vallerano sulla via ardeatina. Ambedue quelle correnti sembrano contemporanee, emesse in un medesimo tempo sotto la forma di ingenti nappe rovesciate dal cratere del lago albano e discese sul dorso del cono. Queste correnti però sono ben distinte per i minerali componenti, secondo le analisi petrografiche del vom Rath.

La discesa di queste lave in direzione nord-ovest, dal cratere Albano, potrebbe far sospettare, essere state vomitate nei tempi moderni, prima che venisse poi ricoperta la loro origine dalla formazione dei peperini. Però a questo stato di cose non sappiamo dar giusta spiegazione; giacchè tanto le lave quanto i fanghi dei peperini che si versarono sopra di loro, se fossero state contemporanee, perchè gli antichi scrittori, che accennano ai peperini formatisi in tempi modernissimi, non fecero eziandio menzione di tanta emissione di lava corsa in superficie del suolo ferace di danni gravissimi sotto la dominazione latina? Allorchè le osservazioni saranno più avanzate e meglio verrà conosciuta la storia del cratere albano, vedremo manifesta la verità e sciolto il problema che fin qui resta insoluto. Ciò posto, conviene ora rivolgere l'attenzione alle condizioni in cui si trovò il Lazio, prima che divenisse il teatro dei grandi avvenimenti vulcanici.

L'epoca quaternaria lentamente succeduta alla pliocenica, che nella escavazione del pozzo artesiano attraverso la lava di Capo di Bove, viene rappresentata da potenti depositi di argilla turchina con conchiglie d'acqua dolce, analoghi a varî altri simili depositi osservati nella gran valle diluviale del Tevere, come alla piazza di Spagna allorchè furono scavati i fondamenti della colonna della Concezione, alla piazza Barberini sotto le fondazioni di una casa; alla via Sistina nelle fondazioni che ora si stanno eseguendo nella casa sull' angolo della via s. Giuseppe a Capo le Case; al

Quirinale nel ricostruire la strada dinnanzi a S. Silvestro; nel fondo dell'alveo tiberino nella costruzione del ponte di Ripetta ecc., fu un tempo veramente fortunato e felice, non meno dei precedenti per le contrade latine; avvegnachè un cielo limpido e sereno, la cui atmosfera non mai agitata da burrasche, rendea tranquille le acque dei laghi di cui era ricoperto il Lazio, entro le quali gli esseri viventi poteano menare in pace i loro giorni e a loro bell'agio moltiplicarvisi, ove meglio poteano godere delle condizioni richieste dalla vita. Però conviene osservare che quella tranquillità di natura veniva di quando in quando turbata da qualche commozione sismica, come viene accennato da quel leggiero strato di sabbia intercalato alle argille lacustri o dalla deposizione delle minute ghiaie che loro fanno letto, e che indicano acque in movimento, causato dai moti vitali del pianeta che internamente non lasciavano di compiersi.

Dopo che i vulcani sottomarini del Viterbese avevano tanto scorazzato, e versata una immensa quantità di lave, nel decorrere dei secoli pliocenici, è naturale che al principiare del quaternario i cunicoli di passaggio si trovassero in gran parte ostruiti per il raffreddamento delle lave, e perciò queste tentassero altre vie attraverso le fenditure delle rocce. Ed eccole dirigersi verso il Lazio e spiegare un impeto immane, per il quale avvenne il sollevamento delle rocce plioceniche già deposte e l'urto sismico contro le pareti delle fratture attraversate.

Era quello il tempo in cui per il rialzamento di temperatura, al declinare del periodo glaciale, immense fiumane scendeano dai monti per fusione dei ghiacci, e cacciate via le acque salse plioceniche s'impadronivano di esse per convertirle in lacustri e dare origine ai laghi popolati da esseri destinati a vivere in quelle acque.

Così mi sembra possa darsi una spiegazione geologica dello stato in cui si trovava il Lazio allorquando coll'incremento dei sussulti sismici esplose il fuoco e le prime lave furono versate all'esterno accompagnate da lapilli, pozzolane e scorie scaraventate all'intorno, per dare origine alla scala stratigrafica vulcanica sovrastante alle argille. Così parimenti sarei di parere, poter dare in questo modo spiegazione al sanidino scoperto dallo Strüver nei blocchi erratici di lava compresi nel conglomerato dell'osteria del Tavolato sulla via Appia. Io crederei non allontanarmi dal verosimile dicendo che quella lava feldspatica sarebbe stata l'ultima ad essere emessa dai crateri sabatini, se la deviazione della materia liquida non l'avesse spinta ad essere la prima a comparire nelle eruzioni laziali, e quindi dai successivi depositi ricoperta e celata, poi per combinazione di avvenimenti tornata a ricomparire sotto forma di quei grossi ciottoli compresi nel conglomerato suddetto.

Frattanto i terremoti si facevano più frequenti, e sempre più crescendo d'intensità, le loro spinte finirono col mettere insensibilmente il Lazio fuori delle acque colla scomparsa delle paludi. È naturale che quella contrada dell'Italia centrale emersa, presto venisse occupata dagli uomini primitivi, se pure vi erano in quell'epoca quaternaria; i quali dovettero essere molto molestati da un sempre crescente vulcanismo che finì con l'esplodere del fuoco, mettendo a soqquadro tutto intero il paese. Allora si versarono le prime lave, e vennero scaraventate le materie detritiche, diffuse su tutto il paese sotto forma di scorie, lapilli, pozzolane, ceneri ecc., le quali

si adagiarono sulle argille lacustri, come si osserva nella scala dimostrataci dal foro artesiano di Capo di Bove.

Sfogato il primo e massimo impeto, si rallentano le eruzioni, con quelle alternative di recrudescenze o diminuzioni di forze, che sono proprie dei vulcani; imperocchè la vulcanicità si è già aperte le vie, pronte sempre a concedere nuovi passaggi, ogni qual volta vengano richiesti dalla pletora interna. Le eruzioni si fanno sempre più minori fino alla scomparsa del fuoco nel Lazio.

Questa prima fase potrebbe essere considerata come un primo periodo della storia geologica dei vulcani laziali, destinata in certo modo a preparare la crosta terrestre per una seconda fase eruttiva, che fu la più intensa e tremenda di tutte, e che diede alla contrada la forma di un vero e completo sistema vulcanico. Tale fu il primo parossismo eruttivo a cui venne sottoposto il Lazio, che riportiamo come una correzione o emendamento alla storia pubblicata nel 1875.

Ecco quanto posso fin qui dedurre dalla analisi dei blocchi erratici di lava dell'osteria del Tavolato e dall'escavazione del foro artesiano. Altre osservazioni sono serbate a chi verrà dopo di me per rendere quella cronologia geologica più perfetta, e per confermare le cognizioni che possediamo fin qui di quei vulcani, che misero a soqquadro tutto il nostro paese.

All'aspetto di una bocca eruttiva di tale ampiezza lo spirito umano resta maravigliato delle forze impiegate dalla natura per aprirla. Ma tanto più resterà sorpreso nel considerare che quella non fu sufficiente alla immensa quantità di lave che furiosamente venivano spinte dall'interno della terra. Affollate nel cunicolo centrale, tale impeto dovettero esercitare che forzando le pareti giunsero tante volte a spaccare l'intera montagna per injettarvisi sotto forma di filoni ed aprirsi una via di uscita, che sono altrettante bocche di soccorso. Nel salire da Monte Porzio a Monte Compatri e Rocca Priora si attraversano varî di quei filoni, d'ingente spessore fra i quali quello che sostiene il convento di S. Silvestro che non conta meno di 14 metri di potenza e 9 l'altro che gli è prossimo. L'acropoli dell'antico Tuscolo è sopra una enorme massa di lava da cui discende la corrente dei Camaldoli, e i paesi di Nemi e di Genzano sono parimenti sostenuti da enormi dicchi di lava, come se ne rinvengono eziandio lungo la curva catena dell'Artemisio.

Similmente grande è il numero dei coni parassiti coi loro crateri ausiliarî, i quali sono distribuiti a guisa di una ghirlanda intorno al gran centro eruttivo. Tutti offrono un diametro proporzionale che varia da 1 a 2 chilometri. Essi sono i crateri:

1. Nemorense.
2. Albano.
3. Aricino, riuniti in un triangolo.
4. Il laghetto, o di Giuturna sotto Albano.
5. La valle marciana presso Grottaferrata.
6. Di Frascati alla villa Montalto.
7. Di Prataporci e
8. Pantano Secco sotto Monte Porzio.

A questi si aggiungono i più eccentrici, che sono:

9. Il cratere di Giulianello.

10. Il Gabino o dell'antica Gabi,

11. e il piccolo cratere della Cecchignola presso Roma, i quali crateri nella loro distribuzione costituiscono un ordinato sistema vulcanico centrale e completo, quale viene determinato dal von Buch.

Tutti sanno che le eruzioni vulcaniche sono intermittenti perchè le parti costitutive dei loro sistemi non si formano ad un tratto, ma successivamente una dietro l'altra. Così nel Lazio in ragione dello svolgimento della parabola eruttiva, o per dir meglio ogni qual volta ricorreva un parossismo, l'emissione delle materie dava origine a parti nuove o a nuovi coni parassiti per accrescerne il numero e rèndere più complesso il sistema. Per tale ragione i tempi del primo periodo vulcanico nel Lazio devono essere stati lunghissimi e compresi in una numerosa serie di secoli.

Ma quelle tremende eruzioni non solo furono causa della comparsa di parti nuove alla composizione del sistema laziale, esse prestarono eziandio l'opera loro alla distruzione di quelle che avevano fatto nelle precedenti operazioni.

I crateri nemorense e di Albano aperti sull'orlo del gran cratere centrale ne demolirono una parte, lasciando per testimonio il monte Gentile che sorge fra loro per accennare la primitiva continuità. La foce dell'Algido, oggi detto la Cava dell'Aglio potrebbe essere attribuita ad una grande spaccatura delle pareti meridionali del gran cratere centrale per azione di forti terremoti concomitanti le più violenti eruzioni.

Nè mancano esempî di sprofondamenti operati dalle medesime cause. Il cratere della valle aricina sulla esterna pendenza del gran cono acquistò l'ampiezza attuale quando ne cadde una parte e lo sfiguramento dei crateri albano e nemorense, si deve parimenti attribuire a quei diroccamenti.

Ma rivolgiamo la nostra attenzione alle materie emesse nelle eruzioni per far notare che quel primo periodo ebbe i suoi caratteri mineralogici particolari. Le scorie, i lapilli, le sabbie, le ceneri sono le materie incoerenti lanciate fuori insieme alle lave da tutti i vulcani della terra, le quali in fine altro non sono che la stessa materia lavica frammentaria sotto diversa forma; laonde è sulle lave che dobbiamo dirigerci per indagarne la natura e riconoscerne i minerali che contengono. Le lave traboccate dai maggiori crateri del Lazio offrono sempre una immane potenza, però conviene avvertire che quelle correnti mentre sono di grande spessore e larghezza hanno una breve estensione perchè presto si arrestano formando sul suolo distinti rilievi. Questa caratteristica delle lave del secondo periodo eruttivo fa conoscere la loro densità vischiosa che le rese poco scorrevoli e impedì loro di distendersi, come poterono fare certe colate corse come torrenti di acque entro i fossi. Varie di quelle fiumane doloritiche furono attraversate dalla ferrovia, e perciò si resero scoperte le loro sezioni, e facili ad essere osservate e studiate. La corrente di S. Fomìa traboccata dal cratere albano, quella della Cecchina che le succede proveniente dal cratere aricino, quella di Morena aperta dal tunnel di Frascati, quella di Vermicino discesa dal cratere di villa Montalto ed altre, tutte si mostrano così larghe da arrivare a qualche centinajo di metri di fiumana, mentre le loro estensioni sono brevissime.

Quanto ai minerali che vi si contengono i più comuni sono i pirosseni, le leuciti, i granati, la nefelite, ecc., però variano nelle loro proporzioni ed alcuni possono anche mancare in ragione di tempo e di luogo. Infatti si vède che nelle lave

di questo periodo eruttivo i pirosseni sono quelli che preponderano sugli altri minerali, e si rendono distintivi e caratteristici dei suoi prodotti. Così si rinvengono lave disseminate di pirosseni verdi spesso di grosso volume, che qualche volta le rendono porfiroidi o augitofiri. Per tale caratteristica si distinguono gli augitofiri di Civitalavinia scaturiti dal cratere nemorense, quelli di Montagnano dal cratere aricino, le lave di Ciampino derivate dalla valle Marciana, e quelli di Vermicino spettanti alla bocca eruttiva di villa Montalto. All'uscita della Vallericcia sulla via di Fontana di Papa si trovano massi erratici di lava continenti cristalli di augite verde, che i contadini prendono per frammenti di bottiglie.

Ma il più gran periodo eruttivo del Lazio dopo aver dato lo sfogo necessario all'impeto vulcanico incominciò a cedere lentamente e declinare con emissioni sempre minori di materie eruttive. Cosicchè riguadagnato alquanto l'equilibrio le eruzioni finalmente si sospesero e l'ordine fu restituito alla regione latina dopo essere stato tanto malmenato.

Pero non è a credersi che al solito non restassero le abituali oscillazioni sismiche dall'opporsi ad una stabile tranquillità di natura. Avvegnachè il fuoco nascosto, quasi per riposo, si manteneva nell'interno della crosta terrestre per riaffacciarsi e tornare ad agire con nuovi fenomeni. Laonde non dovettero mancare gli avvisi che le operazioni planetarie non erano finite, ma sollecite a dar principio a nuovi lavori tellurici.

Noi non sappiamo quanto durasse quello stato di calma apparente; però certo è che al declinare dell'epoca alluvionale grandi fiumane scendevano ancora dai monti per fusione dei ghiacci, quando i terremoti fatti più frequenti e gagliardi annunciavano un nuovo sollevamento di lave nello stesso cunicolo centrale, che finalmente giunsero ad esplodere per da principio ad un terzo periodo eruttivo. Così ricompa-risce nel Lazio il fuoco dall'istessa bocca centrale, dando principio ad un terzo spandimento di materie frammentarie per la costruzione di un nuovo cono di dejezione sullo stesso seno del precedente cratere. Così si solleva il monte Laziale col suo cratere dei Campi di Annibale in piena eruzione che sempre più s'innalza per sovraposizione di nuove materie.

Un fatto simile di riaccensione si ripetè ai Campi Flegrei, nel 79 dell'era cristiana colla comparsa del Vesuvio entro la Somma (1), fatto che si verifica in altri vulcani del globo ove avvenne la stessa cosa. Imperocchè in moltissimi sistemi troviamo gli stessi risultati, cioè un cono eruttivo, o un sistema vulcanico di minori dimensioni compreso entro il cratere centrale di un altro più grande, certamente di più vecchia data, e indicante una riaccensione dopo un periodo di calma apparente. Laonde non dee far meraviglia se nel Lazio la cresta circolare dell'Artemisio rappresenti la Somma: il cono centrale del monte laziale o albano, corrisponda al Vesuvio; l'intercapedine fra ambedue, o i piani della Molara, sia analogo all'Atrio

(1) Dice Strabone che ai suoi tempi la Somma era una montagna cava composta di materie arsiccie e rivestita di dense foreste.

Da questa memoria si ricava che il detto vulcano avea già compìto il suo primo periodo eruttivo, e Dio sa da quanto tempo correva quella calma che si prolungò fino al 79 dell'èra volgare, quando ebbe principio la riaccensione vesuviana che dura ancora.

del Cavallo, o canal dell'Arena. Però si deve notare una differenza che il fatto dei vulcani napolitani è tanto più recente, e quello dei laziali più antico, e rilevato in una scala, almeno tre volte maggiore. Ora conviene rivolgere l'indagine alle forze eruttive spiegate in quel periodo di attività.

Se il sistema del Monte laziale è completo, vale a dire si compone di tutte le parti, ed è compreso in un sistema maggiore, è giuocoforza concludere che il processo formativo fu identico, ma l'impiego delle forze a produrlo fu minore. Il cono del Monte laziale sollevato dal fondo del cratere dell'Artemisio, sostiene la bocca centrale rappresentata dai Campi di Annibale compresi in un anfiteatro a pareti ripide e scoscese: anche questo cratere è slabrato, e soluto di continuità, come il primo, per servire di colatojo; però quest'apertura è interrotta dalla prominenza lavica della rocca albana, guardata dal Monte Cavo che è il punto culminante di tutto il Lazio.

La base di questo cono, ed anche il suo dorso sono sormontati da piccoli coni parassiti, come al vulcano dell'Etna in Sicilia, aperti per servire di soccorso nelle più violente eruzioni.

Le colline sulle quali sono i ruderi medioevali spettanti al Castello del Tuscolo, e il monte delle Tartarughe col suo cratere a ferro di cavallo rilevati sui piani della Molara che tanto bene si scorgono dalla sommità dell'acropoli dell'antico *Tusculum* si devono comprendere in questo numero. Varie altre piccole prominenze di questa specie sorgono ad oriente della montagna, ma poco visibili perchè nascoste da una selva quasi impenetrabile.

Le materie emesse in questo terzo periodo d' eruzioni sono però notevoli e caratteristiche. E primieramente le lave sono distese in lunghe correnti; ciò indica una fluidità o scorrevolezza maggiore di quelle del progresso periodo. La corrente di Capo di Bove, giunta quasi a Roma non conta meno di 14 chilometri e quella di Vallerano certamente non è più breve: all'ingresso della valle della Molara e alle radici del monte delle Tartarughe un gran letto di lava accenna al riempimento d'un vasto bacino, e più sotto la corrente degli Squarciarelli vedesi scavalcare un'altra più antica. All'osteria della Molara vari spandimenti lavici si ammirano scaturiti dai piccoli coni che sono di fronte. Altre lave si vedono spuntare sulle esterne pendici del cono laziale, delle quali il geologo non può dare giusta ragione, perchè, come dissi, ne è impedito dalla profonda selva che lo ammanta.

Però quello che richiama meglio l'attenzione è la quantità di cristalli di leucite che queste lave racchiudono, senza escludere i pirosseni e gli altri minerali che in minor dose vi si rinvengono. Nel cratere dei Campi d'Annibale e specialmente sulla rocca albana le lave contengono più leucite che la pasta che le lega ed avvolge. Per tutto sono leucitofiri, entro i quali non mancano di mostrarsi l'haüyna, la gismondina, la mica rossa di rame ed altri minerali caratteristici.

Se si ponga a calcolo l'enorme quantità di materiale, tanto detritico che lavico emesso dalla bocca eruttiva per la formazione del nuovo sistema, il risultato farà scorgere quanto durasse l'attività eruttiva di quel periodo. Tutto porta a credere che la parabola eruttiva spiegata in questo lasso di tempo fu anche lunghissima e compresa in una grande serie di anni, fino a che, declinando lentamente, le eruzioni si fecero più rare e di minore intensità. Così anche in questo periodo eruttivo giunse a

sospendersi il fuoco e la regione latina accresciuta di altre prominenze fu lasciata di nuovo tranquilla. Non è a dire come, scomparsi gl'incendî, la vita così avida a guadagnar terreno, fatta libera, corresse a rivestire di una ricca vegetazione le parti ove era stata scacciata, ed impossessarsi gradatamente delle nuove terre prodotte. Gli animali ebbero tutto il campo libero a ristabilirvi la loro sede e moltiplicarvisi: però non può essere a meno che non fossero anche in questa tregua sgomentati dalle oscillazioni del suolo, o da quei fremiti che indicano un fuoco nascosto e non estinto. Così dovette trascorrere un altro periodo di quiete apparente, durante il quale la natura addormentata concedeva libero sviluppo ai suoi prodotti.

Dopo i narrati avvenimenti sembra che i vulcani laziali tacessero per una serie di secoli, imperocchè la riaccensione sembra doversi riferire a tempi molto meno rimoti perchè i prodotti del cratere albano non furono mai ricoperti da stratificazioni di più fresca data. Così dopo un lungo tacere le forze cosmiche tornarono a manifestarsi. Però questa volta non fu il cratere centrale che si riaccese; giacchè il fuoco forse per ostruzione dei cunicoli non potendo vincere gli ostacoli offerti da essi, prese altra direzione e giunse a manifestarsi nel cratere del lago albano. Questo già è un fatto di cui conviene tener conto perchè accenna ad un indebolimento di forze eruttive, a fronte di quelle spiegate nei precedenti periodi. Laonde si deve inferire che nei primitivi tempi dell'epoca moderna la vulcanicità latina era già in cedenza.

Il bacino del lago albano è un'ampia cavità di figura ellissoidale quasi divisa in due parti da certi avancorpi o punte avanzate nell'acqua che si distinguono una contro l'altra fra Palazzola e Castel Gandolfo. Ma la forma d'imbuto propria di un cratere vulcanico si rinviene sotto il monte dei Cappuccini di Albano, mentre verso Marino si vedono tutti i segni di uno sprofondamento avvenuto in tempi posteriori per il quale prese l'aspetto attuale. In virtù di queste abrasioni si rese manifesta tutta la struttura di quel cono eruttivo, consistente in una regolare alternanza, di ceneri sciolte e conglomerati litoidi che si distinguono col nome di peperini. Entro di questi letti nella periferia del cratere si vedono grossi massi di lava arrotondati siccome bombe lanciate che impiccoliscono e spariscono col crescere della distanza.

Le ceneri o pozzolane intercalate ai peperini si compongono dei soliti materiali polverulenti, misti a cristalli di anfigeni, pirosseni, miche melaniti ecc. insieme a frammenti di rocce erratiche diverse, alcune delle quali di cognita origine, altre di incerta provenienza. Alle prime spettano varie calcari che si rinvengono in posto negli Apennini più o meno alterate dal fuoco, pezzi di marna cotta o cruda sovente racchiudenti fossili subapenninici, ghiaje diluviali e frammenti di tufi litoidi delle campagne romane: quali rocce erratiche tutte attestano la posteriorità dei vulcani albani.

Vi si rinvengono inoltre massi erratici di aggregati minerali, come ad esempio masse di pirosseniti, anfigeniti, alle quali si associano miche esaedre, idocrasi, granati verdi, melaniti, hauyne, pezzi di lapislazzuli bianchi e turchini e tante altre specie minerali capaci di soddisfare un mineralista collettore.

I peperini alternanti colle ceneri si compongono degli identici elementi e delle stesse rocce erratiche, tutti resi duri e compatti da un impasto acquoso. Però

interessa molto osservare che questi conglomerati nella giacitura si risolvono in correnti, come le lave, corsi all'intorno sulle circostanti pendenze. Nella pagina inferiore dei banchi di peperino giacenti sulle ceneri incoerenti, spessissimo e quasi per tutto trovasi un sottile strato di vegetabili fossili non carbonizzati, analoghi a quelli che tuttora vivono nell'istesso Lazio. Nella giacitura si vedono queste piante ancora colle loro radici infitte nel suolo, ma gli steli e le foglie sono ripiegate nel senso della pendenza per indicare la corrente che loro passò sopra. In mezzo a queste si trovano altresì molti pezzi di legno e gli stessi tronchi di diversi alberi dicotiledoni nella loro normale posizione perchè la corrente non ebbe forza a piegarli. Nei passati tempi questi peperini si confondevano coi tufi della campagna romana, ma oggi meglio conosciuti, si distinguono da quelli, sia perchè sono limitati e circoscritti attorno la bocca del cratere albano, da cui derivarono, sia pei loro materiali.

La formazione dei peperini o fanghi vulcanici, e la loro particolare giacitura fanno sorgere spontaneo un quesito: quali acque possono averli impastati? Sembra che Breislak abbia risposto a questo problema con la seguente osservazione: *Poche eruzioni sono state seguite da piogge più dirotte nelle vicinanze del vulcano, che quelle le quali accompagnarono l'accensione del Vesuvio del* 1794. *Più volte si disse che fiumi di acqua erano usciti dal cratere, ma quelle rovine erano prodotte da abbondanti piogge che cadendo o sul cono del Vesuvio o sul ciglio del Monte Somma, trasportavano alla base torrenti voluminosi di fango* (1). Ciò vuol dire che nella massima tensione vulcanica l'enorme quantità di vapori acquosi saliti ad un'alta atmosfera più fredda, costituiscono il nembo raggiante di folgori, da cui precipitano diluvi di acqua sui fianchi della montagna, e queste acque scendendo trascinan seco le ceneri, e ne formano dense correnti di fango. Ben si comprende che questo fenomeno deve verificarsi ad ogni esacerbazione eruttiva cioè quando è massima la tensione vulcanica. La teorica di Breislak ci sembra la più giusta per ispiegare la formazione dei peperini del lago albano, presentandone tutti i caratteri, giacchè dal lato di Marino, non si vedono filoni di lave sulle interne pareti, ma per tutto alternanze di ceneri e peperini.

Laonde dalle esposte osservazioni deduciamo:

1. Che nel cratere del lago albano si aprì un nuovo cunicolo accusato dalle masse erratiche divelte dalle pareti della fessura della crosta terrestre attraversata.
2. Che le eruzioni scaraventarono materie polverulenti e non lave scorrenti.
3. Che queste furono intermittenti per l'alternanza dei peperini.
4. Che al principiare di ogni nuova eruzione l'emissione dei vapori fu enorme perchè condensati dessero origine ad uragani, ricadendo sotto forma di pioggia.
5. Che queste acque formarono gli impasti e le correnti di peperini.
6. Che al rallentare delle violenze eruttive cessarono le pioggie e restò la semplice pioggia di ceneri.
7. Che cessate le eruzioni, il suolo si rivestì di nuova vegetazione come si argomenta dalle impronte nella pagina inferiore dei peperini.

(1) Breislak, *Topografia fisica della Campania*. Cap. IV, pag. 157.

8. Che ad ogni riattivazione del fuoco si ripeterono gli stessi fenomeni e perciò l'alternanza degli strati.

Tale dovette essere il carattere del periodo eruttivo del cratere albano dimostrato dalle rocce e dalla loro giacitura, dopo il quale declinando l'attività vulcanica ebbe finalmente un termine.

Ora si affacciano varî problemi di non poca importanza per la storia dei vulcani laziali, riferibili alle colate di lava di Capo di Bove, di Acquacetosa e Vallerano. Questi sono:

1. Se la scala stratigrafica accenna ai tempi che si succedettero, nell'ascendere dei letti, quello spandimento di materie fuse dovrebbe essere stato l'ultimo in quella serie di materiali depositati, ovvero moderno. E se fu ultimo, ovvero moderno, perchè gli antichi scrittori non ne hanno fatto cenno alcuno, come fecero delle eruzioni dei peperini e del monte Pila, come vedremo in seguito, accusandoli quali prodigi?

2. Se la natura basaltina di quelle lave è identica a tutte le altre e se per la sua direzione discendendo sul fianco del cono in linea retta verso Capo di Bove e Vallerano, ebbe veramente origine dal cratere albano, ovvero da un altro sbocco ora disfatto senza lasciar traccia per la sovraposizione dei peperini?

A queste domande ingenuamente confesso non poter rispondere in alcun modo, giacchè le osservazioni forse non sono sufficienti a soddisfare il desiderio de' geologi; e perciò questi benemeriti della scienza non si stanchino di pratticarvi le necessarie ricerche e di approfittare delle scoperte che si faranno in quella interessante contrada.

Frattanto facciamo appello all'archeologia storica, la quale col confronto può servirci d'illustrazione al seguito del nostro racconto già ravvicinato ai tempi tradizionali.

Sembra che quando il cratere albano svolgeva la sua vita eruttiva l'uomo già da molto tempo esistesse sulla terra; però non possiamo pretendere che vi fossero ancora scrittori da registrare i fatti contemporanei. L'uomo allora non era da tanto, imperocchè dalle ricerche dei paleoetnologi risulta, che a quel tempo incominciava a riunirsi in famiglie e per gradi entrava nello stato sociale. Ma la cosa non è più così, quando per progresso dello spirito il racconto degli avvenimenti avviene per generazioni da padre in figlio. Così ebbero origine le tradizioni che giunsero a noi avvolte d'intensa nebbia che a poco a poco si rischiara, passando dal favoloso al positivo.

Molti antichi scrittori traggono da questi tempi transitorî il principio dei loro racconti e perciò fra questi conviene scegliere quelli che meglio accordandosi colle osservazioni dei geologi possono darci un valido appoggio alla conferma delle verità che andiamo ad esporre. A me sembra che fra tanti di questi cronisti, meritino il primato Dionigi d'Alicarnasso e Tito Livio, siccome gli storici più circostanziati, diligenti e di buona fede: laonde attenendoci a questi, diamo principio all'analisi dei fatti che fanno seguito alle cose esposte. Ecco dunque la cronologia che dà Dionigi dei re latini.

Enea fabricò Lavinio (oggi Civita Lavinia) *due anni dopo l'incendio e la presa di Troja, a vi regnò* 5 *anni.*

Ascanio suo figliuolo gli succedette e vi dominò 30 *anni.*

Nell'anno trentesimo dopo la fondazione di Lavinio, Ascanio figlio di Enea, secondo i vaticinî, già fatti dal padre, eresse una nuova città, trasferendovi da Lavinia e da altri luogi del Lazio, quanti bramavano soggiorno migliore. Alba che in greco val quanto Leuci, fu il nome della città, ma per distinguerla da altra che ha nome eguale si circoscrive con sopranome preso dalla figura: tale che la denominazione di essa risulti dalle due voci Alba lunga *cioè* Leuci macra *che noi diciamo* (1).

Questa nuova città fu la metropoli della gente latina e in questa Ascanio continuò il suo dominio per altri 13 anni.

Silvio gli succedette, vi fu monarca per 29 anni, e trasferì il suo nome ai suoi successori:

Enea Silvio per anni 31.
Latino Silvio per anni 51.
Alba Silvio 39.
Capeto Silvio 26.
Capi Silvio 28.
Calpeto Silvio 13.
Tiberino Silvio 8.
Agrippa Silvio 41.
Elladio Silvio 19.

Una tirannica cosa ed esecrata dai Numi, perocchè spregiando i celesti ne andava con macchine come fulminando, perchè volea quasi Dio spaventare i mortali. Ma cadendo al fine pioggia e fulmini veri sulla casa di lui, e crescendo straordinariamente la palude egli vi si annegò con tutti i domestici: e lasciata ora la palude in una vicenda di acque che inondano e s'inabissano: Se quando s'inabissano, quelle restano in calma si vedono ancora gli avanzi dei portici ad altri vestigi dell'abitazione (2).

Aventino Silvio regnò dopo Elladio per 37 *anni*,
Proca Silvio 23,
Amulio Silvio 42.

Numitore gli succedette nel regno al secondo anno del quale cioè 432 dopo l'assedio di Troja fu edificata Roma. E qui incomincia la serie dei Re romani:

Romolo dominò 37 anni, e dopo l'interregno di 1 anno venne:

Numa che sedette sul trono 43 anni;

dopo un altro brevissimo interregno:

Tullo Ostilio comandò Roma per 32 anni.

Sotto questo regno Alba lunga fu distrutta dai Romani e sul finire della dominazione di questo terzo re, abbiamo da Tito Livio che: *fu riportato al re ed ai Padri essere piovute pietre sul monte Albano e che potendosi appena credere, furono mandati alcuni a vedere siffatto prodigio, alla cui presenza piovvero molte pietre dal cielo, non altrimenti che avvenga a terra una folta gragnuola, avviluppata e spinta dalla forza dei venti. Parve ancora loro udire una gran voce dalla sacra selva*

(1) Dion. d'Alicarn. Lib. I, volgarizzato dal Mastrofini.
(2) Dion. d'Alicarn. loc. cit.

sopra la sommità del monte che comandava agli Albani che facessero i sagrifizî secondo il costume dei loro padri i quali come se eglino insieme colla patria avessero anche gl'Iddii abbandonato o messi in oblìo, ed avean preso i sagrifizî romani, come si fa, con la fortuna avean lasciato il culto degl'Iddii (1).

Dopo Tullo Ostilio, regnarono in Roma Anco Marzio, Tarquinio Prisco, Servio Tullo, e finalmente Tarquinio il superbo.

Preziosissima per la storia dei vulcani del Lazio è questa cronologia rilevata così nettamente dagli antichi scrittori. Avvegnachè sebbene accennata nel loro modo, pure ci somministra sufficente appoggio ad argomentare gli avvenimenti del Lazio, e precisare i tempi in cui accaddero.

Convengono gli archeologi che la famosa Alba lunga esistesse sul ciglio del cratere albano, e con ogni probabilità presso il moderno convento di Palazzola, sebbene oggi non vi resti più traccia dei suoi fabricati. Questa ubicazione indicata dagli antichi scrittori è un fatto interessante, perchè ci fa conoscere che all'epoca della fondazione di quella città, il periodo eruttivo della bocca albana era già passato e correva la calma succeduta alle eruzioni. Altrimenti nè la città, nè la necropoli stabilita sulle alture dei monti Cucco e Crescenzio si sarebbero potute fondare sui peperini che costituiscono la roccia di queste località.

Fatto ancora rimarchevole, perchè ci avverte quella tranquillità di natura essere stata lunghissima per dar tempo allo svolgimento di molta parte della dominazione latina. Però è da riflettere che quella tregua fu interrotta sotto l'undecimo re albano dopo circa tre secoli dalla sua fondazione e circa uno avanti l'origine di Roma. Imperocchè il vulcano del lago albano si riaccese per dar l'ultimo tratto di sua attività con una breve eruzione, ma accompagnata dagli stessi fenomeni delle precedenti, vale a dire da immensi uragani, pioggia e formazione di peperino.

Tale ci sembra l'interpretazione che dobbiamo dare a ciò che riferisce Dionigi essere avvenuto sotto il regno di Elladio Silvio, tanto dei fulmini quanto della inondazione che fece annegare il re e i suoi aderenti. Conciossiachè il lago ancora non poteva esistere nel cratere di eruzione ignea, dal quale erano lanciati lapilli e ceneri. Laonde sembra manifesto che la inondazione citata abbiasi ad attribuire ad un ultimo spandimento di peperino che marcò la fine di un tale periodo eruttivo.

Che poi le tombe scoperte nel 1817 sul monte Cucco e monte Crescenzio fra Castel Gandolfo e Marino appartengano alla necropoli di quella città mi sembra chiaramente indicato dalla loro posizione ad essa relativa, dall'epoca indicata dalla fabricazione dei vasi, e dalla menzione fattane dagli antichi. Cicerone nell'orazione *pro Milone* accusa Clodio di avere sagrilegamente manomesse le tombe dei padri albani. E difatti vediamo ora una via romana solcare quel cimitero, che dal pascolare di Castel Gandolfo, ove fu la villa di Clodio, risalisce per raggiungere la sommità del monte. Ma non basta, giacchè gli oggetti contenuti in quei sepolcri, si presentano anche per dimostrare, quali relazioni ebbero i Latini colle popolazioni limitrofe. Essi offrono una fabricazione diversa e distinta. I fittili di più grossolana manifattura

(1) Tito Livio lib. I, tradotto dal Nardi.

sono indigeni e caratteristici della lavorazione latina, però ad essi si rinvengono associati altri di più fino lavoro, insieme a fibule, spilli e lancie in bronzo assolutamente etrusche. Fatto che ci porta a credere che le anticaglie albane abbiansi a riferire ai tempi in cui gli Etruschi più avanzati nella civiltà influivano col loro commercio su di un paese ancora arretrato, recandovi colle manifatture, la loro religione e costumi.

Quanto ai portici e ai resti della reale abitazione, che Dionigi dice scorgersi al ritiro delle acque del lago, è un fatto riferibile ad un tempo posteriore, cioè quando spento il fuoco, il catino riempito di acque piovane o sorgive determinate dall'interne pendenze divenne soggetto alle alternative delle piene e delle magre. Quale avvicendarsi del lago albano fu causa di gravi disastri; secondo Dionigi e Tito Livio i Romani durante l'assedio di Vejo ebbero a soffrire danni gravissimi causati da un debordamento delle acque del lago albano; per il che consultato l'oracolo di Delfo vennero nella determinazione di aprire attraverso la montagna quel maraviglioso emissario che tuttora serve a mantener l'acqua ad un livello costante.

Per tutto questo che abbiamo raccolto ci sentiamo tranquilli sull'ultima riaccensione del cratere albano sotto il regno di Elladio che portò la prima distruzione di Alba latina, e seppellì il suo cimitero sul monte Cucco coll'ultima gettata di peperino. Però conviene anche notare che allorchè Romolo disegnò le fondamenta dell'eterna città Alba lunga esisteva perchè da essa i Romani trassero la loro origine. Ma ciò non dee far meraviglia essendo che quegli stessi Albani che colla fuga poterono salvarsi, per l'affetto che tutti gli uomini portano al loro paese natio, probabilmente fecero a quella ritorno, tosto che ritornò la calma nella natura. Qual fatto tuttora si vede ripetere dagli abitanti di Torre del Greco, pronti a ritornare immediatamente a ricostruirsi le loro case distrutte dalla lava del soprastante Vesuvio, e che ciò si verificasse in Alba lunga può rilevarsi dal tempo che succedette alla catastrofe di Elladio indicato dai monarchi che vi regnarono, cioè:

Aventino Silvio che durò nel comando 37 anni.

Proca Silvio 23 anni.

Amulio Silvio 42 anni.

Monitore Silvio finalmente che fu zio di Romolo e Remo, fondatori di Roma.

Se è vero tutto quello che ho riferito, la questione dell'origine dei vasi latini scavati sotto il peperino è definitamente risoluta, imperocchè è evidente che spettano alla necropoli albana seppellita tutta intiera dall'ultimo spandimento di peperini, e perciò credo che debba scomparire dai dibattimenti scientifici, come questione decisa.

Come sull'autorità di Dionigi d'Alicarnasso abbiamo potuto argomentare gli avvenimenti della riaccensione del cratere albano, così Tito Livio mirabilmente si presta coi suoi racconti a manifestarci e dilucidare ciò che accadde nei secoli posteriori. Sappiamo adunque da esso e con certezza che dall'ultima eruzione per la quale fu distrutta Alba lungo fino all'ultima riaccensione dei vulcani latini passò un tempo in cui la contrada restò tranquilla nè fu spettatrice di altre conflagrazioni. Però anche in questo periodo di quiete non può essere a meno che gli abitanti non fossero molestati da sismiche commozioni come nelle tregue passate, siccome sintomi di una pletora che si preparava a nuova crisi.

Difatti questi giunse allorchè le condizioni planetarie la determinarono. Le pietre piovute per due giorni sul monte albano indicate dallo storico, non possono essere attribuite ad una caduta di pietre meteoriche, la pioggia di lapilli a modo di gragnuola caduta ai piedi dei commissarî romani spediti dal Senato e dai Padri a verificare il prodigio: i boati usciti dalla selva sulla sommità del monte albano non possono essere riferiti che ad una eruzione vulcanica, avvenuta secondo un giusto calcolo l'anno 114 di Roma sotto la dominazione del re Tullo Ostilio. Questa narrazione di Livio è così chiara che si rende un documento pregevolissimo per la storia dei vulcani laziali. Essa si accorda completamente coi fatti osservati e raccolti dalla geologia, i quali conducono a stabilire che quelle eruzioni si fecero sulla sommità del monte albano a fianco della rocca albana e precisamente dal piccolo cratere del monte Pila. La posizione di questo sbocco eruttivo, la conservazione delle sue forme e le lave rovesciate sul piano dei Campi di Annibale non ricoperte da altre materie eruttive più recenti danno positivamente a credere che eruttasse in età più moderna dopo la formazione di tutti quei monti.

Le minori dimensioni di quel cratere accennano ad un processo eruttivo più ristretto e perciò ad un indebolimento di forza esplosiva già molto esaurita fino a rendere avanzata la declinazione di sua vita. Questo stato di cose fa argomentare che il raggio di attività vulcanica risultasse meno molesto delle passate eruzioni che misero a soqquadro tutta intera la contrada latini. Difatti i delegati spediti da Roma a verificare il prodigio poterono avvicinarsi al cratere fino a trovarsi sotto una gragnuola di lapilli. Quanto poi durassero quelle eruzioni non si può giustamente asserire; ma da tutte le apparenze ci sembra logico che il fuoco presto scomparisse lasciando spento il cratere.

Spento il cratere di monte Pila non per questo cessarono gli effetti dell'interno fuoco, reso latente per avanzato indebolimento di forze, conciossiachè nei distretti vulcanici, alla scomparsa delle eruzioni restano sempre i terremoti come sintomi minori di vulcanicità che coll'andare dei secoli ancor essi illanguidiscono fino a che le forze della natura ritornano allo stato d'inerzia. Questa epoca si è verificata nel Lazio, e tuttora si mantiene in via di degradazione. I terremoti latini non mancano di essere registrati dagli antichi scrittori tanto delle cose romane, quanto del medio evo, laonde possiamo con sicurezza ritenere che tutte le commozioni sismiche sperimentate interpolatamente dal nostro suolo, hanno sempre centro nella regione craterifera del Lazio.

Verità dimostrata dalle recenti osservazioni, e specialmente dagli assidui studî che tuttora si coltivano dal cav. M. S. De Rossi, dai quali risultano non solo le attinenze loro ai dislocamenti del suolo, ma altresì le relazioni che hanno colle altre regioni sismiche.

A questi fatti possono aggiungersi i lentissimi movimenti ascensivi che ha sperimentato il nostro suolo lungo il littorale corrispondente alla regione latina, resi manifesti dal tempo e che si possono verificare sui paraggi di Anzio. I quali, insieme ai fenomeni sopra esposti, apertamente dicono che quel fuoco terrestre che tanto dominò nel Lazio nel decorrere dei tempi geologici non è ancora del tutto spento.

Ora mi sembra, o bene o male aver soddisfatto al mio scopo; lo giudichi il mondo scientifico. Nè si creda però che questa storia dei vulcani del Lazio sia perfetta. Gli studî geologici sul Lazio non sono peranche compìti. Fin qui non si è fatto che sfiorare un campo vastissimo e fertilissimo capace di dare immensi prodotti. I lavori dei predecessori Breislak, Brocchi e di tanti altri insieme ai miei, non sono che tracce di quello che sarà. Io non ho avuto altra mira che lanciare su quei vulcani uno sguardo a volo di uccello, per averne un concetto generale e trovare a quelle fasi un posto nei fasti della storia terrestre, eccitando i naturalisti alla investigazione di quella interessante contrada.

RELAZIONE

letta dal Socio Blaserna, relatore, a nome anche del Socio Cantoni nella seduta del 19 aprile 1885, sulla Memoria del prof. A. Righi intitolata: *Ricerche sperimentali e teoriche intorno alla riflessione della luce polarizzata sul polo di una calamita.*

« L'autore studia l'interessante fenomeno scoperto da Kerr e confermato e in parte contradetto da altri, specialmente da Fitz-Gerald. Perfezionando i mezzi di esperienza, egli esamina prima il caso più semplice, in cui un raggio di luce polarizzata rettilineamente cade con incidenza normale sopra un polo levigato di un forte elettromagnete e conferma l'osservazione fatta dal Kerr, che si tratti di una debole rotazione del piano di polarizzazione nel senso contrario alle correnti ampèriane del polo magnetico.

« Nel caso più complicato, quando l'incidenza diviene obbliqua, l'autore scopre un fatto importante per la teoria, ed è che l'orientazione delle vibrazioni incidenti ha una sensibile influenza sul fenomeno che si osserva, in questo senso, che le vibrazioni parallele al piano d'incidenza si comportano diversamente da quelle perpendicolari al medesimo piano. Questa differenza può esprimersi così, che in ambedue i casi la vibrazione rettilinea diviene, dopo la riflessione, ellittica; ma nel primo caso l'ellisse è molto eccentrica, nel secondo lo è sensibilmente meno.

« Nella seconda parte della Memoria l'autore si studia di dare la teoria dei fenomeni dai suoi predecessori e da lui osservati. Egli amplia e corregge un tentativo fatto dal Fitz-Gerald; e riconosce, che si tratta tanto della riflessione metallica, quanto di un fenomeno di polarizzazione rotatoria, e che quindi la teoria deve abbracciare e l'uno e l'altro caso. Fondandosi su queste considerazioni, egli svolge una teoria che spiega bene i fenomeni principali da lui osservati.

« L'abilità sperimentale, dimostrata dall'autore, l'oculatezza delle sue osservazioni, e le considerazioni teoriche, che vi si svolgono, rendono questa Memoria molto pregevole. I commissari ne propongono quindi l'inserzione integrale negli Atti accademici.

Ricerche sperimentali e teoriche intorno alla riflessione della luce polarizzata sul polo d'una calamita.

Memoria del prof. AUGUSTO RIGHI

(Con una tavola)

PARTE PRIMA

RICERCHE SPERIMENTALI

Capitolo I.

Esperienze anteriori alle mie.

1. *Riflessione normale.* — Si deve al sig. Kerr la scoperta di speciali cambiamenti nella forma e nell'orientazione delle vibrazioni d'un raggio polarizzato, allorquando si riflette sul ferro magnetizzato. Il suo primo lavoro (1) riguarda la riflessione sul polo d'una elettrocalamita, reso ben piano e speculare; una seconda Memoria (2) tratta della riflessione sulla superficie laterale d'un pezzo di ferro calamitato. Del primo di questi lavori, che rivelano nel loro autore un'abilità ed accuratezza veramente eccezionali, specialmente considerando i mezzi sperimentali limitatissimi dei quali potè disporre, è duopo che io dapprima renda conto sommariamente, per la chiara intelligenza delle mie ricerche.

Per brevità, non seguirò nella mia esposizione, lo stesso ordine nel quale i risultati furono ottenuti dal sig. Kerr.

Il caso più semplice teoricamente, è quello della riflessione normale. La luce d'una lampada passa per un primo nicol che la polarizza, si riflette sopra una lastra di vetro a 45°, e cade sul polo magnetico normalmente. Dopo esservisi riflessa, attraversa la lastra di vetro suddetta, poi un nicol analizzatore, ed è infine ricevuta nell'occhio dell'osservatore.

Onde rendere assai intensa la magnetizzazione nel punto ove avviene la riflessione, un pezzo di ferro è collocato con una delle sue faccie a piccolissima distanza dal polo. Un foro conico in esso praticato lascia libera una piccola estensione del polo, e permette il passaggio alla luce che vi si riflette.

(1) Phil. Mag. may 1877 p. 321.
(2) Phil. Mag. march 1878 p. 161.

Disposto il polarizzatore in modo che le vibrazioni che cadono sulla lastra a 45° fossero parallele o perpendicolari al piano di riflessione, e girato l'analizzatore finchè si avesse un'estinzione perfetta, il Kerr vide ricomparire, quantunque debolmente, la luce, quando il ferro era reso magnetico dalla corrente che percorreva un filo ad esso avvolto. La luce adoperata e la forza magnetica erano troppo deboli, per poter riconoscere direttamente che il riapparire della luce era semplicemente dovuto ad una piccola rotazione del piano di polarizzazione nell'atto della riflessione. Ma spostando dapprima leggermente uno dei due nicol a partire dall'estinzione, in modo da far riapparire una debole luce, al chiudersi della corrente magnetizzante in un senso, la luce cresceva, in senso contrario diminuiva e spesso svaniva affatto.

Accadeva il secondo caso, girando alcun poco, prima del passaggio della corrente, il nicol analizzatore in direzione opposta a quella della corrente magnetizzante. Ne concluse l'autore, che aveva luogo una rotazione del piano di polarizzazione in senso inverso delle correnti d'Ampère.

2. *Riflessione obbliqua.* — Quando il raggio polarizzato si riflette obbliquamente, l'azione del magnetismo si complica coll'azione propria dei metalli in generale. Quindi, per evitare che anche prima del passaggio della corrente le vibrazioni riflesse divenissero elittiche, il Kerr orientava il polarizzatore in modo che le vibrazioni incidenti fossero, o nel piano d'incidenza, o perpendicolari a questo piano.

Per l'esperienza attuale non occorre più la lastra di vetro trasparente. Il raggio incidente, polarizzato da un primo nicol nel modo or ora indicato, si riflette sullo specchio di ferro che costituisce uno dei poli dell'elettrocalamita, indi, attraversando un nicol analizzatore giunge all'occhio di chi fa l'esperienza. Girando opportunamente il secondo nicol, si può estiguere affatto la luce.

Per rendere manifesta l'azione del magnetismo, occorre anche qui rendere assai intensa la magnetizzazione nella parte dello specchio ove avviene la riflessione. A questo scopo un pezzo di ferro è posto davanti allo specchio ad un piccolo intervallo, presentando a questo uno dei suoi spigoli.

Al chiudersi della corrente magnetizzante la luce riappare debolmente. Ma, secondo Kerr, essa non può estinguersi comunque si giri l'analizzatore; anzi ad ogni movimento di questo la luce sembra crescere ancor più, d'onde desume che la luce riflessa non ha più vibrazioni rettilinee, come prima dell'azione della corrente.

Per meglio caratterizzare il fenomeno, Kerr fa l'esperienza seguente. Messi i nicol all'estinzione, si gira qualche poco il polarizzatore in un dato senso, in modo che la luce riapparisca debolmente. Chiusa allora la corrente magnetizzante in un senso, la luce si accresce, chiusa in senso opposto invece diminuisce od anche si estigue affatto.

È dunque possibile compensare, secondo Kerr, l'azione del magnetismo, con un'adeguata rotazione del polarizzatore, come se il piano di polarizzazione del raggio incidente girasse prima della riflessione per effetto del magnetismo. Notando il senso in cui si è spostato il polarizzatore ed il senso della corrente, si riconosce che anche in questo caso il piano di polarizzazione è girato in senso contrario delle correnti d'Ampère.

In queste esperienze il Kerr variò l'angolo d'incidenza fra 60° ed 80°, e più

generalmente fu di circa 75°. Inoltre, il più delle volte le vibrazioni incidenti erano perpendicolari al piano di riflessione.

Altre esperienze di Kerr, nelle quali interviene l'azione compensatrice d'una lastra di vetro stirata o compressa in una direzione opportuna (45° dal piano di riflessione), e collocata fra lo specchio e l'analizzatore, confermano il risultato delle prime. Una deformazione determinata del vetro può compensare l'effetto d'una piccola rotazione del polarizzatore, come pure l'azione del magnetismo dello specchio.

3. *Ripetizione delle esperienze di Kerr.* — Con una elettrocalamita più potente di quella di Kerr, il Gordon (1) potè misurare la rotazione del piano di polarizzazione nel caso della riflessione normale. Ottenne una rotazione di 26′ 45″ invertendo la corrente magnetizzante.

Il sig. Fitzgerald (2), per confermare una sua teoria del fenomeno di Kerr, della quale terrò parola nella Parte seconda, istituì alcune esperienze, nelle quali il raggio polarizzato si rifletteva sotto un angolo di circa 60°. Messi i nicol all'estinzione, e chiuso il circuito, la luce al solito riappariva. Girando l'analizzatore poteva scemarsi la luce riapparsa, ma non estinguersi affatto; da ciò dedusse essere la luce riflessa elittica, ma cogli assi della elisse obbliqui sulla direzione primitiva delle vibrazioni.

Per suggerimento del Barrett coprì con foglia d'oro il polo. La luce riflessa da questo metallo non mostrò nessun cambiamento per effetto della corrente.

Hall (3) incidentalmente tentò d'ottenere l'effetto di Kerr con uno specchio di nichel. Ebbe traccie del fenomeno, non sufficienti però per essere misurate. Il nichel produrrebbe l'effetto nel senso stesso del ferro, quantunque molto più debolmente.

Recentemente il sig. Hurion (4) sperimentò col bismuto, fuso sopra una lastra di vetro, alla quale aderisce fortemente e che trasforma in uno specchio tersissimo, col metodo da me altrove indicato (5). Il raggio polarizzato si rifletteva normalmente sul bismuto collocato sul polo d'una elettrocalamita, attraversando quindi due volte il vetro al quale il metallo aderiva. Ma siccome per effetto del magnetismo il vetro stesso produceva una rotazione delle vibrazioni, bisognava tenerne conto, per il chè bastava togliere lo strato di bismuto e studiare il raggio trasmesso. Secondo il sig. Hurion, il bismuto agirebbe nello stesso senso del ferro e con poco minore intensità, producendo cioè una rotazione di 18′, mentre in pari condizioni il ferro la produrrebbe di 22′.

4. *Riflessione sopra la superficie equatoriale d'una calamita.* — In un altro lavoro (6) il sig. Kerr rese conto delle esperienze fatte in queste condizioni. Se il piano di riflessione della luce è normale alle linee di forza magnetiche, la magnetizzazione non ha alcun effetto sulla luce. Lo stesso risultato negativo si ha, quando il raggio si rifletta normalmente, qualunque sia l'orientazione delle vibrazioni.

(1) Phil. Mag. august 1877 p. 104.
(2) Phil. Mag. supplement june 1877 p. 529.
(3) Phil. Mag. november 1880.
(4) Journal de Physique, août 1884.
(5) *Ricerche sperimentali sul fenomeno di Hall* ecc. Acc. di Bologna, 1883-84. — N. Cimento. marzo 1884. — Journal de Physique, mars 1884.
(6) Phil. Mag. march 1878, p. 161.

Si ha un effetto sensibile negli altri casi, e particolarmente quando il piano di riflessione è parallelo alle linee di forza.

Vegga il lettore le leggi del fenomeno nella Memoria del sig. Kerr, che ho solo incidentalmente citata, giacchè nelle mie ricerche non mi sono finora occupato che della riflessione sulla superficie polare.

Capitolo II.

Esperienze relative alla riflessione normale sul polo d'una calamita.

5. *Descrizione dell'apparecchio.* — Il caso della riflessione normale è il più semplice e meno controverso, cosichè le mie esperienze su questo proposito si ridussero allo stabilire la realtà della rotazione del piano di polarizzazione, messa in dubbio da una teoria del sig. Fitzgerald, della quale si tratterà nella Parte seconda.

In alcune esperienze mi servii della grande elettrocalamita di Ruhmkorff destinata alle esperienze di Faraday ed a quelle di diamagnetismo. Ma poscia feci uso d'un'altra elettrocalamita, meno potente ma disposta in modo più comodo per queste ricerche.

Essa è formata da due sbarre cilindriche AB, CD (fig. 1) di ferro, del diametro di 60^{mm}, lunghe 195^{mm}, e lontane da centro a centro 145^{mm}, fissate verticalmente sopra un grosso parallelepipedo di ferro EF. Esse sono circondate da due rocchetti di lunghezza un poco minore, formati con quattro strati di filo di rame coperto, di $1^{mm},5$ di diametro (1). Sulle faccie piane che terminano superiormente le due sbarre cilindriche, possono posarsi due masse polari di ferro P_1, P_2, di forma press'a poco cubica , salvo che da una delle faccie sorge una sporgenza tronco-conica. Esse sono forate longitudinalmente allo scopo di poter servire ad esperienze sulla rotazione magnetica del piano si polarizzazione.

Da 12 a 20 coppie Bunsen fornirono nelle mie esperienze la corrente destinata ad animare questa elettrocalamita. Un interruttore ed un commutatore, a portata di mano, servivano a chiudere, interrompere ed invertire la corrente, nel corso delle esperienze.

La superficie di ferro speculare, su cui deve riflettersi la luce, richiede le più grandi cure. Dopo avere tentato di costruire specchietti di ferro o di acciaio, senza buon frutto, in causa d'insufficienza di mezzi, mi decisi ad adoperare lo specchio d'acciaio d'un galvanometro a riflessione. E siccome avevo bisogno in alcune esperienze d'averne due, così lo sacrificai, tagliandolo in due parti collo smeriglio. Ebbi così due specchi semicircolari, del diametro di 19^{mm}, di acciaio, perfettamente piani e brillantissimi. Mi sono persuaso in seguito che senza specchi di lavoro notevolmente perfetto, non possonsi in alcuni casi ottenere risultati esatti.

Per istituire le esperienze relative alla riflessione normale, uno degli specchi

(1) Questa elettrocalamita, che appartiene al Gabinetto di Fisica del R. Istituto tecnico di Bologna, fu posta gentilmente a mia disposizione, durante le vacanze di quest'anno, dall'egregio prof. Liuzzi.

s (fig. 2) (1) viene fissato sopra una faccia d'uno dei pezzi di ferro P_2, già descritti, mediante un piccolo contorno di cera. Di fronte ad esso giunge un pezzo di ferro AB espressamente costruito, avente la forma di tronco di cono, ed applicato al secondo pezzo polare P_1. Il pezzo AB destinato ad aumentare la magnetizzazione dello specchio, costituisce un prolungamento della sporgenza tronco-conica del pezzo P_1; in esso è praticato un foro conico , il cui diametro alla estremità è di 3^{mm}, e che si allarga fino a 13^{mm} in corrispondenza del foro praticato nel pezzo P_1. Infine, fra il pezzo AB e lo specchio s è collocato un cartoncino c forato nel mezzo, grosso circa 1^{mm}, senza del quale il pezzo P_1B si precipiterebbe sullo specchio, non appena si chiudesse il circuito della pila in quello dell'elettrocalamita.

Come è facile prevedere teoricamente, vi è una grossezza del cartone c, dipendente dal diametro del foro del pezzo AB, la quale dà il massimo effetto; questa grossezza nel caso mio era appunto di un millimetro circa.

La parte ottica dell'apparecchio, oltre che dallo specchio s, è costituita da un portaluce che manda nella camera buia ove si opera un fascio orizzontale di raggi solari, e da diversi pezzi tolti in gran parte da un saccarimetro Soleil.

I raggi solari R (fig. 2) diretti perpendicolarmente all'asse del foro praticato in P_1 e nello stesso piano orizzontale, incontrano dapprima una lastrina di vetro giallo l, poi un prisma di nicol N_1 che fa da polarizzatore, quindi un diaframma M, ed una lastra di vetro a faccie parallele V inclinata a 45°. La luce che si riflette sulla prima faccia della lastra V cade sullo specchio s, e dopo esservisi riflessa attraversa la lastra V, ed infine passa per un sistema analizzatore formato da un nicol N_2 e da un piccolo cannocchiale C, mobile al centro d'un circolo graduato G insieme ad un nonio n che dà i 3 minuti.

Il diaframma M non è altro che un cartoncino con un foro circolare di 4^{mm}, metà del quale è coperto da una laminetta di mica di mezz'onda per la luce gialla. Con questa lamina cercai d'imitare le condizioni di un prisma di Jellet, o in generale degli analizzatori a penombra, come sarebbe quello di Laurent, e si adopera nel modo che sarà fra poco descritto.

6. *Preparazione dell'esperienza.* — Per disporre le cose a dovere, bisogna dapprima togliere di posto il diaframma M, e sostituirlo con un semplice cartoncino forato; poi si spostano i varî pezzi in modo che il raggio riflesso dal vetro V cada normalmente sullo specchio. È facile soddisfare a questa condizione facendo coincidere le regioni del vetro V illuminate, l'una dai raggi solari provenienti dal polarizzatore, e l'altra da quelli riflessi dallo specchio s, le quali regioni sono rese visibili dal pulviscolo che più o meno aderisce al vetro.

Applicando quindi l'occhio al cannocchiale C, il cui oculare si è posto a tale distanza dall'obbiettivo, da mostrare distintamente il foro del cartoncino posto in M, appariscono in generale più immagini del medesimo, dovute a riflessioni multiple sulle due faccie del vetro V. Ma è facile far cadere nel mezzo del campo la più brillante, che è quella che proviene dai raggi che hanno seguìto il cammino indicato nell'articolo precedente.

(1) Nelle figure 2, 3, 4 e 8, i due circoli punteggiati servono ad indicare le faccie superiori dei cilindri di ferro AB, CD della fig. 1, sui quali i pezzi P_1, P_2 sono collocati.

In generale è bene porre il primo nicol in modo che le vibrazioni incidenti sieno all' incirca verticali. Si gira allora l'analizzatore sino all'estinzione, poi si rimette a posto il diaframma M colla mica, girandolo nel proprio piano finchè anche la mica di mezz'onda, che ne copre metà del foro, apparisca affatto nera. Se allora si fa girare di pochissimo in un senso o nell'altro il diaframma M, la metà del foro coperta dalla mica si mostrerà leggermente illuminata, e girando un poco l'analizzatore si potrà far in guisa che cali un poco questa luce, e si illumini con egual intensità la metà libera del foro. Allora ciò che caratterizza la posizione dell'analizzatore, è l'eguaglianza d'intensità delle due metà del diaframma.

Più è stata spostata la mica dopo l'estinzione, maggiore è l'intensità comune delle due metà, ma meno sensibile è l'apparecchio, vale a dire che occorre uno spostamento maggiore dell'analizzatore per rendere visibile una differenza d'intensità. Colla luce solare, tanto intensa anche dopo aver attraversato il vetro giallo, si può raggiungere una grande sensibilità, e rendere sicura la posizione dell'analizzatore, per esempio, a meno di 1'.

Appena la corrente passa nell'elettrocalamita, le due metà del foro del diaframma M, che prima presentavano intensità eguali, subiscono un cambiamento, divenendo l'una più intensa e l'altra meno; ma girando l'analizzatore si può ristabilire l'uniformità d'illuminazione. Lo spostamento dell'analizzatore misura la rotazione impressa dallo specchio d'acciaio alle vibrazioni.

Invertendo la corrente, si ha naturalmente un cambiamento più notevole nell'immagine, e la rotazione dell'analizzatore richiesta per ristabilire l'eguaglianza di luce nelle due metà del diaframma, sarà il doppio della rotazione che si vuol misusare. Ordinariamente è di questa doppia rotazione che è più comodo tener nota.

7. *Risultati delle esperienze.* — La disposizione finora descritta, è quella che vale per misurare la rotazione prodotta sulle vibrazioni nell'atto della riflessione, per effetto del magnetismo dello specchio. Ma prima di fare questa misura, mi occupai di riconoscere se veramente era possibile, con una rotazione dell'analizzatore, ripristinare l'estinzione.

A questo scopo sperimentai dapprima senza la mica M, ma con un semplice diaframma forato. Ma qui torna acconcio osservare, che colla luce del sole non si ottiene mai un'estinzione perfetta. Quel po' di luce che resta è dovuto, almeno in massima parte, alla diffusione, sia sul vetro sia sullo stesso specchio, *s*. L'adoperare il cannocchiale CC' ed il diaframma posto in M, serve appunto ad attenuare l'effetto di questa luce diffusa. Infatti basta tirare l'oculare in fuori in modo da vedere distintamente, non il diaframma, ma la superficie dello specchio, perchè sia aumentata sensibilmente la luce che rimane quando i due nicol sono incrociati. Invece, quando l'oculare è accostato all'obbiettivo in modo che si possa vedere distintamente l'apertura d'un diaframma posto in M, a distanza dal cannocchiale notevolmente maggiore di quella alla quale si trova lo specchio, i raggi da questo emanati danno nell'occhio un'immagine diffusa ed allargata, l'intensità in ogni punto della quale è necessariamente minore.

Resa adunque minima la luce colla rotazione dell'analizzatore, e mentre col cannocchiale si osserva l'immagine del diaframma collocato dopo il polarizzatore, si chiude la corrente nell'elettrocalamita. La luce cresce allora nell'immagine; ma ho riconosciuto

sempre, che girando in un senso opportuno l'analizzatore, essa diminuisce fino a ridursi press'a poco allo stesso grado, come prima del passaggio della corrente. Invertendo quest'ultima, si raggiunge lo stesso effetto con una rotazione contraria dell'analizzatore. Dunque: l'effetto del magnetismo nel caso attuale, consiste unicamente, od almeno principalmente, in una rotazione delle vibrazioni incidenti, che si effettua in senso inverso della direzione della corrente magnetizzante, come ho constatato e come aveva asserito già il sig Kerr.

Se l'effetto del magnetismo fosse stato quello di trasformare il raggio riflesso in un raggio elittico, nel modo voluto dalla teoria di Fitzgerald (vedi art. 17), ogni spostamento dell'analizzatore avrebbe dovuto recare un aumento di luce nell'immagine.

Ho detto che l'effetto del magnetismo consiste *almeno principalmente* in una rotazione, giacchè non si può essere sicuri che allorquando l'intensità della luce trasmessa è resa minima colla rotazione dell'analizzatore, essa sia solo dovuta a luce diffusa, e non all'essere il raggio riflesso elittico anzichè a vibrazioni rettilinee. Se il raggio riflesso è leggermente elittico, come del resto sembra indicare la nuova teoria che esporremo nella Parte seconda, colla rotazione dell'analizzatore non si fa altro che misurare l'angolo che l'asse maggiore dell'elisse fa colla direzione primitiva delle vibrazioni.

Stabilita in tal modo, almeno molto approssimativamente, la natura del fenomeno, misurai replicatamente la rotazione, per vedere a qual grado il fenomeno stesso si produceva. Con 12 coppie Bunsen, la doppia rotazione misurata nel modo descritto nel precedente articolo, fu la seguente:

Corrente chiusa in un dato senso	91°	48′		
» » in senso opposto			92°	24′
« » nella 1ª direzione	91	51		
» » » 2ª »			92	24
» » » 1ª »	91	48		
» » » 2ª »			92	27
» » » 1ª »	91	48		
» » » 2ª »			92	27
Medie . . .	91° 48′,75		92°	25′,5

Differenza . . . . . 0° 36′,75

La doppia rotazione fu dunque di circa 37′. Ora il Gordon aveva coi suoi apparecchi ottenuti circa 27′. Dunque nelle mie esperienze avevo raggiunto un'intensità di effetto superiore a quella ottenuta dagli altri sperimentatori, ciò che mi rassicurò circa la legittimità della conseguenza tratta dalla mia prima esperienza. Bisogna osservare però che i numeri qui riportati dovrebbero subire una correzione, alla quale pare che nè il Kerr nè il Gordon abbiano pensato. Diffatti, il raggio riflesso dallo specchio magnetizzato non ha più le sue vibrazioni perpendicolari al piano d'incidenza allorchè cade sulla lastra di vetro, per attraversarla e giungere all'analizzatore, e per conseguenza le vibrazioni stesse, attraversando il vetro, devono subire una nuova piccola rotazione, che si potrebbe calcolare colle formole di Fresnel. Ma essendo mio solo scopo l'esaminare se la teoria di Fitzgerald era confermata, e l'aver una idea dell'entità di effetti raggiunti, giudicai inutile occuparmi di questa correzione.

8. *Esperienza sul bismuto.* — Fu in vista di studiare il fenomeno di Kerr con questo metallo, che fui tratto ad occuparmi delle presenti ricerche.

La difficoltà più grande che mi si presentò in principio, fu quella della costruzione d'uno specchio di bismuto, non avendo voluto fidarmi del vetro coperto di bismuto aderente (art. 3), adoperato poi dal sig. Hurion; ma dopo molti tentativi riuscii ad ottenere piccole lastrine perfettamente piane e speculari, coll'artificio seguente.

Preparato uno specchio di vetro con bismuto aderente, versando questo metallo fuso, in uno strato sottile, sopra una lastra di vetro ben pulita e assai calda, riduco lo strato metallico ad uno spessore assai piccolo con una lima, poi la riscaldo nuovamente, al solo scopo di evitare la rottura del vetro nell'operazione che sto per descrivere.

Prendo intanto un pezzo di ferro di forma parallelepipeda, e riscaldandolo sopra una fiamma, ne ricopro una delle faccie con uno straterello di saldatura, formata con stagno, piombo e bismuto. La solita soluzione di cloruro di zinco serve ad assicurare l'aderenza della saldatura sul ferro. Ciò fatto, e bagnato un poco il bismuto aderente al vetro col cloruro di zinco, porto su di esso il pezzo di ferro caldo, ponendo la saldatura fusa sul bismuto, Il ferro resta così saldato fortemente al bismuto, che alla sua volta aderisce tuttora al vetro (1). Quando poi il tutto è ben freddo, stringo il pezzo di ferro in una morsa, e strappo con forza il vetro. Se questo è abbastanza grosso e robusto, esso si stacca intero dal bismuto, lasciando questo metallo sul ferro, sotto forma di sottile strato, se non in tutto, almeno in parte, perfettamente piano e levigato come il vetro al quale aderiva, tanto da costituire uno specchio tersissimo.

Messo uno di questi specchi di bismuto al posto dello specchietto d'acciaio, e adoperando la corrente anche di 20 coppie, contro ogni mia aspettativa non mi fu dato di scorgere traccia veruna di rotazione.

Questo risultato negativo lo ebbi, tanto col bismuto chimicamente puro, che con quello del commercio.

Finora dunque il ferro, e secondo Hall, il nichel, sono i soli metalli che offrano in modo sicuro il fenomeno scoperto da Kerr (2). Questo fenomeno sembra dunque intimamente legato alle proprietà magnetiche dei corpi.

Capitolo III.

Esperienze relative alla riflessione obbliqua sul polo d'una calamita.

9. *Esperienze preliminari.* — Per sperimentare con incidenze diverse dalla normale, cominciai coll'imitare la disposizione di Kerr. Perciò applicato lo specchio d'acciaio s (fig. 3) ad una faccia piana del pezzo polare di ferro P_1, collocai l'altro

(1) Il processo descritto fin qui potrebbe considerarsi come il mezzo di saldare o congiungere il vetro ad un metallo.

(2) Anche colla riflessione obbliqua il bismuto non presentò traccia del fenomeno; lo dico in questa nota, onde non occuparmi più di questo metallo nel resto della mia Memoria.

pezzo P_2 in modo che uno dei suoi spigoli verticali si trovasse di fronte e a piccola distanza dallo specchio. Due piccoli pezzetti di cartone interposti tra s e P_2, l'uno al lembo superiore, l'altro al lembo inferiore di s, impedivano che giungessero a toccarsi. Il raggio solare esciva dal foro quadrato (4^{mm} di lato) di un diaframma M, si polarizzava nel nicol N_1, si rifletteva su s, e giungeva all'analizzatore N_2, seguìto al solito dal piccolo cannocchiale C, e munito del circolo graduato.

Trovai comodo tenere il vetro giallo l anche in queste esperienze, benchè non facessi uso del diaframma colla mica di mezz'onda. Col vetro giallo ebbi sempre risultati migliori, in parte forse perchè m'ero abituato a lavorare colla luce gialla, e in parte ancora perchè la debole luce diffusa che rimaneva nel campo del cannocchiale quando i nicol erano incrociati, era assai meno intensa coll'uso del vetro giallo.

Anche qui si può regolare il cannocchiale in modo da vedere un'immagine netta del foro M, oppure da vedere distintamente lo specchio. In questa seconda maniera d'osservare, la luce diffusa che resta quando i prismi di Nicol essendo incrociati dovrebbero dare l'estinzione, è un poco più intensa, per cui è preferibile la prima posizione dell'oculare.

È a notare però, che l'immagine del foro M non apparisce di splendore uniforme e a contorni decisi, ma coperta come da scannalature verticali. Ciò è dovuto a diffrazione. In causa della presenza dello spigolo del pezzo P_2, assai vicino allo specchio, la parte di questo che può inviare raggi riflessi all'analizzatore si riduce ad una striscia verticale, assai ristretta, che si comporta come una fenditura diffrangente. Questo fenomeno non nuoce però menomamente all'esperienza.

Per operare con angoli d'incidenza determinati, almeno approssimativamente, costruii diversi triangoli di cartoncino, aventi uno degli angoli o di 90°, o di 120°, o di 152°, o di 160°. Facendo lambire al raggio incidente ed al riflesso i lati dell'angolo misurato d'uno di questi triangoli, spostando convenientemente l'elettro calamita ed il sostegno che portava l'analizzatore, avevo le incidenze di 45°, di 60°, di 76° (incidenza principale), e di 80°, con approssimazione sufficiente per le attuali esperienze.

Siccome poi è soltanto quando le vibrazioni nel raggio incidente sono o nel piano d'incidenza o perpendicolari a questo piano, che il raggio riflesso da un metallo conserva la polarizzazione rettilinea, così devesi disporre il nicol N_1 in modo che le vibrazioni lungo il raggio che ne emerge soddisfino ad una di queste condizioni. Se è verticale il piano delle piccole diagonali delle faccie terminali, le vibrazioni emergenti dal primo nicol sono verticali, e quindi perpendicolari al piano d'incidenza che è orizzontale. Girato di 90° il nicol N_1 a partire da questa posizione, le vibrazioni incidenti sono orizzontali, e quindi contenute nel piano. d'incidenza.

Per collocare a posto i due nicol, procedo nel modo seguente

Disposto il polarizzatore N_1 apppprossimativamente nella posizione dovuta, cioè col piano delle piccole diagonali o verticale od orizzontale all'incirca, si rende minima la luce trasmessa girando l'analizzatore. Si prova allora a far girare alcun poco il polarizzatore. Se era esattamente nella posizione dovuta, la luce cresce comunque lo si giri; nel caso contrario la luce si può far diminuire ancora girandolo in un certo senso. Resa minima ancora la luce con una rotazione del polarizzatore, si osserva se

è possibile diminuirla ancora girando l'analizzatore; se ciò accade, si gira l'analizzatore sino a rendere la luce trasmessa meno intensa che sia possibile, poi si prova nuovamente a girare il polarizzatore, e così di seguito. Si giunge dopo pochi tentativi, a far in modo che la debole luce rimasta cresca al più piccolo spostamento in qualunque senso, sia del polarizzatore, sia dell'analizzatore. Allora le vibrazioni incidenti sono esattamente o perpendicolari o parallele al piano d'incidenza. Questa serie di operazioni deve eseguirsi colla massima cura e colla più scrupolosa attenzione.

Tuttavia bisogna osservare, che quando nelle esperienze si adoperano forti correnti, lo specchio conserva, anche dopo che il circuito dell'elettrocalamita è interrotto, un magnetismo rimanente che basta a produrre qualche azione sulla luce che vi si riflette. Per cui, se dopo aver chiuso per un momento e poi aperto il circuito della pila e dell'elettrocalamita, si eseguiscono le operazioni or ora descritte per orientare i due nicol, poi si manda per un momento nell'elettrocalamita una corrente inversa alla precedente, si riconosce che i nicol non sono più nella posizione per la quale a ciascun piccolo spostamento d'uno di essi si ha aumento di luce trasmessa. Se questo si verifica, bisogna tener conto della posizione dei nicol dopo la prima serie d'operazioni, fare di nuovo le operazioni stesse collo specchio qual'è rimasto dopo l'ultima corrente, e vista la posizione dei due nicol, adottare per ciascuno di essi una orientazione media fra quelle trovate nelle due serie d'operazioni.

Quasi sempre però mi contentai di fare una sola serie d'operazioni, giacchè vidi che nel caso mio l'errore che si commetteva era abbastanza piccolo. Ma dovrebbe tenersi conto del magnetismo rimanente se si adoperassero correnti assai più energiche, e segnatamente poi se si volessero far misure con incidenze prossime a 90°, colle quali, come vedremo, l'azione del magnetismo diventa assai piccola.

Disposte le cose nel modo descritto, non appena si manda la corrente nel filo dell'elettrocalamita, la debole luce diffusa rimasta nell'immagine del diaframma, cresce visibilmente. Girando l'analizzatore non si può mai ridurre la luce ad avere la stessa piccola intensità che aveva prima del passaggio della corrente, ciò che dimostra che il raggio riflesso diviene elittico, come già osservarono il Kerr (art. 2) ed il Fitzgerald (art. 3).

Ma eseguendo ripetutamente l'esperienza, feci un'osservazione la di cui importanza, come si vedrà in seguito, è capitale. Notai cioè che quando le vibrazioni incidenti erano orizzontali, era maggiore la diminuzione di luce ottenuta con una conveniente rotazione, in senso determinato, dell'analizzatore, che non quando le vibrazioni incidenti erano invece verticali. In entrambi i casi, più grande si faceva l'angolo d'incidenza, più piccola era la diminuzione di luce ottenibile girando l'analizzatore; ed anzi allorquando l'angolo d'incidenza era di circa 75° o 76°, cioè eguale all'angolo d'incidenza principale, e le vibrazioni incidenti erano verticali, la luce sembrava crescere ad ogni spostamento dell'analizzatore, ciò che, se fosse esatto, proverebbe essere la luce riflessa elittica cogli assi l'uno verticale e l'altro orizzontale, come asserì il Kerr. Ma quando a questa stessa incidenza le vibrazioni incidenti erano orizzontali, girando alcun poco l'analizzatore in un determinato senso, potevasi visibilmente diminuire la luce apparsa nell'atto dell'inviare la corrente nel filo dell'elettrocalamita. Fu così che mi accorsi d'una differenza nel modo di comportarsi

della luce riflessa, secondo che le vibrazioni incidenti sono o parallele o perpendicolari al piano d'incidenza.

Ciò mi sorprese assai, giacchè tanto il Kerr che il Fitzgerald non accennano affatto a differenza di sorta fra i due casi. Esaminando però con cura il lavoro di Kerr, vidi che il più delle volte osservava con vibrazioni incidenti perpendicolari al piano d'incidenza, o se vogliamo, parallele allo specchio. Ed era naturale che il Kerr preferisse operare in tal guisa, giacchè quando le vibrazioni incidenti sono perpendicolari al piano d'incidenza, la luce riflessa da un metallo ha intensità maggiore, che quando le vibrazioni incidenti sono contenute in quel piano.

Impensierito dalla lieve, ma pur sicura, differenza di effetti ottenuti secondo l'orientazione delle vibrazioni incidenti, variai in molte maniere le condizioni dello esperimento, finchè giunsi a condizioni particolari che mi misero sulla buona via.

Disposi cioè l'analizzatore assai vicino allo specchio, ed invece d'osservare col cannocchiale l'immagine del foro del diaframma posto innanzi al polarizzatore, osservai la superficie dello specchio, tirando infuori assai l'oculare. Nel campo del cannocchiale vedevasi allora un rettangolo verticale assai alto e stretto e debolmente luminoso, che altro non era che l'immagine della parte dello specchio sottoposta allo spigolo del pezzo P_2 (fig. 3). Chiudendo la corrente vidi che la luce cresceva, ma non uniformemente in tutto il rettangolo. Esso diveniva assai luminoso lungo la retta verticale che lo divideva in due parti eguali, e mano a mano meno splendente, lateralmente a quella retta.

La spiegazione di questo fatto è semplicissima. La parte mediana del rettangolo corrisponde alla parte dello specchio immediatamente di fronte allo spigolo del pezzo P_2, mentre le parti laterali corrispondono alle parti dello specchio meno vicine allo spigolo suddetto. Ora, è evidente che la magnetizzazione è massima nel mezzo del rettangolo, in causa dell'induzione dello spigolo P_2, e grado a grado minore lateralmente, d'onde l'apparenza osservata.

Da questa osservazione dedussi che, anche quando nelle altre esperienze osservavo l'immagine del diaframma M, la luce era riflessa su parti dello specchio diversamente magnetizzate, e che l'effetto osservato doveva essere in certo modo la media degli effetti spettanti alle diverse porzioni dello specchio. Giudicai dunque che era necessario rendere uniforme la magnetizzazione nella parte dello specchio sulla quale i raggi si riflettono, e dopo alcuni tentativi combinai la disposizione sperimentale che descriverò nell'articolo seguente.

Dirò però fin d'ora, che i fenomeni divennero con questa disposizione assai più netti e sicuri, e che la differenza di proprietà del raggio riflesso dallo specchio magnetizzato, secondo che nel raggio incidente le vibrazioni sono o perpendicolari o parallele al piano d'incidenza divenne marcatissima. Tale differenza era passata inosservata agli altri sperimentatori, forse appunto per avere trascurato di rendere sensibilmente uniforme la magnetizzazione nella parte utile dello specchio,

10. *Disposizione definitiva dell'apparecchio.* — La parte ottica è la stessa che nella fig. 3, e cioè prima della riflessione sullo specchio d'acciaio *s* (fig. 4), la luce incontra il vetro giallo *l*, il diaframma forato M ed il polarizzatore N_1, e dopo la riflessione, l'analizzatore N_2 ed il cannocchiale C. Il circolo graduato G è annesso

all'analizzatore, come nella figura, in alcuni casi; ma in altri esso è invece annesso al polarizzatore. Meglio sarebbe avere due circoli graduati, l'uno per il primo nicol e l'altro pel secondo; ma, non avendone che uno, fui costretto a cangiarlo di posto secondo il bisogno.

La figura 4 mostra la disposizione dello specchio e dei pezzi polari dell'elettrocalamita. Lo specchio *s* è al solito fissato sopra una faccia piana del pezzo P_1. Di fronte ad esso si trova un pezzo di ferro AE fissato sopra P_2. Esso ha la forma di prisma a spigoli verticali, la cui sezione orizzontale è un trapezio ABED, nel quale i lati AB, ED formano fra loro un angolo di circa 30°, ed il lato AD è di circa mezzo millimetro. Per conseguenza la faccia proiettata in AD, la quale è parallela allo specchio, è di forma rettangolare, larga mezzo millimetro ed alta quanto il prisma, e precisamente 8 millimetri.

La distanza fra questa faccietta AD e lo specchio *s* è di circa mezzo millimetro, ed è mantenuta costante per mezzo di un cartoncino applicato sullo specchio. Questo cartoncino ha un'apertura rettangolare, la cui altezza verticale è un poco minore di 8 millimetri, cosicchè il pezzo ABED non tocca il cartone che alle due estremità superiore ed inferiore della faccia AD, lasciando nel mezzo libero lo specchio.

Per limitare poi l'estensione di questo alla sola parte prospiciente la faccia AD, ho trovato comodo operare così. Sopra la fiamma d'una candela ricopro lo specchio d'un velo di nero fumo, poi con uno stecchetto appuntito levo lo strato nero, per una piccola estensione larga circa mezzo millimetro, la quale viene collocata esattamente di fronte ad AD. In tal modo la luce non si riflette che sopra un'estensione dello specchio, ove la magnetizzazione può considerarsi come costante in ogni sua parte, almeno per quanto è necessario onde avere buoni risultati.

Infine, tanto il cartoncino fissato sullo specchio, e su cui si appoggiano le estremità della faccia AD, come la faccia stessa, ed in parte le faccie laterali AB, DE, sono accuratamente coperti di nero fumo, onde non entri nel campo del cannocchiale nessuna luce estranea.

Collocati al loro posto i pezzi di ferro P_1 *s* ed AP_2, onde procedere ad una esperienza bisogna dare all'angolo d'incidenza un valore determinato, il che si ottiene col mezzo indicato nell'articolo precedente, avvertendo però che onde i pezzi polari e lo specchio non abbiano a spostarsi nell'atto di muovere l'elettrocalamita, è utile tener chiusa la corrente nei rocchetti durante il movimento. Ciò fatto, si girano i due nicol in modo che le vibrazioni incidenti siano o verticali od orizzontali, e che la luce che resta nell'immagine del foro M vista nel cannocchiale, sia la meno intensa possibile, e cioè le sezioni principali dei nicol sieno incrociate ad angolo retto. Allora tutto è pronto per procedere alle esperienze.

11. *Risultati delle esperienze.* — 1° *Vibrazioni incidenti perpendicolari al piano d'incidenza.* Supponiamo dapprima che le vibrazioni sul raggio incidente sieno verticali, e per conseguenza, per la posizione che ha lo specchio, perpendicolari al piano d'incidenza.

Nell'atto in cui si manda la corrente nei rocchetti dell'elettrocalamita, cresce alquanto la luce dell'immagine del foro M vista nel cannocchiale. Girando l'analizzatore in un senso, la luce cresce ancor più: girandolo in senso contrario la luce

diminuisce dapprima un pòco, per crescere nuovamente continuando la rotazione dell'analizzatore nello stesso senso. Più l'angolo d'incidenza è piccolo, maggiore è la diminuzione di luce che può ottenersi; ma in ogni caso la luce rimane sensibilmente più intensa che prima del passaggio della corrente. Il raggio riflesso non ha dunque più vibrazioni rettilinee, ma elittiche, e l'elissi si schiaccia tanto più, accostandosi alla linea retta, quanto più piccolo è l'angolo d'incidenza. Si comprende in tal modo come per un angolo d'incidenza nullo, cioè nel caso della riflessione normale, il fenomeno si riduca sensibilmente ad una semplice rotazione.

Il senso nel quale si deve girare l'analizzatore onde ottenere dapprima diminuzione di luce, è inverso a quello delle correnti d'Ampère sullo specchio.

Questi risultati coincidono con quelli ottenuti da Fitzgerald all'incidenza di 60°. All'incidenza principale, cioè di circa 76°, la diminuzione di luce, che può ottenersi girando nel senso dovuto l'analizzatore è appena sensibile, ma tuttavia mi parve esistere sicuramente. Neppure in questo caso dunque la traiettoria elittica nel raggio riflesso, avrebbe gli assi nelle due direzioni perpendicolare e parallela al piano di incidenza, come credè d'osservare il Kerr.

Se invece di far girare l'analizzatore, si gira il primo nicol, si riconosce del pari che girato che sia nel senso della corrente (supponendo di osservarlo stando presso lo specchio), la luce cresce immediatamente, e girato in senso contrario la luce diminuisce, raggiunge un minimo, poi cresce nuovamente.

Ma si nota una differenza notevole fra il risultato di questa esperienza e quello della precedente, cioè di quella in cui si faceva girare l'analizzatore. Nel caso attuale: 1° la rotazione che dà il minimo di luce è sensibilmente maggiore; 2° l'intensità minima che si può raggiungere è visibilmente minore, anzi la luce si riduce quasi tanto debole quanto lo era prima del passaggio della corrente.

Si può dunque dire che: quando le vibrazioni incidenti sono perpendicolari al piano d'incidenza, si può quasi completamente compensare l'azione del magnetismo con una determinata rotazione del polarizzatore in direzione inversa della corrente che produce il magnetismo dello specchio.

Questo è lo stesso risultato ottenuto dal Kerr, salvo che secondo questo sperimentatore la compensazione dovrebbe essere completa, mentre per quanto ho potuto giudicare non è tale, ed inoltre dovrebbe essere valido quest'enunciato anche quando le vibrazioni incidenti sono orizzontali, ciò che vedremo non aver luogo. Quand'anche però la compensazione si volesse considerare come completa, non sarebbe ad ogni modo lecita la conseguenza che ne deduce il Kerr, e cioè che l'azione del magnetismo possa considerarsi come una rotazione delle vibrazioni che avvenga prima della riflessione. Questa conseguenza oltrepasserebbe la portata del fatto constatato, il quale mostrerebbe soltanto, esser possibile di far cadere sullo specchio magnetizzato un raggio polarizzato colle sue vibrazioni in un azimut particolare, in modo che il raggio riflesso, invece di essere elittico, come lo sarebbe collo specchio non magnetico, sia a vibrazioni rettilinee perpendicolari al piano di riflessione.

Ad evitare ogni equivoco avverto che colle parole: *rotazione d'uno dei nicol nel senso della corrente*, si dovrà sempre intendere che tanto la rotazione, che la

direzione nella quale la corrente avvolge il polo, siano entrambe destrogire o levogire, ammesso però che la corrente magnetizzante si osservi guardando di fronte il polo, cioè da P_2 verso P_1 (fig. 4), ed ammesso pure che la rotazione del primo nicol si guardi da s verso N_1, e quella del secondo nicol da C verso N_2. All'incidenza normale la rotazione del primo nicol nel senso della corrente, è dunque effettivamente un movimento in senso contrario di quello della corrente magnetizzante, giacchè i due movimenti si suppongono osservati da due direzioni opposte.

Con queste convenzioni, se prendiamo per piano di figura un piano perpendicolare al raggio riflesso, e se Ox (fig. 5) è l'intersezione di questo piano col piano di riflessione, la Oy, perpendicolare ad Ox, rappresenterà la direzione in cui si compiono le vibrazioni riflesse, prima dell'azione della corrente, e l'elisse tracciata nella figura potrà indicare la forma delle vibrazioni riflesse, quando la corrente è destrogira, e cioè circola nel filo dell'elettrocalamita, nella direzione degli aghi d'un orologio, vista che sia stando davanti allo specchio.

12. — 2° *Vibrazioni incidenti parallele al piano d'incidenza.* In questo caso i risultati sono opposti a quelli del caso precedente, giacchè quanto si disse riguardo all'effetto d'una rotazione dell'analizzatore o del polarizzatore, vale qui rispettivamente per la rotazione del polarizzatore o dell'analizzatore.

Infatti qui pure facendo ruotare uno dei due nicol in un senso, la luce si fa crescere fin dapprincipio, e facendolo ruotare in senso contrario, comincia col diminuire, raggiunge un minimo, poi cresce nuovamente. Qui pure la diminuzione di luce si ottiene quando la rotazione si effettua in direzione opposta a quella della corrente magnetizzante. Ma mentre nel caso precedente la diminuzione di luce che si poteva ottenere muovendo il polarizzatore era assai notevole, tale anzi da ripristinare quasi l'estinzione, e quella che potevasi raggiungere coll'analizzatore era poca cosa; nel caso attuale invece è muovendo l'analizzatore che si può quasi ridurre la luce all'intensità che aveva prima del passaggio della corrente e prima del movimento del secondo nicol. Anzi, chi esperimentasse con luce non tanto intensa, e ad incidenze non tanto grandi, potrebbe credere che la estinzione si ottenesse perfetta. In altri termini: Quando le vibrazioni incidenti sono parallele al piano d'incidenza, si può compensare quasi completamente l'azione del magnetismo con una rotazione dell'analizzatore in senso contrario delle correnti Amperiane che rappresentano la polarità dello specchio. Perciò: Il fenomeno è in questo caso poco diverso da una semplice rotazione delle vibrazioni, come all'incidenza normale.

La figura 6 rappresenta la vibrazione riflessa in questo caso. Prima che agisca la corrente, la vibrazione si fa secondo Ox. Dopo invece, secondo l'elisse tracciata nella figura, la quale elisse deve essere più schiacciata di quella della fig. 5, e col suo asse maggiore più deviato.

Girando il polarizzatore nel senso dovuto, la luce comincia col diminuire, ma anchè quando ha raggiunto la minima possibile intensità, essa è notevolmente più intensa che prima del passaggio della corrente. Nel caso attuale insomma, come abbiamo già avvertito, il polarizzatore si comporta come l'analizzatore nel caso precedente.

Come si vede, i risultati da me ottenuti nel caso attuale sono affatto nuovi, e diversi da quelli enunciati da Kerr e da Fitzgerald come comuni ai due casi delle vibrazioni incidenti, o perpendicolari, o parallele al piano d'incidenza.

13. *Misura della rotazione.* — Si potrà avere una idea dell'intensità dell'azione magneto-ottica, misurando l'angolo del quale deve girarsi uno dei due nicol, per ottenere la compensazione quasi perfetta dell'azione magnetica, e cioè il polarizzatore, se le vibrazioni incidenti sono perpendicolari al piano d'incidenza, e l'analizzatore se le vibrazioni suddette sono parallele a questo piano.

Nel primo caso il circolo graduato sarà annesso al polarizzatore; nel secondo caso all'analizzatore.

Ho replicatamente fatta questa doppia misura, sotto diverse incidenze. Senza trascrivere i risultati numerici, enuncierò la conseguenza principale alla quale sono giunto, e cioè: La rotazione misurata col polarizzatore, quando le vibrazioni incidenti sono perpendicolari al piano d'incidenza, è sensibilmente eguale alla rotazione misurata coll'analizzatore, quando a parità d'angolo d'incidenza e di forza magnetica, le vibrazioni incidenti sono invece parallele al piano d'incidenza.

Devo notare però che, siccome per fare le due misure ero costretto a trasportare il circolo graduato applicandolo alternativamente al nicol polarizzatore ed all'analizzatore, qualche piccola variazione casuale dell'angolo d'incidenza produsse delle diversità nei numeri successivamente ottenuti, che salirono fino ad 8′. Ma l'eguaglianza risultò sempre sensibilmente prendendo le medie d'un grandissimo numero di misure.

Feci pure un gran numero di misure, sia con vibrazioni incidenti verticali, e girando il polarizzatore, sia con vibrazioni incidenti orizzontali e girando l'analizzatore e variando nei due casi l'angolo d'incidenza.

Ecco le medie dedotte da una serie di tali misure:

Incidenza	Doppio della rotazione	
45°	1°	11′
60	1	6
76	0	57

La corrente era data da 20 coppie Bunsen.

In un'altra serie di misure fatta colla corrente di 12 coppie, ebbi le medie seguenti:

Incidenza	Doppio della rotazione
45°	54′
60	51
76	42
80	33

Dunque: la rotazicoe delle vibrazioni prodotta dal magnetismo dello specchio diminuisce al crescere dell'angolo d'incidenza.

Non si può dai numeri riportati, nè da altri che non ho trascritti, avere un'idea della legge con cui varia la rotazione al variare dell'angolo d'incidenza: e ciò per due ragioni. Prima di tutto sono poche le incidenze alle quali potei operare. Inoltre, siccome per variare l'incidenza ero costretto a spostare angolarmente l'elettrocalamita, non è cosa sicura che durante il movimento non abbia avuto luogo qualche lieve

spostamento dello specchio, relativamente al prisma di ferro che gli sta di fronte, benchè avessi cura di tener chiusa la corrente durante il movimento. È chiaro che un tale spostamento potrebbe modificare l'intensità magnetica dello specchio. Oltre a ciò non potei occuparmi di mantenere assolutamente costante l'intensità della corrente magnetizzante.

Ma che la rotazione diminuisca al crescere dell'incidenza, mi sembra provato, avendo sempre avuto un tal risultato anche con lunghe serie di misure, nelle quali facevo alternativamente crescere e calare l'angolo d'incidenza. In queste serie di misure i risultati furono abbastanza costanti, salvo per le incidenze grandi; ma anche per l'incidenza di 80° ebbi risultati abbastanza buoni, dopo aver raddoppiato di cura nell'orientazione dei due nicol prima delle esperienze, ed aver tenuto conto, nel modo indicato nell'art. 9, del magnetismo rimanente dello specchio.

Una volta ben orientati i nicol, bastava spostarne leggermente uno, perchè la rotazione misurata coll'altro variasse assai, e qualche volta anche cambiasse segno, come se il fenomeno di Kerr s'invertisse ad una incidenza prossima a 90°.

D'altronde si comprende di leggieri, come l'azione magnetica sulla luce che si riflette debba tendere a scomparire, mano a mano che il raggio luminoso si approssima a divenire perpendicolare alla direzione della forza magnetica.

14. *Esperienze con riflessioni multiple.* — Abbenchè nel corso delle mie esperienze abbia ottenute rotazioni di oltre un grado coll'inversione della corrente, pure ho cercato d'amplificare ancora il fenomeno, facendo riflettere più volte alternativamente la luce su due specchi paralleli.

Supponiamo che ai due pezzi di ferro P_1 e P_2, che costituiscono i poli della elettrocalamita, sieno applicati due specchi d'acciaio s_1, s_2, affacciati l'uno all'altro parallelamente ed a piccola distanza (fig. 7), e che un raggio polarizzato parta da A dirigendosi verso B perpendicolarmente allo specchio s_1.

Siccome all'incidenza normale il fenomeno di Kerr si riduce sensibilmente ad essere una rotazione delle vibrazioni incidenti, così le vibrazioni del raggio AB, riflettendosi sullo specchio s_1, saranno deviate in senso inverso delle correnti d'Ampère sul polo s_1. Il raggio riflesso cadrà quindi in C sullo specchio s_2, e le vibrazioni riflettendosi gireranno d'altrettanto in senso inverso delle correnti rappresentanti il magnetismo di s_2 e così di seguito.

Ora, queste successive rotazioni delle vibrazioni si sommano. Difatti se le correnti d'Ampère in s_1 viste da C verso B, sono per esempio nella direzione del moto degl'indici sopra un quadrante, quelle di s_2 viste da B verso C sono in senso contrario, e per conseguenza viste da C verso B nella stessa direzione delle prime. Gli effetti adunque devono sommarsi, e dopo n riflessioni si avrà una rotazione n volte quella dovuta ad una riflessione sola. Si noti però, che se mai, come è probabile. oltre della rotazione della vibrazione incidente, lo specchio magnetico la trasforma in elisse assai allungata, ad ogni nuova riflessione l'elisse dovrà aprirsi di più avvicinandosi alla forma circolare. Però è certo che con riflessioni non troppo numerose l'elitticità deve essere trascurabile.

Ma non è possibile disporre l'esperimento nel modo indicato, mentre è facile ottenere molte riflessioni successive sui due specchi paralleli, facendo cadere la luce

sotto una incidenza obliqua. Se l'angolo d'incidenza è assai piccolo ed il numero delle riflessioni non troppo grande, potrà ancora trascurarsi l'elitticità, e considerarsi il fenomeno come una semplice rotazione. È in queste condizioni che l'esperienza è stata da me realizzata.

La figura 8 dà idea del modo nel quale sono disposte le varie parti dell'apparecchio. I due specchi s_1, s_2, sono applicati su due faccie parallele dei pezzi P_1, P_2, ed il diametro che da una parte limita ciascuno degli specchi (che, come si disse, hanno forma semicircolare), coincide collo spigolo verticale interno dei pezzi P_1, P_2, come vedesi nella figura. Il raggio solare orizzontale passa pel vetro giallo l, attraversa l'apertura quadrata del diaframma M, poi il polarizzatore N_1, e cade sullo specchio s_2, passando rasente allo specchio s_1. Riflesso da s_2 cade su s_1, e vi si riflette, dirigendosi di nuovo verso s_2, e così di seguito, finchè, dopo un certo numero pari di riflessioni è dallo specchio s_1 mandato, in direzione parallela a quella che aveva all'uscire da N_1, verso l'analizzatore. Quest'ultimo, che è il nicol N_2, ha annesso il circolo graduato, ed è seguìto dal solito cannocchiale.

La figura 8 non mostra la maniera nella quale gli specchi sono mantenuti a posto, ad onta della potente attrazione che si sviluppa fra di essi quando l'elettrocalamita è animata dalla corrente. La disposizione da me adottata si comprenderà dall'esame delle figure 9 e 10.

Prima di tutto ciascuno dei due specchi fu fissato sopra una piastrina d'acciaio rettangolare AB (fig. 9) grossa circa 3 millimetri. Questa piastrina è incavata secondo un semicircolo BCD capace di ricevere esattamente lo specchio s_1, in maniera che la superficie di s_1 si trovi press'a poco nello stesso piano colla parte non incavata della faccia AB. Due viti a testa assai sottile mantengono lo specchio saldamente al suo posto. In questo modo gli specchi hanno acquistato una forma più appropriata al telaio nel quale devono essere collocati, e che è rappresentato nella fig. 10, visto di fronte e di lato.

Esso consiste in un rettangolo di lastra d'ottone ABCD, grossa circa mezzo millimetro, avente un'apertura rettangolare EFGH, l'altezza della quale EH è minore del diametro BC (fig. 9) degli specchi. Questo rettangolo, visto di fianco, è disegnato in B′C′ (fig. 10). Sulla faccia del rettangolo, visibile nella figura, sono saldate due spranghette d'ottone a sezione rettangolare IL ed MN, fra le quali resta un intervallo eguale al diametro BC (fig. 9). Viste di fianco, sono L′ ed N′. Altre due L″, N″, trovansi nella faccia opposta del rettangolo. Altre quattro spranghettine saldate lungo AD e BC, non rappresentate nella figura, servono a consolidare questa specie di doppio telaio, onde il rettangolo ABCD rimanga sempre piano.

Uno degli specchi s_2 è introdotto colla sua montatura fra le guide IL, MN; la parte speculare è rivolta all'interno, ed è rappresentata col semicerchio punteggiato. Lo specchio s_1 è invece posto fra le guide saldate nella faccia posteriore del rettangolo ABCD, e la sua faccia speculare è rivolta verso l'altro specchio. Infine i due specchi possono scorrere a forte attrito fra le loro guide, e sempre restando paralleli e conservando la loro distanza di circa mezzo millimetro, sovrapporsi più o meno l'uno all'altro.

Siccome i pezzi d'acciaio portanti gli specchi sporgono alcun poco dalle guide

come vedesi nella parte a destra della figura 10, così, per mantenerli in posto fra i pezzi P_1 e P_2 della figura 8, è sufficiente l'azione magnetica. Basta infatti far combaciare le superficie esterne dei pezzi d'acciaio s_1, s_2 colle rispettive faccie dei pezzi P_1, P_2, e far passare un momento la corrente nell'elettrocalamita, perchè dopo tutto rimanga in posto, per la sola azione del magnetismo rimanente.

Una volta messi gli specchi al loro posto, s'incontra qualche difficoltà nel collocare i due nicol, e nel decidere qual'è il numero delle riflessioni che subisce il raggio sui due specchi. A superare queste difficoltà vale il seguente modo di procedere.

Prima di mettere a posto i nicol, si colloca l'elettrocalamita in modo che gli specchi sieno paralleli alla visuale condotta dall'occhio O al diaframma M, per l'apertura del quale entra la luce solare, e che il diaframma si vegga attraverso l'intervallo che resta fra di loro (fig. 11 *a*). Si fa allora girare lentamente l'elettrocalamita intorno ad un asse verticale passante fra gli specchi. Poco a poco la luce non può più passare direttamente fra gli specchi, e si cessa di vedere da O l'apertura M; ma ben tosto apparisce press'a poco nella stessa direzione un'immagine di M dovuta a due riflessioni (fig. 11 *b*). Continuando a far girare lentamente l'elettrocalamita, l'immagine di M poco a poco impallidisce, mentre se ne vede sorgere un'altra meno splendente che diviene grado a grado più luminosa. Questa seconda immagine si deve a raggi che hanno subìto quattro riflessioni (fig. 11 *c*). Continuando ancora la rotazione, si vede comparire una nuova immagine dovuta a sei riflessioni (fig. 11 *d*), e così di seguito. Se si vuol fare l'esperienza con sei riflessioni non si ha che ad arrestarsi appunto quando la terza immagine ha il maggior splendore, interporre fra l'occhio e gli specchi l'analizzatore col cannocchiale, e mettere al suo posto il polarizzatore.

Si comprende facilmente, che meno i due specchi sono sovrapposti l'uno all'altro, più piccolo è l'angolo d'incidenza, quando si osserva l'immagine formata con un dato numero di riflessioni.

Feci l'esperienza con sei riflessioni ed una incidenza di circa 12°. Disposto il polarizzatore in modo da trasmettere vibrazioni parallele al piano d'incidenza, e fatto girare l'analizzatore fino a produrre l'estinzione o la minima intensità, non appena la corrente invadeva il filo dell'elettrocalamita, la luce riappariva con notevole intensità. Essa poteva nuovamente estinguersi quasi completamente girando in un determinato senso l'analizzatore. Invertendo la corrente, di nuovo appariva la luce, e per ridurla alla minima intensità dovevasi girare l'analizzatore in senso contrario.

È affatto inutile trascrivere i valori ottenuti della rotazione. Dirò solo che nelle condizioni predette ottenni rotazioni di oltre 3°. Questo risultato basta per provare che coll'artificio delle riflessioni multiple, e con apparati più perfetti dei miei, si potrà in seguito anche assai più amplificare il fenomeno, e probabilmente studiarne le modalità, non solo nel ferro o nell'acciaio, ma forse ancora in altri metalli.

Anche in questo esperimento coi due specchi, si possono rendere assai esatte le misure, aggiungendo subito dopo il polarizzatore un diaframma con foro per metà coperto da una mica di mezz'onda, da adoperarsi colle norme esposte nell'art. 6.

15. *Riepilogo della prima parte.* — Dalle esperienze fin qui esposte, parmi risulti con chiarezza caratterizzato e definito il fenomeno di Kerr.

All'incidenza normale, esso consiste sensibilmente in una semplice rotazione delle vibrazioni incidenti, e questa rotazione ha luogo in senso contrario alle correnti molecolari rappresentative del magnetismo dello specchio. La vibrazione riflessa sembra dunque essere rettilinea, o se non lo è, ha almeno una grandissima eccentricità (art. 7).

Quando l'incidenza diviene obbliqua, comincia ad apparire un'influenza dell'orientazione delle vibrazioni incidenti, e al crescere dell'incidenza diviene di più in più marcata la differenza nel modo di comportarsi dei raggi, le cui vibrazioni si compiono nei due azimut principali, e cioè che sono o parallele o perpendicolari al piano d'incidenza.

Con vibrazioni incidenti parallele al piano d'incidenza, il fenomeno resta poco diverso da una semplice rotazione delle vibrazioni nel solito senso, giacchè l'azione del magnetismo si può compensare quasi affatto, con una adeguata rotazione dell'analizzatore (art. 12). La vibrazione riflessa in tal caso è dunque bensì elittica, ma la traiettoria delle particelle luminose ha un' eccentricità assai grande.

Invece, con vibrazioni incidenti perpendicolari al piano d'incidenza, la vibrazione riflessa ha un' eccentricità minore, e gli assi meno inclinati sulle due direzioni principali.

Ma anche qui si può dar idea del fenomeno in modo assai semplice, dicendo che può compensarsi quasi esattamente con un'adeguata rotazione del polarizzatore, l'azione del magnetismo (art. 11).

Mentre che al crescere dell'incidenza si stabilisce questa opposizione di proprietà fra i raggi polarizzati nei due azimut principali, la rotazione delle vibrazioni, misurata collo spostamento di quello dei due nicol col quale più completamente si può compensare l'azione magnetica, si fa via via minore. Ma per un dato angolo d'incidenza essa ha sensibilmente lo stesso valore, sia misurandola colla rotazione dell'analizzatore, nel caso di vibrazioni incidenti parallele al piano d'incidenza, sia misurandola colla rotazione del polarizzatore, quando le vibrazioni incidenti sono perpendicolari a quel medesimo piano.

Siccome per piccoli angoli d' incidenza si può, in via d'approssimazione, considerare il fenomeno come identico a quello che ha luogo nella riflessione normale, così ho potuto amplificare gli effetti, facendo riflettere ripetutamente la luce fra due specchi vicinissimi e paralleli, che costituiscono i poli opposti dell'elettrocalamita. Questa esperienza è analoga a quella nella quale si amplifica la rotazione del piano di polarizzazione d'un raggio luminoso, facendolo attraversare più volte in direzioni alterne il corpo trasparente che sotto l'azione del magnetismo produce il fenomeno.

Ma la conseguenza principale, almeno per l' interesse che può avere dal punto di vista teorico, che si trae da queste ricerche sperimentali, è la diversità nel modo di comportarsi dei raggi polarizzati o parallelamente o perpendicolarmente al piano d'incidenza, diversità non prima avvertita, e sulla quale desidero di attirare l'attenzione dei fisici, sperando vederla da altri confermata. Come feci rilevare altrove, è alla circostanza d'aver nascosto col nero fumo tutte le porzioni dello specchio non immediatamente sottoposte al prisma di ferro che forma il polo opposto dell'elettrocalamita, che debbo la fortuna di avere potuto convincermi di quella differenza di proprietà. Basta difatti sopprimere il nero fumo, lasciando libera tutta la superficie dello specchio, perchè quasi sparisca la differenza suddetta.

Ho passato sotto silenzio, perchè incomplete, alcune poche esperienze fatte tanto nella riflessione normale che nella obbliqua, adoperando successivamente i varî raggi colorati di uno spettro fornito da un prisma di Amici, allo scopo di esaminare se esisteva dispersione rotatoria nel fenomeno di Kerr. Dirò solo che rimasi persuaso dell'esistenza di questa dispersione, e che essa si mostrò inversa dell'ordinario; o in altri termini, sembra che l'effetto Kerr sia maggiore coi raggi rossi, e via via minore coi raggi più rifrangibili.

Qual sia poi secondo me la strada da seguire, per formarsi un concetto teorico del fenomeno di Kerr, accennerò nella seconda Parte di questo scritto.

PARTE SECONDA

RICERCHE TEORICHE

Capitolo I.

Teoria di Fitzgerald.

16. *Principî sui quali si fonda.* — La sola spiegazione che finora sia stata proposta pel fenomeno di Kerr, è quella del sig. Fitzgerald (1).

In essa il ferro magnetizzato è assimilato ai corpi trasparenti, capaci di far ruotare il piano di polarizzazione della luce che li attraversa. Se il ferro fosse un corpo trasparente, una volta magnetizzato trasmetterebbe con velocità differente, nella direzione della forza magnetica, i raggi polarizzati circolarmente in un senso o nell'altro, precisamente come fa il quarzo nella direzione dell'asse, o come i corpi dotati di potere rotatorio magnetico. Un raggio circolare destrogiro avrebbe dunque un indice di rifrazione diverso da quello d'un raggio circolare levogiro. Anzi, siccome in generale i corpi magnetici trasparenti fanno girare il piano di polarizzazione in senso contrario della corrente magnetizzante, così anche nel ferro, il raggio circolare le cui vibrazioni si fanno nel senso della corrente, avrebbe una maggiore velocità di propagazione, e quindi un indice di rifrazione minore nel passaggio dall'aria al ferro (2).

D'altra parte risulta dalla teoria della riflessione, che l'intensità del raggio riflesso

(1) Proceedings of the Royal Society, v. XXV, n. 176, p. 447. — Phil. Mag. supplement june 1877, p. 529.

(2) Qui ho riportato tal quale il ragionamento del sig. Fitzgerald, il quale ammette che in un corpo che faccia girare per esempio verso destra il piano di polarizzazione della luce, un raggio circolare destrogiro abbia minor velocità di propagazione che uno levogiro. Egli si fonda sopra una dimostrazione, che a prima giunta sembra esatta, esposta al Maxwell (*A treatise on Electricity and Magnetism* t. II, p. 402.

Ma in una Nota speciale (Mem. della R. Acc. di Bologna, serie 4ª, t. VI, 1884-85) ho però dimostrato erroneo il ragionamento di Maxwell, facendo vedere anzi che in un corpo che faccia girare verso destra le vibrazioni, è invece maggiore la velocità di propagazione d'un raggio destrogiro, che quella di un levogiro.

dipende dall'indice di rifrazione, secondo le note formole di Fresnel. Perciò i due raggi circolari opposti, nei quali può decomporsi un raggio polarizzato che cada sul ferro, si rifletteranno con intensità differenti, d'onde una modificazione nelle vibrazioni riflesse.

Applicando questi principî alla riflessione della luce polarizzata sopra un corpo trasparente dotato della virtù rotatoria, per esempio una lamina di quarzo normale all'asse, e tenendo conto dei valori che hanno in questo corpo gl'indici di rifrazione dei raggi circolari, si giunge a prevedere la produzione di fenomeni analoghi, se non a quelli da me osservati, almeno a quelli descritti dal Kerr e dal Fitzgerald. Ma col quarzo gli effetti sarebbero di gran lunga minori che col ferro, per cui sarebbe forza concludere che nel ferro magnetizzato dovrebbe esistere un potere rotatorio enormemente più forte di quello delle sostanze trasparenti conosciute.

Questa però non è un'obbiezione, poichè nel ferro è del pari incomparabilmente maggiore che negli altri corpi il coefficiente di magnetizzazione.

17. *Teoria di Fitzgerald.* — Esposti i principî sui quali si fonda, ecco in sostanza la teoria di Fitzgerald.

Immaginiamo un raggio di luce polarizzata che cada obbliquamente sul polo sud d'una calamita, cioè su quel polo nel quale, visto di fronte, la corrente magnetizzante è levogira, ossia gira in senso contrario al movimento degli aghi d'un orologio, e supponiamo, per esempio, che le vibrazioni incidenti sieno perpendicolari al piano d'incidenza. Potremo decomporre il raggio incidente in due raggi circolari, l'uno destrogiro e l'altro levogiro, ciascuno di essi rappresentato algebricamente da due vibrazioni, l'una nella direzione primitiva e l'altra in direzione ad essa perpendicolare. Il raggio destrogiro avrà un'indice di rifrazione minore del levogiro, e si rifletterà quindi con intensità minore. Perciò, dopo la riflessione, le due vibrazioni rettilinee, l'una appartenente al raggio destrogiro, l'altra al levogiro, e dirette nel piano d'incidenza, che erano prima eguali e contrarie, cessano dal distruggersi, e danno una risultante eguale alla loro differenza, diretta verso sinistra, vista che sia guardando verso il polo, o verso destra, vista ricevendo nell'occhio il raggio riflesso.

Si hanno dunque così due vibrazioni, una perpendicolare al piano d'incidenza, che risulta dalla somma di quelle che prima della riflessione costituivano la vibrazione incidente, ed una collocata nel piano d'incidenza e rivolta a destra.

Se altro non accadesse, queste due vibrazioni darebbero origine ad una vibrazione elittica avente gli assi l'uno perpendicolare e l'altro parallelo al piano d'incidenza, giacchè fra le due vibrazioni esiste una differenza di fase di $\frac{\pi}{2}$. Ma bisogna tener conto della circostanza che il corpo riflettente è metallico. Quindi si stabilirà fra di esse una nuova differenza di fase, e precisamente sarà ritardata la seconda rispetto alla prima, per cui il raggio riflesso sarà in generale elittico, cogli assi obbliqui sul piano di riflessione. Sarà a vibrazioni rettilinee per l'incidenza principale, che è di circa 76°.

Abbiamo visto (art. 3) che il Fitzgerald verificò la sua teoria operando all'incidenza di 60°; ma non esperimentò nè all'incidenza normale, nè alla principale.

18. *Obbiezioni.* — In questa spiegazione sembrami difficile ad ammettersi la

doppia maniera di decomposizione che la vibrazione data dovrebbe subire. Se essa si scinde in due vibrazioni circolari che si riflettono poi con diverse intensità, non si comprende come in pari tempo debba stabilirsi la differenza di fase fra le vibrazioni componenti dirette nel piano d'incidenza e perpendicolarmente. Le due successive maniere diverse di decomporre la vibrazione, sono lecite come artificio di analisi, ma ripugnano come spiegazione d'un unico fenomeno fisico.

Ma lasciando a parte questa obbiezione di massima, basta, per far abbandonare questa teoria, il considerare che con essa non si può render conto della differenza di effetti che danno i raggi incidenti, e seconda della orientazione delle loro vibrazioni.

Oltre a ciò, alcune conseguenze tratte dallo stesso Fitzgerald dalla sua teoria, sono contradette dalla esperienza.

All'incidenza principale le due vibrazioni riflesse darebbero origine ad una vibrazione risultante rettilinea inclinata sulla direzione primitiva; ma sappiamo ora (art. 11 e 12) che ciò non ha luogo.

Quando la riflessione è normale, non v'è più differenza di fase dovuta alla natura metallica del ferro. Dei due raggi circolari inversi, nei quali si decompone il raggio incidente, uno subisce nella riflessione una diminuzione d'intensità maggiore che l'altro. La vibrazione riflessa risultante, come è facile riconoscere, diviene allora elittica, coll'asse maggiore nella direzione delle vibrazioni iniziali.

Anche di questa conseguenza non ha cercato conferma sperimentale il Fitzgerald. Ma ora sappiamo con certezza (art. 7), che all'incidenza normale il fenomeno di Kerr consiste principalmente in una rotazione delle vibrazioni incidenti, poichè difatti con una adeguata rotazione dell'analizzatore si può compensare l'azione del magnetismo, mentre invece, se fosse vera la teoria di Fitzgerald, ogni spostamento dell'analizzatore, a partire dall'estinzione, dovrebbe produrre un ulteriore aumento di luce.

Per tutte queste ragioni si può concludere, che la teoria della quale ci siamo fin qui occupati, non rende conto dei fenomeni osservati.

Capitolo II.

Nuova teoria.

19. *Principî sui quali si fonda.* — Varie spiegazioni mi si presentarono alla mente onde render conto del fenomeno di Kerr, ma nessuna dapprima era capace di accordarsi colla differenza di effetti, che danno alle incidenze obblique i raggi polarizzati o nel piano d'incidenza o perpendicolarmente. Fra le altre cercai di applicare il concetto degli *strati* di Fresnel (1), secondo il quale anche le parti non superficiali d'un corpo partecipano alla produzione della riflessione. In tale ipotesi i raggi riflettendosi percorrono un piccolo intervallo nell'interno del corpo riflettente, e se questo è dotato della facoltà rotatoria, fra due raggi circolari inversi deve stabilirsi una differenza di fase speciale. Ma in qualunque maniera supponessi formarsi questa differenza di fase fra raggi circolari, e comunque cercassi di tener conto separatamente della natura metallica del corpo riflettente, non giunsi mai ad ottenere alcuna

(1) Billet, *Optique physique*, t. I, pag. 120.

differenza d'azione sui raggi incidenti polarizzati o perpendicolarmente o parallelamente al piano d'incidenza.

Finalmente mi si presentò l'idea di una certa analogia fra il fenomeno di Kerr alle varie incidenze, ed il fenomeno della doppia rifrazione elittica del quarzo, prevista e dimostrata dall'Airy (1). Meditando su questa idea sono giunto alla teoria che esporrò in questo capitolo, e della quale i principî fondamentali si deducono dalle considerazioni seguenti.

È noto che se un raggio polarizzato in un azimut qualunque si riflette obbliquamente sopra un metallo, le due vibrazioni componenti, nelle quali la vibrazione incidente può decomporsi, l'una parallela e l'altra perpendicolare al piano d'incidenza, subiscono nella riflessione una differenza di fase che cresce coll'incidenza, essendo nulla per $i=0$, eguale a $\frac{\pi}{2}$ per $i=76°$ nel ferro (incidenza principale), ed eguale a π per $i=90°$. Inoltre ha luogo pure nella riflessione metallica, una diversa diminuzione d'intensità delle due componenti. Ed è per queste due ragioni che un metallo polarizza la luce elitticamente.

Siccome il maggior ritardo e la maggior diminuzione d'intensità spetta alla componente parallela al piano d'incidenza, così si può dire, che quando le vibrazioni incidenti ammettono una componente perpendicolare alla superficie del metallo, esse si riflettono acquistando minor ampiezza e maggior ritardo, che quando esse sono parallele alla superficie medesima, come se nei metalli le particelle superficiali avessero un'attitudine diversa a vibrare parallelamente o perpendicolarmente alla superficie della quale fanno parte, o come se le vibrazioni nei due casi penetrassero diversamente nel metallo.

Ciò posto sembrami naturale l'immaginare, che quando delle vibrazioni circolari destrogire o levogire si riflettono normalmente sul ferro magnetizzato, esse si trovino in condizioni analoghe a quelle delle due componenti or ora considerate, e cioè che o le vibrazioni destrogire o le levogire, acquistino minor ampiezza e ritardo maggiore. Il magnetismo, fenomeno d'indole certamente rotatoria, deve difatti conferire al ferro attitudine diversa a vibrare circolarmente o nel senso della corrente magnetizzante o in senso contrario, oppure diversa attitudine a lasciarsi penetrare dai raggi circolari destrogiri o levogiri.

Ammettiamo dunque che dei due raggi circolari inversi, nei quali può decomporsi un raggio incidente polarizzato, quello le cui vibrazioni sono nel senso della corrente magnetizzante subisca un ritardo maggiore dell'altro e perda più in ampiezza. Dopo la riflessione i raggi circolari riflessi, avendo diversa ampiezza e ritardo relativo, daranno origine ad un raggio a vibrazioni elittiche, e l'asse maggiore della elisse farà un certo angolo colla vibrazione rettilinea incidente, come meglio si vedrà in seguito.

Se si ammettesse solo il ritardo relativo e non la diversa diminuzione d'ampiezza, la vibrazione riflessa sarebbe rettilinea, e deviata in senso contrario della corrente; ma se si ammette e l'una cosa e l'altra, oltre la deviazione si avrà trasformazione

(1) Billet, t. II, pag. 456.

della vibrazione rettilinea in vibrazione elittica. Con questa ipotesi si rende conto dunque del fenomeno di Kerr all'incidenza normale.

A partire dall'incidenza normale e per incidenze crescenti, è certo che il fenomeno diverrà più complesso, combinandosi la struttura impartita dal magnetismo con quella propria dei metalli in generale. L'esperienza insegna però, che l'azione del magnetismo si fa via via meno appariscente, ciò che era prevedibile, giacchè, fra le altre cose, all'avvicinarsi dell'incidenza radente l'influenza della struttura del corpo riflettente tende a sparire in ogni caso di riflessione, come per esempio nella riflessione metallica e nella riflessione cristallina. Per render conto del fenomeno di Kerr alle varie incidenze, bisogna dunque coordinare con continuità ciò che avviene all'incidenza normale, a ciò che avviene all'incidenza radente.

A questo intento ammetto, come principio fondamentale della teoria, che, alle incidenza oblique, il ritardo relativo e la differenza d'ampiezza nella riflessione, abbiano luogo fra raggi elittici, d'eccentricità tanto maggiore quanto maggiore è l'angolo d'incidenza; anzi che questi raggi elittici divengano circolari alla incidenza normale e rettilinei all'incidenza di 90°. A questa trasformazione si prestano precisamente, come vedremo fra poco, i raggi elittici *reciproci* adoperati da Airy per stabilire relativamente al quarzo un passaggio graduale, dai raggi circolari inversi che hanno diversa velocità di proporzione nella direzione dell'asse, ai raggi a vibrazioni rettilinee che hanno diversa velocità nelle direzioni perpendicolari all'asse. Per cui la presente teoria sta in certo modo a quella della riflessione metallica ordinaria, come la teoria della doppia rifrazione elittica del quarzo, creata da Airy, sta alla ordinaria teoria della doppia rifrazione. A scopo di chiarezza, occupiamoci appunto prima della riflessione metallica ordinaria.

20. *Rappresentazione analitica del raggio incidente, e di quello riflesso da un metallo ordinario.* — È noto che si può in generale trattare ogni problema di composizione di vibrazioni, sia adoperando la formola che dà, in funzione del tempo, la distanza del punto vibrante dalla sua posizione d'equilibrio, sia la formola che dà, pure in funzione del tempo, la velocità variabile del punto medesimo.

Ci atterremo alla prima maniera, per cui dicendo s la distanza dalla posizione di equilibrio del punto mobile, a l'ampiezza della vibrazione, t il tempo, N il numero di vibrazioni per ogni secondo, φ la fase, potremo scrivere:

$$s = a \operatorname{sen}(2\pi \mathrm{N}t - \varphi) .$$

Invece del seno potrebbe prendersi il coseno, ciò che equivarrebbe a contare il tempo a partire da una posizione diversa del punto vibrante. Basta infatti cambiare t in $t + \frac{1}{4\mathrm{N}}$, perchè il seno si trasformi nel coseno.

Ciò premesso, vediamo come si rappresentano la vibrazioni riflesse da un metallo, e a togliere ogni incertezza proveniente dai segni, riferiamole a due assi ortagonali, colle convenzioni seguenti.

Rappresenti $S_1 S_2$ (fig. 12) la superficie riflettente, che per chiarezza della figura prospettica supporremo di forma rettangolare; sia BA il raggio incidente, AC il raggio riflesso. Sia $I_1 I_2$ una porzione rettangolare d'un piano normale al raggio incidente, ed $R_1 R_2$ una simile porzione d'un piano normale al raggio riflesso. Supporremo

sempre di osservare il piano $R_1 R_2$ stando nel prolungamento del raggio riflesso, cioè in modo da ricevere nell'occhio il raggio medesimo, ed a partire dal punto O, ove il piano $R_1 R_2$ è forato dal raggio AC, prenderemo la direzione positiva Ox dell'asse delle x, nel piano d'incidenza e verso destra, e la direzione positiva dell'asse Oy verso l'alto, come appunto mostra la figura. Analogamente, supporremo sempre di osservare il piano $I_1 I_2$ stando dalla parte di A, cioè in modo da ricevere il raggio incidente nell'occhio, e prenderemo del pari come asse delle x una retta passante pel punto O_0 ove il piano è incontrato dal raggio, e giacente nel piano BAC, colla direzione positiva $O_0 x_0$ sempre alla destra dell'osservatore. L'asse delle y avrà sempre la direzione positiva $O_0 y_0$ verso l'alto.

Rappresenti ora $O_0 n_0$ l'orientazione delle vibrazioni sul raggio polarizzato incidente. La vibrazione incidente potrà decomporsi in due vibrazioni secondo gli assi, e queste componenti giaceranno nella direzione positiva d'entrambi. Se nella riflessione non accadessero ritardi, la vibrazione riflessa sarebbe On, le cui componenti sono, l'una secondo y positiva, l'altra secondo x negativa. Ma le esperienze d'interferenza hanno provato che in ogni riflessione della luce all'ingresso d'un corpo più rifrangente del mezzo di partenza, si ha un ritardo di mezz'onda, ossia una perdita di fase uguale a π. Le due componenti della vibrazione riflessa dovranno quindi cangiar segno, e diverrà positiva quella secondo x e negativa quella secondo y, per cui la vibrazione riflessa sarà On'.

Per conseguenza se a sen $(2\pi N t)$, o anche sen θ, ponendo per brevità $2\pi N t = \theta$ ed $a = 1$, è la vibrazione incidente $O_0 n_0$, le sue componenti saranno:

$$x_0 = \cos\alpha \operatorname{sen}\theta ,$$

$$y_0 = \operatorname{sen}\alpha \operatorname{sen}\theta ,$$

essendo α l'angolo di n_0 con x_0. Per passare alle componenti della vibrazione riflessa, basta considerare che la seconda componente dovrà, per le convenzioni adottate, prendersi negativamente, che la vibrazione secondo x subisce un ritardo di fase Φ relativamente a quella secondo y, e che infine le ampiezze sono diminuite in un rapporto differente. Le componenti della vibrazione riflessa saranno dunque;

$$x = \quad K \cos\alpha \operatorname{sen}(\theta - \Phi) ,$$

$$y = -\, H \operatorname{sen}\alpha \operatorname{sen}\theta .$$

I coefficienti H e K sono stati misurati dal Jamin, nel caso del ferro e di qualche altro metallo. Essi sono sempre minori dell'unità: sono eguali quando l'incidenza è normale o radente, mentre per le altre incidenze è sempre $K < H$. La differenza di fase Φ è stata pure misurata dal Jamin. Essa è nulla all'incidenza normale, e cresce poco a poco coll'angolo d'incidenza, divenendo eguale a $\frac{\pi}{2}$ all'incidenza principale, che è di circa 76° pel ferro, ed a π all'incidenza di 90°.

Il raggio riflesso, rappresentato dalle precedenti equazioni, è in generale evidentemente ellittico. La vibrazione riflessa diviene rettilinea, quando α sia o zero od un multiplo di $\frac{\pi}{2}$, vale a dire, quando la vibrazione incidente sia diretta o parallelamente o perpendicolarmente al piano d'incidenza, o come si suol dire, sia orientata in uno dei due azimut principali.

Per l'incidenza di circa 76°, alla quale la differenza di fase Φ diviene eguale a $\frac{\pi}{2}$, la vibrazione elittica riflessa ha i suoi assi diretti secondo gli assi di riferimento. Negli altri casi gli assi sono obbliqui.

Infine, il senso in cui l'elisse riflessa è percorsa dalla particella vibrante dipende dal valore di α. Se α è minore di 90°, come nella figura 12, il raggio elittico riflesso è levogiro, e cioè la particella vibrante percorre la sua elisse girando in senso contrario del moto degl' indici d' un orologio, come può riconoscersi facilmente costruendo i valori di x ed y corrispondenti, prima a $\theta = 0$, poi a valori crescenti di θ. Se invece α è maggiore di 90° e minore di 180°, la componente x cambia segno, ed il raggio riflesso è destrogiro. Analogamente, se α è compreso fra 180° e 270°, il raggio riflesso è levogiro, e se è compreso fra 270° e 360°, il raggio medesimo è destrogiro. Per cui i raggi riflessi a vibrazioni rettilinee che si hanno per $\alpha = 0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3}{2}\pi$, formano il passaggio fra i raggi destrogiri ed i levogiri.

Non avremo occasione di far uso direttamente delle formole ora scritte; tuttavia erano indispensabili, sia per stabilire le convenzioni relative al segno delle componenti, ed al valore delle fasi, sia per ben conoscere quali differenze e quali analogie restino fra la riflessione metallica ordinaria, e quella sul polo d'una calamita.

21. *Decomposizione di un raggio polarizzato in due raggi elittici reciproci.* — Vediamo ora come un raggio polarizzato, possa decomporsi in due raggi elittici reciproci, aventi gli assi secondo due direzioni prestabilite.

Diremo *raggi elittici reciproci* (rendendo un poco più generale la definizione del Billet), quelli nei quali le elissi descritte dalle particelle vibranti sono simili, ma la direzione dell'asse maggiore dell' una coincide con quella dell' asse minore dell'altra.

Sieno Ox, Oy le direzioni che devono avere gli assi delle elissi. Distingueremo tre casi, secondo che la vibrazione data è: 1° diretta secondo Ox, 2° diretta secondo Oy, 3° in un altro azimut qualunque.

1° Caso. Sia

$$x = \operatorname{sen}\theta$$

la vibrazione da decomporre. Evidentemente le componenti seguenti soddisfano alle condizioni volute (1):

$$(1)\quad \begin{cases} x_1 = \dfrac{1}{1+p^2}\operatorname{sen}\theta \\ y_1 = \mp\dfrac{p}{1+p^2}\cos\theta, \end{cases} \qquad (2)\quad \begin{cases} x_2 = \dfrac{p^2}{1+p^2}\operatorname{sen}\theta \\ y_2 = \pm\dfrac{p}{1+p^2}\cos\theta. \end{cases}$$

Infatti si vede dapprima che essendo $y_1 + y_2 = 0$, ed $x_1 + x_2 = x$, queste quattro componenti equivalgono alla vibrazione data. Ma di più si vede che $x_1\, y_1$ è un raggio elittico, e così pure $x_2\, y_2$. Il rapporto dei due assi è p per ciascuno dei due raggi elittici, e gli assi delle elissi che giacciono su Oy sono eguali, il che prova che gli assi maggiori sono incrociati.

(1) Billet, t. II, pag. 203.

Le freccie a fianco delle equazioni servono a rammentare il senso in cui l'elisse è percorsa, prendendo il segno superiore nei valori di y_1 ed y_2. Prendendo l'inferiore le freccie devono invertirsi.

Se si suppone $p = 0$, le (1) e (2) si riducono alla vibrazione data. Se invece si fa $p = 1$, i due raggi divengono circolari inversi. Dunque per i valori di p compresi fra 0 ed 1, avremo una graduale trasformazione da raggi polarizzati rettilineamente a raggi circolari, passando per raggi ellittici di tutte le eccentricità. È così appunto che supponiamo avvenga la decomposizione del raggio incidente nel caso del fenomeno di Kerr. Evidentemente dovremo porre $p = 1$ all'incidenza normale, perchè è appunto là che si manifesta la differenza di fase fra raggi circolari inversi; $p \begin{matrix} >0 \\ <1 \end{matrix}$ alle incidenze comprese fra 0° e 90°, e $p = 0$ all'incidenza di 90°, perchè quivi il ferro si comporta come quando non è magnetizzato.

Nella fig. 13 *a*, *b*, *c*, *d*, si sono tracciate le elissi corrispondenti ai raggi (1) e (2) per quattro valori particolari di p, e cioè ordinatamente per $p = 1$; 0,75; 0,50; 0. ON rappresenta l'ampiezza della vibrazione data.

2° Caso. Sia ora

$$y = \operatorname{sen} \theta$$

la vibrazione data. I raggi ellittici in cui si decompone saranno

$$(3)\quad \begin{cases} x_1 = \mp \dfrac{p}{1+p^2} \operatorname{sen} \theta \searrow \\ y_1 = \dfrac{1}{1+p^2} \operatorname{sen} \theta , \end{cases} \qquad (4)\quad \begin{cases} x_2 = \pm \dfrac{p}{1+p^2} \cos \theta \swarrow \\ y_2 = \dfrac{p^2}{1+p^2} \operatorname{sen} \theta . \end{cases}$$

Per $p = 0$, tutto si riduce alla $y = \operatorname{sen} \theta$. Per $p = 1$ si hanno raggi circolari inversi. La fig. 14 *a*, *b*, *c*, *d*, rappresenta le due elissi, prendendo per p ordinatamente i valori 1; 0,75; 0,50; 0. ON è la vibrazione data.

3° Caso. Tratteremo il caso generale, solo per far vedere che è possibile la decomposizione in raggi ellittici reciproci, aventi gli assi delle elissi secondo due direzioni date Ox, Oy, anche se la vibrazione data ha un'orientazione qualunque ON (fig. 15 *d*), e fa con Ox un angolo ω.

Sia

$$n = \operatorname{sen} \theta$$

la vibrazione data. Potremo surrogarla colle componenti:

$$x = \cos \omega \operatorname{sen} \theta , \qquad y = \operatorname{sen} \omega \operatorname{sen} \theta .$$

La prima di esse si potrà decomporre in due raggi ellittici, come si è fatto della vibrazione considerata nel primo caso; e così pure la seconda potrà trattarsi come si è trattata quella del secondo caso.

Facendo tutto ciò, ed aggruppando convenientemente le componenti, vale a dire riunendo quelle che rappresentano raggi ellittici di egual senso di girazione, potremo surrogare la vibrazione data $n = \operatorname{sen} \theta$ colle seguenti:

$$x_1 = \frac{1}{1+p^2} \cos \omega \operatorname{sen} \theta - \frac{p}{1+p^2} \operatorname{sen} \omega \cos \theta , \quad x_2 = \frac{p^2}{1+p^2} \cos \omega \operatorname{sen} \theta + \frac{p}{1+p^2} \operatorname{sen} \omega \cos \theta ,$$

$$y_1 = \frac{p}{1+p^2} \cos \omega \cos \theta + \frac{p^2}{1+p^2} \operatorname{sen} \omega \operatorname{sen} \theta , \quad y_2 = -\frac{p}{1+p^2} \cos \omega \cos \theta + \frac{1}{1+p_2} \operatorname{sen} \omega \operatorname{sen} \theta .$$

Se ora poniamo:

$$\frac{1}{1+p^2}\cos\omega = A_1\cos\alpha_1\ , \qquad \frac{p}{1+p^2}\operatorname{sen}\omega = A_1\operatorname{sen}\alpha_1$$

la vibrazione x_1 assumerà la forma ordinaria. Facendo analogamente per le altre tre, avremo:

$$x_1 = A_1\operatorname{sen}(\theta-\alpha_1)\ ,\ \text{in cui è}\ A_1^2 = \frac{p^2\operatorname{sen}^2\omega+\cos^2\omega}{(1+p^2)^2}\ , \qquad \operatorname{tg}\alpha_1 = p\operatorname{tg}\omega;$$

$$y_1 = B_1\operatorname{sen}(\theta-\beta_1)\ , \qquad B_1^2 = p^2\frac{p^2\operatorname{sen}^2\omega+\cos^2\omega}{(1+p^2)^2}\ , \qquad \operatorname{tg}\beta_1 = \frac{-1}{p\operatorname{tg}\omega};$$

$$x_2 = A_2\operatorname{sen}(\theta-\alpha_2)\ , \qquad A_2^2 = p^2\frac{p^2\cos^2\omega+\operatorname{sen}^2\omega}{(1+p^2)^2}\ , \qquad \operatorname{tg}\alpha_2 = \frac{-\operatorname{tg}\omega}{p};$$

$$y_2 = B_2\operatorname{sen}(\theta-\beta_2)\ , \qquad B_2^2 = \frac{p^2\cos^2\omega+\operatorname{sen}^2\omega}{(1+p^2)^2}\ , \qquad \operatorname{tg}\beta_2 = \frac{p}{\operatorname{tg}\omega}\ .$$

Ma evidentemente:

$$\operatorname{tg}\alpha_1\,.\,\operatorname{tg}\beta_1 = -1\ , \qquad \operatorname{tg}\alpha_2\,.\,\operatorname{tg}\beta_2 = -1\ ,$$

e quindi;

$$\operatorname{tg}(\beta_1-\alpha_1) = \infty\ , \qquad \operatorname{tg}(\beta_2-\alpha_2) = \infty\ .$$

Dunque x_1 ed y_1, come pure fra x_2 ed y_2 v'è una differenza di fase di $\frac{\pi}{2}$, e perciò i raggi $x_1 y_1$, $x_2 y_2$, sono elittici, cogli assi secondo Ox ed Oy. Inoltre si vede essere

$$B_1 = \pm pA_1\ , \qquad A_2 = \pm pB_2\ ,$$

onde il rapporto degli assi è eguale nelle due elissi, ma l'asse maggiore dell'una coincide in direzione coll'asse minore dell'altra.

È dunque possibile, anche per una vibrazione data che non coincida in direzione con nessuna delle due direzioni destinate agli assi delle elissi, il decomporla in raggi elittici reciproci. Qui però l'asse maggiore della elissi più piccola, non è uguale all'asse minore dell'altra, come avveniva nel 1° e 2° caso.

Nella fig. 15 in a, b, c, d, sono disegnate le elissi pei soliti quattro valori di p, e supponendo $\omega = 30°$. Per $p = 1$ i due raggi divengono circolari ed inversi (fig. 15 a), e per $p = 0$ si hanno le vibrazioni rettilinee $N_1N'_1$, $N_2N'_2$ (fig. 15 d).

In seguito potremo però far a meno della decomposizione più generale di questo terzo caso. Difatti tratteremo separatamente la riflessione sul polo d'una calamita, o di un raggio a vibrazioni perpendicolari al piano d'incidenza, o di uno a vibrazioni parallele a questo piano. Trovate nei due casi le componenti della vibrazione riflessa, esse potranno servire altresì quando la vibrazione incidente abbia qualsiasi altra orientazione, sostituendo ad essa le sue due componenti secondo le due direzioni principali.

22. *Riflessione d'un raggio polarizzato perpendicolarmente al piano d'incidenza.* — Cominciamo dal supporre la vibrazione incidente diretta secondo O_0x_0 (fig. 12), e precisamente sia:

$$x_0 = \operatorname{sen}\theta$$

questa vibrazione. Decomponiamola in due vibrazioni reciproche colle formole (1) e (2); ma vediamo anzitutto con qual segno vanno presi y_1 ed y_2.

Supponiamo perciò che la corrente magnetizzante abbia la direzione delle freccie della fig. 12, e cioè quella del moto degl'indici, osservando verso lo specchio.

I segni di y_1 ed y_2 dovranno scegliersi in maniera, che quel raggio elittico il quale per $p = 0$ si trasforma nella vibrazione data x_0, che sappiamo essere la più ritardata nella riflessione metallica, divenga poi per $p = 1$ quello precisamente dei due raggi circolari che è ritardato nella riflessione all'incidenza normale. Ora, siccome a questa incidenza le vibrazioni sono girate in senso contrario della corrente, così, dei due raggi circolari, il ritardato sarà quello sul quale le vibrazioni si compiono nel senso stesso della corrente.

Per le convenzioni adottate sul modo di osservare le vibrazioni, un tal raggio incidente è levogiro.

Ora, per $p = 0$ il raggio elittico (2) svanisce, ed il raggio (1) diviene x_0. Dovremo dunque ammettere che il raggio (1) è ritardato rispetto al raggio (2), e prendere i segni in modo che (1) sia levogiro.

Sono dunque i segni superiori quelli da prendere nei valori di y_1 ed y_2. Ma siccome in causa dell'inversione della posizione dell'osservatore, quando si considera il raggio riflesso invece dell'incidente, e della perdita di mezz'onda che accade nella riflessione, bisogna cangiar segno alle y per passare dal raggio incidente al riflesso, così si potrà prendere addirittura il segno inferiore nei valori di y_1 ed y_2 delle (1) e (2).

Infine, oltre che supporre ritardato il raggio (1) rispetto al (2), in modo che fra di essi si stabilisca una differenza di fase φ, daremo ai due raggi due coefficienti k ed h diversi fra loro, ed analoghi ai coefficienti K ed H della riflessione metallica ordinaria. Per cui i due raggi elittici riflessi saranno:

$$(5)\quad \begin{cases} x_1 = \dfrac{k}{1+p^2}\operatorname{sen}(\theta-\varphi), \\ y_1 = \dfrac{kp}{1+p^2}\cos(\theta-\varphi), \end{cases} \qquad (6)\quad \begin{cases} x_2 = \dfrac{hp^2}{1+p^2}\operatorname{sen}\theta, \\ y_2 = -\dfrac{hp}{1+p_2}\cos\theta; \end{cases}$$

e le due componenti X, Y secondo gli assi, della vibrazione riflessa:

$$(7)\quad \begin{cases} X = \dfrac{k}{1+p^2}\operatorname{sen}(\theta-\varphi) + \dfrac{hp^2}{1+p^2}\operatorname{sen}\theta, \\ Y = \dfrac{kp}{1+p^2}\cos(\theta-\varphi) - \dfrac{hp}{1+p^2}\cos\theta. \end{cases}$$

Evidentemente, se la corrente fosse in direzione contraria a quella supposta, bisognerebbe prendere nei valori di y_1, y_2 delle (1) e (2) i segni superiori, il che equivale a cangiar segno a p nelle (7). Ciò deve intendersi per tutte le formole che avremo in seguito a stabilire.

Siccome l'effetto dovuto alla magnetizzazione del ferro è sempre assai piccolo, così è naturale l'ammettere che k ed h differiscano pochissimo da K ed H; per cui mentre deve essere $h = k$ per la incidenza di 90°, potremo ritenere che sia $k < h$ alle altre incidenze. Così pure φ diversificherà poco da Φ; ma mentre Φ nell'ordinaria riflessione metallica varia da zero a π, quando l'incidenza cresce da zero a 90°,

φ invece ha un valore φ_0 per l'incidenza normale, e cresce poi coll'incidenza fino allo stesso valore π.

23. *Caso della riflessione normale.* — Mentre coi metalli comuni è nulla la differenza di fase, nella riflessione normale, delle due componenti d'una vibrazione incidente qualunque, col ferro magnetizzato si stabilisce, come si è detto, la differenza di fase φ_0; e mentre nella riflessione metallica ordinaria si ha in tal caso $H=K$, sul polo della calamita h e k hanno valori diversi, che chiameremo h_0 e k_0. Siccome poi oltre a ciò deve farsi $p=1$, le formole (7) diverranno per la riflessione normale:

$$(8)\quad \begin{cases} X = \dfrac{k_0}{2}\operatorname{sen}(\theta-\varphi_0)+\dfrac{h_0}{2}\operatorname{sen}\theta\,, \\ Y = \dfrac{k_0}{2}\cos(\theta-\varphi_0)-\dfrac{h_0}{2}\cos\theta\,. \end{cases}$$

Per vedere facilmente di qual natura sia la vibrazione riflessa rappresentata da queste equazioni, troviamone le componenti X_1, Y_1, secondo due nuovi assi, disposti in guisa tale che la direzione positiva dell'asse x_1 sia compresa fra le direzioni positive di x ed y, e faccia con x un angolo $\frac{\varphi_0}{2}$. Si avrà:

$$X_1 = X\cos\frac{\varphi_0}{2}+Y\operatorname{sen}\frac{\varphi_0}{2} = \frac{k_0}{2}\cos\frac{\varphi_0}{2}\operatorname{sen}(\theta-\varphi_0)$$

$$+\frac{h_0}{2}\cos\frac{\varphi_0}{2}\operatorname{sen}\theta+\frac{k_0}{2}\operatorname{sen}\frac{\varphi_0}{2}\cos(\theta-\varphi_0)-\frac{h_0}{2}\operatorname{sen}\frac{\varphi_0}{2}\cos\theta\,,$$

ossia:

$$(8')\quad \begin{cases} X_1 = \dfrac{h_0+k_0}{2}\operatorname{sen}\left(\theta-\dfrac{\varphi_0}{2}\right), \\ Y_1 = -\dfrac{h_0-k_0}{2}\cos\left(\theta-\dfrac{\varphi_0}{2}\right). \end{cases}$$

ed analogamente:

Queste equazioni rappresentano una vibrazione elittica il cui asse maggiore è nella direzione x_1, e fa per conseguenza colla direzione che avrebbe la vibrazione riflessa, se il ferro non fosse magnetizzato, un angolo $\frac{\varphi_0}{2}$.

Perchè l'elisse diventasse una retta, dovrebbe aversi $h_0=k_0$. Questi due coefficienti, se non sono eguali, devono però essere assai poco diversi, giacchè l'esperienza mostra (art. 7) che il fenomeno di Kerr all'incidenza normale è sensibilmente una rotazione; d'altronde è naturale che la loro differenza sia piccola, come è piccola la differenza di fase φ_0.

La rotazione misurata nelle esperienze sulla riflessione normale è eguale dunque a $\frac{\varphi_0}{2}$. E se nelle misure s'inverte la corrente, invece di aprirla e chiuderla, lo spostamento angolare dell'analizzatore dà precisamente la differenza di fase φ_0.

Se nelle (8') supponiamo $\theta=\frac{\varphi_0}{2}$, si ha $X_1=0$, $Y_1=-\frac{h_0-k_0}{2}$. Se θ cresce a partire da quel valore, la X_1 acquista valori positivi crescenti, e la Y_1 valori negativi che vanno diminuendo. Costruendoli graficamente, si riconosce che disegnano

una elissi, percorsa dalla particella vibrante in direzione contraria al movimento degl'indici sopra un quadrante. Il raggio elittico riflesso è dunque levogiro, e perciò di senso contrario al senso della corrente magnetizzante.

24. *Riflessione d'un raggio polarizzato nel piano d'incidenza.* — Sia

$$y_0 = \operatorname{sen}\theta$$

la vibrazione incidente. Decomponiamola colle (3) e (4) in due vibrazioni elittiche reciproche, aventi gli assi secondo le due direzioni principali.

Anche qui devesi ben badare al segno da attribuirsi alle componenti x_1, x_2 dei due raggi elittici.

Siccome il ritardo relativo, quando non v'ha magnetizzazione, spetta alle vibrazioni dirette nel piano d'incidenza, e l'anticipo spetta a quelle dirette perpendicolarmente, così il raggio elittico (3), che per $p = 0$ si riduce ad $y_1 = \operatorname{sen}\theta$, deve essere il raggio che anticipa e quindi (4) il raggio che ritarda. Ma, ammesso che la corrente magnetizzante abbia la solita direzione, il raggio elittico ritardato deve essere il levogiro; dunque si prenderanno in x_1 ed x_2 i segni superiori coi quali appunto (4) è levogiro. Dopo si dovranno cangiare i segni ad y_1 ed y_2 per la solita ragione, dare al raggio (3), che è quello il quale per $p = 0$ si riduce alla vibrazione data, il coefficiente h, al raggio (4) il coefficiente k ed il ritardo φ.

Le componenti della vibrazione riflessa saranno quindi:

$$(9)\quad \begin{cases} X = -\dfrac{hp}{1+p^2}\cos\theta + \dfrac{kp}{1+p^2}\cos(\theta-\varphi), \\ Y = -\dfrac{h}{1+p^2}\operatorname{sen}\theta - \dfrac{kp^2}{1+p^2}\operatorname{sen}(\theta-\varphi). \end{cases}$$

All'incidenza normale si ha $p = 1$, $h = h_0$, $k = k_0$, $\varphi = \varphi_0$, per cui si trova:

$$(10)\quad \begin{cases} X = -\dfrac{h_0}{2}\cos\theta + \dfrac{k_0}{2}\cos(\theta-\varphi_0), \\ Y = -\dfrac{h_0}{2}\operatorname{sen}\theta - \dfrac{k_0}{2}\operatorname{sen}(\theta-\varphi_0); \end{cases}$$

e prendendo, come nel caso precedente, due nuovi assi spostati rispetto ai primi d'un angolo $\frac{\varphi_0}{2}$ in senso contrario a quello della corrente:

$$(10')\quad \begin{cases} X_1 = -\dfrac{h_0-k_0}{2}\cos\left(\theta-\dfrac{\varphi_0}{2}\right), \\ Y_1 = -\dfrac{h_0+k_0}{2}\operatorname{sen}\left(\theta-\dfrac{\varphi_0}{2}\right). \end{cases}$$

Il significato di queste formole è identico a quello delle (8'), ed anzi se qui pure si trascura $h_0 - k_0$, la vibrazione riflessa è la Y_1, e cioè rettilinea, e fa colla vibrazione incidente un angolo $\frac{\varphi_0}{2}$.

25. *Riflessione nel caso più generale.* — Supponiamo ora che le vibrazioni sul raggio incidente si facciano secondo una direzione compresa fra le direzioni positive degli assi, ed inclinata d'un angolo ω sopra l'asse delle x_0. La vibrazione data $\operatorname{sen}\theta$, potrà essere surrogata dalle sue componenti:

$$x_0 = \cos\omega\operatorname{sen}\theta, \qquad y_0 = \operatorname{sen}\omega\operatorname{sen}\theta.$$

Applicando alla prima di esse le formole (7) ed alla seconda le (9), si trovano per le componenti della vibrazione riflessa le espressioni:

$$(11)\quad \begin{cases} X=\dfrac{k}{1+p^2}\cos\omega\,\mathrm{sen}(\vartheta-\varphi)+\dfrac{hp^2}{1+p^2}\cos\omega\,\mathrm{sen}\,\vartheta-\dfrac{hp}{1+p^2}\mathrm{sen}\,\omega\cos\vartheta+\dfrac{kp}{1+p^2}\mathrm{sen}\,\omega\cos(\vartheta-\varphi), \\ Y=\dfrac{kp}{1+p^2}\cos\omega\cos(\vartheta-\varphi)-\dfrac{hp}{1+p^2}\cos\omega\cos\vartheta-\dfrac{h}{1+p^2}\mathrm{sen}\,\omega\,\mathrm{sen}\vartheta-\dfrac{kp^2}{1+p^2}\mathrm{sen}\,\omega\,\mathrm{sen}(\vartheta-\varphi). \end{cases}$$

26. *Rotazione del polarizzatore o dell'analizzatore.* — Le formole (7), (9), (11) rappresentano in generale delle vibrazioni elittiche; ma se il raggio riflesso deve attraversare il nicol analizzatore, è trasmessa solo la componente diretta secondo la sezione principale del medesimo. In particolare se il nicol analizzatore è posto all'estinzione prima del passaggio della corrente, dopo che questa agisce la luce che riappare è data dalla Y delle (7), se la vibrazione incidente è $x_0=\mathrm{sen}\,\vartheta$, e dalla X delle (9), se la vibrazione incidente è $y_0=\mathrm{sen}\,\vartheta$.

Esaminiamo ora qual'è la vibrazione trasmessa dall'analizzatore quando o esso od il polarizzatore è stato girato a partire dalla posizione che prima del passaggio della corrente dava l'estinzione; e questo facciamolo tanto per vibrazioni incidenti dirette nel piano d'incidenza, che per vibrazioni incidenti perpendicolari al medesimo piano.

1° caso. *Vibrazioni incidenti parallele al piano d'incidenza; rotazione dell'analizzatore.* Supponiamo che il polarizzatore dia vibrazioni parallele al piano d'incidenza. Prima del passaggio della corrente le vibrazioni riflesse saranno quindi dirette secondo Ox (fig. 16), e se si dispone l'analizzatore in modo da estinguere la luce, la sua sezione principale sarà diretta secondo Oy. Spostiamolo verso sinistra d'un angolo ω, cosichè le vibrazioni che trasmette sieno quelle che si compiono secondo OA. Per avere la vibrazione trasmessa L_1 basterà colle (7) cercare la componente secondo OA della vibrazione riflessa. Essa sarà quindi:

$$(12)\quad \begin{aligned} L_1=Y\cos\omega-X\,\mathrm{sen}\,\omega=&\frac{kp}{1+p^2}\cos\omega\cos(\vartheta-\varphi)-\frac{hp}{1+p^2}\cos\omega\cos\vartheta \\ &-\frac{k}{1+p^2}\mathrm{sen}\,\omega\,\mathrm{sen}\,(\vartheta-\varphi)-\frac{hp^2}{1+p^2}\mathrm{sen}\,\omega\,\mathrm{sen}\,\vartheta. \end{aligned}$$

2° caso. *Vibrazioni incidenti parallele al piano d'incidenza; rotazione del polarizzatore.* Supponiamo ora, che invece dell'analizzatore, si sposti il polarizzatore d'un angolo ω verso sinistra. La vibrazione incidente invece di essere diretta secondo Ox_0, avrà una direzione compresa fra le direzioni positive degli assi. Per cui invece d'avere la vibrazione $x_0=\mathrm{sen}\,\vartheta$, si hanno le due

$$x_0=\cos\omega\,\mathrm{sen}\,\vartheta, \qquad y_0=\mathrm{sen}\,\omega\,\mathrm{sen}\,\vartheta.$$

Dovremo dunque prendere le formole (11) onde rappresentare il raggio riflesso: ma siccome poi l'analizzatore è stato lasciato nella posizione d'estinzione, sarà solo trasmessa la componente secondo y, che chiameremo L_2. Avremo quindi:

$$(13)\quad \begin{aligned} L_2=&\frac{kp}{1+p^2}\cos\omega\cos(\vartheta-\varphi)-\frac{hp}{1+p^2}\cos\omega\cos\vartheta \\ &-\frac{h}{1+p^2}\mathrm{sen}\,\omega\,\mathrm{sen}\,\vartheta-\frac{kp^2}{1+p^2}\mathrm{sen}\,\omega\,\mathrm{sen}\,(\vartheta-\varphi). \end{aligned}$$

3° caso. *Vibrazioni incidenti perpendicolari al piano d'incidenza; rotazione dell'analizzatore.* In questo caso le vibrazioni riflesse, prima che si magnetizzi lo specchio, si compiono secondo Oy (fig. 17), e l'analizzatore posto all'estinzione trasmette le vibrazioni secondo Ox. Girandolo d'un angolo ω a sinistra, per avere la luce trasmessa quando lo specchio è magnetizzato, dovremo cercare coll'aiuto delle (9) la componente secondo OA della vibrazione riflessa. Chiamandola L_3, sarà:

$$(14)\quad \begin{aligned} L_3 = X\cos\omega + Y\operatorname{sen}\omega = &-\frac{hp}{1+p^2}\cos\omega\cos\theta + \frac{kp}{1+p^2}\cos\omega\cos(\theta-\varphi) \\ &-\frac{h}{1+p^2}\operatorname{sen}\omega\operatorname{sen}\theta - \frac{kp^2}{1+p^2}\operatorname{sen}\omega\operatorname{sen}(\theta-\varphi). \end{aligned}$$

4° caso. *Vibrazioni incidenti perpendicolari al piano d'incidenza: rotazione del polarizzatore.* In questo caso la vibrazione incidente è girata d'un angolo ω a sinistra dell'asse delle y_0, per cui fa coll'asse delle x_0 un angolo $90°+\omega$; l'analizzatore lasciato al posto in cui, prima dello spostamento del polarizzatore e del passaggio della corrente, produceva l'estinzione, trasmette le vibrazioni dirette secodo x. La vibrazione trasmessa L_4, sarà dunque la X delle (11) in cui però si cambi ω in $90°+\omega$. Avremo cioè:

$$(15)\quad \begin{aligned} L_4 = &-\frac{k}{1+p^2}\operatorname{sen}\omega\operatorname{sen}(\theta-\varphi) - \frac{hp^2}{1+p^2}\operatorname{sen}\omega\operatorname{sen}\theta \\ &-\frac{hp}{1+p^2}\cos\omega\cos\theta + \frac{kp}{1+p^2}\cos\omega\cos(\theta-\varphi). \end{aligned}$$

Se ora confrontiamo i quattro valori L_1, L_2, L_3, L_4, si vede subito che:

$$L_1 = L_4, \qquad L_2 = L_3.$$

Dunque: L'effetto che si ottiene girando, a partire dalla posizione che prima del passaggio della corrente produceva l'estinzione, o il polarizzatore o l'analizzatore, quando le vibrazioni incidenti sono parallele al piano d'incidenza, è identico all'effetto che si ottiene girando d'un egual angolo e nello stesso senso rispettivamente o l'analizzatore o il polarizzatore, allorquando le vibrazioni incidenti sono perpendicolari al piano d'incidenza.

Ecco dunque che la teoria adottata spiega la diversità nel modo di comportarsi dei raggi incidenti polarizzati nelle due direzioni principali, confermando così ciò che le mie esperienze avevano indicato, assai prima che pensassi a qualsiasi teoria del fenomeno di Kerr.

27. *Rotazioni che rendono minima la luce trasmessa.* — Sappiamo dall'esperienza che, sia girando il polarizzatore, sia l'analizzatore (s'intende sempre a partire dalla posizione per la quale si ha l'estinzione prima che la corrente agisca), in senso opposto della corrente magnetizzante, si può rendere minima la luce trasmessa. Dal risultato trovato nell'articolo precedente, si desume la conseguenza che: la rotazione dell'analizzatore o del polarizzatore che rende minima la luce trasmessa, quando le vibrazioni incidenti sono parallele al piano d'incidenza, è eguale rispettivamente alla rotazione del polarizzatore o dell'analizzatore che rende minima la luce trasmessa,

quando le vibrazioni incidenti sono invece perpendicolari al piano d'incidenza.

Delle quattro rotazioni che danno la minima luce, basterà dunque calcolarne due. Calcoleremo per esempio quelle dell'analizzatore e del polarizzatore, quando le vibrazioni incidenti sono nel piano d'incidenza.

1° caso. *Rotazione dell'analizzatore.* La vibrazione trasmessa è nel caso attuale la L_1 dell'articolo precedente. Trascriviamola come segue:

$$L_1 = \frac{\operatorname{sen}\theta}{1+p^2}(kp\cos\omega\operatorname{sen}\varphi - k\operatorname{sen}\omega\cos\varphi - hp^2\operatorname{sen}\omega)$$
$$-\frac{\cos\theta}{1+p^2}(-kp\cos\omega\cos\varphi + hp\cos\omega - k\operatorname{sen}\omega\operatorname{sen}\varphi),$$

e poniamo:

$$A\cos\alpha = \frac{1}{1+p^2}(\quad kp\cos\omega\operatorname{sen}\varphi - \ldots\ldots),$$
$$A\operatorname{sen}\alpha = \frac{1}{1+p^2}(-kp\cos\omega\cos\varphi + \ldots\ldots).$$

Allora la vibrazione L_1 acquista la forma ordinaria:

$$L_1 = A\operatorname{sen}(\theta - \alpha),$$

e l'intensità, che è proporzionale ad A^2, può rappresentarsi con

$$(16)\quad A^2 = \frac{1}{(1+p^2)^2}\Big\{(k^2+h^2p^4)\operatorname{sen}^2\omega + p^2(h^2+k^2)\cos^2\omega - hkp(1+p^2)\operatorname{sen}\varphi\operatorname{sen}2\omega - 2hkp^2\cos\varphi\cos2\omega\Big\}.$$

Eguagliando a zero la derivata rispetto ad ω, e chiamando ω_1 il valore di ω che se ne ricava, si ha facilmente:

$$(17)\qquad \operatorname{tg}2\omega_1 = \frac{2hkp(1+p^2)\operatorname{sen}\varphi}{(k^2-h^2p^2)(1-p^2)+4hkp^2\cos\varphi}\ (^1).$$

2° caso. *Rotazione del polarizzatore.* Scriviamo la (13) come segue:

$$L_2 = \frac{\operatorname{sen}\theta}{1+p^2}(\quad kp\cos\omega\operatorname{sen}\varphi - \quad h\operatorname{sen}\omega - kp^2\operatorname{sen}\omega\cos\varphi)$$
$$-\frac{\cos\theta}{1+p^2}(-kp\cos\omega\cos\varphi + hp\cos\omega - kp^2\operatorname{sen}\omega\operatorname{sen}\varphi).$$

Riducendo qui pure alla forma ordinaria:

$$L_2 = B\operatorname{sen}(\theta - \beta),$$

si avrà facilmente per l'intensità:

$$(18)\quad B^2 = \frac{1}{(1+p^2)^2}\Big\{(h^2+k^2p^4)\operatorname{sen}^2\omega + p^2(h^2+k^2)\cos^2\omega - hkp(1+p^2)\operatorname{sen}\varphi\operatorname{sen}2\omega - 2hkp^2\cos\varphi\cos2\omega\Big\}.$$

(1) Con ω_1 intendiamo il valore minore di $\frac{\pi}{2}$ che soddisfa questa equazione, poichè l'esperienza mostra che la rotazione dell'analizzatore, capace di rendere minima la luce trasmessa, è sempre assai piccola. Il valore $\omega_1 + \frac{\pi}{2}$ darebbe evidentemente la posizione dell'analizzatore che rende massima la luce trasmessa.

Eguagliando qui pure a zero la derivata rispetto ad ω, e chiamando ω_2 il valore di ω che se ne trae, si ha facilmente

$$(19) \qquad \operatorname{tg} 2\omega_2 = \frac{2hkp(1+p^2)\operatorname{sen}\varphi}{(h^2-k^2p^2)(1-p^2)+4hp^2\cos\varphi}.$$

Confrontiamo fra loro ω_1 ed ω_2. I valori di $\operatorname{tg} 2\omega_1$ e $\operatorname{tg} 2\omega_2$ non diversificano che nel primo termine del denominatore. Ma per essere $k < h$ si ha successivamente:

$$k^2 < h^2, \qquad k^2(1+p^2) < h^2(1+p^2), \qquad k^2 - h^2p^2 < h^2 - k^2p^2;$$

per conseguenza:

$$\operatorname{tg} 2\omega_2 < \operatorname{tg} 2\omega_1$$

e siccome ω_1 ed ω_2 sono minori del quadrante, ed anzi sono sempre assai piccoli,

$$(20) \qquad \omega_2 < \omega_1.$$

Dunque: quando le vibrazioni incidenti sono parallele al piano d'incidenza, la rotazione del polarizzatore necessaria per rendere minima la luce, è minore della rotazione dell'analizzatore che dà lo stesso effetto.

Ed in virtù di quanto si è dimostrato nell'articolo 26: quando invece le vibrazioni incidenti sono perpendicolari al piano d'incidenza, è più piccola la rotazione dell'analizzatore che quella del polarizzatore, necessarie a render minima la luce trasmessa.

Ecco dunque spiegata un'altra particolarità offerta già dall'esperienza.

28. *Intensità minime che si possono raggiungere colla rotazione del polarizzatore o dell'analizzatore.*— Se nei valori di A^2 e B^2 (16) e (18), si mettono rispettivamente ω_1 ed ω_2 invece di ω, si avranno i valori minimi dell'intensità, che si possono raggiungere girando uno dei due nicol. Siccome però il mio scopo attuale è solo quello di stabilire un confronto fra queste due intensità minime, così, invece di eseguire la sostituzione diretta di ω_1 ed ω_2 al posto di ω, che sarebbe lunga e laboriosa, procederò nel modo seguente.

Chiamando A_0^2 il valore di A^2 dopo avervi messo ω_1 in posto di ω, la (16) può scriversi:

$$A_0^2 = \frac{1}{(1+p^2)^2}\Big\{(k^2+h^2p^4)\operatorname{sen}^2\omega_1 + p^2(h^2+k^2)(1-\operatorname{sen}^2\omega_1) - hkp(1+p^2)\operatorname{sen}\varphi\operatorname{sen}2\omega_1 - 2hkp^2\cos\varphi(1-2\operatorname{sen}^2\omega_1)\Big\},$$

e raccogliendo il $\operatorname{sen}^2\omega_1$:

$$A_0^2 = \frac{1}{(1+p^2)^2}\Big\{p^2(h^2+k^2-2hk\cos\varphi) + \operatorname{sen}^2\omega_1\Big[(k^2-h^2p^2)(1-p^2)+4hkp^2\cos\varphi\Big] - hkp(1+p^2)\operatorname{sen}\varphi\operatorname{sen}2\omega_1\Big\}.$$

Mettiamo ora in luogo del coefficiente di $\operatorname{sen}^2\omega_1$, il suo valore tratto dalla (17), ove appunto forma il denominatore; si avrà:

$$A_0^2 = \frac{1}{(1+p^2)^2}\Big\{p^2(h^2+k^2-2hk\cos\varphi) + hkp(1+p^2)\operatorname{sen}\varphi\left(\frac{2\operatorname{sen}^2\omega_1}{\operatorname{tg}2\omega_1} - \operatorname{sen}2\omega_1\right)\Big\}.$$

Ma la parte che contiene ω_1 può trasformarsi successivamente così:

$$\frac{2\,\mathrm{sen}^2\omega_1}{\mathrm{tg}\,2\omega_1} - \mathrm{sen}\,2\omega_1 = \frac{2\,\mathrm{sen}^2\omega_1 \cos 2\omega_1}{\mathrm{sen}\,2\omega_1} - \mathrm{sen}\,2\omega_1 = \frac{\mathrm{sen}\,\omega_1\,(\cos^2\omega_1 - \mathrm{sen}^2\omega_1)}{\cos\omega_1} - 2\,\mathrm{sen}\,\omega_1 \cos\omega_1$$

$$= \frac{\mathrm{sen}\,\omega_1\,(\cos^2\omega_1 - \mathrm{sen}^2\omega_1) - 2\,\mathrm{sen}\,\omega_1 \cos^2\omega_1}{\cos\omega_1} = -\,\mathrm{tg}\,\omega_1 .$$

Dunque si ha finalmente

$$(21) \qquad A_0^2 = \frac{1}{(1+p^2)^2}\left\{ p^2 (h^2 + k^2 - 2hk\cos\varphi) - hkp\,(1+p^2)\,\mathrm{sen}\,\varphi\,\mathrm{tg}\,\omega_1 \right\}.$$

Operando analogamente colle formole (18) e (19): e chiamando B_0^2 l'intensità minima che si ottiene col valore ω_2 di ω, si avrà:

$$(22) \qquad B_0^2 = \frac{1}{(1+p^2)^2}\left\{ p^2 (h^2 + k^2 - 2hk\cos\varphi) - hkp\,(1+p^2)\,\mathrm{sen}\,\varphi\,\mathrm{tg}\,\omega_2 \right\}.$$

Se ora confrontiamo B_0^2 ad A_0^2, vediamo che diversificano solo nel termine negativo, che numericamente deve certo essere minore del termine positivo. Ma per la (20) si ha $\mathrm{tg}\,\omega_2 < \mathrm{tg}\,\omega_1$, per cui:

$$(23) \qquad A_0^2 < B_0^2 .$$

Dunque le due intensità minime che si raggiungono o girando l'analizzatore, o girando il polarizzatore, non sono eguali, per cui o coll'uno o coll'altro si può meno imperfettamente ripristinare l'estinzione. Anzi per la (23) diremo che: quando le vibrazioni incidenti sono parallele al piano d'incidenza, è meno imperfetta la compensazione dell'effetto magnetico che può ottenersi girando l'analizzatore, che quella che si può raggiungere col polarizzatore; ed in virtù di quanto si dimostrò nell'art. 26: quando le vibrazioni incidenti sono perpendicolari al piano d'incidenza, è invece girando il polarizzatore che la compensazione dell'effetto magnetico è meno imperfetta.

Anche queste conseguenze coincidono coi risultati sperimentali.

29. *Proprietà generali del raggio riflesso, proveniente da un raggio incidente a vibrazioni rettilinee.* — Dopo aver così constatato il perfetto accordo della teoria colle esperienze, applichiamo le nostre formole allo studio delle vibrazioni riflesse sul polo magnetico, quali esse sono senza l'intervento d'un analizzatore.

Mettiamo le equazioni (11), che rappresentano la vibrazione riflessa nel caso in cui la incidente rettilinea faccia un angolo ω coll'asse delle x_0, sotto la forma seguente:

$$(24) \qquad \begin{cases} X = \dfrac{\mathrm{sen}\,\theta}{1+p^2}\,(k\cos\omega\cos\varphi + hp^2\cos\omega + kp\,\mathrm{sen}\,\omega\,\mathrm{sen}\,\varphi) \\ \quad - \dfrac{\cos\theta}{1+p^2}\,(k\cos\omega\,\mathrm{sen}\,\varphi + hp\,\mathrm{sen}\,\omega - kp\,\mathrm{sen}\,\omega\cos\varphi)\,, \\ Y = \dfrac{\mathrm{sen}\,\theta}{1+p^2}\,(kp\cos\omega\,\mathrm{sen}\,\varphi - h\,\mathrm{sen}\,\omega - kp^2\mathrm{sen}\,\omega\cos\varphi) \\ \quad - \dfrac{\cos\theta}{1+p^2}\,(-kp\cos\omega\cos\varphi + hp\cos\omega - kp^2\,\mathrm{sen}\,\omega\,\mathrm{sen}\,\varphi)\,. \end{cases}$$

Ponendo il coefficiente di $\mathrm{sen}\,\theta$ nel valore di X eguale ad $M\cos\mu$, il coefficiente

di $-\cos\vartheta$ eguale ad M sen μ, il cofficiente di sen ϑ nel valore di Y eguale ad N cos ν, e quello di $-\cos\vartheta$, eguale ad N sen ν, avremo:

$$X = M \operatorname{sen}(\vartheta - \mu), \qquad \operatorname{tg}\mu = \frac{\cos\omega \,.\, k \operatorname{sen}\varphi + \operatorname{sen}\omega\,(h - k\cos\varphi)\,p}{\cos\omega\,(k\cos\varphi + hp^2) + \operatorname{sen}\omega \,.\, kp \operatorname{sen}\varphi},$$

$$Y = N \operatorname{sen}(\vartheta - \nu), \qquad \operatorname{tg}\nu = \frac{\cos\omega\,(h - k\cos\varphi)\,p - \operatorname{sen}\omega \,.\, kp^2 \operatorname{sen}\varphi}{\cos\omega \,.\, kp \operatorname{sen}\varphi - \operatorname{sen}\omega\,(h + kp^2\cos\varphi)};$$

e se inoltre poniamo $\lambda = \mu - \nu$, e cambiamo l'origine dei tempi:

(25) $$X = M \operatorname{sen}(\vartheta - \lambda), \qquad Y = N \operatorname{sen}\vartheta.$$

Il raggio rappresentato da queste equazioni è generalmente elittico; i caratteri dell'elisse dipendono dei valori di λ, M ed N. Troviamo dapprima in quali casi gli assi della vibrazione elittica riflessa si confondono cogli assi di riferimento. Calcoliamo perciò la differenza di fase λ, che è data da

$$\operatorname{tg}\lambda = \frac{\operatorname{tg}\mu - \operatorname{tg}\nu}{1 + \operatorname{tg}\mu \,.\, \operatorname{tg}\nu}.$$

Sostituendo a tgμ e tgν i loro valori, dopo un calcolo lungo ma facile, a riduzioni fatte si trova:

(26) $$\operatorname{tg}\lambda = \frac{p(1-p^2)(h^2+k^2-2hk\cos\varphi)\cos 2\omega - hk(1-p^4)\operatorname{sen}\varphi \operatorname{sen} 2\omega - p(1+p^2)(h^2-k^2)}{2hkp(1+p^2)\operatorname{sen}\varphi\cos 2\omega - hk(1+p^2)^2\cos\varphi \operatorname{sen} 2\omega}.$$

Se λ diverrà eguale a $\frac{\pi}{2}$, il raggio elittico avrà gli assi nella direzione degli assi delle coordinate. Il denominatore dell'ultima formola deve perciò essere nullo, donde si ricava immediatamente, chiamando ε il valore particolare di ω:

(27) $$\operatorname{tg} 2\varepsilon = \frac{2p}{1+p^2}\operatorname{tg}\varphi.$$

I valori di ε che soddisfano questa relazione, per ogni incidenza e quindi per ogni sistema di valori di p e φ, sono infiniti, e diversificano fra loro di un multiplo di $\frac{\pi}{2}$. Lasciando a parte i valori di 2ε maggiori di 2π, che si sovrappongono a quelli minori, si hanno dunque per ogni incidenza due direzioni ortogonali per le vibrazioni incidenti, che danno un raggio riflesso elittico avente gli assi dell'elisse nella direzione degli assi delle coordinate, e cioè l'uno parallelo al piano di riflessione e l'altro perpendicolare.

Quando l'incidenza sia tale da dare $\varphi = \frac{\pi}{2}$, ε diviene eguale a $45° + m.\,90°$, essendo m un intero qualunque. Nella riflessione metallica ordinaria $\Phi = \frac{\pi}{2}$ per la incidenza di 76°. È verosimile che per la riflessione sul polo magnetico, φ sia eguale a $\frac{\pi}{2}$ per un'incidenza pochissimo diversa da 76°. A questa particolare incidenza, che può continuarsi a chiamare incidenza *principale*, le vibrazioni incidenti dirette secondo le bisettrici degli assi coordinati danno vibrazioni riflesse elittiche, cogli assi dell'elissi diretti secondo le due direzioni delle coordinate. Nell'ordinaria riflessione metallica ciò ha luogo invece per $\varphi = \frac{\pi}{2}$ qualunque sia ω.

Abbiamo visto (art. 20), che le vibrazioni riflesse da un metallo sono rettilinee,

quando le vibrazioni incidenti sono dirette parallelamente o perpendicolarmente al piano d'incidenza, e che formano il passaggio fra le vibrazioni elittiche destrogire o levogire, che si hanno quando le vibrazioni incidenti hanno un'altra orientazione qualunque. L'effetto della magnetizzazione non può evidentemente essere così potente da rendere i raggi riflessi o sempre destrogiri o sempre levogiri; per cui anche nella riflessione sul polo magnetico devono esistere certe orientazioni delle vibrazioni incidenti, ossia certi valori di ω, che diano raggi riflessi a vibrazioni rettilinee.

Occupiamoci dunque di determinare questi valori particolari di ω.

Basterà che eguagliamo a zero il numeratore dell'espressione (26), poichè divenendo in tal modo nulla la differenza di fase λ delle vibrazioni componenti (25), esse diano come risultante una vibrazione rettilinea. Indicando quindi con ρ il valore di ω che soddisfa alla condizione richiesta, si avrà:

$$p(1-p^2)(h^2+k^2-2hk\cos\varphi)(\cos^2\rho-\operatorname{sen}^2\rho)=2hk(1-p^4)\operatorname{sen}\varphi\operatorname{sen}\rho\cos\rho+p(1+p^2)(h^2-k^2),$$

ossia:

$$p(1-p^2)(h^2+k^2-2hk\cos\varphi)(1-\operatorname{tg}^2\rho)=2hk(1-p^4)\operatorname{sen}\varphi\operatorname{tg}\rho+p(1+p^2)(h^2-k^2)(1+\operatorname{tg}^2\rho),$$

$$\operatorname{tg}^2\rho.p[k^2p^2-h^2+hk(1-p^2)\cos\varphi]-\operatorname{tg}\rho.hk(1-p^4)\operatorname{sen}\varphi+p[k^2-h^2p^2-hk(1-p^2)\cos\varphi]=0,$$

e ponendo per brevità:

$$T=hk(1-p^4)\operatorname{sen}\varphi,\quad U=p[k^2-h^2p^2-hk(1-p^2)\cos\varphi],\quad V=p[k^2p^2-h^2+hk(1-p^2)\cos\varphi],$$

si ha finalmente;

$$\operatorname{tg}\rho=\frac{T\pm\sqrt{T^2-4UV}}{2V}. \tag{28}$$

Determiniamo ancora l'angolo ρ_1 che la vibrazione riflessa fa coll'asse delle x.

A questo scopo si potrebbe calcolare il rapporto delle ampiezze M, N (25), dopo avervi introdotto ρ in posto di ω, giacchè evidentemente si ha $\operatorname{tg}\rho_1=\frac{N}{M}$.

Ma giungeremo più rapidamente a determinare ρ_1 procedendo nel modo seguente.

Sieno (fig. 18) Ox ed Oy gli assi di riferimento del raggio riflesso, ossia quelli che nella fig. 12 sono indicati colle stesse lettere, e siano Ox_1, Oy_1 due nuovi assi ortagonali che, onde semplificare i risultati, prenderemo come mostra la figura, in modo cioè che Ox_1 si trovi nell'angolo compreso fra le y positive e le x negative. Sia η l'angolo di Ox_1 con Oy, ed X_1, Y_1 le componenti della vibrazione riflessa, secondo i nuovi assi. Limitandoci a calcolare la seconda, avremo:

$$Y_1=-Y\operatorname{sen}\eta-X\cos\eta,$$

e mettendo per X ed Y i valori dati dalle (24):

$$\begin{aligned}Y_1=&-\frac{\operatorname{sen}\theta}{1+p^2}(kp\cos\omega\operatorname{sen}\eta\operatorname{sen}\varphi-h\operatorname{sen}\omega\operatorname{sen}\eta-kp^2\operatorname{sen}\omega\operatorname{sen}\eta\cos\varphi+k\cos\omega\cos\eta\cos\varphi\\&+hp^2\cos\omega\cos\eta+kp\operatorname{sen}\omega\cos\eta\cos\varphi)\\&+\frac{\cos\theta}{1+p^2}(-kp\cos\omega\operatorname{sen}\eta\cos\varphi+hp\cos\omega\operatorname{sen}\eta-kp^2\operatorname{sen}\omega\operatorname{sen}\eta\operatorname{sen}\varphi+k\cos\omega\cos\eta\operatorname{sen}\varphi\\&+hp\operatorname{sen}\omega\cos\eta-kp\operatorname{sen}\omega\cos\eta\cos\varphi).\end{aligned}$$

Se eguagliamo a zero i coefficienti di $\operatorname{sen}\theta$ e di $\cos\theta$ in quest'ultima eguaglianza la vibrazione riflessa si ridurrà alla X_1, e perciò sarà rettilinea. Avremo così due equazioni colle quali si potranno determinare i valori di ω ed η che caratterizzano quei raggi incidenti che danno vibrazioni riflesse rettilinee. Ora, basta osservare che i due

coefficenti suddetti non variano cangiando η in ω ed ω in η, per concludere che $\operatorname{tg}\omega = \operatorname{tg}\eta$, o meglio, siccome questo valore particolare di ω l'abbiamo già indicato con ρ, ed abbiamo già chiamato ρ_1 l'angolo della vibrazione rettilinea riflessa coll'asse delle x.

$$\operatorname{tg}\rho_1 . \operatorname{tg}\rho = -1 . \tag{29}$$

Da questa relazione si ricava:

$$\operatorname{tg}\rho_1 = \frac{-1}{\operatorname{tg}\rho} = \frac{-2V}{T \pm \sqrt{T^2 - 4UV}},$$

e moltiplicando sopra e sotto per $T \mp \sqrt{T^2 - 4UV}$:

$$\operatorname{tg}\rho_1 = \frac{-2TV \pm 2V\sqrt{T^2 - 4UV}}{T^2 - (T^2 - 4UV)},$$

ossia:

$$\operatorname{tg}\rho_1 = \frac{-T \pm \sqrt{T^2 - 4UV}}{2U}. \tag{30}$$

Discutiamo ora le formole (28) e (30) che danno, la prima l'angolo che deve fare la vibrazione incidente coll'asse delle x_0, onde la vibrazione riflessa resti rettilinea, e la seconda l'angolo che questa vibrazione riflessa fa coll'asse delle x, ed indichiamo con ρ' e ρ'' i valori di ρ minori di π corrispondenti al doppio segno che precede il radicale nella (28), e similmente con ρ_1' e ρ_1'' i valori di ρ_1 minori di π dati pel doppio segno dalla (30). Dalla (28) avremo per ρ i valori:

$$\rho',\ \rho' \pm \pi,\ \rho' \pm 2\pi,\ \ldots\ldots\ \rho'',\ \rho'' \pm \pi,\ \rho'' \pm 2\pi,\ \ldots\ldots$$

e dalla (30) avremo per ρ_1 i valori

$$\rho'_1,\ \rho'_1 \pm \pi,\ \rho'_1 \pm 2\pi,\ \ldots\ldots\ \rho''_1,\ \rho''_1 \pm \pi,\ \rho''_1 \pm 2\pi, \ldots\ldots$$

Ma siccome il valore $\rho' \pm \pi$ conduce ad assegnare alla vibrazione incidente la stessa orientazione che dà il valore ρ', salvo il segno della vibrazione, il valore $\rho' \pm 2\pi$ conduce alla medesima orientazione per la vibrazione incidente data da ρ' ecc., e siccome lo stesso può dirsi per i valori ρ''....., ρ_1'....., ρ_1''....., le direzioni delle vibrazioni incidenti, per le quali la vibrazione riflessa è rettilinea, sono realmente due sole, ρ' e ρ'', cui corrispondono vibrazioni riflesse inclinate su Ox degli angoli ρ_1', ρ_1''.

L'eguaglianza $\operatorname{tg}\omega = \operatorname{tg}\eta$ determina l'orientazione relativa delle vibrazioni incidenti e delle riflesse.

Le due vibrazioni incidenti I', I'' (fig. 19) inclinate sull'asse O_0x_0 degli angoli ρ' e ρ'', danno due vibrazioni riflesse R', R'', rettilinee, egualmente inclinate sull'asse Oy.

All'incidenza normale si ha $\varphi = \varphi_0$, $p = 1$, $h = h_0$, $k = k_0$, ed il radicale che entra nelle formole (28) e (30) diviene immaginario. Dunque all'incidenza normale è impossibile che la vibrazione riflessa sia rettilinea. Sapevamo già infatti (art. 23) che all'incidenza normale la vibrazione riflessa è elittica e levogira.

Per piccole incidenze superiori a zero il radicale continuerà ad essere immaginario, e la vibrazione riflessa ad essere elittica, qualunque sia l'orientazione della vibrazione incidente, e per conseguenza anche sempre levogira. Ad una certa incidenza,

verosimilmente assai piccola, il radicale sarà zero, ed esisterà quindi un'orientazione per la vibrazione incidente capace di dare una vibrazione riflessa rettilinea; per incidenze anche maggiori esisteranno due orientazioni distinte dotate di questa proprietà, e che formeranno il passaggio fra quelle per le quali la vibrazione riflessa è elittica levogira, e quelle per le quali essa è elittica destrogira.

30. *Riflessione di un raggio elittico* — Si potrebbero senza difficoltà calcolare le componenti della vibrazione riflessa sotto un'incidenza qualunque, allorquando la vibrazione incidente è elittica nel modo più generale. Siccome però i lunghi calcoli che si dovrebbero eseguire non conducono ad espressioni abbastanza semplici, perchè offrano l'opportunità di verificazioni sperimentali, mi limiterò ad alcuni casi speciali.

L'azione del magnetismo sullo specchio modifica in generale tanto l'eccentricità della vibrazione elittica riflessa, che l'orientazione dei suoi assi. Si potrebbero calcolare gli elementi d'un raggio elittico incidente che dia un raggio riflesso di caratteri stabiliti. Ma v'è un caso che non richiede nuovi calcoli, ed è la ricerca di raggi elittici che dopo riflessi conservino nelle loro vibrazioni la stessa forma che avevano prima di cader sullo specchio magnetizzato, o in altri termini di raggi pei quali l'elisse riflessa sia simile all'elisse incidente, ed analogamente orientata.

Soddisfano evidentemente a questa condizione, quegli stessi raggi nei quali abbiamo supposto decomporsi nella riflessione un qualsiasi raggio incidente.

Per questi raggi, la vibrazione elittica ha gli assi nelle due direzioni principali, ed il rapporto dei medesimi è eguale a p. Per l'uno di essi il moto lungo l'elissi è destrogiro (ammessa sempre destrogira la corrente magnetizzante), e l'asse maggiore è diretto nel piano d'incidenza. Esso riflettendosi subisce un ritardo φ, e gli assi sono ridotti più piccoli nel rapporto k. Per l'altro il moto lungo l'elisse è levogiro, e l'asse maggiore è perpendicolare al piano d'incidenza. Riflettendosi, questo raggio non subisce ritardo, e gli assi della sua elisse sono ridotti nel rapporto h.

Occupiamoci ora particolarmente della riflessione normale d'un raggio elittico, rappresentato dalle equazioni:

$$(31)\qquad \begin{aligned} x_0 &= \mathrm{A}\,\mathrm{sen}\left(\theta+\frac{\pi}{2}\right)=\mathrm{A}\cos\theta\,,\\ y_0 &= \mathrm{B}\,\mathrm{sen}\,\theta\,. \end{aligned}$$

Applicando alla prima componente le formole dell'art. 23, ed alla seconda quelle date in fine dell'art. 24, si avrà per le componenti del raggio riflesso:

$$\mathrm{X}=\frac{\mathrm{A}k_0}{2}\mathrm{sen}\left(\theta+\frac{\pi}{2}-\varphi_0\right)+\frac{\mathrm{A}h_0}{2}\mathrm{sen}\left(\theta+\frac{\pi}{2}\right)-\frac{\mathrm{B}h_0}{2}\cos\theta+\frac{\mathrm{B}k_0}{2}\cos(\theta-\varphi_0),$$

$$\mathrm{Y}=\frac{\mathrm{A}k_0}{2}\cos\left(\theta+\frac{\pi}{2}-\varphi_0\right)-\frac{\mathrm{A}h_0}{2}\cos\left(\theta+\frac{\pi}{2}\right)-\frac{\mathrm{B}h_0}{2}\mathrm{sen}\,\theta-\frac{\mathrm{B}k_0}{2}\mathrm{sen}(\theta-\varphi_0).$$

Per studiare la forma della elissi riflessa, prendiamo le componenti X_1, Y_1 secondo due nuovi assi Ox_1, Oy_1, il primo dei quali faccia l'angolo ω coll'asse delle x. Avremo:

$$\begin{aligned} \mathrm{X}_1 &= \mathrm{X}\cos\omega+\mathrm{Y}\,\mathrm{sen}\,\omega,\\ \mathrm{Y}_1 &= \mathrm{Y}\cos\omega-\mathrm{X}\,\mathrm{sen}\,\omega, \end{aligned}$$

ed introducendo i valori di X ed Y, dopo facili riduzioni:

$$X_1 = \frac{1}{2}\operatorname{sen}\theta\left\{(A+B)k_0\operatorname{sen}(\varphi_0-\omega)+(A-B)h_0\operatorname{sen}\omega\right\}$$
$$-\frac{1}{2}\cos\theta\left\{-(A+B)k_0\cos(\varphi_0-\omega)-(A-B)h_0\cos\omega\right\},$$
$$Y_1 = \frac{1}{2}\operatorname{sen}\theta\left\{(A-B)h_0\cos\omega-(A+B)k_0\cos(\varphi_0-\omega)\right\}$$
$$-\frac{1}{2}\cos\theta\left\{(A-B)h_0\operatorname{sen}\omega-(A+B)k_0\operatorname{sen}(\varphi_0-\omega)\right\};$$

per cui ponendo:

$$\operatorname{tg}\mu = \frac{-(A+B)k_0\cos(\varphi_0-\omega)-(A-B)h_0\cos\omega}{(A+B)k_0\operatorname{sen}(\varphi_0-\omega)+(A-B)h_0\operatorname{sen}\omega},$$
$$\operatorname{tg}\nu = \frac{(A+B)k_0\operatorname{sen}(\varphi_0-\omega)-(A-B)h_0\operatorname{sen}\omega}{(A+B)k_0\cos(\varphi_0-\omega)-(A-B)h_0\cos\omega},$$
$$4M^2 = (A+B)^2k_0^2+(A-B)^2h_0^2+2(A^2-B^2)h_0k_0\cos(\varphi_0-2\omega),$$
$$4N^2 = (A+B)^2k_0^2+(A-B)^2h_0^2-2(A^2-B^2)h_0k_0\cos(\varphi_0-2\omega),$$

si avrà:

$$X_1 = M\operatorname{sen}(\theta-\mu), \qquad Y_1 = N\operatorname{sen}(\theta-\nu).$$

Se determiniamo ω in modo che sia $\mu-\nu=\frac{\pi}{2}$, e quindi $tg\,\mu\,.\,tg\,\nu=-1$, avremo messa la condizione che i nuovi assi coincidano cogli assi della vibrazione elittica riflessa. Mettendo nell'ultima equazione i valori precedenti di $tg\,\mu$ e $tg\,\nu$, si ricava facilmente:

$$\omega = \frac{\varphi_0}{2}.$$

Dunque, qualunque sia il raggio elittico dato, gli assi dell'elisse riflessa fanno un angolo $\frac{\varphi_0}{2}$ con quelli dell'elisse incidente, o in altri termini, per effetto del magnetismo gli assi della vibrazione elittica sono girati d'un angolo $\frac{\varphi_0}{2}$ in senso contrario della corrente magnetizzante.

Mettendo in M^2 ed N^2 il valore trovato di ω avremo:

$$M = \pm\frac{1}{2}\left\{(A+B)k_0+(A-B)h_0\right\}, \qquad N = \pm\frac{1}{2}\left\{(A+B)k_0-(A-B)h_0\right\},$$

$$\frac{N}{M} = \pm\frac{\dfrac{h_0-k_0}{h_0+k_0}-\dfrac{B}{A}}{1-\dfrac{B}{A}\cdot\dfrac{h_0-k_0}{h_0+k_0}}. \tag{32}$$

Supponiamo che B ed A abbiano le stesso segno, ossia $\frac{A}{B}$ positivo, e che quindi il raggio incidente sia levogiro, e cioè apparisca tale osservato che sia nel modo convenuto. La corrente magnetizzante essendo destrogira, il moto sull'elisse incidente

considerato in modo assoluto nello spazio, si farà nel senso stesso della corrente suddetta. Il raggio riflesso sarà destrogiro o levogiro secondo i casi.

Infatti se dapprima B=A, il raggio incidente è circolare e levogiro, ed il riflesso deve essere circolare e destrogiro, per cui dei due segni che si trovano nella (32) va preso l'inferiore. Se B<A, ma in modo che sia $\frac{B}{A} > \frac{h_0 - k_0}{h_0 + k_0}$, si ha $N^2 < M^2$, e cioè tanto il raggio incidente che il riflesso sono elittici, e quest'ultimo seguita ad essere destrogiro.

Quando $\frac{B}{A} = \frac{h_0 - k_0}{h_0 + k_0}$, si ha N=0; cioè: un raggio incidente levogiro il cui rapporto degli assi sia $\frac{h_0 - k_0}{h_0 + k_0}$, dà un raggio riflesso a vibrazioni rettilinee.

Se $\frac{B}{A}$ diminuisce ancora, il raggio riflesso diviene elittico e levogiro. Se in particolare si ha $\frac{B}{A} = \frac{\sqrt{h_0} - \sqrt{k_0}}{\sqrt{h_0} + \sqrt{k_0}}$, si trova pure $\frac{N}{M} = \frac{\sqrt{h_0} - \sqrt{k_0}}{\sqrt{h_0} + \sqrt{k_0}}$, e cioè la vibrazione elittica riflessa ha lo stesso rapporto degli assi, e quindi la stessa eccentricità dell'incidente.

Quando B=0, cioè la vibrazione incidente è rettilinea, si ha $\frac{N}{M} = \frac{h_0 - k_0}{h_0 + k_0}$, e cioè la riflessa è elittica levogira, cogli assi nel rapporto $\frac{h_0 - k_0}{h_0 + k_0}$, come già sapevamo (art. 23).

Se infine $\frac{B}{A}$ cangia segno, cioè se il raggio incidente è destrogiro, ossia ancora se la rotazione della particella vibrante sul raggio incidente si compie in senso opposto a quello della corrente magnetizzante, il raggio riflesso resta sempre elittico levogiro, finchè per B=—A, tanto l'incidente che il riflesso sono circolari.

31. *Riepilogo e conclusione della teoria.* — È bene ora riassumere le considerazioni teoriche colle quali ho cercato di render conto dei fenomeni che presentansi nella riflessione sui poli delle calamite.

Il principio fondamentale sta nell'ammettere che, in virtù della magnetizzazione, il ferro tratti le vibrazioni luminose, rispetto all'ampiezza ed alla fase, non solo a seconda della loro orientazione rispetto al piano d'incidenza, come un altro metallo qualunque, ma anche a seconda del senso nel quale una vibrazione elittica è descritta dalla particella vibrante. Ora, la decomposizione d'un raggio polarizzato in due raggi elittici reciproci, aventi gli assi delle elissi, l'uno sul piano d'incidenza e l'altro perpendicolare, offre appunto il modo di separare nel raggio dato le componenti che presentano i caratteri opposti. Ammesso che i due raggi elittici componenti subiscano una differenza di fase, e diminuiscano d'ampiezza in un diverso rapporto, come accade sui metalli ordinarî pei raggi componenti polarizzati nei due azimut principali, risulta tutt'intera la teoria qui esposta, e senz'altre nuove ipotesi, spiega le particolarità che offrono le esperienze.

Per mostrare più chiaramente le analogie e le diversità che esistono fra la riflessione metallica ordinaria, e quella sul polo d'una calamita, scriverò di fronte le principali proprietà caratteristiche di entrambe.

Riflessione metallica. — Per avere la vibrazione riflessa, si decompone l'incidente in due componenti, l'una perpendicolare e l'altra parallela al piano d'incidenza.

Poi si moltiplica l'ampiezza della vibrazione perpendicolare al piano d'incidenza per un coefficiente H, e quella dell'altra componente per un coefficiente K minore del primo.

Infine si stabilisce fra le due componenti una differenza di fase Φ (essendo in ritardo quella che giace nel piano d'incidenza).

La quantità Φ è nulla all'incidenza normale, e cresce fino a π, quando l'incidenza cresce da 0° a 90.

Il raggio riflesso è generalmente elittico, ma può anche essere a vibrazioni rettilinee. Resta a vibrazioni rettilinee quando la vibrazione incidente è parallela o perpendicolare al piano d'incidenza.

In tal caso la vibrazione riflessa è essa pure parallella o perpendicolare al piano d'incidenza.

Gli assi della vibrazione elittica riflessa, sono in generale obbliqui sul piano d'incidenza. Ma uno degli assi dell'elisse giace in questo piano:

Riflessione sul polo d'una calamita.— Per avere la vibrazione riflessa, si decompone l'incidente in due componenti elittiche tali: 1° che i loro assi maggiori sieno per l'una perpendicolare, per l'altra parallelo al piano d'incidenza; 2° che il rapporto p degli assi sia lo stesso per le due elissi, divenendo p uguale ad 1 all'incidenza normale, ed a 0 a quella radente; 3° che il senso di girazione sull'elisse il cui asse maggiore giace nel piano d'incidenza, coincida con quello della corrente magnetizzante.

Poi si moltiplica l'ampiezza della vibrazione elittica, il cui asse maggiore è perpendicolare al piano d'incidenza per un coefficiente h, e quella dell'altra per un coefficiente k minore del primo.

Infine si stabilisce fra le due vibrazioni elittiche componenti una differenza di fase φ (essendo in ritardo quella il cui asse maggiore giace nel piano d'incidenza).

La quantità φ ha all'incidenza normale un piccolo valore φ_0, e cresce fino a π, quando l'incidenza cresce da 0° a 90°.

Il raggio riflesso è generalmente elittico, ma può anche essere a vibrazioni rettilinee (salvo ad incidenze prossime alla normale). Resta a vibrazioni rettilinee, quando la vibrazione incidente fa col piano d'incidenza uno degli angoli dati dalla formola (28).

In tal caso le vibrazioni riflesse fanno col piano d'incidenza gli angoli dati dalla (30), o se vogliamo, fanno colla perpendicolare al piano d'incidenza angoli eguali a quelli fatti dalle vibrazioni incidenti col piano suddetto.

Gli assi della vibrazione elittica riflessa, sono in generale obbliqui sul piano d'incidenza. Ma uno degli assi dell'elisse giace in questo piano:

1° quando la vibrazione incidente è perpendicolare o parallela al piano d'incidenza, giacchè essendo la vibrazione riflessa in tal caso rettilinea e perpendicolare o parallela al piano d'incidenza, può considerarsi come una vibrazione elittica avente gli assi in quelle due direzioni.

2° quando l'incidenza è tale che sia $\Phi = \frac{\pi}{2}$ (incidenza principale), qualunque sia l'azimut della vibrazione incidente.

All'incidenza normale la vibrazione riflessa è sempre rettilinea, e coincide coll'incidente in direzione.

All'incidenza normale, un raggio elittico si riflette pure senza modificazioni nella forma ed orientazione delle sue vibrazioni.

Le vibrazioni riflesse rettilinee formano un passaggio fra quelle che sono elittiche e destrogire, e quelle che sono elittiche levogire.

unicamente, quando la vibrazione incidente fa col piano d'incidenza un angolo dato dalla formola (27).

All'incidenza principale, cioè a quell'incidenza alla quale è $\varphi = \frac{\pi}{2}$, la vibrazione incidente che dà una vibrazione elittica riflessa con uno degli assi nel piano d'incidenza, fa un angolo di 45° con detto piano.

All'incidenza normale la vibrazione riflessa è elittica, ed il suo asse maggiore fa colla vibrazione incidente un angolo $\frac{\varphi_0}{2}$, misurato in senso inverso della direzione della corrente magnetizzante. Il senso di girazione sull'elisse, è pure inverso a quello della corrente intorno al polo.

All'incidenza normale, un raggio elittico si riflette in modo, che gli assi della vibrazione elittica sono girati in senso contrario della corrente, di un angolo $\frac{\varphi_0}{2}$. L'eccentricità è pure variata, e per certe elissi incidenti, la vibrazione riflessa può divenire rettilinea.

Per piccoli angoli d'incidenza la vibrazione riflessa è sempre elittica, e sempre di senso contrario alla direzione della corrente. È solo oltre un certo valore dell'angolo d'incidenza che appariscono le vibrazioni riflesse rettilinee, e che le elittiche sono o destrogire o levogire, a seconda dell'azimut della vibrazione incidente.

Questo parallelo potrebbe proseguirsi, ma il fin qui detto è sufficiente per dare un'idea sommaria dei fenomeni.

Come la teoria si accordi coll'esperienza, si riconosce bene seguendo il cammino fatto, per render conto passo a passo dei fenomeni osservati. Il fatto principale stabilito colle esperienze era, che a seconda che le vibrazioni incidenti sono perpendicolari o parallele al piano d'incidenza, è colla rotazione del polarizzatore o dell'analizzatore, che si ottiene l'estinzione quasi perfetta, e che nei due casi, a parità d'angolo

d'incidenza, la rotazione è eguale. La teoria mostra dapprima (art. 26) che uno spostamento angolare dato al primo od al secondo nicol nel primo caso, produce lo stesso effetto d'un'egual rotazione in egual senso rispettivamente del secondo o del primo nicol nel secondo caso.

Ma poi la teoria fa vedere, che il minimo di luce è dato da una rotazione dell'analizzatore più grande di quella del polarizzatore, quando le vibrazioni incidenti sono parallele al piano d'incidenza, e viceversa nell'altro caso (art. 27). E quindi (art. 28) che la più piccola delle due intensità minime che possono prodursi girando uno dei due nicol, è precisamente quella che si ottiene colla rotazione più grande, cioè coll'analizzatore nel caso delle vibrazioni parallele al piano d'incidenza, e col polarizzatore nell'altro caso, precisamente come l'esperienza aveva prima dimostrato.

L'accordo fra teoria ed esperienza è dunque quale potevasi desiderare, per cui è sperabile che con nuove ed accurate esperienze di misura, si giungano a confermare tutte le proprietà del raggio riflesso che prevede la teoria.

Sarebbe altresì a desiderarsi che coi principî ammessi si potesse render conto anche dei fenomeni che si presentano nella riflessione sulla superficie laterale d'una calamita, ossia nel caso in cui la superficie riflettente sia parallela alla direzione della magnetizzazione. Non ho fatto alcun tentativo in questa direzione; ma la teoria relativa a questo caso sembrami meno facile, ed eccone la ragione. L'azione del magnetismo, sulla luce che si riflette, varia coll'incidenza per due ragioni: 1° perchè varia l'angolo fra la direzione del raggio luminoso, e quella della magnetizzazione; 2° perchè tende a sparire l'influenza della struttura del corpo riflettente, al crescere dell'incidenza. Nel caso della riflessione sopra il polo della calamita queste due cause di variazione agiscono nello stesso senso, e cioè tendono entrambe a far diminuire l'azione al crescere dell'incidenza. Invece nel caso della riflessione sopra la superficie equatoriale d'una calamita, le due cause suddette di variazione dell'effetto coll'incidenza, agiscono evidentemente in senso contrario, per cui l'effetto deve essere massimo ad una certa incidenza. Si richiederebbe quindi pel calcolo una qualche conoscenza sui valori incogniti h, k, p, φ, per le varie incidenze, della quale si è potuto far a meno nel caso della riflessione sulla superficie polare.

Infine, nulla indica in modo assoluto, che anche per la riflessione sulla superficie equatoriale d'una calamita, debba ricorrersi alla decomposizione del raggio dato in raggi elittici reciproci, giacchè potrebbe anche darsi che la decomposizione relativa al caso più generale, cioè al caso in cui la direzione della magnetizzazione fa un angolo qualunque colla superficie riflettente (caso non per anco studiato sperimentalmente) fosse tale, da dare come casi particolari, la decomposizione in raggi elittici reciproci, quando la superficie riflettente costituisce il polo della calamita, ed una decomposizione differente quando la superficie riflettente è parallela alla direzione della magnetizzazione.

Per queste ragioni ho lasciato finora a parte questo secondo caso delle esperienze di Kerr, per non occuparmi che del primo, relativamente più semplice.

NOTA

Dopo compiuta la redazione di questa Memoria, ho ricevuto i numeri di ottobre 1884 dei *Phil. Mag.*, degli *Ann.* di *Wiedemann*, e del *Repertorium* di *Exner*, ed in ciascuno di questi periodici ho trovato inserita un'interessantissima Memoria del prof. Kundt, nella quale sono riferite esperienze in parte attinenti al mio lavoro.

Il Kundt ha studiato particolarmente fenomeni di cui io in questa Memoria non mi sono occupato, per cui i nostri due lavori vengono a completarsi vicendevolmente.

Ha difatti misurato il potere rotatorio magnetico, per trasmissione, di strati trasparenti di ferro, nichel, cobalto, ottenuti deponendo per elettrolisi uno di questi metalli sopra un vetro platinato, ed ha riconosciuto che i tre metalli magnetici suddetti fanno girare il piano di polarizzazione nel senso della corrente magnetizzante, contrariamente a quanto era da aspettarsi.

Ha trovato pure che havvi dispersione rotatoria anomala, e cioè che la rotazione è maggiore pei raggi rossi e gradatamente minore pei raggi più rifrangibili.

Ha studiato quindi il fenomeno di Kerr nella riflessione sulle faccie laterali d'una calamita, ed ha confermato i risultali del Kerr medesimo.

Queste sono le ricerche del Kundt su argomenti diversi da quelli trattati da me.

Ciò che v'ha di comune fra il mio lavoro e quello di Kundt, è dapprima l'avere esso pure constatato che il fenomeno di Kerr all'incidenza normale sopra la superficie polare d'una calamita, consiste principalmente in una rotazione delle vibrazioni, e si vale di questo risultato per combattere esso pure la teoria di Fitzgerald. Ha trovato poi che esiste dispersione anomala anche nel caso considerato, ciò che conferma quanto ho affermato dubitativamente alla fine della Parte prima.

Quanto alla riflessione obbliqua sul polo d'una calamita, della quale io nel mio lavoro mi sono più particolarmente occupato, il Kundt dice di non aver fatto che poche prove incomplete, ma che in generale trovò confermati i risultati del Kerr, salvo in un punto, nel quale i suoi risultati discorderebbero da quelli del Kerr come pure dai miei.

Il punto di disaccordo sarebbe questo. Sperimentando ad incidenze prossime a 90°, con luce incidente che aveva le sue vibrazioni parallele al piano d'incidenza, il Kundt avrebbe trovato, che il senso in cui va girato l'analizzatore onde rendere minima la luce trasmessa, è opposto a quello che vale per incidenze minori di 80°. Vi sarebbe cioè un'inversione nell'effetto di Kerr per incidenze assai grandi, e per raggi incidenti polarizzati perpendicolarmente al piano d'incidenza. Nè il Kerr, nè io ci siamo accorti di questa inversione, e la teoria proposta da me nell'ultimo capitolo della presente Memoria non potrebbe spiegarla, giacchè la formola (17), che dà la rotazione dell'analizzatore che rende minima la luce trasmessa nel caso di vibrazioni incidenti parallele al piano d'incidenza, mostra che ω_1 non si annulla che quando φ, il quale varia da φ_0 a π, divenga eguale al secondo di questi valori, e l'incidenza quindi sia di 90°.

Sarebbe dunque bene fare nuove esperienze in questo caso particolare.

Ma debbo far rilevare una circostanza che può spiegare il disaccordo. Il Kundt,

non solo non si è accorto della necessità di nascondere le parti dello specchio ove la magnetizzazione non è massima, ma non indica d'aver preso cure speciali nell'orientare il polarizzatore e l'analizzatore prima della esperienza.

Ora, basta ammettere che il polarizzatore non dia esattamente vibrazioni parallele al piano d'incidenza, per spiegare l'inversione osservata dal Kundt nel senso della rotazione dell'analizzatore che dà il minimo di luce. Anzi io pure ottenni qualche volta quest'apparente inversione alle grandi incidenze (art. 13), se i nicol non erano perfettamente orientati prima dell'esperimento.

Ciò merita qualche spiegazione.

Supponiamo che la vibrazione incidente, invece d'essere diretta secondo l'asse O_0x_0, faccia un piccolo angolo ω con quest'asse. Le componenti X, Y della vibrazione riflessa saranno date dalle (11). Prendiamo le componenti X_1, Y_1 della vibrazione riflessa, secondo due nuovi assi, dei quali quello delle x, sia compreso fra le direzioni positive degli assi delle x e delle y, e faccia con quello delle x un angolo α. Avremo:

$$X_1 = X\cos\alpha + Y\operatorname{sen}\alpha\,, \qquad Y_1 = Y\cos\alpha - X\operatorname{sen}\alpha\,.$$

Supponiamo che la direzione dell'asse delle y_1 sia quella della sezione principale dell'analizzatore; questo trasmetterà la sola vibrazione Y_1, ed avremo per le (11):

$$\begin{aligned} Y_1 = {} & \frac{\operatorname{sen}\theta}{1+p^2}\,(kp\cos\omega\cos\alpha\operatorname{sen}\varphi - h\operatorname{sen}\omega\cos\alpha - kp^2\operatorname{sen}\omega\cos\alpha\cos\varphi \\ & - k\cos\omega\operatorname{sen}\alpha\cos\varphi - hp^2\cos\omega\operatorname{sen}\alpha - kp\operatorname{sen}\omega\operatorname{sen}\alpha\operatorname{sen}\varphi) \\ & - \frac{\cos\theta}{1+p^2}\,(-kp\cos\omega\cos\alpha\cos\varphi + hp\cos\omega\cos\alpha - kp^2\operatorname{sen}\omega\cos\alpha\operatorname{sen}\varphi \\ & - k\cos\omega\operatorname{sen}\alpha\operatorname{sen}\varphi - hp\operatorname{sen}\omega\operatorname{sen}\alpha + kp\operatorname{sen}\omega\operatorname{sen}\alpha\cos\varphi)\,. \end{aligned}$$

Potremo mettere la Y_1 sotto la forma ordinaria $Y_1 = A\operatorname{sen}(\theta - \psi)$, nel solito modo, ed A^2, che è proporzionale all'intensità, non sarà altro che la somma dei quadrati dei coefficienti di sen θ e di cos θ.

Calcolando A^2, dopo molte riduzioni che troppo lungo sarebbe indicare, si trova:

$$\begin{aligned} (1+p^2)^2 A^2 = {} & p^2(h^2+k^2)(\cos^2\omega\cos^2\alpha + \operatorname{sen}^2\omega\operatorname{sen}^2\alpha) + (h^2+k^2p^4)\operatorname{sen}^2\omega\cos^2\alpha \\ & + (k^2+h^2p^4)\cos^2\omega\operatorname{sen}^2\alpha - hkp\,(1+p^2)\operatorname{sen}(2\omega+2\alpha)\operatorname{sen}\varphi \\ & + \tfrac{1}{2}hk\,(1+p^4)\operatorname{sen}2\omega\operatorname{sen}2\alpha\cos\varphi - hkp^2\cos2\omega\cos2\alpha\cos2\alpha\cos\varphi \\ & - hkp^2\cos(2\omega+2\alpha)\cos\varphi\,. \end{aligned} \tag{33}$$

Se supponiamo ω costante, cioè invariabile l'orientazione della vibrazione incidente, e facciamo variare α, cioè facciamo girare l'analizzatore, troveremo facilmente la posizione che rende minima la luce trasmessa, eguagliando a zero la derivata di A^2 rispetto ad α, e ricavandone il valore di α medesimo.

La formola cui si arriva è la seguente:

$$\operatorname{tg}2\alpha = \frac{4hkp\,(1+p^2)\cos2\omega\operatorname{sen}\varphi - 2hk\,(1+p^2)^2\operatorname{sen}2\omega\cos\varphi}{(k^2-h^2)(1-p^4) + \cos2\omega(h^2+k^2)(1-p^2)^2 + 8hkp^2\cos2\omega\cos\varphi + 4hkp\,(1+p^2)\operatorname{sen}2\omega\operatorname{sen}\varphi} \tag{34}$$

Facendo $\omega = 0$, questa espressione si trasforma nella (17), come doveva essere; ma quando ω non è zero, essa è ben differente dalla (17). Infatti l'ω_1 della (17), che corrisponde all'α della (34), non può mai essere zero per qualsiasi incidenza compresa fra 0° e 90°, e quindi la rotazione dell'analizzatore, che rende minima la

luce trasmessa, non può invertirsi. Nel caso attuale invece, se il numeratore della (34) è nullo, ossia se

$$\operatorname{tg} 2\omega = \frac{2p}{1+p^2} \operatorname{tg} \varphi ,$$

α è zero, e se si aumenta un altro poco ω, α cangia segno. Ciò spiega la necessità dell'esatta orientazione iniziale del polarizzatore. Infatti, se il polarizzatore si vuol disporre in modo che dia vibrazioni parallele al piano d'incidenza, e non vi si riesce esattamente, ma invece le vibrazioni incidenti risultano inclinate d'un angolo ω sul piano medesimo, la rotazione α dell'analizzatore che rende minima la luce, invece d'avere il valore ω_1 (17), ha il valore α della (34), valore che può diversificare, come si è visto, da ω_1 non solo in grandezza, ma anche nel segno.

In tal caso dunque si è portati a credere all'esistenza di una inversione del fenomeno di Kerr, mentre invece tutto proviene da imperfetta orientazione del polarizzatore.

Il valore di ω sufficiente a produrre l'apparente inversione, dipende dall'angolo d'incidenza. Per le incidenze prossime a 90°, φ è prossimo a π, e tg φ ha un valore piccolissimo, quindi piccolo ancora è il valore di ω che annulla il numeratore della (34).

Dunque alle incidenze prossime a 90° basta un piccolissimo spostamento del polarizzatore per rendere nulla, od anche per invertire, la rotazione dell'analizzatore che è necessaria a rendere minima la luce che lo attraversa.

Siccome poi $tg\varphi$ è negativo, negativo è pure ω; cioè il piccolo spostamento del polarizzatore che è capace di produrre l'apparente inversione, deve essere in senso destrogiro, ammessa sempre destrogira, colle convenzioni adottate, la corrente magnetizzante.

L'espressione che dà il valore di ω necessario onde annullare la rotazione compensatrice dell'analizzatore, è identica alla (27), che dà l'orientazione delle vibrazioni incidenti alle quali corrispondono vibrazioni riflesse elittiche cogli assi nelle due direzioni principali. Ciò doveva essere diffatti, com'è facile persuadersene.

È lecito dunque, almeno fino a prova contraria, attribuire l'inversione osservata dal sig. Kundt, ad inesatta orientazione del polarizzatore. Il magnetismo conservato dallo specchio, anche dopo l'interruzione della corrente magnetizzante, può essere in parte causa di questa inesattezza (v. art. 9).

Farò da ultimo notare, che quanto si è detto circa l'influenza che ha l'orientazione del polarizzatore, sulla rotazione dell'analizzatore che rende minima la luce, si può ripetere per l'influenza che ha l'orientazione dell'analizzatore, sulla rotazione misurata girando il polarizzatore.

Se infatti si eguaglia a zero la derivata rispetto ad ω della (31), se ne ricava facilmente:

$$(35) \qquad \operatorname{tg} 2\omega = \frac{4hkp(1+p^2)\cos 2\alpha \operatorname{sen}\varphi - 2hk(1+p^2)\operatorname{sen} 2\alpha \cos\varphi}{(h^2-k^2)(1-p^4)+\cos 2\alpha (h^2+k^2)(1-p^2)^2+8hkp^2\cos 2\alpha\cos\varphi+4hkp(1+p^2)\operatorname{sen} 2\alpha \operatorname{sen}\varphi} .$$

Questo valore di ω è la rotazione del polarizzatore che rende minima la luce, quando l'analizzatore è lasciato immobile in una posizione obbliqua, in modo che la sua sezione principale faccia un angolo α coll'asse delle y. Per $\alpha = 0$, la (35), si trasforma nella (19), come doveva accadere.

Il valore di ω data dalla (35) è zero, quando:

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2p}{1+p^2} \operatorname{tg} \varphi,$$

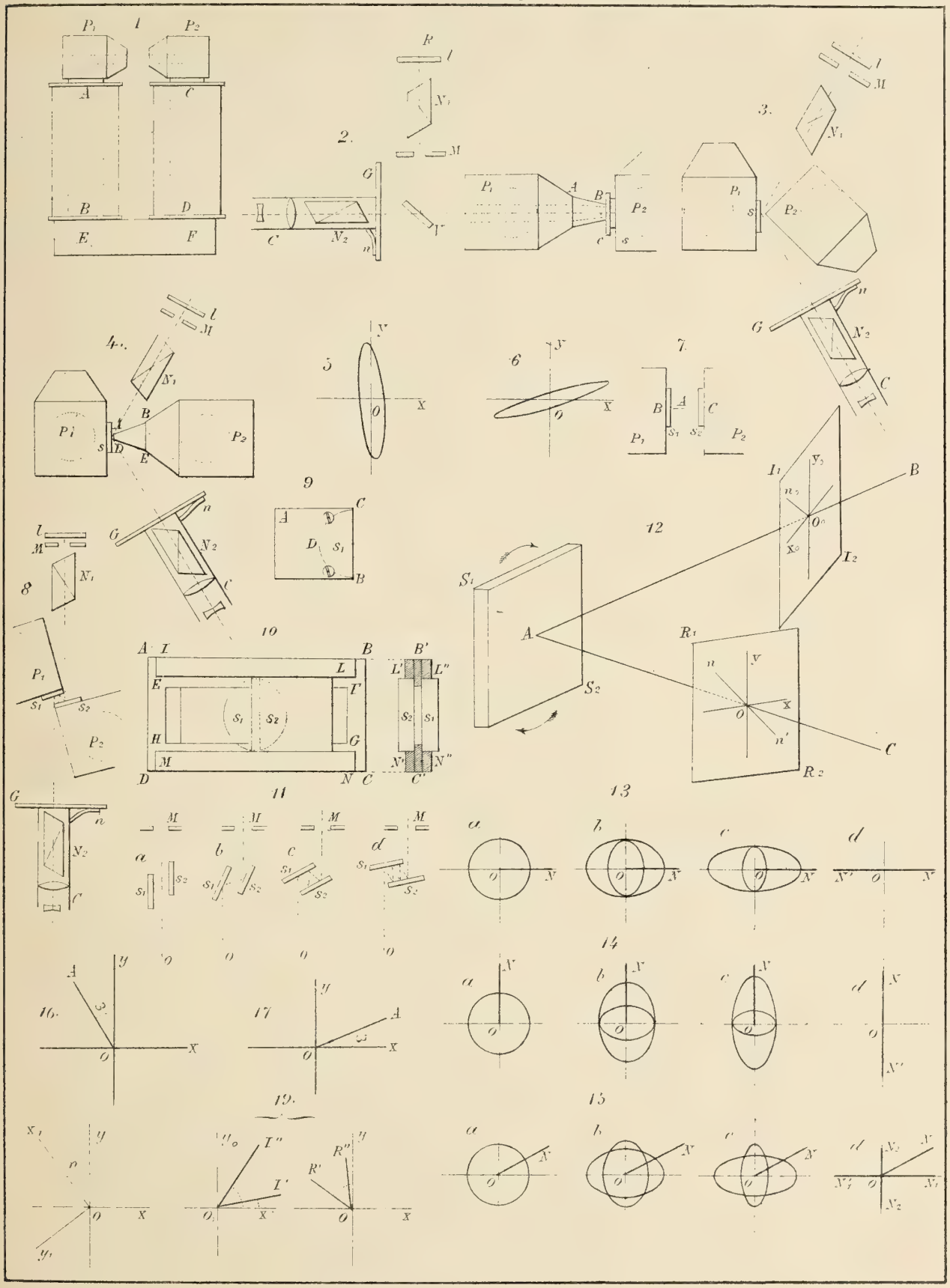
ed ha segni contrarî pei valori di ω superiori od inferiori a questo, mentre invece il valore dato dalla (19) non si annulla che all'incidenza di 90°. Se quindi si fanno misure girando il polarizzatore, bisogna che l'analizzatore sia esattamente orientato colla sezione principale perpendicolare al piano di riflessione, se non si vogliono ottenere rotazioni, non solo errate in grandezza, ma anche invertite, e ciò specialmente per le incidenze prossime a 90°, perchè a queste incidenze φ essendo prossimo a π, e $tg\,\varphi$ a zero, basta un valore piccolissimo ad α per annullare od invertire la rotazione ω del polarizzatore che rende minima la luce trasmessa.

Un calcolo, analogo a quello qui eseguito, pel caso di vibrazioni incidenti perpendicolari al piano d'incidenza, e di inesatta orientazione del polarizzatore o dell'analizzatore, condurrebbe a formole simili alle (34) e (35), che anzi possono dedursi da queste cambiando α in ω ed ω in α.

Quanto all'interpretazione del fenomeno di Kerr, il sig. Kundt si limita a richiamare l'idea che nella riflessione metallica la luce penetri per un certo spessore nel corpo riflettente, per cui se questo è dotato di potere rotatorio, le vibrazioni riflesse devono essere girate. Facendo infatti un'esperienza analoga a quella di Kerr, ma con una lastra di vetro in luogo dello specchio d'acciaio, e ricevendo nell'analizzatore la luce riflessa dalla seconda superficie del vetro, egli trova dei fenomeni analoghi di Kerr, dovuti al potere rotatorio magnetico del vetro.

Ma tanto il vetro quanto, secondo il Kundt, il ferro, fanno girare per trasmissione le vibrazioni nel senso della corrente magnetizzante; invece, le rotazioni ottenute col vetro nella suddetta esperienza, sono sempre inverse di quelle date dal ferro.

Non si può dunque assimilare il ferro ad una lastra trasparente che rifletta colla seconda superficie, e bisogna ricorrere alla decomposizione in raggi elittici per render conto delle modalità del fenomeno, come ho fatto nell'ultimo capitolo di questa Memoria. In tal modo, invece di considerare direttamente l'intervallo che i raggi che si riflettono percorrono nell'interno del corpo riflettente, si prende nel suo complesso il fenomeno della riflessione, col tener conto della diminuzione d'intensità e del ritardo d'ogni vibrazione elittica componente, nello stesso modo che si viene indirettamente ad ammettere nell'ordinaria riflessione metallica una diversa penetrazione delle vibrazioni componenti o parallele o perpendicolari al piano d'incidenza, col tener conto semplicemente della loro diversa diminuzione d'intensità e del diverso ritardo di fase, che subiscono nella riflessione.



Lit. Martelli Roma

Effemeridi e statistica del fiume Tevere prima e dopo la confluenza dell' Aniene e dello stesso fiume Aniene durante l'anno 1884.

Memoria del Socio ALESSANDRO BETOCCHI

letta nella seduta dell' 11 aprile 1885.

(Con una tavola)

Ho l'onore di presentare a questa r. Accademia l'effemeride e la relativa statistica idrometrica del Tevere pel decorso anno 1884, terzo del settimo periodo decennale delle quotidiane osservazioni.

Mantenendo il metodo adottato per gli anni precedenti, presento in detta effemeride il registro dell'altezza del pelo d'acqua del Tevere osservata al mezzodì di ciascun giorno di detto anno tanto all' idrometro presso Orte, ossia prima della confluenza dell'Aniene; quanto di quella osservata alla stessa ora all' idrometro di Ripetta, cioè dopo detta confluenza.

Presento del pari l'effemeride e la statistica idrometrica dell'Aniene per lo stesso anno 1884, ossia il registro dell'altezza del pelo d'acqua osservata quotidianamente all'idrometro posto alla origine dei cunicoli del monte Catillo presso Tivoli.

Corredo finalmente, come nei precedenti anni, le dette effemeridi colle rappresentazioni grafiche o diagrammi delle altezze in esse registrate.

Ritenendo, secondo il consueto, che il Tevere sia da considerarsi *in stato di magra* finchè l'altezza del pelo d'acqua all'idrometro di Ripetta non raggiunge i sei metri: che toccati i 6 metri, ma non raggiunti gli 8, debba considerarsi *in stato ordinario*; che a partire dagli 8 metri sino a che raggiunge i metri 12 sia da considerarsi *in stato d'intumescenza;* e finalmente che dai 12 metri in poi si trovi in stato di *vera e minacciosa piena*, l'esame dell'effemeride del 1884 dimostra che il Tevere in detto anno *corse in magra* per ben 142 giorni; si mantenne *in stato ordinario* per giorni 209: fu *intumescente* in 15 giorni soltanto; e non presentò mai alcuna *vera e minacciosa piena.*

Continuò dunque nell' anno 1885 il fenomeno verificatosi nei due precedenti anni 1882 e 1883; la mancanza cioè di qualsiasi piena del Tevere: fenomeno che si era già verificato saltuariamente negli anni 1822, 1828, 1834, 1852, 1854, 1862 e 1869, e per un biennio consecutivo negli anni 1824-25, 1831-32 e 1840-41; ma che non si era mai, fin qui, verificato per un intero triennio, come è avvenuto negli anni 1882, 1883, 1884.

Inoltre anche il numero dei giorni in cui nell'anno 1884 il Tevere si mostrò intumescente fu oltremodo limitato, essendo stato sotto tal riguardo sorpassato soltanto dall'anno 1834 in cui fu intumescente soltanto in due giorni, e dagli anni 1825, 1828 e 1824 in cui le intumescenze si verificarono, rispettivamente, per 5, 7 e 13 giorni.

Può quindi considerarsi il periodo triennale sopradetto come quello in cui il Tevere si mantenne mite e modesto più che in altro qualunque periodo di egual durata, fra quanti si contano dacchè sono state attivate le osservazioni giornaliere dell'altezza del pelo d'acqua del Tevere. E lo conferma il fatto che l'altezza media generale dedotta dalle misure prese all'idrometro di Ripetta, durante l'intero triennio 1882-84 è rappresentata da metri 6,232 (¹), quantità ben inferiore alla media generale dal sessantennio 1822-1881 che è di m. 6,698 e che nei 63 anni di osservazioni che si posseggono fin qui è fra le più basse che si sono verificate.

(¹) L'altezza media nell'anno 1882 fu 6,643; quella del 1883 fu di metri 5,700, e quella del 1884 essendo di metri 6,352, l'altezza media generale del triennio 1882-83-84 risulta di metri 6,232.

Effemeride del Tevere,
ossia Registro giornaliero dell'altezza del pelo d'acqua del Fiume Tevere all'idrometro di Orte al mezzodì di ciascun giorno dell'anno 1884.

GIORNI del mese	Gennaio Altezza osservata Met. lin.	Febbraio Altezza osservata Met. lin.	Marzo Altezza osservata Met. lin.	Aprile Altezza osservata Met. lin.	Maggio Altezza osservata Met. lin.	Giugno Altezza osservata Met. lin.	Luglio Altezza osservata Met. lin.	Agosto Altezza osservata Met. lin.	Settembre Altezza osservata Met. lin.	Ottobre Altezza osservata Met. lin.	Novembre Altezza osservata Met. lin.	Dicembre Altezza osservata Met. lin.
1	1,35	1,70	1,37	1,48	1,92	1,32	1,40	1,18	1,40	1,40	1,40	1,40
2	1,33	1,69	1,60	1,45	1,90	2,00	1,38	1,18	1,30	1,30	1,40	1,40
3	1,33	1,67	1,51	1,43	1,83	1,95	1,37	1,18	1,20	1,30	1,40	1,40
4	1,31	1,66	1,48	1,43	1,75	1,60	1,35	1,16	1,20	1,20	1,35	1,40
5	1,30	1,63	1,46	1,50	1,60	1,78	1,37	1,16	3,80	2,25	1,35	1,40
6	1,31	1,57	1,43	1,46	1,66	1,65	1,58	1,16	1,75	4,85	1,30	1,60
7	1,31	1,53	1,40	1,44	1,66	1,52	1,53	1,16	1,70	2,70	1,30	1,40
8	1,32	1,47	1,39	1,42	1,95	1,48	1,60	1,16	1,60	2,40	1,30	1,40
9	2,89	1,44	1,39	1,50	1,73	1,54	1,46	1,18	1,40	2,80	1,30	1,40
10	2,01	1,45	1,38	1,68	1,63	1,73	1,35	1,28	1,30	2,40	1,30	1,40
11	1,79	1,43	1,37	2,10	1,59	1,76	1,30	1,40	1,60	1,90	1,30	1,40
12	1,67	1,42	1,36	1,62	1,55	1,76	1,30	1,20	1,40	1,70	1,30	1,40
13	1,60	1,41	1,36	2,00	1,53	2,30	1,28	1,20	1,30	2,20	1,30	1,10
14	1,53	1,40	1,35	1,62	1,50	1,85	1,25	1,18	1,29	1,89	1,30	1,40
15	1,50	1,40	1,35	1,58	1,49	1,75	1,24	1,17	1,20	1,86	1,30	1,40
16	1,49	1,80	1,34	1,77	1,48	1,74	1,20	1,17	1,20	1,60	1,30	1,40
17	1,47	1,58	1,32	2,05	1,47	1,80	1,20	1,24	1,15	1,50	1,30	1,40
18	1,46	1,48	1,31	1,66	1,46	1,95	1,19	1,16	1,15	1,50	1,30	1,40
19	1,45	1,44	1,30	1,64	1,48	1,70	1,18	1,16	1,15	1,40	1,30	2,00
20	1,44	1,42	1,29	2,10	1,47	1,60	1,18	2,00	1,15	1,50	1,30	1,70
21	1,43	1,40	1,35	2,08	1,48	1,60	1,25	1,60	1,10	1,86	1,30	2,60
22	1,43	1,37	1,74	1,97	1,43	1,62	1,23	2,10	1,10	1,86	1,30	2,50
23	1,42	1,38	2,30	1,85	1,39	1,58	1,20	1,60	1,10	1,50	1,30	2,00
24	1,40	1,38	2,19	2,50	1,37	1,80	1,19	1,40	1,45	1,41	1,40	1,80
25	1,40	1,37	1,83	3,05	1,36	1,60	1,17	1,30	1,60	1,40	1,45	2,00
26	1,44	1,38	1,67	2,89	1,43	1,54	1,16	1,20	3,40	1,40	1,50	2,10
27	1,46	1,37	1,59	2,75	1,42	1,50	1,15	1,15	3,10	1,40	1,60	1,80
28	1,70	1,37	1,55	2,68	1,74	1,48	1,15	1,65	2,65	1,40	1,60	1,80
29	2,30	1,37	1,51	2,25	1,51	1,46	1,35	1,60	1,85	1,40	1,60	1,70
30	1,80		1,49	2,03	1,39	1,45	1,23	1,60	1,60	1,40	1,82	1,80
31	1,61		1,48		1,35		1,20	1,50		1,40		1,84
Sommata	48,25	42,98	46,46	56,98	48,52	51,41	40,99	41,38	48.19	56,08	41,27	50,74
Media	1,56	1,48	1,50	1,90	1,57	1,71	1,32	1,33	1,61	1,81	1,38	1,64
Massima	2,89	1,80	2,30	3,05	1,95	2,30	1,60	2,10	3,80	4.85	1,82	2,60
Minima	1,30	1,37	1,29	1,42	1,35	1,32	1,15	1,15	1,10	1,20	1,30	1,10
Differenza	1,59	0,43	1,01	1,63	0,60	0,98	0,45	0,95	2,70	3,65	0,52	1,50

Effemeride del Tevere,
ossia Registro giornaliero dell'altezza del pelo d'acqua del Fiume Tevere all'idrometro di Ripetta al mezzodì di ciascun giorno dell'anno 1884

GIORNI del mese	Gennaio Altezza osservata Met. lin.	Febbraio Altezza osservata Met. lin.	Marzo Altezza osservata Met. lin.	Aprile Altezza osservata Met. lin.	Maggio Altezza osservata Met. lin.	Giugno Altezza osservata Met. lin.	Luglio Altezza osservata Met. lin.	Agosto Altezza osservata Met. lin.	Settembre Altezza osservata Met. lin.	Ottobre Altezza osservata Met. lin.	Novembre Altezza osservata Met. lin.	Dicembre Altezza osservata Met. lin.
1	5,98	6,47	5,95	6,05	7,56	6,07	6,13	5,93	6,33	6,39	5,98	5,89
2	5,97	6,35	5,97	6,04	7,33	6,03	6,09	5,83	5,95	6,23	5,98	5,88
3	5,97	6,30	6,17	6,00	7,14	7,53	6,06	5,80	5,87	6,15	5,96	6,02
4	5,96	6,27	6,08	5,98	7,02	6,65	6,03	5,76	5,83	6,07	5,95	5,93
5	5,94	6,22	5,99	6,10	6,85	6,77	6,19	5,75	5,90	6,09	5,94	5,89
6	5,92	6,17	6,02	6,10	6,74	7,14	6,28	5,74	8,41	9,95	5,93	5,89
7	5,93	6,14	5,98	6,00	6,63	6,62	6,43	5,72	6,63	10,56	5,93	5,88
8	5,95	6,12	5,97	6,03	6,73	6,43	6,29	5,72	6,16	9,56	5,90	5,88
9	6,58	6,11	5,97	6,01	7,06	6,33	6,28	5,71	6,05	8,79	5,90	5,90
10	8,18	6,08	5,95	6,29	6,73	6,46	6,05	5,75	5,95	8,80	5,90	5,89
11	7,10	6,08	5,94	6,45	6,55	6,83	6,00	5,72	5,87	7,63	5,89	5,87
12	6,56	6,05	5,92	6,97	6,47	6,86	5,95	6,00	6,08	7,19	5,87	5,87
13	6,47	6,04	5,90	6,84	6,42	6,77	5,94	5,80	5,96	7,16	5,87	5,83
14	6,35	6,03	5,85	6,70	6,37	7,47	5,94	5,76	5,97	7,25	5,87	5,81
15	6,26	6,02	5,87	6,38	6,32	6,93	5,86	5,84	6,05	7,03	5,86	5,90
16	6,18	6,03	5,87	6,72	6,27	7,08	5,84	5,77	5,95	7,71	5,85	5,88
17	6,12	6,73	5,87	6,63	6,24	6,95	5,83	5,97	5,93	6,53	5,83	5,87
18	6,07	6,23	5,86	6,93	6,26	7,29	5,83	5,92	5,88	6,43	5,83	5,95
19	6,09	5,98	5,85	6,51	6,23	7,02	5,82	5,79	5,84	6,37	5,87	6,25
20	6,07	6,02	5,83	6,62	6,20	6,59	5,81	6,06	5,81	6,33	5,86	6,75
21	6,04	6,02	5,85	7,61	6,17	6,48	5,80	6,46	5,81	6,29	5,85	6,35
22	6,02	5,97	6,05	7,64	6,17	6,57	5,86	6,29	5,78	6,25	5,84	9,15
23	6,00	5,97	6,54	7,47	6,12	6,43	5,80	7,13	5,78	6,21	5,85	7,75
24	6,00	5,96	7,20	7,25	6,11	6,39	5,80	6,70	5,89	6,17	5,92	7,46
25	6,05	5,96	7,04	8,22	6,08	6,75	5,78	5,93	7,05	6,13	5,96	7,14
26	6,10	5,96	6,55	9,59	6,06	6,42	5,77	5,91	6,42	6,10	5,97	7,10
27	6,24	5,96	6,29	8,80	6,07	6,45	5,76	5,81	8,83	6,09	5,93	6,92
28	6,31	5,96	6,18	9,37	6,22	6,41	5,75	5,81	8,95	6,08	5,88	6,64
29	6,60	5,96	6,12	8,59	6,61	6,18	5,90	6,21	7,80	6,05	5,87	7,18
30	7,53		6,07	7,91	6,28	6,10	5,92	6,10	6,74	6,03	5,89	7,03
31	6,70		6,06		6,12		5,93	6,26		6,03		7,03
Sommata	195,24	177,16	188,76	209,80	201,13	200,00	184,82	184,98	191,47	215,65	176,93	198,81
Media	6,30	6,11	6,09	6,99	6,48	6,66	5,96	5,97	6,38	6,96	5,39	6,41
Massima	8,18	6,73	7,20	9,59	7,56	7,53	6,43	7,13	8,95	10,56	5,98	9,15
Minima	5,92	5,96	5,83	5,98	6,06	6,03	5,75	5,71	5,78	6,03	5,83	5,81
Differenze	2,26	0,77	1,37	3,61	1,50	1,50	0,68	1,42	3,17	4,53	0,15	3,34

Effemeride dell'Aniene, ossia Registro giornaliero dell' altezza del pelo d' acqua del Fiume Aniene all'idrometro esistente all' imbocco del cunicolo sinistro presso Tivoli, al mezzodì di ciascun giorno dell'anno 1884.

GIORNI del mese	Gennaio Altezza osservata Met. lin.	Febbraio Altezza osservata Met. lin.	Marzo Altezza osservata Met. lin.	Aprile Altezza osservata Met. lin.	Maggio Altezza osservata Met. lin.	Giugno Altezza osservata Met. lin.	Luglio Altezza osservata Met. lin.	Agosto Altezza osservata Met. lin.	Settembre Altezza osservata Met. lin.	Ottobre Altezza osservata Met. lin.	Novembre Altezza osservata Met. lin.	Dicembre Altezza osservata Met. lin.
1	1,35	1,40	1,35	1,40	1,45	1,35	1,40	1,30	1,30	1,30	1,35	1,30
2	1,35	1,40	1,35	1,40	1,45	1,35	1,30	1,30	1,30	1,30	1,35	1,30
3	1,35	1,40	1,40	1,40	1,35	1,35	1,30	1,30	1,30	1,30	1,35	1,30
4	1,35	1,40	1,40	1,40	1,30	1,35	1,30	1,30	1,30	1,30	1,35	1,30
5	1,35	1,40	1,40	1,40	1,30	1,35	1,30	1,30	1,35	1,40	1,35	1,30
6	1,35	1,35	1,40	1,40	1,45	1,35	1,30	1,30	1,30	2,00	1,35	1,30
7	1,35	1,35	1,40	1,45	1,45	1,35	1,30	1,30	1,30	2,50	1,35	1,35
8	1,35	1,35	1,40	1,45	1,30	1,45	1,30	1,35	1,30	2,10	1,35	1,35
9	1,35	1,35	1,40	1,45	1,30	1,45	1,30	1,30	1,30	1,50	1,40	1,35
10	1,40	1,35	1,35	1,45	1,30	1,35	1,30	1,30	1,30	1,35	1,40	1,35
11	1,40	1,35	1,35	1,45	1,30	1,35	1,30	1,30	1,40	1,35	1,40	1,35
12	1,40	1,35	1,30	1,35	1,30	1,35	1,30	1,30	2,10	1,35	1,40	1,35
13	1,40	1,40	1,35	1,35	1,30	1,35	1,30	1,30	1,70	1,35	1,40	1,35
14	1,40	1,40	1,35	1,35	1,30	1,40	1,30	1,35	1,40	1,35	1,40	1,35
15	1,40	1,40	1,35	1,35	1,30	1,40	1,35	1,35	1,40	1,40	1,40	1,45
16	1,35	1,35	1,35	1,35	1,30	1,40	1,35	1,35	1,35	1,40	1,40	1,35
17	1,35	1,35	1,35	1,35	1,40	1,40	1,35	1,35	1,35	1,40	1,35	1,30
18	1,35	1,35	1,35	1,40	1,40	1,40	1,30	1,35	1,35	1,30	1,35	1,30
19	1,35	1,35	1,35	1,60	1,35	1,40	1,30	1,35	1,35	1,30	1,35	1,40
20	1,35	1,35	1,40	1,95	1,35	1,40	1,30	1,75	1,35	1,30	1,35	1,40
21	1,35	1,35	1,40	2,40	1,35	1,40	1,30	1,40	1,30	1,30	1,35	1,70
22	1,35	1,35	1,40	2,20	1,35	1,45	1,35	1,40	1,30	1,35	1,35	1,60
23	1,35	1,35	1,60	2,30	1,35	1,45	1,35	1,40	1,35	1,35	1,35	1,40
24	1,35	1,35	1,40	2,20	1,35	1,45	1,35	1,30	1,55	1,35	1,35	1,40
25	1,40	1,35	1,35	1,40	1,40	1,40	1,35	1,30	1,70	1,35	1,35	1,40
26	1,40	1,35	1,35	1,40	1,40	1,40	1,35	1,30	1,40	1,35	1,35	1,40
27	1,40	1,35	1,30	1,40	1,40	1,40	1,35	1,30	1,40	1,35	1,35	1,60
28	1,65	1,35	1,35	1,40	1,45	1,40	1,35	1,30	1,35	1,35	1,35	1,60
29	1,50	1,35	1,35	1,45	1,85	1,40	1,30	1,40	1,30	1,30	1,45	2,00
30	1,40		1,35	1,45	1,40	1,40	1,30	1,30	1,30	1,30	1,30	2,40
31	1,40		1,40		1,35		1,30	1,30		1,30		1,90
Sommata	42,85	39,45	42,60	46,30	42,60	41,70	40,90	41,50	41,75	44,20	40,95	45,20
Media	1,38	1,36	1,37	1,54	1,37	1,39	1,32	1,34	1,38	1,43	1,36	1,46
Massima	1,65	1,40	1,60	2,40	1,85	1,45	1,40	1,75	2,10	2,50	1,40	2,40
Minima	1,35	1,35	1,35	1,35	1,30	1,35	1,30	1,30	1,30	1,30	1,30	1,30
Differenza	0,30	0,05	0,25	1,05	0,55	0,10	0,10	0,45	0,80	1,20	0,10	1,10

Anno 1884.

STATISTICA DEL FIUME TEVERE

OSSERVATO ALL'IDROMETRO DI ORTE OSSIA INNANZI LA CONFLUENZA DELL'ANIENE.

MESI	ALTEZZA MENSILE Sommata Met. lin.	ALTEZZA MENSILE Media Met. lin.	ALTEZZA Massima Met. lin.	ALTEZZA Minima Met. lin.	DIFFERENZE Met. lin.
Gennaio	48,25	1,56	2,89	1,30	1,59
Febbraio	42,98	1,48	1,80	1,37	0,43
Marzo	46,46	1,50	2,30	1,29	1,01
Aprile	56,98	1,90	3,05	1,42	1,63
Maggio	48,52	1,57	1,95	1,35	0,60
Giugno	51,41	1,71	2,30	1,32	0,98
Luglio	40,99	1,32	1,60	1,15	0,45
Agosto	41,38	1,33	2,10	1,15	0,95
Settembre	48,19	1,61	3,80	1,10	2,70
Ottobre	56,08	1,81	4,85	1,20	3,65
Novembre	41,27	1,38	1,82	1,30	0,52
Dicembre	50,74	1,64	2,60	1,10	1,50
	573,25				

Altezza media generale dell'anno met. lin. $\frac{573,25}{366} = 1,5663$.

Altezza massima dell'intero anno met. lin. 4,85
» minima » » 1,10 } differenza massima 3,75.

Anno 1884.

STATISTICA DEL FIUME TEVERE

OSSERVATO ALL'IDROMETRO DI RIPETTA OSSIA DOPO LA CONFLUENZA DELL'ANIENE.

MESI	ALTEZZA MENSILE Sommata Met. lin.	ALTEZZA MENSILE Media Met. lin.	ALTEZZA Massima Met. lin.	ALTEZZA Minima Met. lin.	DIFFERENZE Met. lin.
Gennaio	195,24	6,30	8,18	5,92	2,26
Febbraio	177,16	6,11	6,73	5,96	0,77
Marzo	188,76	6,09	7,20	5,83	1,37
Aprile	209,80	6,99	9,59	5,98	3,61
Maggio	201,13	6,48	7,56	6,06	1,50
Giugno	200,00	6,66	7,53	6,03	1,50
Luglio	184,82	5,96	6,43	5,75	0,68
Agosto	184,98	5,97	7,13	5,71	1,42
Settembre	191,47	6,38	8,95	5,78	3,17
Ottobre	215,65	6,96	10,56	6,03	4,53
Novembre	176,93	5,39	5,98	5,83	0,15
Dicembre	198,81	6,41	9,15	5,81	3,34
	2324,75				

Altezza media generale dell'anno met. lin. $\frac{2324,75}{366} = 6,3518$.

Altezza massima dell'intero anno met. lin. 10,56
» minima » » 5,71 } differenza massima 4,85.

Anno 1884.

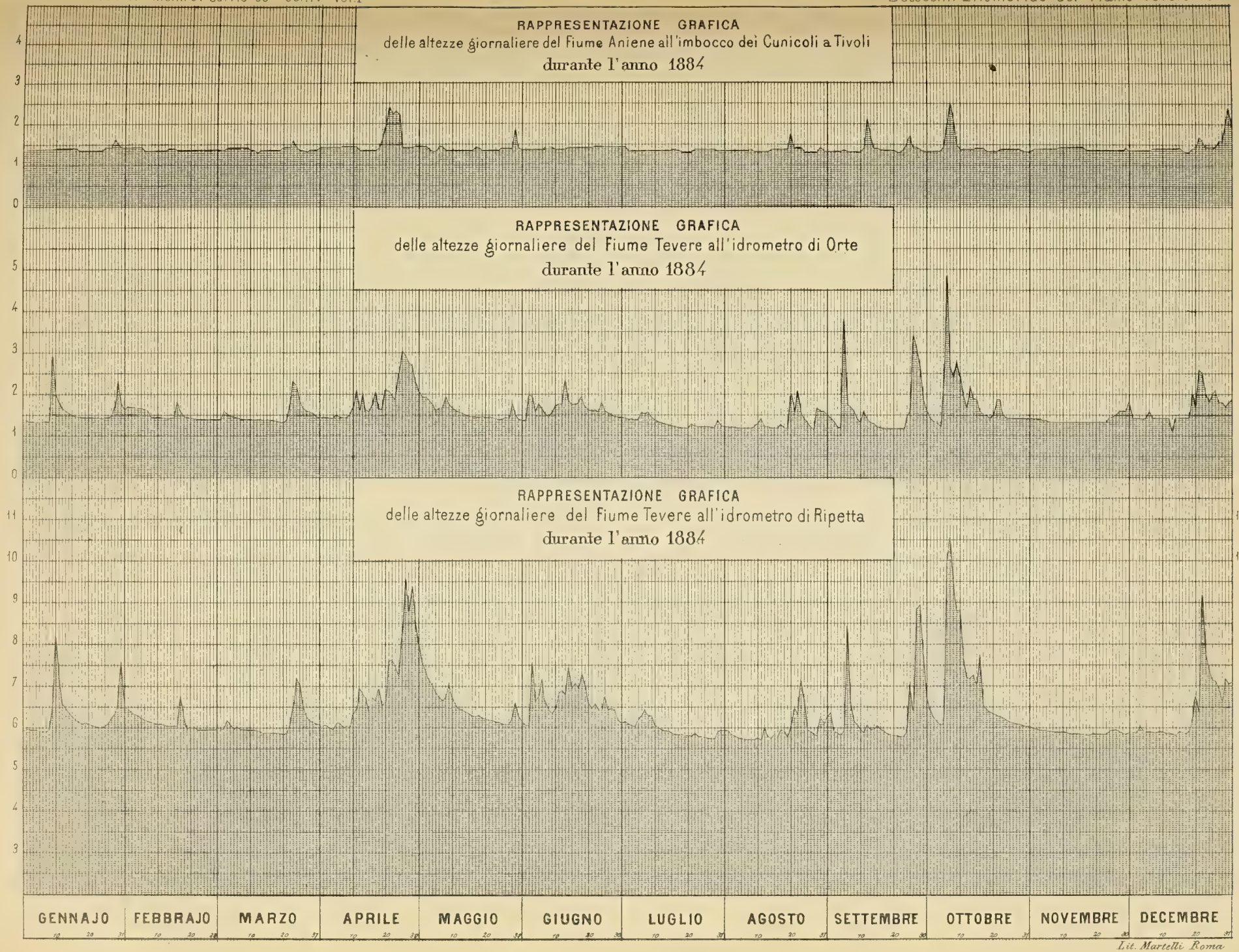
STATISTICA DEL FIUME ANIENE

OSSERVATO ALL'IDROMETRO COLLOCATO ALL'IMBOCCO DEL CUNICOLO SINISTRO PRESSO TIVOLI.

MESI	ALTEZZA MENSILE Sommata Met. lin.	ALTEZZA MENSILE Media Met. lin.	ALTEZZA Massima Met. lin.	ALTEZZA Minima Met. lin.	DIFFERENZE Met. lin.
Gennaio	42,85	1,38	1,65	1,35	0,30
Febbraio	39,45	1,36	1,40	1,35	0,05
Marzo	42,60	1,37	1,60	1,35	0,25
Aprile	46,30	1,54	2,40	1,35	1,05
Maggio	42,60	1,37	1,85	1,30	0,55
Giugno	41,70	1,39	1,45	1,35	0,10
Luglio	40,90	1,32	1,40	1,30	0,10
Agosto	41,50	1,34	1,75	1,30	0,45
Settembre	41,75	1,38	2,10	1,30	0,80
Ottobre	44,20	1,43	2,50	1,30	1,20
Novembre	40,95	1,36	1,40	1,30	0,10
Dicembre	45,20	1,46	2,40	1,30	0,10
	510,00				

Altezza media generale dell'anno met. lin. $\frac{510,00}{366} = 1.3934$.

Altezza massima dell'intero anno met. lin. 2,50
» minima » » 1,30 } differenza massima 1,20.



Lit. Martelli Roma

Il lucimetro Bellani e l'eliografo inglese.

Nota del Socio GIOVANNI CANTONI

letta nella seduta del 14 dicembre 1884.

1. Angelo Bellani da Monza si rese meritamente celebre nella prima metà di questo secolo per i suoi studî diligentissimi sulla termometria e su molti fenomeni termici e meteorici. Il celebre Belli nel sempre pregevole suo trattato del calore (1831) ricorda in moltissimi luoghi le accurate osservazioni e determinazioni del Bellani. Ora, qualche anno di poi, questo valente fisico presentava all'Istituto lombardo di scienze, del quale era membro, un apparatino, che egli denominò *collettore del calorico*, e la cui descrizione era già apparsa negli *Annali di agricoltura* del 1834. Questo apparatino del Bellani ricorda il bollitore di Franklin ed il crioforo di Wollaston: ma, nella mente del fisico italiano, esso inchiudeva un principio di alta importanza scientifica, quello cioè della misura assoluta delle quantità di calore corrispondenti a diversi fenomeni termici.

Supponiamo due bolle di vetro, comunicanti tra loro per mezzo di un lungo tubo il cui asse sia orizzontale e superiore alle due bolle, l'una delle quali, che indicheremo con B, comunichi inferiormente con un cannello C, graduato per rispetto alla sua capacità. In questo sistema di bolle e di tubi siasi preventivamente introdotto un liquido di facile evaporazione, come sarebbe alcole od etere, e lo si sia fatto bollire a lungo, meglio col sussidio della macchina pneumatica, così da snidare tutta l'aria dall'interna capacità del sistema, suggellando di poi a fusione di vetro l'estremo affilato del cannello C.

Ora s'immagini che tutto il liquido rinchiuso siasi raccolto nell'altra bolla, contrassegnata con A, restando orizzontale il tubo di comunicazione fra le due bolle, e che la bolla A si trovi in un ambiente più caldo della bolla B. Accadrà allora una continua svaporazione del liquido posto in A ed una continua condensazione del vapore da esso prodotto entro la B, dalla quale il liquido passerà a raccogliersi nel cannello C, che ne misurerà il volume. Ora è chiaro che la quantità di calore che entra in più nella bolla A su quella che entra in B in un medesimo tempo, sarà proporzionale al volume del liquido raccoltosi nel tempo stesso in C: anzi questa quantità di calore in più sarà determinata quando si conoscano le calorie di vaporizzazione della unità di volume del liquido introdotto. Ed ecco in qual senso il Bellani denominò, abbastanza opportunamente, *collettore del calorico* il suo congegno.

Varie applicazioni dello stromento Bellani.

2. Anzi le applicazioni di questo congegno, da lui già intravedute, possono essere molte. Ad esempio, se la bolla A si troverà esposta in un ambiente a temperatura variabile, mentre la B, coll'annesso cannello C, starà in altro ambiente a temperatura costante e sempre però inferiore a quelle via via verificatesi nel primo ambiente, dal volume di liquido raccolto in C si argomenterà la somma delle calorie che in un dato tempo di osservazione penetrarono in più in A che non in B: e così si avrà un *collettore differenziale del calore.*

Che se la A, essendo annerita, avrà una facoltà assorbente pel calor radiante maggiore di quella della B lasciata diafana, stando però le due bolle nello stesso ambiente, il volume del liquido distillato in C rappresenterà l'eccedenza delle calorie penetrate in un dato tempo nella bolla nera rispetto a quelle accolte nella lucida; e con ciò si avrà un opportuno *lucimetro collettore.*

Se invece la B sarà rivestita da mussolina, mantenuta continuamente bagnata con acqua distillata, nel mentre la A starà asciutta e trasparente, si raccoglierà in C quel volume di liquido che corrisponderà alle calorie di vaporizzazione dell'acqua, che mano mano va svaporando sulla detta mussolina, in relazione alla secchezza relativa dell'aria ambiente; e con ciò si avrà uno *psicrometro collettore.*

Qualora poi il tubo di comunicazione fra le due bolle fosse verticale, e la A durante un giorno soleggiato stesse entro l'aria libera, e poco al di sopra del suolo, e la B ad un' altezza maggiore di alcuni metri, essendo entrambe le bolle lucide ed asciutte, si avrà la misura dell'eccesso del calore accolto nello strato d'aria contiguo al suolo, rispetto a quello accolto in egual tempo nello strato orizzontale superiore.

Finalmente se, durante una notte serena, la A starà entro il suolo a poca profondità, e la B starà nell'aria sovrastante al suolo ed a qualche distanza da questo, si avrà la misura del calore irradiato in più verso lo spazio celeste dalla A su quello conservato entro lo strato superficiale del suolo.

3. Queste diverse applicazioni del detto strumento il Bellani le aveva accennate in una Memoria, pubblicata negli *Annali di agricoltura* del 1834, poco prima che morisse. Quand'io nel 1876 fui invitato a mandare a Londra gli strumenti che avessero qualche valore per la storia della scienza, inviai a quella esposizione le fotografie di due apparatini, l'uno destinato a fare da lucimetro, e l'altro da psicrometro, conformi agli strumenti Bellani, conservati nel gabinetto di fisica della Università di Pavia.

Di ritorno dalla detta esposizione sentii la convenienza di sottoporre a studio quegli apparati, tanto per rispetto alla forma e alle dimensioni delle varie loro parti, quanto per rispetto al liquido da introdurre in essi, esponendoli in aria libera ed a pieno sole, in ampî giardini, od in aperto campo. La lunga serie delle osservazioni e dei risultati ottenuti, venne da me esposta nei *Rendiconti* dell'Istituto lombardo (1), negli *Annali* della meteorologia italiana (2), ed altrove.

(1) *Su due strumenti meteorologici ideati da Angelo Bellani.* Rendiconti del R. Istituto lombardo, gennaio 1877. — *Pregi di due stromenti meteorologici del Bellani.* Ibidem, dicembre 1878.

(2) *Osservazioni meteorologiche a servizio dell'agricoltura.* Supplemento I alle Memorie della

Esigenze speciali della meteorologia agraria.

4. Codeste ricerche mi persuasero che le osservazioni termometriche ed igrometriche, quali comunemente si fanno nelle stazioni meteoriche, offrono ben poco vantaggio per le esigenze speciali dell'agricoltura e della fisiologia vegetale.

In primo luogo, per l'agricoltura, occorre anzitutto di conoscere l'andamento diurno ed annuo della temperatura e della umidità dell'aria libera e soleggiata per una determinata località, e propriamente là dove si coltivano dati vegetali.

Or bene i termometri ed i psicrometri, esposti a settentrione, sull'alto di un fabbricato, posto d'ordinario nel mezzo di una borgata o di una città, porgono indicazioni ben differenti da quelle che gl'istrumenti stessi avrebbero dati qualora fossero esposti in aperto campo e poco sopra il suolo. Ben potrà darsi che i valori medî, diurno, mensile ed annuo, non differiscano di molto fra loro per le dette due differenti esposizioni; ma certo è che le variazioni, così termometriche come psicrometriche, saranno molto più estese e più repentine in aperta campagna che non accada per un punto elevato e nel mezzo di un abitato. In fatti le osservazioni del Martin a Montpellier e le mie riferentisi a Pavia ed a Roma (1) dimostrano chiaramente che la escursione termometrica diurna va diminuendo nell'atmosfera col crescere della elevazione sovra il suolo, cioè la massima diurna è più elevata, e la minima più bassa di molto ad uno o due metri sovra il suolo di quello che lo siano per un punto verticalmente superiore d'una ventina di metri. E questa differenza in più ed in meno, ossia la totale escursione diurna, riesce molto più sentita nella stagione estiva e nella iemale: sebbene le temperature medie diurne differiscano di poco tra loro per i due punti testè accennati. Ora è evidente che all'agricoltore ed al botanico interessa ben più il conoscere le temperature estreme e la escursione diurna termometrica che non la media diurna, per rispetto alla coltivazione delle diverse erbe e piante.

In secondo luogo poi per costoro, più che la temperatura diurna o la escursione termometrica, interessar deve il determinare la luminosità relativa delle giornate più utili per la vegetazione nelle differenti località. Perciocchè è ben noto che alla nutrizione ed allo sviluppo dei vegetali concorrono più efficacemente i raggi luminosi che non le semplici radiazioni termiche.

Osservazioni lucimetriche del 1877.

5. Ora appunto il lucimetro Bellani, ben meglio del lucimetro di Leslie e dell'attinometro di Mariè-Davy, serve a raccogliere, grado a grado, la varia intensità di luce che nell'intera durata d'un giorno viene ad operare sulle parti verdi dei vegetali, senza alcun disturbo di replicate osservazioni o di appositi strumenti registratori. E questa intensità di luce continuamente variabile, ora in più ed ora in meno, viene rigorosamente sommata per mezzo delle calorie di vaporizzazione del liquido distillato nel corso di una giornata e raccolto nel cannello volumetrico.

Meteorologia italiana, 1877. — *Osservazioni meteoriche eseguite in alcune stazioni agrarie e forestali.* Memorie e Note della Meteorologia italiana, 1878, III.

(1) *La Meteorologia agraria.* Memorie e Note della Meteorologia italiana, 1878, II.

6. La prima serie di osservazioni col lucimetro Bellani venne da me istituita nel 1877, dalla metà di agosto sin verso la fine di ottobre, in Varese nell'ampio giardino della casa Veratti, altre volte appartenente al Duca d'Este. Fu quella una stagione eccezionalmente serena, poche volte piovosa, e massime nell'ottobre si verificò una secchezza d'aria non comune.

TABELLA *A*

Varese 1877 *Osservazioni fatte nel Giardino Veratti.*

	Temper.	Umid. relat.	Lucimetro	Nebul. relat.		Temper.	Umid. relat.	Lucimetro	Nebul. relat.		Temper.	Umid. relat.	Lucimetro	Nebul. relat.
Agosto 12	25°,2	51	417	1,9	Settem. 5	21°,7	44	464	0,4	Settem. 29	19°,1	45	555	0,0
13	22,5	70	250	4,2	6	20,0	55	236	5,0	30	19,2	41	505	0,2
14	25,4	64	114	8,0	7	21,3	52	356	4,0	Ottobre 2	18,7	42	468	0,8
15	26,2	51	540	0,1	8	23,4	55	305	4,5	3	17,3	59	60	8,5
16	27,7	53	426	2,0	9	22,6	65	184	6,0	4	14,0	71	56	7,9
17	26,2	66	320	2,7	10	23,1	52	473	0,3	5	18,3	48	349	3,3
18	28,3	51	451	0,2	11	21,5	68	136	7,2	6	17,4	59	436	1,5
19	29,0	61	466	0,2	12	23,8	58	449	2,0	7	13,5	65	163	5,0
20	28,9	67	325	4,0	13	25,5	48	550	0,2	8	13,7	59	244	4,0
21	28,4	57	289	5,0	14	25,6	47	391	1,5	9	13,8	15	510	1,2
22	27,9	58	237	3,2	15	25,8	51	341	1,7	10	13,8	27	518	0,0
23	22,3	91	60	9,0	16	24,3	49	208	5,3	11	10,6	49	186	6,8
24	27,2	36	563	0,5	17	22,0	33	411	1.0	12	15,9	43	447	0,5
25	27,1	51	273	4,5	18	20,2	45	538	0,0	13	16,7	41	430	0,8
26	27,7	63	286	4,0	19	17,2	62	241	4,5	14	17,2	46	469	0,5
27	29,2	37	544	0,4	20	19,7	52	230	5,0	15	17,8	47	429	0,7
28	29,0	59	487	1,0	21	18,7	64	44	8,5	16	20,3	29	403	1,0
29	29,2	54	454	0,5	22	17,8	73	67	7,8	17	16,5	12	443	0,6
30	30,1	53	405	1,3	23	16,5	50	293	4,0	18	14,6	27	454	0,5
31	28,2	56	338	2,5	24	15,0	58	125	7,0	19	14,5	39	433	0,7
Settem. 1	27,3	56	326	3,3	25	18,5	41	517	0,4	20	11,6	38	108	6,0
2	26,2	65	374	4,0	26	13,0	70	65	8,0	21	13,6	49	384	0,8
3	23,1	62	247	3,8	27	14,5	40	332	3,0	22	13,3	47	155	4,5
4	24,2	28	463	0,4	28	15,5	45	492	0,3	23	14,9	41	269	3,0

Benchè la temperatura media delle ore soleggiate (dalle 7 ^{h} a. alle 6 ^{h} p.) dei singoli giorni abbia variato dai 30° ai 10°, il lucimetro Bellani, come emerge dal seguente specchietto riassuntivo B, diede indicazioni di luminosità poco differenti fra l'una e l'altra decade, a pari serenità del cielo e secchezza dell'aria.

Il che significa chiaramente: 1° che la quantità di liquido distillato dalla bolla nera e condensato nella lucida non ha attinenza colla temperatura dell'aria, ma soltanto coll'eccesso dei raggi termo-luminosi che in un dato tempo permangono nella prima bolla piuttostochè nella seconda; 2° che la secchezza dell'aria contribuisce di molto alla diafaneità di essa; tuttochè, a giudizio della nostra vista, l'azzurro del cielo appaia talora leggermente velato.

Anzi, per riguardo alla nebulosità relativa qui notata dì per dì, e dedotta colla norma usata dai meteorologisti, quella cioè di prendere in considerazione le parti decime e centesime di tutto l'orizzonte visibile di un dato luogo, che appaiono ingombre di nubi, convien avvertire che si rilevano qua e là (nella tabella A) alcune disparità nei rapporti della nebulosità così dedotta ed i dati del lucimetro per i singoli giorni. Ora è facile comprendere che in tali casi, almeno per quanto alle applicazioni alla meteorologia agraria, i dati del lucimetro devono risponder meglio di quelli della nebulosità relativa, valutata nell' anzidetto modo.

Infatti il lucimetro, al pari dei vegetali similmente esposti in prossimità di esso, risente le influenze dei raggi solari che, nelle varie ore del giorno, giungono direttamente sulla loro superficie, via via secondo il cammino tracciato sulla volta celeste dal moto diurno apparente del sole, e nella direzione delle rette congiungenti il centro del sole coi centri delle bolle, quand' anco altre parti della volta celeste vedute da quel luogo, siano offuscate da nubi.

Anche da ciò potrà trarsi un utile insegnamento per la meteorologia agraria, il quale conferma quanto si disse sopra (n. 4), circa alla scarsa utilità che ad essa possono arrecare le osservazioni meteoriche eseguite con esposizioni disadatte, e senza alcun riguardo alla varia luminosità del cielo, elemento molto più importante per la vegetazione che non lo sia quello della temperatura diurna.

Tabella *B*

Varese 1877 — Medie decadiche — Massime lucimetriche

Giorni	Temper.	Umid. relat.	Lucimetro	Nebul. relat.	Giorno	Temper.	Umid. relat.	Lucimetro	Nebul. relat.
Agosto 12-21	26°,7	59	330	3,0	15	26°,2	51	540	0,1
id. 22-31	27,9	55	418	2,7	24	27,2	36	563	0,5
Settembre 1-10	23,8	54	343	3,1	10	23,1	52	473	0,3
id. 11-20	22,6	51	350	2,8	13	25,5	43	550	0,2
id. 21-30	16,8	53	303	3,9	29	19,1	45	555	0,0
Ottobre 2-12	15,0	48	312	3,7	10	13,8	27	518	0,0
id. 13-23	15,1	38	361	1,8	14	17,2	46	469	0,5

Le medie decadiche, quali sono riassunte nello specchietto B, mettono ancor meglio in chiaro come il lucimetro valga effettivamente ad indicare, indipendentemente dalla varia temperatura del mezzo, il grado di trascalescenza dell'atmosfera, in relazione alla varia serenità e secchezza della medesima. Infatti nella seconda decade di settembre il lucimetro diede una media diurna di poco superiore a quella della seconda decade di agosto, sebbene la temperatura media fosse inferiore, e minore fosse la durata del sole sull'orizzonte del luogo, solo perchè maggiori erano nel primo caso che nel secondo la serenità e la secchezza dell'aria. Anzi, per le stesse ragioni, la seconda decade di ottobre diede una media lucimetrica un po' maggiore di quella anzidetta del settembre, con temperature medie di ben 10° inferiori a quella dell'agosto, e con durate assai minori nel percorso del sole sull'orizzonte del luogo; e ciò in quanto che in siffatta decade di ottobre perdurarono una serenità ed una secchezza d'aria veramente eccezionali.

7. Queste risultanze giovano a schiarire un fatto ben noto, ma per sè a prima giunta sorprendente, che cioè in alcune località dell'Europa settentrionale, a latitudini superiori a 60° e con temperature medie annue inferiori anche ai 5°, si ottenga il raccolto del frumento, della segale e dell'orzo in un numero di giorni, decorrenti dalla semina alla raccolta dei rispettivi grani, minore di quello che occorre per la maturanza degli stessi generi a latitudini di molto minori e con temperature medie assai più elevate. Perocchè, in quelle alte latitudini ed in date stagioni, il numero delle ore in cui il sole si mantiene visibile in sull'orizzonte del luogo, risulta maggiore che non nelle regioni temperate.

Per questi casi apparisce evidente il servigio ben maggiore che il lucimetro può prestare agli studî agronomici in confronto a quello che prestano le osservazioni termometriche.

Eliografo inglese.

8. E, appunto per considerazioni analoghe alle premesse, venne da qualche anno introdotto in Inghilterra e di poi anche tra noi l'eliografo, chiamato *Sunshine*, costrutto nell'officina inglese Negretti e Zambra. È costituito da una sfera di vetro fissa ad un asse, il quale deve essere diretto parallelamente all'asse di rotazione della terra: epperò lo si dispone nel meridiano del luogo, con una inclinazione corrispondente alla latitudine del luogo stesso. È chiaro che, col variare delle ore d'ogni giorno, muterà la posizione del punto di concentramento dei raggi solari che colpiscono una parte della superficie di detta sfera, rispetto alla superficie di un nastro di cartone compatto, disposto parallelamente alla superficie della sfera stessa, in opportuna posizione secondo le diverse stagioni. Ora il calore di tali raggi concentrati vale a determinare la combustione del medesimo cartone, lasciando su di esso impressa una traccia, or continua ed ora interrotta, secondochè il cielo si manterrà sereno, oppure verrà ingombro da nubi nella direzione del raggio vettore congiungente il centro del sole col centro della lente sferica. E questa traccia risulterà più o meno larga e profonda secondo il vario grado di intensità della luce solare, in correlazione al diverso grado di trasparenza dell'aria, ed alla varia altezza del sole sull'orizzonte del luogo.

Rinnovando però ciaschedun giorno il nastro di cartone, sul quale sono preventivamente segnate le ore di tempo vero in relazione al piano meridiano del luogo, si ottiene dì per dì, sotto forma di una striscia curva, il solco di combustione prodotto dal sole in quella località. E così si può argomentare, non solo il numero delle ore in cui splendette il sole in tal luogo, ma ancora, in via approssimata, la intensità relativa della radiazione solare.

Osservazioni comparative del 1884.

9. Perciò credetti, più che opportuno, necessario di esporre in confronto il lucimetro Bellani (1) coll'eliografo inglese, per meglio giudicare del valore relativo delle rispettive loro indicazioni. Il che incominciai a fare verso la metà del luglio p. p.,

(1) Il lucimetro adoperato nelle precedenti osservazioni del 1877 era, per rispetto alla sua costituzione, tal poco più sensibile di quello impiegato nelle osservazioni del 1884, nel rapporto di 1.14 ad 1.0.

esponendo i due istrumenti in un ampio giardino di Varese pertinente a casa Ponti, in tal punto dove essi rimanevano sottratti alle ombre projettate dagli alberi circostanti, all'incirca per tutte le ore in cui il sole tenevasi visibile sull'orizzonte del luogo durante i mesi dell'autunno successivo. Stavano collocati ad uno stesso livello ed al dinanzi di ampia tettoia meteorica, simile a quelle in uso nelle stazioni meteoriche francesi, sotto la quale erano allogati convenientemente i termometri ed uno psicrometro a ventilatore.

TABELLA *C*

Varese 1884 *Osservazioni fatte nel Giardino Ponti*

	Temper.	Umid. relat.	Lucimetro	Nebul. relat.	Eliografo ore e quarti		Temper.	Umid. relat.	Lucimetro	Nebul. relat.	Eliografo ore e quarti		Temper.	Umid. relat.	Lucimetro	Nebul. relat.	Eliografo ore e quarti
	°				h		°				h		°				h
Lug. 26	25,3	60	425	0,0	11.3 *p.*	Ago. 20	24,8	64	290	3,5	7.0 *d.*	Sett. 17	26,0	57	400	0,5	9.2 *p.*
27	21,7	70	150	7,0	3.0 *d.*	21	20,0	74	130	7,3	2.2 *d.*	18	26,8	54	426	0,3	10.0 *p.*
28	20,2	86	205	6,0	6.0 *d*	22	28,6	48	408	2,0	10.1 *p.*	19	24,7	68	392	1,6	8.0 *d.*
29	24,0	49	428	0,7	11.3 *p.*	23	25,2	43	388	2,0	8.2 *d.*	20	27,6	60	404	0,0	9.1 *p.*
30	27,5	47	485	0,0	12.0 *p.*	24	24,6	67	368	2,5	10.0 *d.*	21	23,6	66	332	2,2	8.1 *d.*
31	27,8	44	488	0,0	11.3 *p.*	25	26,4	60	380	2,0	9.2 *d.*	22	16,5	90	69	8,6	1.1 *d.*
Ago. 1	27,5	50	476	1,2	11.2 *p.*	26	21,6	78	44	9,1	0.1	23	17,6	93	22	9,6	0.1 *d.*
2	28,5	77	465	1,3	11.1 *p.*	27	19,0	53	166	5,3	3.1 *d.*	24	19,4	87	60	8,5	0.2 *d.*
3	30,0	56	434	1,3	10.0 *p.*	28	20,9	39	395	1,3	10.1 *p.*	25	19,7	78	64	7,6	1.0 *d.*
4	30,5	48	443	1,3	9.3 *p.*	29	21,9	57	115	5,5	1.2 *d.*	26	20,6	69	242	5,0	6.1 *d.*
5	31,0	49	482	1,1	10.2 *p.*	30	27,3	37	464	0,0	10.1 *p*	27	23,4	59	303	3,0	8.0 *p.*
6	30,8	42	360	3,3	7.2 *d.*	31	24,3	59	430	0,0	10.1 *p.*	28	24,6	74	252	3,3	7.3 *d.*
7	24,5	74	280	5,0	5.1 *d.*	Sett. 1	25,8	53	342	3,1	7.0 *d.*	29	22,7	51	246	3,3	4.3 *d.*
8	24,5	66	330	3,3	8.3 *d.*	2	22,2	63	127	6,1	1.2 *d.*	30	23,3	54	210	3,6	5.0 *d.*
9	26,5	60	394	2,0	10.3 *p.*	3	22,6	73	190	5,3	3.1 *d.*	Ott. 1	20,0	69	181	5,6	3.2 *d*
10	29,0	56	437	1,3	10.3 *p.*	5	21,2	35	305	2,0	5.3 *d.*	2	23,0	56	284	1,5	7.0*m.*
11	28,5	58	447	2,0	10.2 *p.*	6	19,7	63	354	1,3	9.1 *d.*	3	24,6	53	187	3,3	5.3 *d.*
12	30,5	46	474	0,0	10.3 *p.*	7	19,8	63	40	7,3	0.1	4	22,7	19	349	1,0	9.2 *p.*
13	31,5	39	472	1,3	10.3 *p.*	8	22,2	47	407	1,5	9.0*m.*	5	18,8	29	192	5,0	4.2 *d.*
14	30,5	48	273	3,5	6.0 *d.*	9	22,1	51	369	2,6	6.0*m.*	7	15,2	66	125	3,6	3.3 *d.*
15	29,2	48	480	1,3	10.0 *p.*	10	18,4	66	145	6,0	2.3 *d.*	8	20,4	47	250	2,3	6.1 *p.*
16	29,4	48	485	1,0	11.1 *p.*	11	15,0	70	75	7,3	1.0 *d.*	9	17,8	62	204	3,0	6.3 *d*
17	30,6	40	331	2,0	7.1 *d.*	13	18,0	73	20	9,1	0.1 *d.*	11	17,4	32	62	7,0	2.0 *d.*
18	26,8	52	299	3,3	4.2 *d.*	15	22,5	62	383	1,0	9.1 *p.*	13	15,0	29	281	0,3	8.2 *p.*
19	25,9	55	244	3,8	3.1 *d.*	16	23,4	26	400	0,6	9.1 *p.*	14	16,2	38	305	0,0	9.1 *p.*

10. Da questa nuova serie di osservazioni emergono deduzioni al tutto analoghe a quelle tratte sopra dalla serie del 1877.

In primo luogo le medie lucimetriche decadiche (tabella D) si mostrano indipendenti dalla media temperatura diurna. Ad esempio per la prima decade di ottobre ebbesi una media lucimetrica di poco minore della prima decade di settembre; nella seconda decade di settembre ebbesi un valore medio alcun po' superiore a quello della terza decade di agosto; e nella seconda decade di agosto si ebbe

una media decadica lucimetrica tal poco superiore a quella della terza decade di luglio.

TABELLA *D*

Varese 1884 — Medie decadiche — Massime lucimetriche

Giorni		Temper.	Umid. relat.	Luci-metro	Nebul. relat.	Eliografo	Giorno	Temper.	Umid. relat.	Luci-metro	Nebul. relat.	Eliografo
		°				h		°				h
Luglio	26-31	24,4	59	366	2,3	9.2	31	27,0	44	488	0,0	11.3
Agosto	1-10	28,2	58	410	2,1	9.3	5	31,0	49	482	1,1	10.2
id.	11-20	21,8	50	379	2,2	8.0	16	29,4	48	485	1,0	11.1
id.	21-31	23,6	56	299	3,3	7.2	30	27,3	37	464	0,0	10.1
Settembre	1-10	21,6	57	253	4,0	5.0	8	22,2	47	407	1,5	9,0
id.	11-20	23,0	59	309	2,5	7.0	18	26,8	54	426	0,3	10.0
id.	21-30	21,1	72	185	5.5	4.1	21	23,6	66	332	2,2	8.1
Ottobre	1-14	19,2	51	221	3,0	6.0	14	16,2	43	305	0,0	9.1

Meglio ancora questa deduzione apparisce chiara dal raffronto dei valori massimi lucimetrici delle singole decadi; poichè nel dì 18 di settembre ebbesi un massimo di poco inferiore a quelli del luglio e dell'agosto. E qui risulta pur chiaro che i massimi lucimetrici non solo corrispondono ad uno stato di notevole serenità del cielo, ma ancora di una singolare secchezza di aria.

La considerazione però dei singoli dati giornalieri (tabella C) mette in rilievo che qua e là emergono alcune discrepanze fra il dato lucimetrico e quello della nebulosità relativa del cielo. E ciò, come notammo sopra, in causa della norma seguìta dai meteorologisti nel valutare la nebulosità relativa del cielo, la quale torna poco opportuna per le applicazioni alla fisiologia vegetale, in quantochè per questa, più che l'insieme delle parti dell'orizzonte visibile ingombre da nubi, importa conoscere lo stato di serenità relativa di quei punti di esso orizzonte dove a mano a mano vien trovandosi il sole col suo moto apparente diurno.

11. Sul quale proposito la presente serie di osservazioni offre uno speciale interesse a motivo delle osservazioni qui aggiunte, ed istituite col suaccennato eliografo inglese, per mezzo del quale sono qui registrate per i singoli giorni le lunghezze relative delle striscie di combustione, tracciate sulla carta ed espresse in ore. In generale, confrontando questi dati eliografici coi numeri della nebulosità relativa si può dire che essi non sono in bastevole accordo, in quantochè non sempre risultano (come dovrebbero) inversamente proporzionali gli uni agli altri. Però i primi meritano ben maggiore fiducia dei secondi, ed hanno di più il pregio di indicare in quali ore splendette il sole sull'orizzonte del luogo di osservazione. In tal senso questi dati eliografici valgono di utile complemento ai dati lucimetrici; laddove il lucimetro ci riassume in una sola cifra l'insieme della luminosità relativa dei singoli istanti di un dato giorno.

Ma, d'altra parte, il dato eliografico può assumere valori differenti, anche per eguali numeri di ore di soleggiamento, secondo la intensità della luce concentrata man mano dalla lente sferica. Vero è che questa intensità relativa la

si può arguire dalla varia larghezza e profondità del solco di combustione, tracciato sulla carta: ma questo apprezzamento non può essere che approssimativo e di difficile estimazione. Però, a maggiore schiarimento, sonosi contrassegnate rispettivamente colle lettere: *s*, *m*, *p*, codeste lunghezze orarie della traccia diurna, secondochè essa appare: *sottile, media, profonda,* volendo designare nel primo caso essere la traccia stretta e quasi superficiale, nel secondo di mezzana larghezza e profondità, e nel terzo caso larga e profonda; e si contrassegnano poi con un *d* quelle striscie, e sono pur molto frequenti, che riescono segnate a tratti discontinui od a punteggiature.

Tuttavia, nonostante queste specificazioni, i dati lucimetrici appaiono più sicuramente concludenti, nel loro complessivo significato, per apprezzare il grado relativo di chiarezza o luminosità del sole, e quindi della varia sua efficacia sulle funzioni nutritive e di traspirazione delle piante e dei vegetali.

Osservazioni del 1885.

12. Importava però di vedere, anche nei mesi freddi, qual fosse l'andamento relativo del lucimetro e dell'eliografo. Perciò, negli scorsi mesi iniziai una nuova serie di osservazioni qui in Pavia, nella mia abitazione, dove gli strumenti stavano esposti all'infuori di un balcone volto a S.S.W., e sporgente verso un'ampia ortaglia; talchè gli stromenti stessi ed i termometri erano liberamente soleggiati dalle $8^h \frac{1}{2}$ ant. alle $6\frac{1}{2}$ pom., almeno nei mesi delle osservazioni qui riportate.

Pavia 1885 — TABELLA *E*

		Temper. media	Nebul. relat.	Lucimetro totale	Eliografo ore e quarti	Distillazione media in 15m.			Temper. media	Nebul. relat.	Lucimetro totale	Eliografo ore e quarti	Distillazione media in 15m.
		°		m	h	m			°		m	h	m
Gennaio	23	9,6	1,5	142	6.0 *s.*	5,9	Marzo	15	18,8	1,0	259	8.0 *p.*	8,1
	24	1,8	1,5	146	6.0 *s.*	6,0		16	14,2	0,5	296	8.3 *p.*	8,5
	27	0,6	2,5	106	6.0 *s.*	4,8		17	15,2	0,7	246	8.2 *p.*	7,2
	28	1,8	2,5	109	6.2 *s.*	4,2		20	14,3	0,5	293	9.2 *p.*	7,9
	29	3,5	2,0	125	6.2 *s.*	4,8		31	17,8	2,0	226	7.1 *p.*	7,7
Febbraio	6	8,7	1,5	196	7.1 *s.*	6,6	Aprile	1	18,2	2,0	237	6.2 *p.*	9,1
	7	7,1	1,5	210	6.2 *m.*	8,1		2	17,9	0,7	310	7.3 *d. p.*	10,0
	8	7,4	1,3	216	7.0 *m.*	7,7		5	17,2	2,0	227	7.0 *m.*	8,1
	10	7,4	0,7	258	7.0 *m.*	8,9		8	14,3	2,3	178	6.0 *m.d.*	7,4
	11	7,4	0,5	262	7.1 *m.*	9,0		9	17,5	1,7	242	8.0 *m.d.*	7,6
	12	7,0	2,0	171	6.1 *m.*	6,8		10	18,4	2,0	213	6.0 *m.d.*	8,8
	14	5,6	2,0	173	4.2 *m.d.*	7,9		15	17,4	2,1	154	4.0 *s. d.*	9,6
	27	14,4	0,5	304	8.0 *p.*	9,5		21	21,9	0,5	384	8.3 *p. d.*	11,0
	28	12,9	1,5	203	5.2 *m.d.*	9,2		22	24,2	0,3	421	8.3 *p.*	12,0
Marzo	2	10,1	2,5	175	5.0 *s.*	8,7		24	19,2	3,0	240	5.3 *m.d.*	10,4
	7	16,5	0,0	354	8.2 *p.*	10,4		25	20,2	3,5	192	4.0 *m.d.*	12,0
	13	12,8	1,0	260	7.2 *p.*	8,7		30	18,4	2,0	206	4.2 *m.d.*	11,4
	14	11,2	1,5	214	7.2 *p.*	7,1							

Anche da questi dati si argomenta che i valori lucimetrici si riferiscono all'altezza del sole sull'orizzonte, alla chiarezza del cielo ed alla durata del soleggiamento diurno, senza riguardo alla varia temperatura dell'aria ambiente. Il che emerge qui più facilmente, in quanto che venne calcolata la media distillazione di liquido per ciascun giorno riferita ad un quarto d'ora, col dividere il totale volume di liquido distillato per la durata del soleggiamento indicata dall'eliografo nel giorno stesso e valutata in quarti d'ora. Or questo medio valore lucimetrico può agevolmente essere confrontato colle medie diurne della nebulosità relativa e della temperatura, limitando però queste medie alle sole ore di esposizione (dalle 8½ ant. alle 6 pomeridiane al più).

Anzi le predette deduzioni possono apparire ancor più chiaramente dall'epilogo di questi dati fatto nello specchietto F. Poichè nelle giornate soleggiate del febbraio

Tabella *F* (Epilogo della *E*)

		Valori medi d'ogni periodo					Corrispondenti massimi lucimetrici				
		Temper.	Nebul.	Lucimetro	Eliografo	Distillazione media in 15m.	Giorno	Temper.	Lucimetro totale	Lucimetro in 15m.	Nebul.
		°		m	h	m		°	m	°	
Gennaio	22-29	1,7	2,0	126	6.1 *s.*	5,1	24	1,8	146	6,0	1,5
Febbraio	6-10	7,6	1,2	220	6.3 *m.*	7,8	10	7,4	258	8,9	0,7
	11-28	9,7	1,3	223	5.2 *m.*	8,5	27	14,4	304	7,9	0,5
Marzo	2-15	13,8	1,2	252	7.1 *p.*	8,6	7	16,5	354	10,4	0,0
	16-31	15,3	0,9	265	8.3 *p.*	7,9	16	14,2	296	8,5	0,5
Aprile	1-10	17,2	1,7	234	7.0 *m.*	8,5	2	17,9	310	10,0	0,7
	15-30	20,6	1,9	266	6.0 *p.*	11,1	21	24,2	421	11,0	0,3

ebbesi una media lucimetrica diurna totale poco inferiore a quella delle analoghe giornate dall'1 al 10 di aprile: ma in quest'ultime la nebulosità relativa fu un pò maggiore. E dal 15 al 30 aprile la media lucimetrica pareggiò quelle verificatesi dal 16 al 31 marzo, in quanto che nel primo di questi periodi la serenità del cielo fu sensibilmente minore che nel secondo. Invece, riferendo la media lucimetrica alle sole ore di effettivo soleggiamento, date dall'eliografo, ottiensi per le medie lucimetriche d'ogni quarto d'ora valori evidentemente crescenti coll'altezza del sole sull'orizzonte, a pari diafaneità del cielo.

Pregi del lucimetro.

13. Inoltre, con questa serie di osservazioni ebbi agio di riconoscere che il lucimetro può rendere anche i servigi dell'eliografo, purchè venga osservato più volte al giorno, ad ore determinate, registrando ogni volta il volume totale del liquido distillato. Valgano ad esempio i seguenti dati, tolti dal registro di codeste mie osservazioni.

TABELLA *G* — *Giorni quasi sereni*

Medie dei successivi intervalli

Giorno		Ora	Temper.	Distill. in 15 m.	Nebulos.
		h q	°	m	
Marzo	15	9.0	4,5	4,7	1,0
		11.0	11,0	7,7	0,8
		1.0	16,0	10,1	0,5
		3.0	16,5	7,0	0,8
		4.2	15,0	4,0	0,1
	17	8.3	8,5	6,2	1,0
		10.2	13,7	8,0	0.8
		12.2	17,3	9,7	0,8
		1.2	18,1	9,2	1,0
		2.2	18,7	6,0	1,2
		4.0	17,3	4,1	1,2
		5.1	15,2	1,0	1,5
	20	8.2	7,0	4,5	1,0
		9.2	9,2	6,7	0,8
		10.2	11,8	8,0	0,5
		11.2	14,5	10,7	0,5
		12.2	17,0	12,0	0,5
		1.3	18,5	10,5	0,5
		2.3	18,7	8,7	0,5
		4.2	18,0	4,0	0,5
Aprile	21	9.2	17.5	8,3	1,2
		11.0	21,4	9,3	1,0
		2.2	24,5	12,5	0,6
		4.2	24,4	10,2	0,6
		6.0	22,7	3,4	0,9
	22	9.2	19,0	8,4	1,4
		11.0	23,2	11,6	0,8
		12.2	24,2	12,5	0,6
		1.2	26,3	13,7	0,5
		3.3	26,3	13,0	0,5
		4.3	25,7	9,3	0,5
		5.2	25,1	6,5	0.5
		6.1	23,7	3,0	0,7
	30	10.3	16,4	6,0	1,5
		12.0	18,6	8,8	1,5
		1.1	21,1	12,5	1,5
		3.1	20,0	7,2	1,8
		5.1	16,8	2,1	2,0

TABELLA *H* — *Giorni variabili*

Medie dei successivi intervalli

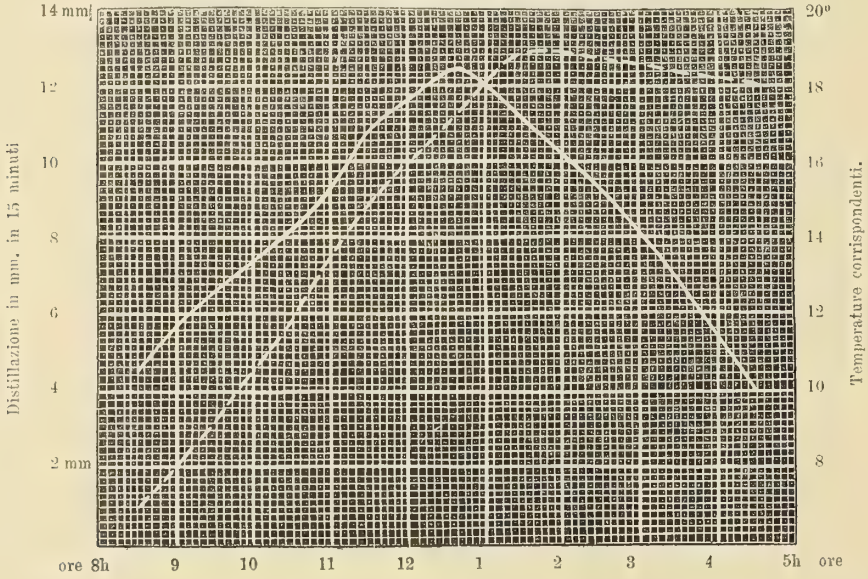
Giorno		Ora	Temper.	Distill. in 15 m.	Nebulos.
		h q	°	m	
Marzo	31	9.3	13,0	6,6	1,5
		10.3	16,5	8,8	2,0
		12.1	19,0	9,9	2,5
		2.0	20,0	6,7	3,0
		3.3	19,5	3,1	3,2
		5.2	18,8	1,0	2,7
Aprile	1	9.1	12,5	3,0	6.2
		10.3	16,0	1,9	7,0
		12.1	19,0	8,8	3,5
		2.0	20,3	10,8	1,2
		4.1	19,4	6,8	1,0
	8	9.2	11,5	6,9	2,0
		11.0	15,5	6,2	3,5
		12.1	16,0	6,2	3,0
		2.0	17,5	2,5	4,0
		4.0	16,5	4,2	2,2
		5.3	13,5	1,7	1,0
	9	9.3	9,0	3,6	1,8
		12.1	18,5	10,6	1,5
		2.2	19,7	6,5	2,0
		4.0	19,2	7,0	2.2
		5.1	18,7	3,6	1,7
	10	9.3	14,0	6,8	1,5
		11.3	17,5	9,5	1,2
		1.2	19,0	8,2	2,0
		3.0	17.6	5.5	4,7
	15	11.2	16,7	5,2	3,5
		19.2	17,2	10,0	2,2
		2.1	18,1	7,5	2,4
		4.2	17,8	2,2	4,5
	24	9.1	18,0	8,4	0,7
		10.2	19,7	10,0	0,9
		12.0	20,3	8,1	3,5
		1.1	20,3	1,7	6,7
		2.2	19,7	7,7	4,5
		4.2	20,2	4,8	5,0
		5.3	19,2	0,5	6,5

Nei precedenti specchi si espongono, per ciascun giorno, questi dati: 1° l'istante medio dei successivi intervalli di osservazione, notandone l'ora ed i quarti; 2° la temperatura media corrispondente a ciascun intervallo; 3° la media distillazione del liquido lucimetrico occorsa nei singoli intervalli e riferita ad un quarto d'ora, cioè a 15 minuti primi; 4° la nebulosità media del cielo, riferita del pari ad ogni intervallo di osservazione.

Prendiamo anzitutto in ispeciale considerazione i dati di quei giorni, nei quali il grado relativo di serenità del cielo si mantenne costante, oppure variò di ben poco, quali furono i giorni 15 e 20 marzo, 10, 21, 22 e 30 aprile, raccolti nella tabella G.

Da questi dati, e specialmente da quelli dei giorni 15 e 20 marzo, e 22 aprile, emerge chiaramente: che la quantità di liquido distillato in un quarto d'ora, anche col cielo costantemente sereno, non ha attinenza colla temperatura dell'aria ambiente, ma bensì colla varia altezza del sole sull'orizzonte; talchè il massimo valore della detta distillazione cade fra il mezzodì ed il tocco, di tempo vero e locale, per diminuire poscia gradatamente sin verso le 4 pom., e di poi più rapidamente, quando il sole si abbassa verso l'orizzonte; e ciò sebbene la temperatura dell'aria si mantenga più elevata che nelle ore meridiane. Ecco, ad es., le curve del 20 marzo.

Curva lucimetrica (continua) *e termometrica* (a tratti)



Anzi può dirsi che, per una giornata serena, costruendo la curva oraria della distillazione, essa rappresenta prossimamente una parabola, coll'asse maggiore corrispondente in circa alle 12 ore e mezza di tempo vero locale; ed i due rami, l'uno ascendente e l'altro discendente, della parabola stessa offrono curvature quasi eguali, con solo alcune lievi inflessioni, dovute a variazioni poco avvertibili nella serenità del cielo. E questa è la più diretta ed evidente prova della bontà del metodo lucimetrico proposto dal Bellani.

Anche i dati raccolti nella tabella H, e riferentisi a giorni di serenità variabile, manifestano in modo ancor più chiaro che il vario volume del liquido distillato in

un quarto d'ora per medio d'ogni intervallo di osservazione non è correlativo alla temperatura dell'ambiente; ma bensì ha relazione col vario grado di trasparenza dell'aria (indicato dalla nebulosità relativa), e colla varia altezza del sole su l'orizzonte del luogo. Talchè, per codesti giorni, costruendo la curva delle successive distillazioni orarie, l'andamento sinuoso di essa designa chiaramente le variazioni occorse nella diafaneità dell'aria, ossia nella nebulosità relativa del cielo.

Scelta del liquido lucimetrico.

14. Passiamo ora a considerare le qualità fisiche più opportune per un liquido lucimetrico.

Già il Bellani aveva riconosciuta la opportunità di valersi per tale intento dell'alcole rettificato, oppure dell'acqua, secondo il grado di sensibilità che vuolsi dare al lucimetro.

Ed invero la principale qualità cui devesi badare sta nelle calorie di vaporizzazione del liquido adoperato, le quali quanto più piccole saranno, maggiore sarà il volume del liquido distillato in un dato tempo, in causa della eccedenza delle calorie penetranti in più e conservate nella bolla nera, in confronto di quanto accade nella lucida.

Però un lucimetro molto sensibile, caricato con etere etilico o con benzina, tornerà meno opportuno per le applicazioni alla meteorologia agraria, dovendosi replicare più volte al giorno le osservazioni dello strumento, e ricacciare ogni volta il liquido distillato entro la bolla nera: a meno che si voglia dare una lunghezza notevole al cannello volumetrico, ed una notevole capacità alle due bolle, le quali cose riescono incomode e pericolose pel maneggio dello strumento.

In tal senso l'acqua, sebbene non possa adoperarsi nella stagione iemale, attesa la facile sua congelazione, può giovare nelle altre stagioni quale liquido lucimetrico, prestandosi, in opportune condizioni, come più avanti diremo, a riassumere in una sola osservazione il totale volume del liquido distillato nel corso d'un giorno.

Nelle prove da me fatte negli anni 1876 e successivi, rilevai che l'alcole etilico, se è rettificato con tutte le cure che la chimica insegna, presta utile servigio; altrimenti esso offre una sensibilità tal poco variabile, cioè decrescente col decrescere del volume del liquido residuo nella bolla nera, verificandosi, siccome è noto, successive distillazioni frazionate dell'alcole stesso, unito a differenti quantità d'acqua residue nella miscela.

Un'analogo, ma più sentito fatto offre l'etere, ove non sia in istato di estrema purezza; oltre che nella stagione estiva il volume di questo liquido distillato riesce soverchio.

Nell'alcole poi le calorie di vaporizzazione crescono un tal poco coll'aumentare della temperatura. Il che verificasi ancor più distintamente nell'etere.

Invece la benzina, per questo riguardo, si raccomanda, giacchè, per essa, l'incremento nelle calorie di vaporizzazione risulta appena di poco maggiore di quello dell'acqua, nella quale è piccolissimo. Tutto ciò apparisce più chiaramente dal seguente specchietto.

Tabella I

Calorie totali di vaporizzazione, riferite all'unità di

	Peso			Volume			
	a 0°	a 40°	Rapporto	a 0°	a 40°	Rapporto	Media sensibilità relativa
Acqua.	606,5	618,7	1,020	606,5	613,8	1,012	1,0
Alcole.	236,5	262,0	1,108	188,0	199,9	1,063	3,1
Benzina	109,0	117,8	1,080	97,0	100,8	1,015	6,1
Etere	94,0	112,2	1,194	68,6	77,3	1,126	8,6

Però la benzina, ancorchè preparata con molta diligenza, piglia poco a poco un color bruniccio colla lunga esposizione al sole. Il che accade con una prontezza ben maggiore col solfuro di carbonio. Talchè questi due liquidi non ponno servire all'intento.

Laonde i liquidi preferibili come corpi lucimetrici per la meteorologica agraria risultano ancora l'alcolo etilico, per bene rettificato, e l'acqua pura.

15. Laddove per alcune misure lucimetriche di fotometria pratica possono tornare molto opportuni per sensibilità e prontezza i lucimetri ad etere etilico o ad alcole, ben rettificati, colla bolla piuttosto capace, e col cannello volumetrico di due o tre millim. di diametro interno. Allora per comparare il potere illuminante di due fiamme ponno bastare 10 minuti primi di esposizione di ciascuna di esse al lucimetro, le cui due bolle devono trovarsi coi loro centri ad eguale distanza dal centro della fiamma. Il liquido, raccolto tutto nella bolla nera al principiare d'ogni osservazione, dovrà avere un volume che non ecceda il terzo della capacità della bolla medesima.

Forma ed esposizione dello strumento.

16. Quanto alla forma dello stromento, il Bellani ne tentò due, l'una colle due bolle sovraposte alcun po' distanti l'una dall'altra e tra loro comunicanti con un tubo ricurvo; l'altra colle bolle congiunte da un cannello orizzontale, talchè le bolle stesse hanno i loro centri ad uno stesso livello. Ma la prima di queste era giustamente da lui preferita per un lucimetro, la seconda per uno psicrometro. E così feci io pure nei primi tentativi.

Infatti, se le due bolle hanno i loro centri in una stessa verticale passante anche per l'asse del tubo volumetrico, e se le si espongono per modo che il piano passante per la detta verticale e per l'asse del tubo ricurvo congiungente le due bolle riesca diretto secondo il meridiano della verticale stessa, volgendo a mezzodì i centri delle bolle ed a settentrione l'asse del tubo di comunicazione, si può essere certi che, in qualunque stagione ed a qualsiasi ora del giorno, il sole potrà illuminare in egual modo eguali segmenti sferici delle bolle medesime, purchè però, come nella fig. 2, il cannello anzidetto entri e sbocchi in esse a tre quarti circa della loro altezza.

Provai anche i serbatoi cilindrici invece delle bolle. Ma presto li smisi, poichè a rendere eguali per essi le superficie soleggiate colle varie altezze del sole,

Fig. 2. Lucimetro collettore

Scala nel rapporto di 1:6.

conveniva che gli assi di tali serbatoi fossero inclinati secondo la latitudine dei luoghi, il che rendeva malagevole così la costruzione come l'impiego dello stromento.

Importa però che le bolle di questo lucimetro abbiano un diametro interno non minore di 5 centimetri, qualora si voglia che esso possa durare per un intero giorno d'estate, ed affinchè esse abbiano modo di dare una distillazione graduata, attraverso ad un tubo di comunicazione di almanco 5 mill. di diametro. Ed in tal caso converrà che il cannello volumetrico abbia una lunghezza utile non minore di centim. 40, ed un diametro compreso tra 5,5 e 6 mill. se trattasi di alcole etilico, e di 3,5 a 4 mill. se trattasi di acqua.

In ogni caso poi il volume del liquido da introdurre nel lucimetro deve rispondere soltanto a poco più della metà della capacità della bolla nera.

17. Tentai modo di sottrarre le superficie delle due bolle all'azione della varia umidità ed agitazione dell'aria ambiente, ricoprendo le bolle con altre di maggior diametro, e vuotando d'aria l'intercapedine fra le loro superficie (l'interna della involgente e l'esterna della involuta) come si pratica nell'attinometro inglese ed in quello di Marié Davy. Questa precauzione però, se può dirsi necessaria per misure attinometriche assolute a servigio della fisica terrestre, non lo è altrettanto per le misure lucimetriche a servigio della meteorologia agraria, per la quale occorre uno stromento poco costoso, e di facile maneggio ed esposizione, come non lo sarebbe più coi detti inviluppi alle bolle. Oltre che, per le applicazioni alla fisiologia vegetale ed all'agraria, volendosi determinare le calorie assorbite in più sotto l'azione della luce solare dalle parti verdi dei vegetali, cioè anzitutto dalle foglie, in confronto alle parti sprovviste di clorofilla, conviene che le superficie delle due bolle siano esposte liberamente all'aria, come lo sono le foglie delle piante che subiscono del pari rapide variazioni nella temperatura, nella umidità e nell'agitazione dell'aria.

Ed in vero avevo già provato (1) che l'attinometro Marié Davy, appunto perchè munito dei grossi inviluppi vitrei, destinati a formare un' atmosfera vuota d'aria intorno alle bolle termometriche, riusciva 4 a 5 volte più pigro del lucimetro Leslie, nel risentire le repentine variazioni nello stato di luminosità del cielo. E di certo le sottili bolle de' miei lucimetri Bellani non sono meno pronte al risentire siffatte rapide variazioni di quanto lo siano quelle del lucimetro Leslie, da me impiegato nei detti confronti. Perciò, sempre inteso per la meteorologia agraria, non conviene complicare inutilmente ed anzi svantaggiosamente il *lucimetro collettore*.

D'altra parte poi esponendo due lucimetri, già paragonati fra di loro per determinarne le costanti, l'uno scoperto, come di solito, l'altro invece situato nel mezzo di un ampio tubo di vetro, aperto alle due basi, di un diametro di oltre un decimetro e di una lunghezza doppia di quello dello strumento da proteggere, per modo

(1) Nella Nota succitata del dicembre 1878 del r. Istituto lombardo.

che l'aria interna vi avesse un libero movimento di accesso e di efflusso nel senso verticale, osservai che in giornate molto ventilate, con una esposizione nel resto affatto conforme, e sebbene il grado di agitazione dell'aria ed anche la temperatura variassero notevolmente all'intorno dei due strumenti, tuttavia le loro indicazioni lucimetriche procedevano con bastevole accordo, come quando stavano entrambi esposti all'aria liberamente mossa senza alcun ritegno.

Preparazione delle bolle.

18. Fin qui abbiam parlato di *bolla nera* e di *bolla lucida,* volendo significare che la prima sia dotata d'una notevole facoltà assorbente pel calore radiante, e che l'altra sia transcalescente, come l'aria ed il vetro. Ora dobbiam dire più in particolare di queste qualità.

Pel caso di un lucimetro scientifico, è evidente che l'una bolla dovrebb'essere ricoperta di uno strato regolare di nero fumo e l'altra d'uno stratello d'argento galvanico ; per conservare le quali converrebbe involgerle in altra bolla vitrea di maggior diametro.

Ma, come abbiam detto poco sopra, questi inviluppi tolgono sensibilità al lucimetro, e rendono lo strumento troppo dispendioso e di men facile maneggio per gli usi della meteorologia agraria. Per questa adunque conviene trovar modo di avere una superficie nera, poco alterabile colle vicende atmosferiche, e di preparazione ben determinata.

Dapprima tentai diverse vernici con nero fumo, come già aveva fatto il Bellani. Alcune di esse resistono per qualche tempo all'avvicendarsi della pioggia e del sole; ma a lungo andare, si screpolano o si increspano alla superficie. Pensai quindi di usare il vetro nero per soffiare una delle bolle del lucimetro. Ma il notevole diametro della bolla così soffiata (di 5 cent.) rende difficile l'ottenere una sufficiente eguaglianza non solo di grossezza, ma ancora di colorito, sia nell'insieme della stessa bolla, sia da una ad altra bolla; cosicchè la comparabilità nel potere assorbente pei raggi termici, che è pur cosa, più che desiderabile, necessaria, non può essere facilmente raggiunta. Tuttavia, qualora un artefice acquisti una tal quale pratica nel preparare codeste bolle, può riescire a superare tali difficoltà: ma allora la bolla non può essere tanto sottile quanto sarebbe opportuno per la sensibilità dello strumento medesimo.

Ultimamente mi sono appigliato a quest'altro processo. Si argentano galvanicamente tutte e due le bolle, ed insieme il cannello che le congiunge, con uno strateretto continuo e non troppo sottile, affinchè esso acquisti buona aderenza colla superficie vitrea. Di poi la bolla superiore e la parte contigua del cannello di comunicazione viene annerita col bagnare a caldo la superficie argentea con cloruro di platino, oppure di antimonio, che comunicano un colorito nero metallico ben distinto alla superficie medesima. In tal modo si hanno due bolle, l'una nera dotata di una facoltà assorbente ben determinata, e l'altra di una facoltà riflettente che può dirsi massima: oltrechè queste superficie metalliche resistono inalterate alle vicende dell'atmosfera.

Attinometro dell' Hirn.

19. Per ultimo convien ricordare alcuni studî analoghi, fatti all'estero, e posteriori però ai predetti.

Nei *Comptes rendus* dell'Accademia di Francia del febbraio 1884, l'Hirn pubblicò una Nota su di uno strumento, ch' egli chiamò *attinometro totalizzatore assoluto,* e del quale riproduciamo una breve descrizione. Esso consiste in una cucurbita cilindrica di rame, colla superficie annerita, del diametro di cent. 10, lunga cent. 60, e terminante superiormente in un tubo del diametro di cent. 5, il quale, ripiegandosi, immette in un lungo serpentino a rapido passo, avente una superficie totale 25 volte e mezzo maggiore di quella della cucurbita.

Esponendo questa a libero sole, col suo asse diretto parallelamente a quello della terra, secondo la latitudine del luogo; collocando il serpentino condensatore in un luogo sempre ombreggiato e dove riesca facile il determinarne la temperatura, e facendo sboccare l'estremo inferiore del serpentino entro un tubo di vetro, ben calibrato ed alto cent. 80, si avrà modo di misurare il volume del liquido evaporato nella cucurbita esposta al sole, condensato nel serpentino, e raccolto nel tubo volumetrico.

Al fondo di questo tubo è adattato un tubo di stagno, munito di chiave, per mezzo del quale, compiuta l'osservazione di un giorno, si può far rientrare il liquido nella cucurbita, la quale è perciò disposta ad un livello inferiore a quello della base del detto tubo misuratore. Per tal modo si può di poi ricominciare una nuova osservazione, e così via, sempre giovandosi dello stesso liquido, il quale passa alternativamente dalla cucurbita al tubo volumetrico, e da questo a quella.

Da codesta descrizione è facile rilevare che l'attinometro dell'Hirn, sebbene con una maggior complicazione, nelle sue parti essenziali risponde al lucimetro Bellani.

Due obbiettivi guidarono l'Hirn nella costituzione del predetto suo attinometro, cioè: che il condensatore avesse una superficie molto maggiore di quella del vaporizzatore (la cucurbita), e che fosse ben determinata la temperatura del condensatore durante la osservazione.

Il primo di questi obbietti ha certamente un gran valore per rispetto alle motrici a vapore, nelle quali la densità massima di questo essendo ragguardevole, e quindi anche notevoli le calorie dal medesimo emesse nell'atto della sua condensazione, occorre appunto che il refrigerante abbia una superficie molto più estesa di quella del liquido evaporante nel bollitore. Laddove, nel caso nostro, le temperature di vaporizzazione e di condensazione differendo di poco fra loro ed essendo in generale molto lontane da quella della ebollizione del liquido contenuto nel lucimetro, l'anzidetta condizione si rende men necessaria, anzi di poco momento. D'altra parte, anche nel lucimetro Bellani, volendo tenerne conto in qualche parte, potrebbesi dare alla bolla lucida un diametro maggiore di quello della bolla nera, nei limiti però della possibilità di soffiare le due bolle con pareti pressochè egualmente sottili; affinchè lo stromento non perda quella sensibilità e prontezza che lo rendono tanto pregevole, anche per la sua semplicità di costituzione.

Quanto alla scelta del liquido pel suo attinometro l'Hirn osserva che l'acqua

non vale per le temperature jemali, e che essa aderisce troppo alle pareti del suo serpentino e richiede molte calorie di vaporizzazione. L'etere si altera col lungo uso. L'alcole offre una legge poco regolare nelle calorie totali di evaporazione col mutare della temperatura. Per questi riguardi egli crede più opportuno il solfuro ed il cloruro di carbonio: ma il primo esercita un'azione solvente su le resine che servono a congiungere le parti metalliche con quelle in vetro.

Ed anche l'altra condizione, veramente necessaria nell'attinometro dell'Hirn, quella di conoscere con precisione la temperatura che assume man mano il condensatore (1), riesce nel lucimetro Bellani affatto trascurabile. Perciocchè in questo la capacità interna delle due bolle, similmente esposte al sole, offre temperature variabili di pari passo secondo la temperatura dell'aria ambiente, con solo quella eccedenza fra la bolla nera e la lucida, la quale appunto corrisponde alla intensità della luce, e non alla grandezza della temperatura ambiente; giacchè questa, come risulta anche dalle osservazioni sovra riferite, non interviene nel fenomeno della distillazione lucimetrica. E ciò sempre s'intende per rispetto alle applicazioni da noi considerate di lucimetria agraria.

Però, anche nel caso più generale considerato dall'Hirn, quello cioè di misurare insieme l'azione termica e luminosa dei raggi solari, anche lo strumento Bellani potrebbesi applicare, e con forme più semplici, consociando insieme due delle applicazioni partitamente considerate dallo stesso Bellani, come si accennò sopra (n. 2); quella cioè del lucimetro, e quella di un semplice collettore del calore prodotto in più in un dato ambiente ed in un dato tempo, rispetto a quello che nello stesso tempo si produce in altro ambiente. Voglio dire che una delle bolle sia mantenuta in un luogo riparato dal sole ed a temperatura costante, mentre l'altra bolla annerita resti esposta a libero sole, congiunta però con opportuna tubulatura colla bolla precedente. Tuttavia il concetto dell'Hirn è meritevole di considerazione: e forse è suscettivo, nella sua forma pratica, di qualche semplificazione.

Tentativi del Marié-Davy.

20. Anche il Marié Davy, nel suo *Annuario dell'osservatorio di Montsouris* del 1884, nel capitolo riguardante gli attinometri, dopo d'aver esposti i risultati avuti con quello usato da lui da più anni, costituito da due termometri similmente esposti, uno colla bolla nera e l'altro lucida, e del quale si è fatto cenno sopra (n. 17), soggiunge che, nell'intento di evitare le numerose osservazioni orarie richieste dal predetto attinometro, converrebbe adoperare degli attinometri totali, i quali però meritano di essere prima sottoposti a prova. Tale, egli dice, sarebbe « l'attinometro ad evapo- « razione, il cui principio fu suggerito dagli italiani ». E qui si accontenta di riprodurre un disegno, conforme ad uno di quelli proposti dal Bellani.

Però la costruzione ci sembra più complessa e meno opportuna, in quantochè il tubo volumetrico connesso alla bolla lucida comunica, per mezzo di un cannellino sottile, colla sommità della bolla nera, il cui centro verticalmente sovrasta a quello della lucida.

(1) L'Hirn deduce la temperatura del liquido evaporante da un manometro a mercurio, applicato in qualche parte del suo strumento.

Il che implica due difetti: il primo e più rilevante, che non vi è parità di esposizione delle due bolle, massime nelle stagioni e nelle ore in cui il sole è alto sull'orizzonte; poichè la bolla lucida non può essere colpita dal sole nella sua superficie sferica, là dove s'immette in essa il tubo di comunicazione colla bolla nera. L'altro difetto sta nella angustia del cannello di comunicazione fra le due bolle, e nella limitata capacità della bolla lucida, per cui la condensazione del vapore emesso dalla bolla nera viene rallentata di molto.

Anche nell'Annuario del 1885 il Marié Davy si limita a riprodurre quant'egli disse nel precedente annuario, senza aggiungere alcuna risultanza di osservazioni fatte cogli strumenti già descritti. Dice soltanto che dapprima caricava la bolla nera con etere, poi con alcole rettificato, e che l'evaporazione di questi due liquidi essendo troppo rapida impiegò una miscela d'alcole e d'acqua, oppure un'essenza minerale (?) bollente a temperatura determinata. Ora la detta miscela, come già si notò sopra (n. 14) è affatto impropria, dando luogo a distillazioni frazionate di successivi idrati alcolici, che rendono decrescente la sensibilità dello strumento.

20. Crediamo quindi di fare cosa non inutile per la meteorologia in genere, massime per le applicazioni alla fisiologia vegetale ed all'agraria, pubblicando le precedenti serie di osservazioni.

RELAZIONE

letta dal Socio Cannizzaro, relatore, a nome anche del Socio Cossa, nella seduta del 12 giugno 1885, sulla Memoria dei dottori G. Ciamician e P. Silber, intitolata: *Sull'azione dell'acido nitrico sul pirrilmetilchetone.*

« Questa Memoria che è una continuazione delle altre precedenti sopra i deri-
« vati del pirrolo, contiene lo studio dell'azione dell'acido nitrico sul pseudoacetil-
« pirrolo. Questo composto si trasforma secondo gli autori, trattandolo con acido
« nitrico fumante raffreddato a — 18°, in un miscuglio di quattro sostanze che si
« sono potute separare e studiare con cura. Esse sono l'α-nitropseudoacetilpirrolo,
« il β-nitropseudoacetilpirrolo, il dinitropseudoacetilpirrolo ed il dinitropirrolo. I tre
« ultimi composti hanno tutti e tre il comportamento di acidi, formando dei sali con
« i carbonati alcalini.

« L'α-nitropseudoacetilpirrolo si può trasformare per l'azione dell'idrogeno na-
« scente in un amido composto.

« Alcune delle sostanze descritte in questa Memoria vennero studiate cristallo-
« graficamente dall'ing. G. La Valle.

« Trattandosi di studi importanti, e di risultati nuovi che fanno seguito a quelli
« già pubblicati negli Atti della Accademia i relatori vi propongono che anche questa
« Memoria vi sia pubblicata ».

Studî sui composti della serie del pirrolo.

PARTE NONA

Sull'azione dell'acido nitrico sul pirrilmetilchetone.

Memoria di GIACOMO CIAMICIAN e PAOLO SILBER

(Con una tavola)

In una Nota preliminare presentata a questa Accademia il 4 gennaio 1885 abbiamo dimostrato che a bassa temperatura il pirrilmetilchetone o pseudoacetilpirrolo si trasforma per azione dell'acido nitrico fumante in nitro-composti, senza che questo reattivo eserciti un' azione ossidante, come avviene per la maggior parte degli altri derivati del pirrolo, che vengono completamente distrutti dall'acido nitrico. Avendo ora terminato lo studio di questa reazione siamo in grado di descrivere tutti i composti che abbiamo ottenuto, e crediamo che molto probabilmente questi sieno anche tutti quelli che vi si producono. Noi abbiamo cercato con molta cura di isolare tutte le sostanze che si trovano mescolate nel prodotto greggio della reazione e siamo riusciti a separare quattro nitrocomposti, il di cui studio forma il soggetto della presente Memoria.

I quattro composti ottenuti sono i seguenti:

l'*α-mononitropirrilmetilchetone* $[C_4H_2(NO_2)(C_2H_3O)NH]$

il *dinitropirrolo* $[C_4H_2(NO_2)_2NH]$

il *β-mononitropirrilmetilchetone*, ed

il *dinitropirrilmetilchetone* $[C_4H(NO_2)_2(CO\,CH_3)NH]$.

Il primo di questi corpi è quello che si forma in maggior quantità, ed è quello di cui abbiamo fatto cenno nella Nota preliminare già citata; esso è anche il solo che non abbia proprietà acide bene pronunciate, il solo cioè che si possa estrarre completamente con etere dalla sua soluzione in carbonato sodico. Tutti gli altri tre composti hanno un carattere decisamente acido, per cui non si possono eliminare dalla loro soluzione nel carbonato sodico per mezzo dell'etere: Di questo comportamento ci siamo giovati per ottenere una prima separazione di queste sostanze.

Nel corso delle nostre ricerche, avendo avuto occasione di preparare notevoli quantità di pirrilmetilchetone, siamo riusciti ad ottenere dei cristalli grossi e bene sviluppati che furono studiati cristallograficamente. Le misure cristallografiche di questa interessante sostanza, come anche tutte le altre che pubblichiamo più sotto, sono state fatte dall'ingegnere Giuseppe La Valle, alla cui gentilezza dobbiamo pure le figure cristallografiche, che riunite in una tavola, accompagnano la presente Memoria.

I cristalli del pirrilmetilchetone sono stati ottenuti per lento svaporamento di una soluzione eterea; sono quasi sempre lamellari e raramente prismatici.

Forma cristallina del pirrilmetilchetone o pseudoacetilpirrolo.

Sistema cristallino: Monoclino

Costanti: $\begin{cases} \beta = 79° 41' \\ a:b:c = 2{,}91833:1:3{,}01735 \end{cases}$

Forme osservate: (100), (001), (111), (210), (11$\bar{1}$), ($\bar{1}$11) Fg. 5.

Combinazioni: (100), (001), (111), ($\bar{1}1\bar{1}$) Fg. 1.

(100), (001), (111), (210) ($\bar{1}1\bar{1}$) Fg. 2.

(100), (001), (111), (210) ($\bar{1}$11) Fg. 3.

(100), (001), (111), (11$\bar{1}$) Fg. 4.

Angoli	Calcolati	Misurati	limiti	n.
100:001	79° 41′	*	79° 30′ — 79° 48′	5
100:111	68 48	*	68 40 — 69 10	6
111:$\bar{1}1\bar{1}$	55 30	*	55 20 — 55 40	4
111:001	69 18 34″	69° 7′	68 50 — 69 38	7
100:210	55 8 22	55 10	54 42 — 55 26	3
210:111	21 6 48	21 7	——	1
210:11$\bar{1}$	25 34 25	26 16	——	1
210:001	84 7 29	84 14	——	1
111:11$\bar{1}$	35 14 48	36 8	——	1
111:$\bar{1}$11	36 29 17	35 30	(approssimativamente)	1

Sfaldatura perfetta e facilissima parallela a (100).

Bisettrice acuta normale a (001). Dispersione inclinata positiva.

I cristallini si sono trovati sempre allungati secondo l'asse delle y e mai bene terminati ad ambo le estremità. In alcuni le pinakoidi (001) e (100) avevano quasi eguale estensione come si è cercato di rappresentare nelle fig. 1 e 2, in altri invece era molto estesa la pinakoide (001) per cui si presentavano tabulari come nelle fig. 3 e 4. Tutti erano poi terminati dalle facce 111 e $\bar{1}1\bar{1}$, alle quali spesso aggiungevansi le facce (210) e (11$\bar{1}$) e talvolta la faccia ($\bar{1}$11).

I. α-Mononitropirrilmetilchetone.

In una serie di palloncini, raffreddati esternamente a —18°, con un miscuglio di sale e neve, contenenti dell'acido nitrico fumante, si introduce in piccole porzioni, il pirrilmetilchetone bene polverizzato, in modo che ogni palloncino ne acquisti 5 gr. La materia solida si scioglie nell'acido nitrico con sviluppo di calore e colorando il

liquido in rosso bruno; questa colorazione sparisce subito agitando il contenuto dei palloncini, ciò che è necessario di fare durante tutta l'operazione.

Le soluzioni del pirrilmetilchetone nell'acido nitrico vengono versate in molta acqua raffreddata a 0° che prende un colore giallo; dopo poco tempo si separa un precipitato formato di piccoli aghetti gialli dell'α-mononitropseudoacetilpirrolo. Senza tener conto della sostanza solida che si è deposta, tutto il liquido viene agitato con etere fino che questo estrae quantità ancora apprezzabili di materia solida. Le ultime tracce delle sostanze disciolte non si possono eliminare che molto difficilmente; concentrando il liquido acquoso a b. m. non resta indietro che dell'acido ossalico, chè però deve formarsi durante lo svaporamento perchè non è in principio contenuto nel liquido. La soluzione eterea che contiene tutti i prodotti che si sono formati nella reazione viene agitata con una soluzione concentrata di carbonato sodico. Questo neutralizza prima l'acido nitrico contenuto nell'estratto etereo, e si colora poi in rosso bruno intenso quando incomincia a sciogliere una parte delle sostanze contenute nell'etere. Si continua l'agitazione con carbonato sodico rinnovando di tempo in tempo la soluzione alcalina, fino che questa non si colora che leggermente in giallo. La soluzione eterea non contiene ora altro che l'α-mononitropirrilmetilchetone, tutte le altre tre sostanze si trovano nel liquido alcalino del quale tratteremo più tardi.

Svaporando l'estratto etereo, che si ebbe cura di agitare prima con acqua per eliminare il carbonato sodico, resta indietro un massa cristallina colorata in giallo che si fa cristallizzare alcune volte dall'alcool bollente aggiungendo carbone animale. Il composto così ottenuto dà all'analisi numeri che concordano con la formola di un

Mononitropirrilmetilchetone $C_4H_2(NO_2).NH.CO.CH_3$

I 0,3810 gr. di sostanza diedero 0,6520 gr. di CO_2 e 0,1428 gr. di OH_2.

II 0,2004 gr. di sostanza svolsero 31,5 cc. di azoto misurato a 17°,5 e 767,3 mm.

In 100 parti:

	trovato		calcolato per $C_6H_6N_2O_3$
	I	II	
C	46,67	—	46,75
H	4,16	—	3,89
N	—	18,39	18,18

Il mononitropirrilmetilchetone fonde a 197°, è solubile nell'etere, nel benzolo, nel cloroformio e nell'acido acetico caldo; si scioglie pure nell'alcool bollente e si separa per raffreddamento in piccoli aghetti gialli. Per ottenerlo perfettamente bianco bisogna bollirlo con una soluzione diluita di acido cromico nell'acido acetico; da questa soluzione si separa in forma di aghetti perfettamente bianchi. Il nuovo composto è poco solubile nell'acqua bollente dalla quale si separa per raffreddamento in forma

di cristallini di forma indistinta. La sua soluzione acquosa ha reazione perfettamente neutra. Esso non si altera punto se viene bollito con acido cloridrico, si scioglie pure senza scomporsi nell'acido solforico fumante, dal quale precipita inalterato per aggiunta di acqua; riscaldando la sua soluzione nell'acido solforico sembra che si decomponga profondamente. Il presente composto che noi chiamiamo α-mononitropirrilmetilchetone per distinguerlo dall'altro isomero del quale parleremo più tardi, si scioglie con colorazione intensamente gialla nella potassa, nell'ammoniaca ed anche nella soluzione bollente di carbonato sodico; da quest'ultima si separa però inalterato per raffreddamento e ne può venir estratto completamente con l'etere. Concentrando la sua soluzione nella potassa caustica, si forma un precipitato di aghi lunghi, gialli, che sono probabilmente il composto potassico. Il precipitato si scioglie facilmente nell'acqua. Trattando la sua soluzione acquosa con nitrato d'argento non avviene nessuna reazione sensibile, si ottiene però subito un precipitato di piccoli aghetti gialli aggiungendo alcune goccie di ammoniaca.

Il composto argentico $[C_4H_2(NO_2)\,N\,Ag]$ (con $CO.CH_3$), che si forma in questo modo, deflagra leggermente se viene riscaldato sulla lamina di platino, lasciando indietro un'aureola di carbone.

0,3160 gr. di questa sostanza diedero 0,1720 gr. di Ag Cl.

In cento parti:

	trovato	calcolato per $C_6\,H_5\,N_2\,O_3\,.\,Ag$
Ag	40,96	41,38

L'α-mononitropirrilmetilchetone si forma in quantità soddisfacente; il rendimento è di 50 — 57 % del pirrilmetilchetone impiegato.

Lasciando svaporare lentamente una soluzione della nuova sostanza nell'alcool, satura a freddo, si ottengono dei cristalli bene sviluppati, che studiati cristallograficamente, diedero i seguenti risultati.

Forma cristallina dell'α-mononitropirrilmetilchetone.

Sistema cristallino: Triclino

$$a:b:c = 0{,}729865:1:0{,}598890$$

Costanti		
	$\alpha = 53^\circ\ 55'$	$\xi = 85^\circ\ 44'\ 28''$
	$\beta = 44^\circ\ 15'$	$\eta = 131^\circ\ 12'\ 38''$
	$\gamma = 67^\circ\ 40'$	$\zeta = 119^\circ\ 23'\ 30''$

Forme osservate: $(100), (001), (010), (0\bar{1}1), (\bar{1}\bar{1}2), (\bar{1}01), (\bar{1}\bar{3}2), (1\bar{1}0), (110)$ Fg. 10.

Combinazioni: $(1\bar{1}0)\,(\bar{1}01)\,(01\bar{1})\,(001)\,(\bar{1}\bar{1}2)\,(\bar{1}\bar{3}2)\,(100)\,(010)$ Fg. 6 e Fg. 9.

$(1\bar{1}0)\,(010)\,(0\bar{1}1)\,(\bar{1}\bar{1}2)\,(\bar{1}01)\,(13\bar{2})\,(001)$ Fg. 7.

$(1\bar{1}0)\,(010)\,(001)\,(0\bar{1}1)\,(\bar{1}\bar{1}2)\,(\bar{1}01)$ Fg. 8.

Angoli	calcolati	misurati	Limiti		n
100:010	67° 40′	*	67° 35′	67° 45′	10
010:$\bar{1}$10	74 54	74° 33′	74 5	74 48	15
010:001	53 55	*	53 37	54 17	10
001:0$\bar{1}$1	26 27	*	26 7	26 36	7
100:001	44 15	*	44 9	44 18	6
001:$\bar{1}$01	45 48	*	45 42	45 53	6
1$\bar{1}$0:0$\bar{1}$1	54 19	54 35	54 20	55 5	11
0$\bar{1}$1:$\bar{1}\bar{1}$2	24 15	24 17	24 11	24 23	12
$\bar{1}\bar{1}$2:$\bar{1}$01	28 50 49″	28 40	28 34	28 44	10
010:$\bar{1}$01	63 1 23	62 57	62 47	63 00	8
010:$\bar{1}\bar{1}$2	70 29 27	70 30	70 21	70 32	12
$\bar{1}\bar{1}$2:001	26 4 6	26 7	26 7	26 12	5
$\bar{1}\bar{1}$2:$\bar{1}\bar{3}$2	38 58 22	38 54	38 43	39 30	6
001:110	37 26 39	37 20	—		1
110:0$\bar{1}$1	55 48 4	56 0	—		1
0$\bar{1}$1:$\bar{1}\bar{3}$2	36 45 10	36 56	36 54	37 4	4
001:1$\bar{1}$0	68 53 17	68 54	68 48	69 2	7
$\bar{1}\bar{1}$2:100	66 23 43	66 24	—		2
$\bar{1}\bar{3}$2:1$\bar{1}$0	68 8 43	68 9	68 7	68 28	4

Sfaldatura facile parallela a (001). I cristalli erano incolori.

Nelle figure 6, 7, 8 e 9 si è cercato di rappresentare l'abito nel quale si sono mostrati i cristallini studiati, giacchè alcuni erano allungati nel senso dell'asse, scelto verticale, ed erano terminati diversamente alle due estremità come osservasi nelle fig. 6, 7 e 9, altri invece si presentavano in forma tabulare con la faccia (010) molto estesa rispetto alle altre che poi completavano il cristallo come nella fig. 8 o nella fig. 9.

Noi abbiamo tentato infruttuosamente di ossidare il composto in questione per ottenere un acido nitrocarbochetonico od un acido nitrocarbopirrolico. Ossidando la sostanza tanto col permanganato potassico, come anche coll'acido cromico in soluzione acetica, una parte della sostanza viene bruciata completamente formando dell'acido acetico mentre il resto rimane inalterato.

Trattando l'α-mononitropirrilmetilchetone in soluzione acquosa a caldo, con bromo si formano tracce di materia resinosa, mentre quasi tutta la sostanza si trasforma nettamente in *bibromomaleinimide*, fusibile a 225° (').

(') Vedi Ciamician e Silber, *Sull'azione degli ipocloriti ed ipobromiti alcalini sul pirrolo*. Gaz. Chim. XV, 356.

Azione dell'idrogeno nascente sul α-mononitropirrilmetilchetone.

L'α-mononitropseudoacetilpirrolo si riduce facilmente per azione dell'acido cloridrico e stagno, non però senza che una parte della sostanza venga completamente distrutta, però i tanti altri mezzi di riduzione da noi provati ci hanno dato tutti risultati molto peggiori.

3 gr. del nitro-composto vennero sciolti in 500 cc. di acido cloridrico bollente ed alla soluzione si aggiunsero a poco a poco 10 gr. di limatura di stagno. In circa due ore l'operazione è terminata. La soluzione venne svaporata a b. m. fino ad un terzo del suo volume primitivo, al quale punto incomincia una cristallizzazione che aumenta col raffreddamento del liquido; si formano degli aghi color giallo ranciato che sono forse un composto del cloridrato della nuova base col cloruro di stagno. Senza separare i cristalli del liquido si trattò il tutto in conveniente diluizione con idrogeno solforato. Il liquido liberato dallo stagno è colorato in giallo e viene concentrato a b. m. Durante questa operazione la soluzione si fa sempre più colorata. Si concentra fino ad avere circa 300 c.c. di liquido. Questo viene bollito con nero animale, ed il filtrato che è quasi scolorato, si tratta con cloruro di platino. Si ottengono subito degli aghi gialli, lunghi, la di cui quantità va sensibilmente aumentando se si lascia il liquido in riposo per qualche ora. In ultimo oltre agli aghi si depongono anche dei cristallini di cloroplatinato ammonico. Per purificare il cloroplatinato del nuovo alcaloide lo si fa cristallizzare alcune volte dall'acido cloridrico bollente; si ottengono in questo modo per raffreddamento del liquido degli aghetti gialli che vennero seccati nel vuoto sull'acido solforico. All'analisi diedero numeri corrispondenti alla formola:

$$« [C_4 H_2 (CO\,CH_3)(NH_2)NH . HCl]_2\, PtCl_4 »$$

I 0,2372 gr. di sostanza dettero 0,1896 gr. di CO_2 e 0,0712 gr. di OH_2.
II 0,2518 gr. di sostanza svolsero 18 cc. di azoto misurato a 13° e 759 mm.
III 0,2384 gr. di sostanza dettero 0,0706 gr. di platino.

	trovato			calcolato per $[(C_6 H_8 N_2 O) . H Cl]_2 Pt Cl_4$
	I	II	III	
C	21,80	—	—	21,90
H	3,33	—	—	2,74
N	—	8,52	—	8,52
Pt	—	—	29,61	29,58

Dall'analisi del cloroplatinato, risulta dunque che il prodotto ottenuto dalla riduzione dell'α-mononitropseudoacetilpirrolo è

« l'*α-monoamidopirrilmetilchetone* »,

$$C_4 H_2 (NH_2) NH »$$
$$|$$
$$« CO . CH_3$$

Sembra essere molto difficile di ottenere la base allo stato libero; riesce già molto difficile l'avere il cloridrato puro. Svaporando la sua soluzione, a b. m. ed anche

nel vuoto sull'acido solforico a secchezza, resta indietro un residuo cristallino ma molto colorato. Dalla soluzione acquosa del cloridrato si ottiene con potassa una materia bruna e resinosa che invita poco ad essere ulteriormente studiata. Noi speriamo però di poter ottenere qualche altro derivato di questo alcaloide che sia più facilmente purificabile.

II. Dinitropirrolo.

La soluzione alcalina sopraindicata, che contiene disciolti tutti quei prodotti dell'azione dell'acido nitrico sul pseudoacetilpirrolo, che si comportano come acidi, venne agitata con etere, per toglierle le ultime tracce di α-mononitropirrilmetilchetone che avrebbe potuto contenere, ed indi acidificata con acido solforico diluito. Il liquido, che pel trattamento con l'acido solforico ha perduto il suo colore giallo-bruno, viene agitato parecchie volte con etere. Svaporando l'estratto etereo resta indietro un residuo giallo, sciropposo che si solidifica lentamente se viene lasciato per alcuni giorni in un essiccatore sulla calce viva, onde eliminare l'acido nitrico libero che contiene. La massa cristallina così ottenuta viene spremuta fra carta, per toglierle delle piccole quantità di materia oleosa non cristallizzabile, ed indi fatta cristallizzare dall'acqua bollente (1). La materia che si separa per raffreddamento ha l'aspetto di un miscuglio di diverse sostanze, che del resto non si possono separare per mezzo dell'acqua bollente. La separazione riesce però nel seguente modo. La materia purificata per mezzo di alcune cristallizzazioni dall'acqua, venne seccata sull'acido solforico e sciolta nel benzolo bollente. Per raffreddamento e lento svaporamento del solvente si ottengono, separando a tempo i cristalli dal liquido, e ripetendo molte volte questo processo di cristallizzazione frazionata sulle diverse porzioni separate, quattro sostanze di aspetto diverso che noi abbiamo distinto nel seguente modo. La materia meno solubile nel benzolo e che si produce in quantità maggiore, forma dei prismi, grossi, giallo-bruni (*a*); dopo di questi compariscono dei cristalli leggermente colorati in giallo, raggruppati, e di forma indistinta (*b*), inoltre abbiamo potuto separare dei mammelloni colorati in bruno (*c*) e per ultimo resta indietro una sostanza che si presenta in mammelloncini bianchi e molli (*d*).

I cristalli prismatici segnati con (*a*) sono *il dinitropirrolo*. La sostanza così ottenuta, ha il suo punto di fusione a 152°, che non varia anche dopo ripetute cristallizzazioni dal benzolo bollente.

All'analisi diede i seguenti numeri:

I 0,2494 gr. di materia dettero 0,2804 gr. di CO_2 e 0,0490 gr. di OH_2.
II 0,2400 gr. di materia dettero 0,2674 gr. di CO_2 e 0,0468 gr. di OH_2.
III 0,1404 gr. di materia svolsero 31,5 c. c. di azoto misurati a 8°,5 e 764^{mm}.
IV 0,0968 gr. di materia svolsero 22,0 c. c. di azoto misurati a 14° e 761,5^{mm}.

(1) La quantità di materia greggia, spremuta fra carta, corrisponde al 37 % della quantità impiegata di pseudoacetilpirrolo.

	trovato				calcolato per $C_4 H_2 (NO_2)_2 NH$
	I	II	III	IV	
C	30,67	30,39	—	—	30,57
H	2,18	2,17	—	—	1,91
N	—	—	27,18	26,80	26,75

Il dinitropirrolo fonde a 152°; è solubile nell'etere, nell'alcool, nell'acido acetico e nel benzolo e toluene bollenti. Si scioglie pure nell'acqua bollente formando una soluzione colorata intensamente in giallo dalla quale si separa per raffreddamento in grandi cristalli lamellari di colore giallo. Anche l'acido cloridrico e l'acido solforico sciolgono il dinitropirrolo senza alterarlo.

Il dinitropirrolo ha il comportamento di un vero acido, esso si scioglie facilmente a freddo con colorazione gialla intensa, nella potassa, nella soda e nell'ammoniaca formando dei sali, si scioglie pure nei carbonati e da queste soluzioni non si può estrarre la sostanza con l'etere.

Trattando la soluzione acquosa del dinitropirrolo con nitrato di argento ed ammoniaca si ottiene un precipitato gelatinoso, giallo, che si può fare cristallizzare dall'acqua bollente. Al microscopio, questa sostanza si presenta in forma di sottilissimi aghi. Essa deflagra vivamente se viene riscaldata.

La natura acida del dinitropirrolo è dimostrata dall'esistenza del

composto baritico $[C_4 H_2 (NO_2)_2 N]_2 Ba$.

Si ottiene questo sale trattando una soluzione acquosa del dinitropirrolo con un eccesso di carbonato di barite. La soluzione di colore giallo intenso depone per svaporamento nel vuoto sull'acido solforico degli aghetti dello stesso colore, che seccati a 120° diedero all'analisi i seguenti numeri:
0,3822 gr. di sostanza dettero 0,1964 gr. di $BaSO_4$.

In 100 parti:

	trovato	calcolato per $C_8 H_4 N_6 O_8 . Ba$
Ba . . .	30,33	30,51

Riscaldando il sale baritico sulla lamina di platino deflagra vivamente lasciando indietro un'aureola di carbone.

Lasciando svaporare lentamente all'aria una soluzione più o meno diluita di dinitropirrolo si ottengono dei cristalli abbastanza bene sviluppati, di cui pubblichiamo lo studio cristallografico.

Forma cristallina del dinitropirrolo.

I cristallini di questa sostanza ottenuti da due cristallizzazioni diverse erano sempre vuoti nell'interno. Quelli ottenuti da una soluzione alquanto concentrata avevano tutti l'abito rappresentato dalla fig. 11, mentre quelli che si erano separati da una soluzione più diluita si mostravano quasi sempre come nella fig. 12, e non erano mai terminati ad ambo le estremità.

Dalle facce sulle quali si è potuto istituire misure con risultati angolari attendibili si ebbe:

Sistema cristallino: Trimetrico

Costanti: a:b ... = 0,44123:1.

Forme osservate: (110), (001), (100), (p), (q), (r).

Combinazioni: (110) (001); (110) (001) (100) (p) (q); (110) (p) (q) (r) Fg. 11 e 12.

Sfaldatura perfetta e facile parallela a (001).

Piano degli assi ottici parallelo a (010); bisettrice acuta normale a (100).

I cristallini presentavano delle facce di piramidi (p) (q) (r), ma sempre curve e non riflettenti immagini da potersi ottenere misure angolari sicure; in un solo cristallo si è potuto misurare la piramide (p) ottenendo dei valori che si sarebbero potuti considerare mediocri e che corrisponderebbero con gli angoli calcolati come si vede dalla tabella seguente:

angoli	calcolati	misurati	n
$110:1\bar{1}0$	47° 37′	*	4
p:110	42 9	*	2
$p:1\bar{1}0$	69 12	*	2
p:100	53 11	53° 0′	1

però la medesima piramide in altri cristalli ci diede misure molto discordanti, avendo trovato delle differenze fino a circa 2° nei valori degli angoli omologhi fra i diversi cristalli. Perciò non ci siamo serviti di questa forma per completare le costanti cristallografiche.

Il dinitropirrolo è dopo l'α-nitropirrilmetilchetone il composto che si forma più abbondantemente nella reazione che descriviamo; esso si può ottenere assieme al dinitropirrilmetilchetone, che descriveremo più sotto, anche trattando l'α-nitropirrilmetilchetone con acido nitrico fumante. Noi crediamo che il dinitropirrolo si formi per diretta sostituzione del residuo dell'acido nitrico, all'acetile dell'α-nitropseudoacetilpirrolo, perchè ci sembra poco probabile che la sua formazione sia il risultato di un processo di ossidazione dell'α-nitropseudoacetilpirrolo, non avendo noi potuto ottenere fra i prodotti dell'azione dell'acido nitrico sul pseudoacetilpirrolo, nè un acido nitro-carbopirrolico, nè un acido nitropirrilgliossilico. Inoltre abbiamo dimostrato più sopra che l'α-nitropirrilmetilchetone non dà per ossidazione nè un acido nitro-carbopirrolico o nitropirrolcarbochetonico nè un mononitropirrolo. Noi crediamo perciò che la seguente equazione rappresenti con sufficiente probabilità la formazione del dinitropirrolo in questa reazione:

$$\underset{a\quad b}{C_4H_2(NO_2)(COCH_3)NH} + HNO_3 = \underset{a\quad b}{C_4H_2(NO_2)(NO_2)NH} + C_2H_4O_2.$$

III. Dinitropirrilmetilchetone.

Questa sostanza è contenuta nelle due frazioni che noi abbiamo segnato con (b) e (c). Noi abbiamo trattato separatamente queste due cristallizzazioni di apparenza così diversa, e crediamo che la causa di questo aspetto differente della medesima

sostanza provenga dalla presenza od assenza di acqua di cristallizzazione, perchè il dinitropirrolo può cristallizzare con una molecola d'acqua.

La frazione (b) che è formata da cristallini gialli venne fatta cristallizzare dall'acqua bollente ed indi seccata fino a peso costante prima nel vuoto sull'acido solforico e poi a 100°; la perdita di peso corrisponde ad una molecola d'acqua, come si vede dalla seguente determinazione:

0,2694 gr. di sostanza seccata in un essiccatore sul cloruro di calcio perdette a 100 (1) 0,0230 gr. di OH_2.

In 100 parti:

	trovato	calcolato per $C_6H_5N_3O_5 + OH_2$
OH_2 . . .	8,54	8,29

La sostanza deacquificata ha la composizione di un *dinitropseudoacetilpirrolo*, della formola:

$$C_4H(NO_2)_2NH \text{ »}$$
$$\text{«} \quad | \quad$$
$$\text{«} \quad CO.CH_3.$$

0,2102 gr. di sostanza dettero 0,2764 gr. di CO_2 e 0,0522 gr. di OH_2.

In 100 parti:

	trovato	calcolato per $C_6H_3N_3O_5$
C . . .	35,86	36,18
H . . .	2,76	2,51

I cristalli di questa frazione fondono a 114° dopo essere stati seccati a 100°.

La frazione (c) che ha l'aspetto di mammelloncini colorati in bruno, venne anche essa fatta cristallizzare parecchie volte dall'acqua bollente, e la materia così ottenuta fu trovata in tutto identica a quella proveniente dalla frazione (b) dopo aver subìto lo stesso trattamento. Abbenchè la identità nelle propietà fisiche delle sostanze provenienti dalle due frazioni escludesse assolutamente la possibilità d'avere da fare con sostanze differenti, pure per maggiore sicurezza venne analizzata completamente anche la materia ottenuta dalla frazione (c) ed i risultati dell'analisi condussero come era da prevedersi alla formola:

$$\text{«} \; C_4H(COCH_3)(NO_2)_2NH + OH_2 \text{ »}$$

0,3248 gr. di sostanza perdettero 0,0284 gr. di OH_2 nel vuoto sull'acido solforico.

In 100 parti:

	trovato	calcolato per $C_6H_5N_3O_5 + OH_2$
OH_2 . . .	8,74	8,29

La materia deacquificata aveva la composizione $C_4H(NO_2)_2COCH_3NH$ come lo dimostra la seguente analisi:

I 0,1950 gr. di sostanza dettero 0,2556 gr. di CO_2 e 0,0548 gr. di OH_2.

II 0,1284 gr. di sostanza svolsero 23 c. c. d'azoto, misurati a 14 e 763^{mm}.

(1) La sostanza perde la sua acqua di cristallizzazione anche stando nel vuoto sull'acido solforico, ma molto più lentamente.

In 100 parti:

	trovato		calcolato per $C_6 H_5 N_3 O_5$
	I	II	
C . . .	35,75	—	36,18
H . . .	3,12	—	2,51
N . . .	—	21,16	21,10

Il dinitropirrilmetilchetone purificato per alcune cristallizzazioni dall'acqua bollente, fonde quando non è deacquificato a circa 106-107°, seccato a 100°, o lasciato per molto tempo nel vuoto sull'acido solforico, esso perde una molecola d'acqua e fonde a 114°. Esso si scioglie facilmente nell'etere, nell'alcool e nel benzolo bollente, sciolto nell'acqua bollente si separa per raffreddamento in piccoli aghetti gialli. È solubile pure negli idrati e carbonati alcalini dando delle soluzioni gialle; dalla soluzione potassica se è sufficientemente concentrata, si separa il sale potassico in forma di piccoli aghetti gialli.

La soluzione acquosa del dinitropirrilmetilchetone dà con nitrato d'argento ed ammoniaca un sale argentico, in forma di precipitato fioccoso colorato in giallo.

IV. β-Mononitropirrilmetilchetone.

Il β-nitropseudoacetilpirrolo è fra i prodotti dell'azione dell'acido nitrico sul pirrilmetilchetone che hanno il comportamento di acidi, il più solubile nel benzolo, e resta perciò nelle ultime acque madri, dalle quali si separa in forma di mammelloncini gialli, segnati più sopra con (d). Questa frazione che essendo l'ultima, è per conseguenza anche la meno pura, contiene sempre oltre alla parte cristallizzabile una parte oleosa che fa sì che essa fonda parzialmente già verso i 90°, non liquefacendosi completamente che a 140°.

La materia purificata in parte per mezzo di una cristallizzazione dall'acqua bollente, venne fatta sublimare, ottenendo in tale modo degli aghi lunghi, che fatti cristallizzare nuovamente alcune volte dallo stesso solvente, fondono costantemente a 156°. Si ottengono così degli aghi lunghi ed incolori che all'analisi danno numeri corrispondenti alla formola d'un mononitropirrilmetilchetone.

I 0,2058 gr. di sostanza seccata nel vuoto sull'acido solforico diedero 0,3506 gr. di CO_2 e 0,0774 gr. di OH_2.

II 0,2054 gr. di sostanza seccata come sopra svolsero 32,5 c. c. d'azoto misurati a 17° e 755^{mm}.

In 100 parti:

	trovato		calcolato per $C_4 H_2 NO_2 . COCH_3 . NH$
	I	II	
C . . .	46,46	—	46,75
H . . .	4,18	—	3,89
N . . .	—	18,24	18,18

La sostanza contenuta in questa frazione, ha dunque la stessa composizione del corpo che noi abbiamo descritto in principio di questa Memoria, essa però non è

identica a questo, possedendo proprietà fisiche e chimiche del tutto differenti; noi vogliamo distinguere questi due mononitropirrilmetilchetoni isomeri chiamando « α » il composto fondente a 197° e « β » quello che fonde a 156°.

Il β-nitropirrilmetilchetone è molto solubile nell'etere, nell'alcool e nel benzolo bollente. Dall'acqua bollente si separa in forma di bellissimi aghi. Esso si distingue dall'altro isomero specialmente per il suo carattere acido; si scioglie già a freddo negli idrati e carbonati alcalini e da queste soluzioni non può venire estratto con l'etere. Svaporando la sua soluzione nella potassa caustica si ottengono degli aghi lunghi, gialli del sale potassico. La sua soluzione acquosa dà con nitrato d'argento ed ammoniaca un precipitato giallo.

Per ultimo crediamo utile di comparare nel seguente specchietto le proprietà principali dei due mononitropirrilmetilchetoni isomeri da noi ottenuti.

	α-nitropirrilmetilchetone	β-nitropirrilmetilchetone
Punto di fusione	197°	156°
Cristallizza dall'acqua bollente	in piccoli cristallini.	in lunghi aghi.
Comportamento verso il carbonato sodico	Si scioglie a caldo e si separa dalla soluzione per raffreddamento. L'etere estrae la sostanza dalla soluzione alcalina.	Si scioglie a freddo, l'etere non estrae la sostanza dalla soluzione alcalina.

Fig. 1.

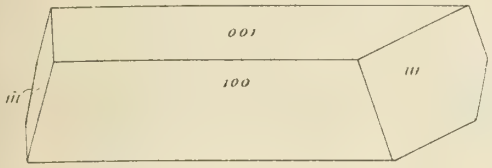


Fig. 2.

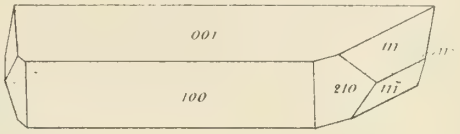


Fig. 3.

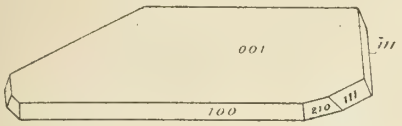


Fig. 5.

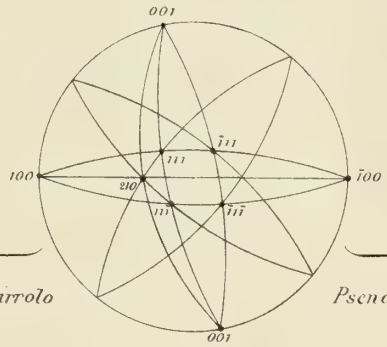
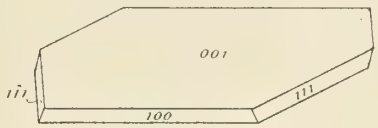


Fig. 4



Psendo acetil pirrolo

Psendo acetil pirrolo

Fig. 6.

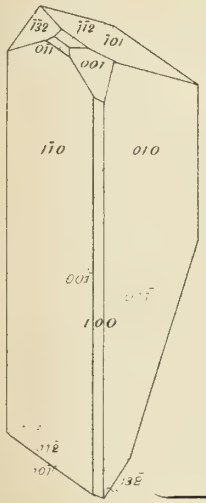
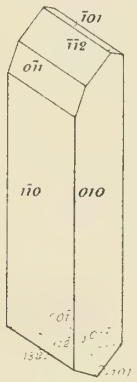


Fig. 7.



Nitropirrilmetilchetone

Fig. 8.

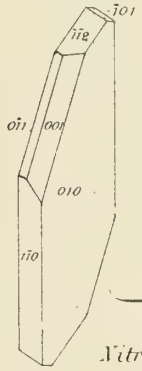
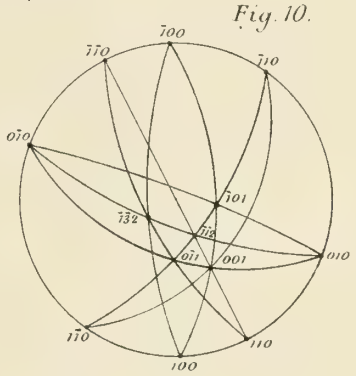


Fig. 10.



Nitropirrilmetil-

chetone

Fig. 12

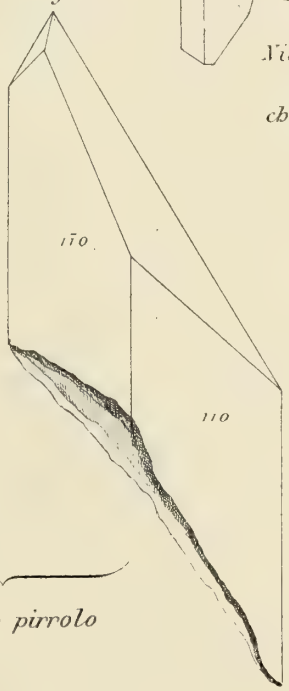


Fig. 9.

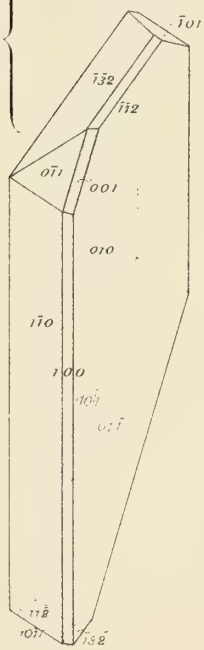
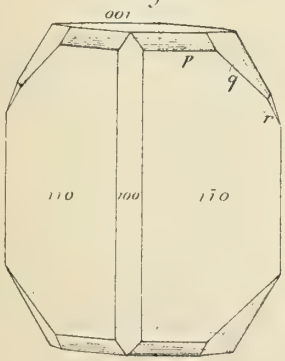


Fig. 11.



Dinitro pirrolo

La respirazione periodica e la respirazione superflua o di lusso.

Memoria del Socio ANGELO MOSSO

letta nella seduta del 4 gennaio 1885.

(Con 8 tavole)

CAPITOLO I.

La respirazione periodica

I movimenti del respiro non sono sempre uniformi e regolari. Nello stato di profondo riposo, e specialmente nel sonno, appaiono, tanto nell'uomo, quanto negli animali, dei periodi, ossia dei gruppi di inspirazioni che aumentano e diminuiscono successivamente in ampiezza. A questa forma particolare del respiro si può dare il nome di *respirazione periodica*, per distinguerla dalla respirazione *uniforme*, ossia dal tipo più comune, quello solo che fino ad oggi venne ritenuto come fisiologico.

I tracciati 1 e 2 della tavola I, mostrano come appaiano nella veglia i primi indizî della respirazione periodica. Il tracciato 1 fu scritto con un pneumografo di Marey applicato direttamente sulla pelle intorno all'addome dell'inserviente del mio laboratorio Giorgio Mondo: che è un giovane sano e robusto. Esso era coricato sul dorso sopra un materasso, colle mani incrociate dietro la testa. Erano le 11 antimeridiane: io avevo preso tutte le precauzioni perchè nessun rumore venisse a disturbarci. Eravamo soli nella stanza e Giorgio stava distratto. Guardando la parte superiore del tracciato si vede che esistono nella veglia dei periodi di maggiore o minore attività del respiro. La linea che nella parte superiore del tracciato, passerebbe per tutti i punti di riposo del torace alla fine dell'espirazione, non è una linea retta (1).

Per eliminare il dubbio che queste ondulazioni nella linea di riposo dell'addome dipendano da una dilatazione, o da un restringimento dei vasi sanguigni, o da uno spostamento degli organi nella cavità addominale, ho scritto contemporaneamente il respiro del torace e dell'addome per mezzo di due pneumografi di Marey. Il

(1) Avverto che i tracciati di questa Memoria sono tutti scritti da sinistra a destra e che vennero tutti riprodotti per mezzo della fotolitografia, o della fotozincotipia. In tutte le esperienze fatte sull'uomo i pneumografi erano applicati direttamente sulla pelle e non sulla camicia, o sugli abiti.

I tracciati non vennero tutti scritti colla medesima velocità; per le osservazioni fatte sull'uomo questa differenza non può recare confusione, perchè erano tutte persone che avevano una frequenza del respiro normale per la loro età.

tracciato 2 della tavola I, venne scritto nel pomeriggio del medesimo giorno in posizione analoga alla precedente, mezz'ora dopo che Giorgio M. erasi messo in posizione orizzontale. Egli teneva gli occhi aperti come se fosse distratto. La linea della respirazione toracica *Tor*, è scritta sopra la linea della respirazione addominale *Ad*; ed in entrambe sono accennati i periodi. Se prendiamo come punto di partenza una delle respirazioni addominali più piccole, come quella ad es. che sta in *R*, vediamo che ne succedono due successivamente più forti e poi tre successivamente più deboli e quindi un'altra *R'* ancora più debole eguale ad *R*; e così di seguito formando dei periodi più o meno lunghi. Questi periodi si vedono anche nella respirazione toracica.

Paragonando l'ampiezza dei movimenti respiratorî dell'addome e del torace, troviamo che non si corrispondono nelle loro variazioni. In N succede un momentaneo arresto del respiro dovuto ad una espirazione prolungata, che segna il principio di una trasformazione profonda nella respirazione toracica. Le espirazioni diventano successivamente maggiori delle inspirazioni, cosicchè il torace si accascia. Ricordiamoci che il pneumografo di Marey rovescia nello scrivere la direzione dei movimenti, per cui l'apice delle inspirazioni nel tracciato si trova verso il basso, e la posizione di riposo della cassa toracica alla fine dell'espirazione, è rappresentata dalla linea che unirebbe tutte le punte che stanno rivolte verso l'alto.

Alla diminuita azione del centro respiratorio toracico corrisponde un'attività maggiore del centro frenico: è questo il fenomeno al quale diedi il nome di *alternazione dei movimenti respiratorî* (1). Vedremo più tardi che tale compensazione non dipende unicamente dalla diminuzione di resistenza del diaframma. Ho già pubblicato gli esempî di persone che nel sonno presentavano una tale inerzia del diaframma, da potere quasi supporre una paralisi di questo muscolo, tanto erano divenute deboli le sue contrazioni; mentre continuavano ad essere relativamente forti i movimenti respiratorî della cassa toracica.

Nell'ultima parte del tracciato in *E*, si vede che la respirazione toracica diviene nuovamente più forte mentre che diminuisce in modo corrispondente l'ampiezza dei movimenti diaframmatici. In *I* la cassa toracica subisce un altro accasciamento e frattanto diviene più attiva la respirazione addominale. Tutte queste trasformazioni succedono nel silenzio il più profondo e senza alcuna causa nota.

Il vecchio concetto di un solo centro respiratorio deve essere abbandonato; i movimenti respiratorî dei muscoli della faccia, del diaframma, del torace e dell'addome hanno dei centri nervosi speciali che funzionano in modo autonomo.

I periodi regolari di maggiore o minore attività nei movimenti del respiro li ho pure veduti nel cane e nel coniglio; basta osservare attentamente una nidiata di

(1) A. Mosso, *Sul polso negativo e sui rapporti della respirazione addominale e toracica nell'uomo.* Archivio per le scienze mediche, 1878, fascicolo 4°, § 4.

cani, o di conigli giovani, mentre sono profondamente tranquilli per trovarne qualcuno, o parecchi che hanno la respirazione periodica. Appena si fa un fischio, od un rumore, che desti la loro attenzione, cessa immediatamente la respirazione periodica, e la respirazione diventa ritmica ed uniforme.

La figura 1 rappresenta la respirazione periodica di un cane, scritta con un pneumografo di Marey applicato intorno al torace mentre l'animale stava profondamente tranquillo riposandosi da una lunga corsa.

Fig. 1. — Respirazione periodica di un cane dopo che fece una lunga corsa.

La respirazione periodica è facile di osservarla nei conigli quando questi animali sono molto calmi. A tale scopo mettevo una nidiata di conigli sopra una tavola con erbaggi da mangiare: e per osservarli più comodamente senza che si accorgessero della mia presenza, mi nascondevo dietro uno schermo.

La regolarità nei periodi della respirazione è così grande, che basterebbe per sè sola ad escludere il dubbio che tali variazioni dipendano da cause esterne. Mi assicurai coll'osservazione che essi non dipendevano da movimenti di deglutizione; e quanto ai fenomeni psichici potevo escludere anche l'influenza di questi, perchè i periodi respiratorî non stanno in rapporto coi movimenti di contrazione e di rilassamento dei vasi sanguigni nell'orecchio, che pei conigli sappiamo essere un indizio sicuro della loro attività psichica (').

Una lunga serie di osservazioni fatte sull'uomo e sugli animali mi aveva però dimostrato che lo stato di attività psichica esercita una grande influenza sul ritmo e sull'energia dei movimenti respiratorî. Riferisco un'osservazione fatta sopra me stesso, perchè così potrò dire con maggiore sicurezza al lettore cosa passasse nella mia coscienza.

Il giorno 5 giugno mi corico dopo essermi applicato un pneumografo di Marey intorno al torace ed un altro intorno all'addome. Dico all'assistente di incominciare la registrazione solo dopo che io fossi rimasto mezz'ora profondamente tranquillo: e lo prego di fare un segno *d* sulla curva del respiro tutte le volte che gli facessi cenno movendo leggermente il dito indice.

Nel principio la respirazione dell'addome e del torace è regolare e di questa prima parte non riferisco i tracciati. A misura che il riposo e la tranquillità della mente diventano più profondi, la frequenza del respiro diviene maggiore e la respirazione diaframmatica più superficiale come si vede nella figura 2. I punti dove ho fatto cenno con un leggero movimento del dito indice, sono segnati colla lettera $d\,d'\,d''\,d'''$.

(') A Mosso, *Sulla circolazione del sangue nel cervello dell'uomo:* R. Accademia dei Lincei Vol. V, 1879, cap. VIII.

Questi punti corrispondevano al momento in cui nella mia coscienza apparivano idee delle quali non conoscevo più l'origine e la concatenazione colle idee precedenti. Erano delle imagini che si imponevano alla mia mente malgrado che io cercassi tenerla in riposo. Queste imagini trascinavano dietro loro la mia coscienza, svolgendo delle scene, o dei quadri della vita, che dovevo considerare come il principio di un sogno, sebbene avessi ancora tanta parte di coscienza da poter vigilare su di me stesso, riapparendomi tratto tratto lo scopo del mio riposo.

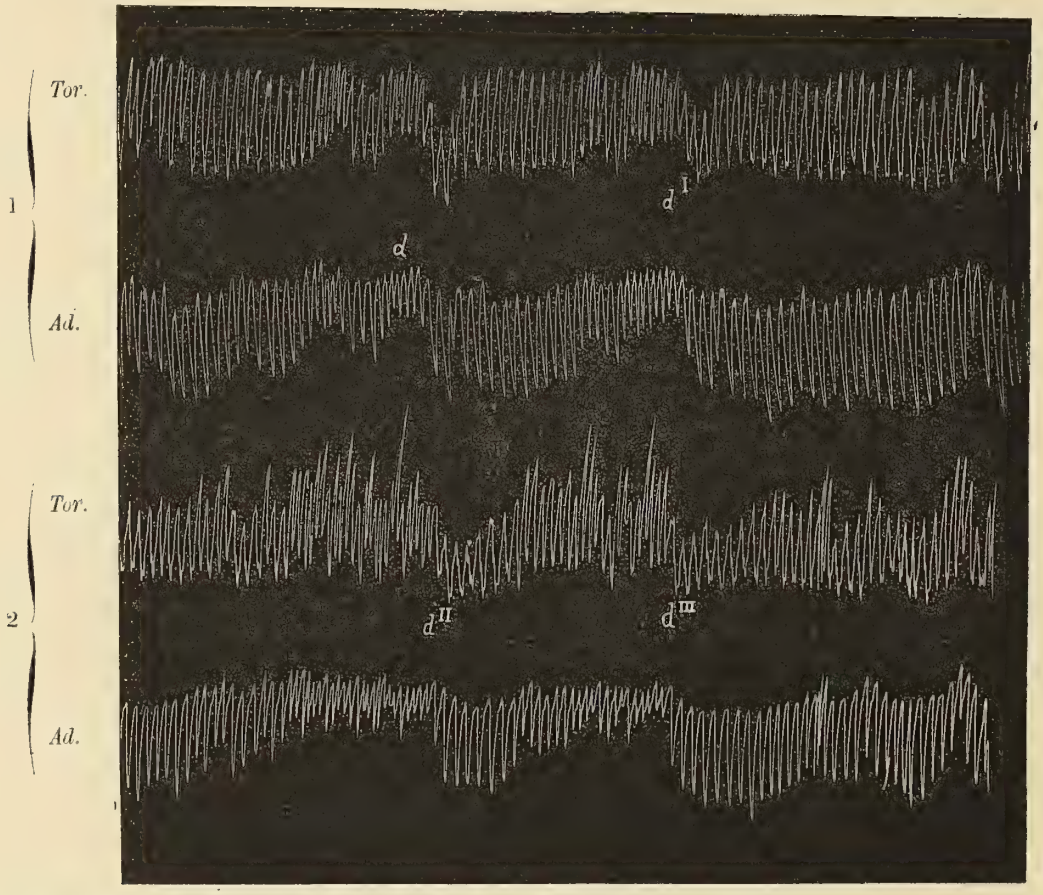


Fig. 2. — Respirazione toracica *Tor*, e addominale *Ad* scritte contemporaneamente mentre sto sonnecchiando; nei punti *d d' d'' d'''* riacquisto la coscienza. Il tracciato 2 è la continuazione del tracciato 1.

Tutte le volte che faccio segno coll'indice vediamo che la respirazione diviene più profonda e più lenta e la respirazione addominale *Ad* prima leggiera diviene più forte.

Considerando i mutamenti che succedono si può dire che le note caratteristiche del respiro nello stato di riposo della mente sono:

1° Frequenza maggiore dei movimenti respiratorî. 2° Diminuzione successiva nella ampiezza dei movimenti respiratorî a misura che il riposo e la tranquillità diventano più profondi. 3° Diminuzione maggiore nella forza delle contrazioni diaframmatiche in confronto delle contrazioni toraciche.

Nel tracciato 2, figura 2, quando muovo il dito indice per accennare che ero in procinto di assopirmi, e ritorno ad avere coscienza dello esperimento che sto facendo, vediamo che la respirazione addominale diventa più forte, e si rallenta il ritmo del respiro; tanto il torace quanto l'addome nei punti d'', d''', non si rilasciano più completamente nella espirazione, come succedeva prima del segno d'', d'''; possiamo dunque dire che risvegliandosi la coscienza, sembra che vi sia un aumento di attività non solo nel cervello, ma anche nel midollo, perchè aumenta la tonicità dei congegni muscolari che servono ai movimenti respiratorî: e quando compare un nuovo assopimento il diaframma diviene meno attivo.

Vi sono molte persone nelle quali i movimenti del respiro tendono a divenire periodici appena cessa la loro attenzione e si assopiscono leggermente.

Il sig. Alippio Rondelli studente di medicina, che frequenta il laboratorio di fisiologia, è un giovane robusto, nell'età di 18 anni. L'estate scorsa abbiamo fatto nel pomeriggio parecchie osservazioni sopra di lui che diedero quasi tutte il medesimo risultato. Mentre stava adagiato in un grande seggiolone a bracciuoli con un pneumografo di Marey intorno al torace, si scrivevano per mezzo di un lungo tubo di gomma i movimenti del respiro senza che egli se ne accorgesse; ottenemmo in tale modo il tracciato 3 che fu riprodotto nella tavola I, il quale può considerarsi come il tipo della respirazione normale. Poi incominciavano ad apparire delle irregolarità nel respiro e quando gli cadeva dalle mani il libro, o socchiudeva gli occhi, la respirazione aveva preso la forma periodica che è segnata nei tracciati 4 e 5 della tavola I.

La respirazione periodica qui appare nella sua forma caratteristica con periodi di attività maggiore e di remittenza i quali rassomigliano alla respirazione così detta di Cheyne e Stokes (1). Nei seguenti capitoli dimostrerò che la respirazione periodica è un fenomeno fisiologico ed analizzerò meglio questo fenomeno.

(1) Traube constatò per primo il fatto che il centro vasomotorio ed il centro dei nervi di arresto del cuore presentano delle oscillazioni periodiche nelle loro funzioni. Per spiegare questi mutamenti nella tonicità dei vasi sanguigni e nella frequenza dei battiti cardiaci egli fece l'ipotesi che i centri nervosi di questi organi siano eccitabili tanto per la diminuzione dell'afflusso di ossigeno, quanto per l'accumularsi dell'acido carbonico, e che le oscillazioni periodiche nelle funzioni di questi centri appaiano tanto più presto, quanto più è diminuita l'eccitabilità dei centri medesimi.

È assai importante per la dottrina della respirazione periodica il seguente passo di Traube:

« Il ritmo caratteristico della respirazione di Cheyne e Stokes non è un fenomeno proprio del centro nervoso respiratorio che abbia un interesse patologico speciale, ma è un fenomeno fisiologico che ha un'importanza generale che appartiene pure agli altri centri nervosi della vita ed è un fenomeno profondamente legato colla questione della periodicità nelle funzioni del sistema nervoso ».

« I periodi nell'attività dei centri vasomotori, e dei nervi di arresto del cuore dipendono, secondo il mio avviso, dall'alternarsi dell'eccitamento e della stanchezza prodotto in questi centri dall'acido carbonico. Se questo è vero deve riprodursi un fenomeno analogo nel centro respiratorio. Forse invece di *stanchezza* (Ermüdung) avrei fatto meglio a dire *spossatezza* (Erschöpfbarkeit) come propose Filehne, od un'altra espressione. È però un fatto che i centri sopramenzionati, possono, quando è diminuita la loro eccitabilità, presentare a periodi un aumento o una diminuzione della loro eccitabilità sotto l'influenza di grandi quantità di acido carbonico » (*).

La dottrina del Traube colla quale si ammettevano dei periodi di maggiore o minore eccitabilità

(*) L. Traube, *Zur Theorie des Cheyne-Stokes'schen Athmungsphänomens*. Berliner klinische Wochenschrift, 1874, p. 211.

CAPITOLO II.

Respirazione superflua o di lusso.

Il numero e l'ampiezza dei movimenti respiratorî non è sempre in stretto rapporto colla respirazione dei tessuti e del sangue, e direttamente proporzionale al bisogno di introdurre l'ossigeno e di eliminare l'acido carbonico.

Per indicare questo fatto dico che vi esiste una respirazione superflua o di lusso, perchè non so come meglio indicare il fatto, che noi respiriamo più di quanto sia necessario per il nostro organismo. Abbiamo già veduto quanto si modifichi profondamente il respiro nell'attività cerebrale e potrei recare non pochi esempî di mutamenti anche più gravi per semplici emozioni e fatti nervosi. Tengo da parecchi anni un grosso cane da pagliaio al quale mi sono affezionato per la sua grande intelligenza e la bontà eccezionale del suo carattere. Su questo cane ho fatto spesso delle osservazioni che mi hanno sorpreso per la grande facilità con cui si modifica il respiro. È un cane che può dormire con due pneumografi, uno intorno al torace e l'altro intorno all'addome. Spesso osservai che basta solo guardarlo perchè immediatamente si cambi il ritmo del respiro. Tutte le volte

dei centri nervosi, cioè una stanchezza ed una spossatezza periodica del centro nervoso respiratorio, venne combattuta con serî argomenti dal Filehne (*).

Tutti coloro che si occuparono di questo argomento sanno che la dottrina del Filehne poggia essenzialmente sul concetto « che il fenomeno di Cheyne e Stokes comparisce, quando per la diminuita azione dell'ossigeno, o per l'accumularsi dell'acido carbonico, il centro vasomotorio si viene a trovare in uno stato che rassomiglia ad un principio di soffocazione, quantunque il centro respiratorio non sia ancora eccitato ».

In altre parole al Filehne non piaceva di supporre un cambiamento periodico nell'eccitabilità del centro respiratorio, ed imaginò un meccanismo per aumentare o diminuire l'eccitabilità di questo centro. La pausa del respiro produce secondo lui una contrazione delle arterie ed un'anemia crescente del centro respiratorio; questa anemia dei centri produce una serie di inspirazioni profonde; ed il sangue divenuto normale ed apnoico fa cessare la contrazione dei vasi, e cessata l'anemia del centro respiratorio la respirazione diventa più superficiale ed il sangue apnoico che fluisce copiosamente ai centri produce l'apnea, cioè cessa per un certo tempo il bisogno di respirare e ne succede una pausa.

Non è mio intendimento di rifare la storia delle dottrine che vennero emesse per spiegare la respirazione periodica di Cheyne e Stokes. È questo un lavoro che venne già fatto da altri, e l'indole di questa Memoria non comporta che io mi dilunghi in ricerche storiche, o che ripeta quanto si trova nei trattati e nelle enciclopedie più recenti.

Per debito di giustizia accanto al nome di Traube e di Filehne devo però ricordare quello del prof. Luciani (**), il quale dimostrò l'impossibilità di risolvere il problema della respirazione periodica senza abbandonare il principio ancora generalmente ammesso, o sottointeso, che la capacità e l'attività funzionale dell'organo nervoso sia sempre una diretta e immediata dipendenza delle condizioni

(*) W. Filehne, *Das Cheyne-Stokes'schen Athmungs-phänomen.* Berliner klinische Wochenschrift, 1874, pag. 152, 165, 404, 435.

(**) L. Luciani *Del fenomeno di Cheyne e Stokes in ordine alla dottrina del ritmo respiratorio.* Lo Sperimentale, 1879, pag. 30 e 31.

che sta accovacciato, o disteso sulla tavola mentre si scrivono i tracciati, basta che qualcuno dica una parola, o si muova qualcosa nella stanza, o si faccia qualunque minimo rumore, perchè immediatamente succeda una profonda modificazione nei tracciati del respiro, la quale dura spesso parecchi minuti prima che si ristabilisca il tipo primitivo della respirazione (1).

I cani dopo che hanno fatto una corsa passano improvvisamente dal tipo della respirazione affannosa ed ansante a quello della respirazione superficiale e tranquilla, come se d'un tratto si cambiasse registro senza alcuna ragione apparente.

Altre esperienze da me fatte nel sonno mi avevano già dimostrato che l'intensità del respiro subisce delle variazioni cospicue le quali non corrispondono ai bisogni chimici dell'organismo.

Basta guardare i tracciati 3, 4, 5 della tavola I che vennero scritti sopra il sig. Rondelli, per mezzo del pneumografo di Marey applicato sul torace, per vedere quanto sia grande la diminuzione nei movimenti del respiro che può succedere in meno di due minuti, mentre il corpo trovasi nello stato di completa immobilità, e manca ogni causa esterna che agisca sui nervi di senso.

Quando si studiano i movimenti del respiro nell'uomo e negli animali che dormono appare evidentissima la prevalenza dei fenomeni nervosi sui fenomeni di natura essenzialmente chimica: sono così abbondanti gli esempî che ho raccolto di tale fatto che mi trovo imbarazzato nella scelta. I tracciati 10 e 11 della tavola II rappresentano i movimenti del torace di un vecchio, scritti col pneumografo di Marey.

Questo vecchio dormiva profondamente: il numero delle respirazioni era di 15 al minuto: il respiro era superficiale come si vede a sinistra nella linea 10. In *A* diviene improvvisamente più forte. Siccome era di notte, e non successe intorno alcun rumore, perchè io stavo attento per evitare ogni causa esterna che potesse

stimolanti e nutritive estrinseche ad esso. Il prof. Luciani distinse i movimenti riflessi dai movimenti automatici ed applicando al centro respiratorio il concetto dell'automatismo quale l'aveva prima formulato Giovanni Müller, considerò come cause determinanti di questi fenomeni le oscillazioni nell'interno movimento nutritivo alle quali corrispondono altrettante oscillazioni dell'eccitabilità dell'organo medesimo. Posto ciò, egli dice, si concepisce facilmente perchè restando costanti, o quasi costanti, gli stimoli esterni questi possano in certi istanti riescire *efficaci*, in altri *insufficienti* ad indurre in eccitamento l'organo centrale.

Le diverse forme che può assumere il ritmo respiratorio, comprese quelle dell'aggruppamento periodico, non sarebbero che estrinseche espressioni di corrispondenti maniere di oscillazioni del movimento nutritivo che si compiono nella profondità del centro respiratorio.

Il prof. Luciani riteneva che non fosse possibile fornire la prova sperimentale diretta che nelle forme respiratorie di Cheyne e Stokes si abbiano oscillazioni dell'eccitabilità del centro indipendenti da condizioni estrinseche a questo, per la ragione che i movimenti respiratorî periodici includono di necessità periodiche variazioni nella crasi del sangue.

Nella dottrina del prof. Luciani mentre appare evidente il concetto dell'automatismo quale fu espresso da Giovanni Müller si scorge una rassomiglianza colla dottrina ultima del Traube; la differenza sta in ciò che Traube asserì che i centri nervosi del cuore, dei vasi sanguigni e del respiro quando è diminuita la loro eccitabilità, possono sotto l'influenza dell'acido carbonico presentare dei periodi alternanti di maggiore o minore attività, mentre che per il prof. Luciani questi periodi si producono anche quando rimangono invariate le condizioni estrinseche.

(1) A. Mosso, *La paura*, capo VII, § 2. Milano, 1884.

turbare il riposo, devo supporre che questo mutamento nel respiro dipenda da una variazione nell'eccitabilità dei centri nervosi, o da fenomeni psichici. I movimenti del respiro rimangono parecchi minuti più forti e lasciano vedere una certa tendenza alla forma periodica; in *B* nella linea 11 il torace si accascia improvvisamente, come se diminuisse la tonicità dei suoi muscoli e divenisse più profonda l'espirazione. Succedono quattro inspirazioni debolissime, sembra che i movimenti vogliano arrestarsi e poi riprendono nuovamente più forti di prima: succedono alcuni periodi ed in *C* diventano nuovamente molto superficiali. Provo a svegliare la persona che dorme, la interrogo se avesse sognato e mi risponde che dormiva profondamente e che non si ricorda di nulla.

Una prova che realmente si respira più aria di quanto non occorra, si è che possiamo scemare volontariamente e senza incomodo la quantità dell'aria respirata. Nel tracciato 6, tavola II, sono scritti i tracciati della respirazione addominale *Ad* e toracica *Tor*, di Giorgio M. col solito metodo dei pneumografi di Marey applicati contemporaneamente sull'addome e sul torace. Guardando la linea superiore dell'addome appare evidente che nella quiete si produce una diminuzione successiva e considerevolissima delle escursioni respiratorie dell'addome; il numero dei movimenti respiratorî cresce a misura che la respirazione diviene più superficiale. Questo è un altro esempio dell'influenza che il riposo della mente e la calma esercitano sulla respirazione dell'uomo. Ancora qui come nel sonno appare specialmente nel diaframma la diminuzione dell'attività respiratoria. Successivamente nel tracciato 7, tavola II, dico a Giorgio M. di scemare il numero dei movimenti respiratorî. Egli non si mosse, solo rivolse dietro mio invito gli occhi sul cilindro per regolare i movimenti del respiro in modo che le dilatazioni dell'addome e del torace fossero per la loro ampiezza eguali a quelle della linea superiore. Il numero delle respirazioni è ridotto a circa la metà di quanto era prima: e questa grande diminuzione del respiro dura per oltre dieci minuti. La linea inferiore T indica i minuti primi.

Notisi che qui le condizioni dell'espezienza sono sfavorevoli al risultato che si vuole ottenere, perchè la persona che rallentava il respiro doveva fare uno sforzo ed agire con grande attenzione in un lavoro cui nessuno è abituato; condizioni queste le quali bastano per se sole ad aumentare considerevolmente la frequenza del respiro.

Non bastandomi queste osservazioni ho voluto studiare la diminuzione che per effetto della volontà può subire il volume dell'aria inspirata. A tale scopo mi servii dello stesso apparecchio che avevo già adoperato per le mie ricerche sull'azione fisiologica dell'aria compressa e la respirazione dell'uomo nel sonno (1).

Nel mattino del 5 giugno 1884, faccio un'esperienza su Giorgio M. Gli applico la

(1) Questo apparecchio è un semplice contatore per mezzo del quale si misura l'aria che viene inspirata nell'unità di tempo. Il metodo non è nuovo: ed io non feci altro che introdurvi alcuni miglioramenti che assicurano una maggior esattezza nei risultati e rendono più facile lo studio della respirazione nell'uomo sano e nell'ammalato.

Feci costrurre dalla Casa Riedinger di Augsburg, dei contatori speciali con delle grandi aperture, in modo che l'aria possa passarvi liberamente come a traverso la trachea dell'uomo. Questi contatori sono molto sensibili; essi funzionano già sotto pressioni di due o tre millimetri di acqua e

maschera di guttaperca ed egli si corica alle ore 10 1/2. Dopo 10 minuti quando esso è tranquillo metto in comunicazione le valvole di Müller col tubo della maschera che sta impiantato nella cupola davanti alla bocca ed al naso; ed aspetto altri 10 minuti.

Ci eravamo accordati prima che quando gli avrei fatto segno egli doveva respirare per 10 minuti il più lentamente che potesse, senza però sforzarsi troppo, e che nei 10 minuti successivi respirasse normalmente. La seguente tabella rappresenta i risultati che ottenni in questa esperienza:

Numero d'ordine delle osservazioni	Numero dei litri d'aria inspirati in 10 minuti	
	Respirazione normale	Respirazione volontariamente rallentata
1	57	—
2	58	—
3	—	33
4	65	—
5	—	32
6	63	—
7	—	31
8	56	—

Da questa ed altre esperienze analoghe risulta che noi possiamo per uno spazio di tempo abbastanza lungo, cioè da 10 fino a 15 minuti, ridurre di circa metà la quantità dell'aria inspirata.

segnano le centesime parti di un giro della ruota a cassette col grande indice, che sta impiantato direttamente sull'asse principale.

L'aria inspirata deve attraversare il contatore, e passa a traverso una grossa valvola di Müller piena di acqua per giungere alla bocca. Non descrivo questa parte dell'apparecchio, perchè essa venne già rappresentata con una figura nelle mie precedenti memorie sulla respirazione (*). Una maschera di guttaperca forma l'ultima parte dell'apparecchio.

Il tubo metallico impiantato nella maschera termina, per mezzo della congiunzione fatta con un grosso tubo di gomma, in una forchetta di vetro, di dove l'aria espirata può uscire attraversando un'altra valvola di Müller. Nelle esperienze sul respiro non mi servo degli imbuti metallici con il bordo fatto da un tubo di gomma elastica pieno di aria, come si trovano in commercio per gli apparecchi di Waldenburg. Preferisco di fare, per ciascuna persona, una maschera di guttaperca, in modo che questa si adatti bene sul volto, ed abbia il tubo impiantato in corrispondenza del naso. Per assicurarmi che l'apparecchio tenga bene, metto uno strato di vasellina, o di grasso fra la pelle e la maschera, oppure uno strato di mastice da vetrai, reso molle ed appiccaticcio con olio. Per diminuire quanto più mi fosse possibile le resistenze, tutti i tubi dell'apparecchio avevano un diametro eguale a quello della trachea dell'uomo. Per calibrare i contatori mi servo del metodo descritto da Voit (**) che consiste nel far passare a traverso il contatore un volume d'aria esattamente conosciuto.

(*) Mem. cit. Atti della reale Accademia delle scienze di Torino, vol. XII, giugno 1877. — *Sui rapporti della respirazione addominale e toracica dell'uomo.* Archivio per le scienze mediche, anno II, fasc. 4, 1878. — *Ueber die gegenseitigen Beziehungen der Bauch- und Brustathmung.* Arch. f. Anat. und Physiologie, v. Du Bois-Reymond, 1878, p. 463. — *Sull'azione fisiologica dell'aria compressa.* Reale Accademia delle scienze di Torino, vol. XII, giugno 1877.

(**) C. Voit, *Beschreibung eines Apparates zur Untersuchungen der gasförmigaen Ausscheidungen des Thier-körpers.* Zeitschrift f. Biologie 1875, pag. 533.

CAPITOLO III.

Respirazione dell'uomo sulle alte montagne.

Dopo aver constatato che esiste realmente la respirazione superflua o di lusso ho voluto conoscere come si modifichi la quantità d'aria che noi respiriamo quando dalla pianura del Piemonte ci portiamo a grandi altezze sulle Alpi. Scelsi come meta delle mie osservazioni il colle del St. Théodule presso il Monte Rosa, come il luogo più elevato dove potessi fermarmi qualche giorno coi miei strumenti. Il rifugio del Théodule si trova a circa due terzi di atmosfera, con una pressione barometrica media di 0,507 ed è alto 3333 metri sul livello del mare. Mi rincresce che potei fermarmi solo tre giorni a quell'altezza, ma spero di ritornarvi un altro anno.

La persona che si prestò per queste esperienze è lo stesso Giorgio M. l'inserviente del mio laboratorio, un giovane robusto di 26 anni: altezza di 1,67, peso 62,300 chilo, capacità polmonare 3,500.

Per semplificare le esperienze, pensando che sulle Alpi non avrei più avuto nè tavole, nè sostegni, su cui deporre gli apparecchi, eseguii le osservazioni preliminari e tutte le altre successive sul pavimento della camera dinanzi al contatore. Le resistenze che deve superare la cassa toracica per introdurre nei polmoni l'aria che passa a traverso il contatore e le valvole di Müller sono così piccole, che spesso le persone soggette a queste esperienze si addormentano e dormono profondamente anche tutta la notte. Dopo aver applicata la maschera e legatala con un nastro dietro le orecchie, in modo che tenesse ermeticamente, Giorgio si coricava sopra il fianco sinistro ed io mettevo in comunicazione il tubo della maschera colle valvole di Müller ed il contatore. Io aspettavo circa dieci minuti, finchè la persona soggetta all'esperienza fosse tranquilla e poi incominciavo a scrivere il valore di ogni inspirazione e il numero dei movimenti respiratorî per minuto. Mi mettevo disteso sopra una coperta, dinanzi agli indici del contatore e segnavo guardando un orologio a secondi, il punto di partenza di una prima serie di osservazioni, che doveva durare mezz'ora. Conosciuta la posizione degli indici nel momento iniziale, continuavo a scrivere il valore di ogni inspirazione successiva, facendo un segno nel registro al principio di ogni minuto: e dopo 30 minuti primi facevo un altro segno per conoscere la quantità d'aria respirata in mezz'ora.

OSSERVAZIONE 1ª.

Torino, 24 agosto, ore 2 pom.
altezza 238 metri sopra il livello del mare.
Temperatura della stanza 22°.

Il valore medio di ciascuna inspirazione è di litri 0,485; la frequenza media del respiro per minuto è di 11,6; in 30 minuti respira litri d'aria 191,88 (1).

(1) Riferisco solo i risultati finali di ogni serie di osservazioni. Le tabelle particolareggiate di queste esperienze le ho già pubblicate negli Atti dell'Accademia di medicina di Torino vol. VI, p. 235 e fanno parte del volume stampato in onore del prof. Casimiro Sperino pel suo giubileo dottorale. Dicembre 1884.

OSSERVAZIONE 2ª.

Torino, 25 agosto, ore 11 antim.

Temperatura della stanza 22°.

Il valore medio di ciascuna inspirazione è di litri 0,526; la frequenza media del respiro per minuto 10,9; in 30 minuti respira litri 172,263.

Il giorno 31 agosto facciamo il tragitto da Biella ad Ivrea colla strada ferrata e nel pomeriggio giungiamo in vettura a Chatillon nella valle d'Aosta, altezza 556 metri sopra il livello del mare. La sera non faccio alcuna esperienza. Dormiamo e nel mattino successivo del 1° settembre determino il valore dell'inspirazione media e misuro la quantità d'aria che Giorgio M. respira in mezz'ora.

OSSERVAZIONE 3ª.

Chatillon, 1° settembre 1882, ore 8 antim.

Temperatura della stanza 19,5.

Il valore dell'inspirazione media è di litri 0,483; la frequenza media del respiro è di 11,5 al minuto primo; e in mezz'ora respira 167,28 litri di aria.

Alle 9 ant. partiamo con due guide e due muli che portavano le casse degli strumenti. Siccome era nel mio programma di studiare gli effetti di una marcia improvvisa e lunga sulle Alpi, per vedere gli effetti sul nostro organismo di una grande fatica, si camminò fino alla sera: facemmo una breve fermata in Valtournanche ed all'Hôtel del Monte Cervino per mangiare. Verso le cinque arrivammo ai piedi del ghiacciaio di Valtournanche; sorpresi da una nebbia densissima, la traversata del ghiacciaio riuscì abbastanza penosa. La sera alle ore otto e mezza giungemmo così stanchi al rifugio di St. Théodule che non mi fu più possibile di fare alcuna esperienza. Bevemmo un bicchier di vino caldo, ci riscaldammo al fuoco e si prese un po' di caffè. Avevamo tutti due la febbre. Un'ora dopo essere arrivati al colle St. Théodule, Giorgio aveva nel retto una temperatura di 38,7 ed io 38,3. La notte dormimmo poco e male, benchè la capanna di legno fosse assai comoda e i letti buoni. Fummo molestati tutti due da dolori intestinali ed avevamo molta sete. Fuori la temperatura nella notte discese parecchi gradi sotto lo zero.

Nel mattino del giorno seguente, 2 settembre, prima che Giorgio si alzasse dal letto, misi in ordine gli apparecchi, gli applicai la maschera sul volto e feci di seguito le due seguenti esperienze, mettendomi in condizioni analoghe a quelle fatte prima a Torino e a Chatillon.

OSSERVAZIONE 4ª.

Colle del St. Théodule, 2 settembre 1882, ore 7,36 antim.

Temperatura della stanza 7°,5.

Il valore medio della inspirazione è di litri 0,462; la frequenza media del respiro è 14,5 per minuto primo; la quantità d'aria respirata in mezz'ora è di litri 199,26.

OSSERVAZIONE 5ª.

2 settembre 1882, ore 8,26 antimeridiane

Il valore medio della inspirazione è di litri 0,453; la frequenza media del respiro è di 13,7 per minuto; la quantità d'aria respirata in mezz'ora è di litri 189,42.

Giorgio in quest'ultima serie di osservazioni erasi come appisolato, spesso chiudeva gli occhi, e dovevo pregarlo più volte di non addormentarsi.

Nel pomeriggio facciamo l'ascensione del Breithorn (4148 metri sul livello del mare); fu una marcia assai faticosa per Giorgio che si trovava per la prima volta sui ghiacciai. La sera quando ritornammo al colle del St. Théodule, Giorgio era veramente spossato; la respirazione frequentissima, e 110 pulsazioni al minuto; alle ore 6 si mette a letto e dopo che erasi riposato mezz'ora faccio la seguente esperienza:

OSSERVAZIONE 6ª.

Discesa dal ghiacciaio del Breithorn, 2 settembre 1882, ore 6,25 pom.

Temperatura della stanza 10°,5.

Il valore dell'inspirazione media è di litri 0,423; la frequenza media del respiro è di 18 al minuto; la quantità d'aria respirata in mezz'ora fu di 239,78 litri.

Anch'io ero stanchissimo, avevo perduto l'appetito e non mi sentivo bene.

Nella notte si dormì tutti due discretamente. Al mattino del 3 settembre Giorgio però aveva la faccia gonfia e le palpebre così edematose che poteva appena aprire gli occhi. Facciamo un'altra esperienza. Credo inutile avvertire che ebbi cura di non muovere mai gli apparecchi e che presi tutte le precauzioni per eliminare qualunque causa di errore; perchè tutte le osservazioni fossero paragonabili fra loro.

OSSERVAZIONE 7ª.

Colle del St. Théodule, 3 settembre 1882, ore 9 ant.

Temperatura della stanza 7°.

Il valore medio dell'inspirazione è di litri 0,462; la frequenza media del respiro è di 14,2 al minuto; in mezz'ora respira litri 199,26.

La risipola della pelle nel volto, e più che tutto l'iperemia degli occhi manifestatasi in Giorgio crebbero così rapidamente che nel pomeriggio ci decidemmo ad abbandonare il ghiacciaio del St. Théodule colla speranza di ritornarvi un' altra volta prendendo maggiori precauzioni.

Il giorno 6 settembre arrivo a Torino e faccio le seguenti esperienze su Giorgio, prima che si alzi da letto.

OSSERVAZIONE 8ª.

Torino, 6 settembre 1884, ore 8 ant.

Temperatura della stanza 21°.

Il valore medio dell'inspirazione è di litri 0,342; la frequenza media del respiro per minuto è di 15,03; in mezz'ora respira litri 134,00.

La grande diminuzione che osserviamo nella quantità dell'aria respirata in questa ultima esperienza, devesi attribuire al fatto che Giorgio trovavasi nello stato di profondo riposo, dopo di aver dormito bene la notte, e non essersi ancora alzato da letto.

Le esperienze fatte nei giorni successivi, dimostrano però che il valore dell'inspirazione media, è generalmente assai maggiore anche nello stato di profondo riposo, poche ore dopo che ci siamo alzati. In questa esperienza il respiro era assai più frequente del normale e non mi fu possibile di conoscerne il perchè. Giorgio mi disse che, il giorno prima, era stato in festa al suo paese, che aveva fatto 18 chilometri a piedi, e non seppi altro.

OSSERVAZIONE 9ª.

Torino, 8 settembre 1882, ore 11 antimeridiane.

Temperatura della stanza 21°.

Il valore medio dell'inspirazione è di litri 0,509; la frequenza media del respiro è 11,2 per minuto; in mezz'ora respira litri 171,024.

OSSERVAZIONE 10ª.

Torino, 8 settembre 1882, ore 11,30 antimeridiane.

Il valore medio dell'inspirazione è di litri 0,486; la frequenza media del respiro è 11,6 per minuto; in mezz'ora respira litri 169,128.

Per riassumere, dobbiamo ridurre alla medesima pressione ed alla medesima temperatura i volumi dell'aria misurata per mezzo del contatore. Senza questa riduzione non è possibile paragonare i risultati di esperienze fatte ad altezze e temperature differenti.

Applicando la formola di Bunsen, ho ridotto alla pressione di 1 metro di mercurio, e alla temperatura di 0 gradi i volumi dell'aria respirata in mezz'ora (1). Le cifre contenute nella colonna *B* si trasformano in quelle della colonna *C* della seguente tabella.

TABELLA I.

	A	B	C
LUOGO delle osservazioni	Frequenza media delle inspirazioni per ogni minuto primo	Numero dei litri d'aria respirati in mezz'ora	Litri d'aria respirati in mezz'ora ridotti alla pressione 1 metro e alla temperatura 0°
Torino, 24 agosto	11,6	191,88	129,48
» 25 agosto	10,9	172,26	119,47
Chatillon	11,5	167,28	111,07
Colle del St. Théodule, 2 sett. .	14,5	199,26	98,150
Idem.	13,7	189,42	93,109
Idem Discesa dal Breithorn . .	18,0	239,78	118,110
Colle del St. Théodule, 3 sett. .	14,2	199,26	98,150
Torino, 6 settembre	15,3	134,00	85,75
» 8 settembre	11,2	171,02	119,26
» 8 Idem	11,6	169,12	117,78

Dalle cifre contenute nella colonna *C* risulta che all'altezza di 3333 metri si respira una quantità d'aria assai minore che a Torino e Chatillon. È questa un'altra

(1) R. Bunsen, *Gasometrische Methoden*, pag. 44, Braunschweig, 1877.

prova dell'esistenza della *respirazione di lusso*. Alla pressione ordinaria di 740 mm. come abbiamo a Torino, e meglio ancora al livello del mare, si respira una quantità di aria che è molto superiore ai bisogni del nostro corpo. Nelle regioni che hanno un'altezza maggiore di 3000 metri, sebbene sia molto minore il peso dell'aria che respiriamo, l'organismo quasi non se ne risente, e vi rimedia con un leggiero aumento nella frequenza dei movimenti inspiratorî per introdurre nei polmoni quel tanto di ossigeno di cui ha bisogno il sangue.

Dopo aver dimostrato, che può diminuire molto il peso dell'aria che respiriamo ordinariamente, senza che l'organismo ne senta alcuna molestia, si comprende, che nei monti debba esservi un limite in cui cessa la respirazione di lusso, e dove ogni variazione barometrica eserciterà un'influenza sui movimenti respiratorî.

A misura che dal livello del mare saliamo in alto, la respirazione di lusso viene diminuita per mezzo della rarefazione atmosferica. Riconosciuta l'esistenza della respirazione di lusso, si comprende quanto sarebbe molesto se ad ogni cambiamento della pressione atmosferica e per ogni cambiamento di livello alla superficie della terra fossimo costretti a modificare la frequenza o l'ampiezza dei movimenti respiratorî.

L'indipendenza della parte meccanica del respiro dai bisogni chimici dell'organismo, è un fatto indispensabile, perchè dentro certi limiti produce un'economia nelle funzioni, rendendo meno complessi i poteri regolatori del nostro organismo.

Non ho ancora fatto delle esperienze per determinare a quale altezza sul livello del mare cessi la respirazione di lusso. Al colle del St. Théodule l'aria è già troppo rarefatta, e l'organismo cerca di rimediare alla deficienza del peso dell'aria, ripetendo più spesso i movimenti inspiratorî, come vediamo nella colonna *A* della tabella I.

Questo fatto lo confermai anche nel sonno contando ripetutamente il respiro di Giorgio, prima che si svegliasse: l'ultimo giorno che ci siamo fermati sul colle del St. Théodule, trovai che la respirazione era in media di 14 al minuto, mentre che a Torino era circa 11 al minuto.

Quando feci queste ricerche, nel settembre del 1882, non erano ancora state pubblicate le osservazioni di Fraenkel et Geppert, sulla respirazione dell'aria rarefatta (1). Questi autori dicono che quando si fa respirare un cane in uno spazio ben aerato, mentre si diminuisce lentamente la pressione atmosferica, non si produce alcun cambiamento nelle funzioni dell'animale fino alla pressione di 400 mm.

Non risulta che gli autori abbiano fatto delle ricerche grafiche e volumetriche; il modo con cui si esprimono è troppo laconico: ecco le loro precise parole: «En faisant respirer un chien dans un espace bien aéré, en même temps qu'on diminue lentement la pression de l'atmosphère, il ne se produit aucun changement jusqu'à une raréfaction de l'air à 400^{mm} environ. Si l'on continue à diminuer la pression barométrique jusqu'à $^1/_3$ de sa valeur normale, la respiration devient plus frequente

(1) Fraenkel et Geppert, *Sur la respiration dans l'air raréfié*. Comptes rendus, 1883, pag. 1740.

e plus profonde. — Plus tard, une grande faiblesse musculaire et une envie de dormir se manifestent et amènent l'animal à une somnolence complète, en même temps que la dyspnée cesse presque entièrement ».

Per conoscere se il torace si dilata più ampiamente sul colle del St. Théodule che nella pianura, si può supporre che l'aria la quale penetra fino alle ultime ramificazioni dei bronchi, raggiunga presso a poco la temperatura di 37° anche sul colle del St. Théodule (1). Le differenze essendo trascurabili basta ridurre a 37° i litri d'aria inspirata in mezz'ora sotto le varie pressioni, e paragonare fra di loro questi volumi che rappresentano la somma reale delle dilatazioni toraciche succedute in mezz'ora.

Nella seguente tabella sono indicati tali valori per la temperatura di 37°, e per le pressioni corrispondenti ai luoghi in cui si fecero le osservazioni. Nell'ultima colonna ho messo i valori dell'inspirazione media ridotta a 0° e a 1 metro di pressione, perchè si veda meglio la grande differenza che produce la rarefazione dell'atmosfera nella quantità effettiva di aria che noi respiriamo sulle alte montagne.

TABELLA II.

LUOGO delle osservazioni	Volume dell'aria inspirata come deve essersi trovata nei polmoni a 37°.	Valore dell'inspirazione media a 0° e 1 m. di pressione
Torino, 24 agosto	202,414	0,379
» 25 agosto	181,835	0,365
Chatillon	177,994	0,321
Colle del St. Théodule, 2 sett. .	220,775	0,225
Idem	209,871	0,226
Idem. Discesa dal Breithorn . .	250,970	0,218
Colle del St. Théodule, 3 sett. .	221,138	0,230
Torino, 6 settembre	130,202	0,354
» 8 settembre	181,267	0,338
» Idem	179,023	0,346

Se prendiamo la prima osservazione fatta sul colle del St. Théodule e la paragoniamo colla osservazione fatta a Torino, il 25 agosto, come quelle che più si avvicinano alle medie delle osservazioni fatte in queste due stazioni, troviamo che a Torino in mezz'ora passarono nei polmoni 181 litri di aria alla temperatura di 37°, mentre che sul colle del St. Théodule ne passarono 220 litri a 37°. Ma la frequenza a Torino era solo di 10,9 inspirazioni per minuto primo: mentre che sul colle del Théodule era di 14,5 per minuto primo: dunque sul colle del St. Théodule, Giorgio faceva 108 respirazioni di più che a Torino per ogni mezz'ora.

Dividendo 220,775 per 14,5 × 30 ossia per 435 troviamo 0,5075, e questa cifra rappresenta il valore dell'inspirazione media effettiva al colle del St. Théodule.

A Torino 327 inspirazioni in mezz'ora, fanno passare nei polmoni 181,835 litri

(1) G. Valentin, *Lehrbuch der Physiologie des Menschen* 1847, vol. I, pag. 533.

di aria alla temperatura di 37°. Sul colle del St. Théodule 327 inspirazioni fanno passare nei polmoni solo 165,952 litri di aria a 37°. Le inspirazioni sul colle del St. Théodule sono dunque più piccole, e la differenza in meno, per 327 inspirazioni, fu di litri 36,46.

L'effetto meccanico e la dilatazione maggiore dei polmoni che si credeva avesse luogo nella respirazione a grandi altezze, manca completamente

Si respira una quantità superflua di aria; e questa quantità va diminuendo quanto più si sale in alto, e l'aria diviene meno densa.

L'organismo supplisce alla rarefazione dell'aria con una respirazione più frequente, e non con ispirazioni più profonde e più ampie.

CAPITOLO IV.

Respirazione remittente e intermittente.

Quando il fenomeno della respirazione periodica diviene più intenso si producono delle pause, durante le quali i movimenti del respiro sono molto più piccoli del normale; vi è come una *remittenza*. Se cresce ancora il fenomeno della respirazione periodica, si produrranno delle vere *intermittenze*, durante le quali cessano completamente i movimenti respiratori; in questi casi abbiamo una interruzione del respiro che può durare 30, 40 ed anche 50 secondi.

Finora questi varî tipi di respirazione venivano tutti compresi sotto il nome di fenomeno di Cheyne e Stokes ed alcuni autori vi aggiungevano spesso il titolo di respirazione periodica o di respirazione intermittente, come se fossero sinonimi. Il Baas in un recente lavoro (1) sostenne che non dobbiamo lasciarci vincolare dai ricordi storici, o dai nomi delle persone e che bisogna migliorare la nomenclatura adoperando le parole che esprimono più chiaramente il carattere di una cosa; perciò egli propose di chiamare respirazione *intermittente* (*intermittendes Athem, intermittende Respiration*) il fenomeno che fino ad oggi tutti chiamano respirazione di Cheyne e Stokes.

Il Rosenbach fece una distinzione fra il respiro di Cheyne e Stokes e il fenomeno di Cheyne e Stokes (2) ed anche lui ha ragione. Quanto più si allargano le nostre conoscenze intorno ad un fenomeno, altrettanto esso appare più complicato e si sente più vivo il bisogno di poter distinguere e raggruppare insieme i fatti che hanno maggiore affinità. L'indole di questo mio lavoro col quale tendo a far rientrare nel campo della fisiologia una serie di fenomeni che prima erano creduti morbosi, spero mi farà perdonare, se oso proporre una nomenclatura che sembrami più razionale e più facile.

Conservando il nome di respirazione *periodica* al tipo più semplice, quello che meno si allontana dal respiro *uniforme* della veglia, distinguerò due forme più

(1) Dott. I. H. Baas, *Ueber intermittendes Athem.* Deutsches Archiv f. klin. Medicin 1874, pag. 609.
(2) Rosenbach, *Real-Encyclopädie* 1880. B. III, pag. 151.

avanzate della respirazione *periodica:* cioè la respirazione *remittente* in cui nella pausa vi è ancora un indizio di leggeri movimenti respiratorî, e la respirazione *intermittente*, dove la pausa del respiro è completa, e manca ogni movimento del torace, o del diaframma per un tempo più o meno lungo.

Si comprende che queste forme di respiro possono presentarsi l'una dopo l'altra e alternativamente in una medesima persona.

Riferisco prima alcuni esempi di osservazioni fatte sull'uomo. Il tracciato 8 e 9 della tavola II rappresenta i movimenti del respiro addominale scritti sopra Giorgio M. mentre stava coricato sopra una tavola nel pomeriggio di un giorno del mese di luglio e sonnecchiava. Anche qui, come nei tracciati precedenti, appaiono delle ondulazioni che devono considerarsi come il tipo più semplice della respirazione periodica.

Un fatto sul quale vorrei chiamare l'attenzione del lettore, è la pausa brevissima che osservasi in *M* tracciato 9. Nel sonno è abbastanza comune quest'arresto momentaneo del respiro, ed io ritengo come un fatto fisiologico, che frammezzo alle ondulazioni del respiro, appaiano nel sonno delle interruzioni, come se un movimento del respiro fosse abortito e mancante. La prima volta che osservai questo fenomeno mi venne il dubbio si trattasse di un arresto del respiro dovuto ad un movimento di deglutizione, ma potei facilmente convincermi che questa mia supposizione non era giusta.

Assai più evidente appare il fenomeno dell'intermittenza durante il sonno in un vecchio di 70 anni per nome Talice. È un uomo robusto malgrado la sua vecchiaia; in lui manca qualsiasi traccia di lesioni del cuore, dei polmoni, e del sistema nervoso. Esso presenta nel sonno delle pause che durano da 25 a 30 secondi, senza che in questo frattempo vi sia il più piccolo indizio di movimenti respiratorî del torace, o del diaframma.

I tracciati 12 e 13 della tavola III rappresentano due linee successive scritte nella notte del 3 giugno con un pneumografo di Marey applicato sul torace. Guardando il tracciato 13 tav. III si rimane sorpresi che possano prodursi delle pause così lunghe del respiro, senza che nasca dopo un aumento dei movimenti respiratorî per riparare al disturbo che si potrebbe supporre siasi prodotto nelle funzioni chimiche dell'organismo.

La regolarità del respiro dopo una così lunga intermittenza può solo spiegarsi pensando che anche nel sonno respiriamo una quantità di aria superflua e che i bisogni chimici del corpo richiedono una ventilazione assai minore. Riconosciuto che realmente esiste una respirazione di lusso, il legame fra l'attività del centro respiratorio e i fenomeni chimici che si compiono nel nostro organismo non è più tanto stretto ed immediato quanto lo credevano prima i fisiologi. Se nel sonno anche i centri nervosi più importanti alla vita tendono a cessare dal loro continuo lavoro, si comprende che un riposo brevissimo possa rimanere senza effetto per le funzioni del respiro.

Nella linea 14 in *A* succede una forte remissione per cui scompaiono, o sono appena accennati, tre movimenti respiratorî. In *B* la persona muove la testa e dopo per circa un quarto d'ora il respiro continua regolarissimo, come si vede nella rimanente parte del tracciato 14.

Anche qui appare evidente che nel sonno diminuisce molto l'ampiezza dei

movimenti respiratorî, perchè nella linea 14 dopo *B* la ventilazione divenne all'improvviso molto maggiore di prima, benchè la persona fosse profondamente tranquilla.

In altre osservazioni che ho fatto sopra il medesimo Talice ho trovato delle intermittenze con pause anche più lunghe.

Nel tracciato 15, tavola III, che venne scritto la notte del 6 giugno con un pneumografo di Marey applicato intorno al torace, si alternano i due tipi della respirazione remittente e della intermittente.

La frequenza del respiro è normale, cioè sono circa 14 al minuto. Il tracciato 15 nella tavola III, incomincia con cinque inspirazioni; poi viene un arresto completo del respiro che dura circa mezzo minuto primo; poi succedono sette movimenti respiratorî normali per ampiezza; quindi vi ha una remissione: poi viene un periodo di attività maggiore al quale segue una seconda remissione e poi un altro periodo di maggiore intensità nei movimenti del respiro, che termina con alcune irregolarità del ritmo in una vera intermittenza. — Esaminando la seconda metà di questo tracciato vediamo succedersi quattro lunghe pause. Queste sono tanto più interessanti perchè si vede che dopo che si è prodotta una intermittenza, l'organismo non cerca di riparare per mezzo di una respirazione più attiva del normale ai danni che si crederebbe possa aver prodotto tale arresto. Non vi è alcun rapporto fra la durata della pausa del respiro e l'ampiezza delle respirazioni successive.

Dopo l'intermittenza non vi è una scala ascendente nell'ampiezza delle inspirazioni, e la scala discendente dei periodi di Cheyne e Stokes manca essa pure in molti casi.

La respirazione intermittente non è un fenomeno che debba considerarsi come una rara eccezione nello stato fisiologico. — Ho visitato parecchie volte dopo mezzanotte i dormitorî dell'Ospedale di carità in Torino e trovai che la respirazione intermittente è un fenomeno assai comune nei vecchi mentre dormono; così pure nelle frequenti visite che feci all'Orfanotrofio, trovai che tale forma del respiro è frequentissima nel sonno dei bambini. Volevo fare delle ricerche statistiche, ma mi mancò il tempo per questo lavoro: spero vorrà occuparsene qualcuno che abbia maggior comodità per compiere su vasta scala tali indagini. Nelle esperienze che feci sulle persone che frequentano il mio laboratorio, sebbene si tratti di un cerchio ristretto di conoscenze, trovai la respirazione periodica molto evidente nel dott. Roth, nel sig. Ruffini, nel dott. Albertotti, nello studente Rondelli, nell'inserviente del laboratorio Giorgio Mondo, che sono tutti uomini robusti, e che non hanno ancora toccato l'età dei 30 anni. Nei vecchi e nei bambini tale fenomeno è anche più frequente. In mio padre, ed in alcuni vecchi, osservai regolarmente nel sonno delle intermittenze così lunghe, che il respiro cessava per lo spazio di 40 ed anche di 50 secondi.

La stessa irregolarità con cui nel tracciato 15 tav. III si succedono le intermittenze e remittenze basterebbe a dimostrare che qui si tratta di un fenomeno nervoso, e che i movimenti respiratorî nel sonno profondo non sono regolati e mantenuti esclusivamente dai bisogni dei processi chimici nell'organismo.

In queste osservazioni ho sempre cercato di farmi un concetto dell'ampiezza che aveva la inspirazione nel corrispondente periodo del sonno, questo mi serviva

come misura. Se dopo la pausa le respirazioni successive non oltrepassano il valore delle inspirazioni precedenti, è segno che l'organismo non si accorge di tale arresto del respiro, perchè non cerca di ripararvi con una serie di inspirazioni più forti e più frequenti; il concetto che noi ci facciamo di questo fenomeno, è perciò assai differente di quello che noi avremmo qualora osservassimo che dopo la pausa vi fosse una compensazione.

In alcuni casi però esiste una vera fase dispnoica. Quando nel sonno la pausa del respiro è molto lunga i movimenti del respiro dopo di essa diventano molto più profondi del normale.

Per conoscere la natura dei periodi che succedono nella respirazione durante il sonno, ho fatto una serie di esperienze sui cani, sui conigli e sui piccioni. Succede negli animali la stessa cosa che vediamo nell'uomo, cioè che non tutti gli individui sono egualmente disposti alla produzione dei periodi.

Quando si injetta una soluzione di idrato di cloralio nella cavità dell'addome, o meglio ancora nella vena giugulare, si trovano non raramente dei cani che presentano la respirazione intermittente in modo assai caratteristico. Questa forma del respiro talora appare in principio, e talora appare più tardi; spesso dura lungo tempo e spesso pochi minuti, senza che si possa stabilire una regola generale. Sono ricerche che richiedono una certa pazienza e spesso mi capitò di sacrificare inutilmente quattro o cinque cani di seguito, senza trovarne uno che per mezzo delle iniezioni di cloralio desse la respirazione periodica.

Uno dei problemi che attirarono prima di ogni altro la mia attenzione fu di cercare quale fosse la influenza che la respirazione dell'ossigeno puro avrebbe avuto sui periodi. I metodi adoperati prima da W. Dohmen (1) e da altri per studiare l'azione del gas ossigeno sui movimenti respiratorî non sembrandomi abbastanza esatti, perchè non conservavano a zero la pressione dell'ossigeno e dell'aria inspirata, pensai di immergere tutta la testa dell'animale, o il lume della trachea, in un' atmosfera di ossigeno. È un metodo poco economico, ma che ritengo migliore per farci evitare molti altri inconvenienti; perchè una delle condizioni essenziali nello studio degli effetti chimici dei gas respirati, è di lasciare la pressione eguale a zero.

Ecco una di queste esperienze.

Ad un cane di media grandezza injetto successivamente nella vena giugulare a brevi intervalli e con precauzione tre grammi di idrato di cloralio in una soluzione del 50 %. Dopo mezz'ora circa appaiono dei bellissimi periodi con delle lunghe pause, faccio la tracheotomia all'animale e lego nella trachea una grossa cannula: i periodi scompaiono per alcuni minuti, la respirazione diventa più forte e regolare e poi poco per volta ricominciano i periodi.

(1) W. Dohmen, *Untersuchungen über den Einfluss. den die Blutgase, d. i. Sauerstoff und Kohlensäure, auf die Athem Bewegungen ausüben.* Untersuchungen aus dem physiologischen Laboratorium zu Bonn. Berlin, 1865, pag. 83.

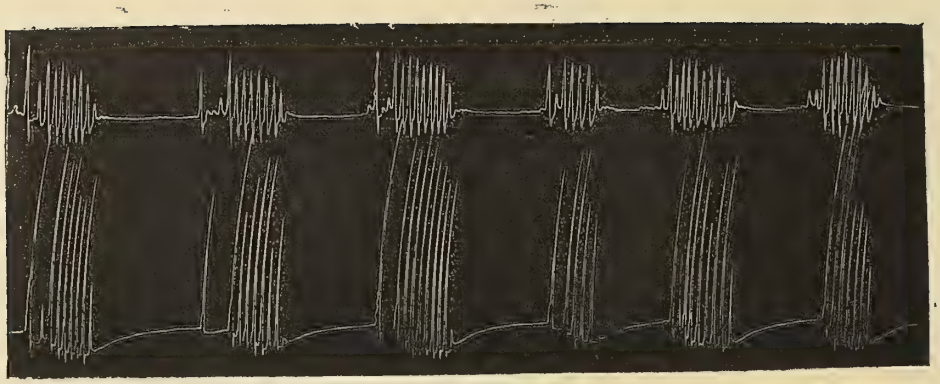


Fig. 3. — Respirazione periodica intermittente del torace *Tor* e dell'addome *Ad* in un cane cloralizzato.

La figura 3 rappresenta il respiro del torace *T* e dell'addome *Ad* scritti contemporaneamente con due timpani eguali applicati in modo che il bottone messo nel mezzo della membrana elastica poggiasse leggermente sullo sterno e sulla linea alba. Noi vediamo in questo tracciato, come i periodi si succedano regolarmente

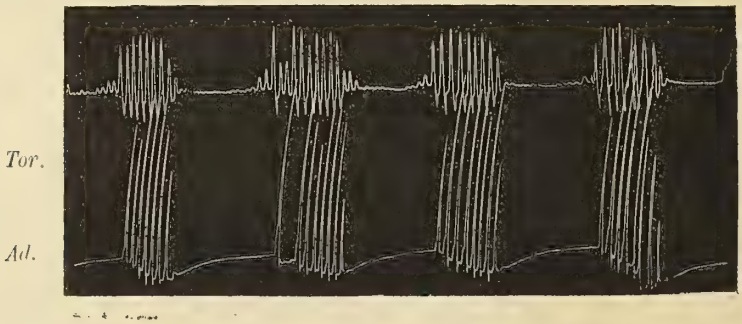


Fig. 4. — Continuazione del tracciato precedente mentre il cane respira dell'ossigeno.

in gruppi di 6 o 7 respirazioni con delle lunghe pause. Nella figura 4 si fa respirare dell'ossigeno puro al cane aprendo la chiavetta di un grande gazometro che dà una corrente abbondante di ossigeno di fronte alla trachea tenuta aperta per mezzo di una grossa cannula.

L'animale certamente respirava dell'ossigeno puro, e ciò malgrado i periodi continuano collo stesso ritmo di prima e non si vede alcun effetto. Si noti il fatto che in questo cane i periodi respiratorî non incominciano con una scala ascendente di inspirazioni sempre più forti: tanto nella figura 4 quanto nella figura 5 vediamo dopo la pausa che spesso succede una prima inspirazione e poi vi è un piccolo arresto e quindi incomincia il vero periodo respiratorio.

Nelle mie ricerche coll'ossigeno non ho potuto constatare la leggera diminuzione nella ampiezza dei movimenti respiratorî della quale parla Dohmen (1).

I periodi della fase così detta dispnoica non si raccorciano, anzi in alcuni casi

(1) Dohmen, opera citata, pag. 127.

osservai che diventarono più lunghi. È questo un fatto che si trova in completa opposizione colle dottrine emesse da Traube, da Filehne e da tutti gli altri per spiegare il fenomeno dei periodi nella respirazione di Cheyne e Stokes.

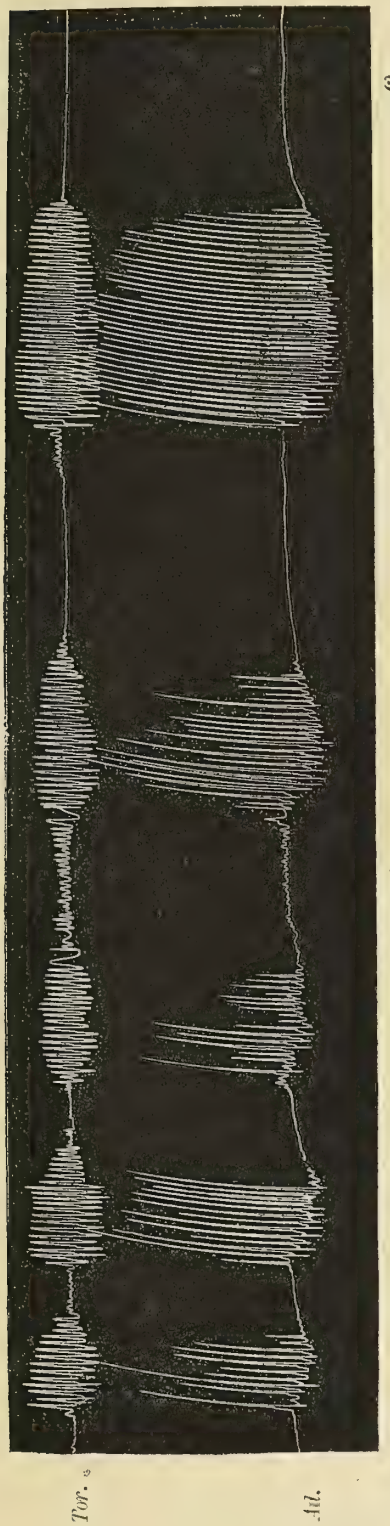


Fig. 5. — Altra esperienza fatta sopra di un cane clorolizzato, dove si vede che la respirazione coll'ossigeno puro fatta da α in ω non modifica i periodi.

La figura 5 rappresenta un'altra esperienza fatta colle inalazioni di ossigeno sopra un cane cloralizzato mentre aveva le intermittenze respiratorie. La velocità del cilindro è alquanto minore. È interessante di notare che il torace fa dei movimenti assai più numerosi che l'addome: paragonando le inspirazioni della linea superiore colle inferiori dell'addome si vede che in questo il diaframma si arresta prima che il torace. Specialmente nel 2° e nel 3° periodo dell'attività respiratoria la cosa è assai evidente. Su questa indipendenza dei movimenti respiratorî del torace e dell'addome devo ritornare in un prossimo capitolo.

L'inalazione dell'ossigeno incomincia nel segno α e termina nel segno ω. Non si vede che l'ossigeno abbia prodotto qualche effetto.

Il secondo periodo è alquanto irregolare specialmente per la respirazione addominale. Durante la pausa successiva dell'addome, il torace presenta una serie continua di leggeri movimenti inspiratorî; poi succede un periodo alquanto più lungo di attività respiratoria e quindi una lunga pausa e finalmente mentre continua l'inalazione dell'ossigeno viene un lungo periodo di attività respiratoria cui succede una pausa circa un terzo più lunga della precedente. In ω cessa l'inalazione dell'ossigeno.

I periodi e le pause del respiro continuano senza modificarsi: ciò prova che il loro allungamento non deve attribuirsi all'azione dell'ossigeno. Le grandi pause e i forti periodi dell'attività respiratoria quali si vedono sul fine della figura 5 continuano per circa un'ora, e poi la respirazione diviene nuovamente uniforme e regolare.

Il prof. Murri fu il primo che abbia tentato di modificare i periodi nella respirazione di Cheyne e Stokes per mezzo delle inalazioni di ossigeno. Ma le condizioni del suo esperimento a quanto mi sembra non erano tali da permettere una conclusione sicura. Si trattava infatti di un ammalato nel quale bastava di aprire le palpebre per fare cessare le pause, oppure bastava che parlasse perchè queste scomparissero egualmente. Le esperienze fatte nella clinica del prof. Murri e pubblicate dal dott. Sacchi (1) sono due, e diedero risultati opposti: la prima volta l'ammalato respirò 15 litri di ossigeno senza che vi fosse alcun effetto nella durata delle pause: nel secondo esperimento l'intermittenza scomparve dopo 3 minuti che durava l'inalazione.

Prima del Murri si erano fatte dal Leube nella clinica di Ziemssen delle ricerche assai più decisive per vedere se colla respirazione artificiale potevasi modificare la durata della pausa e i periodi della respirazione di Cheyne e Stokes (2). Si pensò di eccitare con una corrente elettrica i nervi frenici durante la pausa: e si riempì con delle inspirazioni artificiali tutto il periodo in cui cessava spontaneamente il respiro, senza ottenere alcun effetto, senza modificare menomamente la durata delle fasi successive di riposo e di attività respiratoria. Queste esperienze ripetute dal Rosenbach diedero il medesimo risultato (3).

Nel cane precedente dopo avere scritto il tracciato della fig. 5, osservai che per mezzo della respirazione artificiale fatta col soffietto legato nella trachea non potevo modificare i periodi del respiro. Questo fatto l'ho confermato molte volte in altri cani; e per ciò ritengo come dimostrato che le inalazioni di ossigeno e la respirazione artificiale non sono capaci di modificare i periodi e le intermittenze del respiro.

In una serie di ricerche sull'azione della piridina ho pure osservato nel modo il più evidente che vi sono delle profonde modificazioni nella forza dei movimenti respiratorî le quali dipendono da cause nervose e da fenomeni che succedono unicamente nei centri del respiro e che la respirazione nell'ossigeno puro non basta ad impedirli.

Il lettore vede dove ci conducono queste esperienze. Quando è provato che non vi esiste uno stretto legame fra la durata delle pause e i periodi dell'attività respiratoria; quando si vede che manca una compensazione dopo un arresto del respiro; quando l'ossigeno puro e la respirazione artificiale non bastano a modificare i periodi dell'attività respiratoria e le pause, il problema della respirazione periodica si presenta sotto un nuovo aspetto.

Traube, Rosenthal, e Pflüger hanno supposto che la causa dei movimenti respiratorî debba esclusivamente cercarsi nell' eccitamento che producono nel midollo allungato la mancanza dell'ossigeno, o la ricchezza dell'acido carbonico nel sangue: i fatti che ho raccolto in questo mio lavoro non possono spiegarsi con tali ipotesi.

(1) Pericle Sacchi, *Aneurisma aortico accompagnato dal fenomeno di Cheyne e Stokes.* Rivista clinica. Bologna, febbraio 1877, pag. 33.

(2) W. Leube, *Ein Beitrag zur Frage vom Cheyne-Stokes'schen Respirationsphänomen.* Berliner klinische Wochenschrift. April 1870, pag. 177.

(3) Rosenbach, *Zur Lehre vom Cheyne-Stokes'schen Athmungsphänomen.* Zeitschrift fur klinische Medicin. I B. III Heft, 1880, pag. 591.

Del resto le ricerche di P. Hering e di Ewald le quali dimostrarono che l'apnea non dipende da una saturazione del sangue coll'ossigeno, avevano già distrutta la più solida base che avesse la dottrina di Rosenthal e di Pflüger.

Noi vedremo dalle esperienze contenute in questa Memoria che non è più possibile di ammettere un rapporto assolutamente continuo fra la parte meccanica e la parte chimica del respiro.

CAPITOLO V.

I movimenti respiratorî della faccia, del diaframma, del torace e dell'addome sono fra loro indipendenti.

I fisiologi furono prima troppo corrivi nell'assegnare un centro nervoso per ogni funzione dell'organismo: ed ora un'analisi più particolareggiata ci conduce nella direzione opposta, verso il decentramento.

Quanto più progredisce l'analisi nello studio delle circolazioni locali, altrettanto appare meglio evidente che i vasi sanguigni non dipendono da un solo centro nervoso. Le ricerche che ho fatto col pletismografo nell'uomo hanno dimostrato che la circolazione del sangue in varî organi del corpo dipende da centri speciali che sono autonomi fra loro. Nel capitolo VII a pag. 502 riferisco un tracciato dove si vede che la circolazione del sangue nel cervello subisce dei profondi mutamenti per la contrazione e il rilassamento dei suoi vasi sanguigni, mentre lo stato dei vasi sanguigni nel piede rimane immutato o presenta variazioni opposte. In una prossima Memoria pubblicherò dei tracciati i quali dimostreranno, che talora i movimenti dei vasi sanguigni non si corrispondono neppure in due parti omologhe del corpo: che cioè per l'azione dei centri nervosi possono prodursi nella mano o nel piede di un lato, dei mutamenti nella tonicità dei vasi sanguigni i quali non esistono nella mano, o nel piede del lato opposto.

Se volgiamo uno sguardo a ciò che successe nella storia del centro respiratorio, vedremo che anche qui si è ripetuto presso a poco la medesima cosa. È assai interessante un passo di Haller in proposito. *Si etiam medulla spinalis, ad primam vel secundam colli vertebram recisa, subito necat: si infra sextam, pectoris motus tollitur, non perinde septi trasversi. Dimidia pars dissecta alterum suumque latus resolvit* (1). Il decentramento si può dire che incomincia con queste parole di Haller: ma viene dopo Flourens che trascina la fisiologia in direzione opposta. Flourens è il centralizzatore per eccellenza, egli sostiene che il centro del respiro non è più grosso della capocchia di uno spillo: e lo mette nel mezzo del *calamus scriptorius* verso il suo angolo posteriore. — Le ricerche di Volkmann e di Longet dimostrarono che si può dividere per lungo il midollo allungato senza che cessino i movimenti del respiro. — M. Schiff colle sue ricerche lo portò più in alto verso l'origine del vago, altri lo

(1) A. v. Haller, *Elementa Physiologiae*. Tom. III, lib. VIII, § IX.

spostarono ancora: ed oggidì non si può più dire con precisione quali siano i suoi limiti.

Brown-Sequard notò per il primo che la respirazione non cessava anche dopo distrutta la midolla allungata (1); Schiff esso pure vide che dopo la distruzione del midollo allungato esistevano ancora delle contrazioni del diaframma per effetto delle irritazioni della pelle: ma Brown-Sequard, e Schiff non diedero importanza a queste loro osservazioni (2). Anche Budge accenna il fatto che dopo il taglio della midolla allungata non si arresta il respiro, ma non si fermò ad analizzare questo fenomeno e non diede importanza a tale osservazione (3). P. Bert in un cane di 4 giorni scoprì la midolla nella regione cervicale ed aprì il ventre in modo da poter vedere i movimenti del diaframma. Con un taglio longitudinale divise nel mezzo il midollo dal 1° al 4° paio dei nervi cervicali, il diaframma continuò a muoversi dai due lati. Tagliò il midollo per traverso sopra il 1° paio dei nervi cervicali, il diaframma continuò a contrarsi come prima; ed ebbe il medesimo risultato anche quando fece un altro taglio trasverso sotto l'origine del 2° paio spinale. Fu solo tagliando sopra l'origine del 3° paio che arrestò i movimenti del diaframma nel lato corrispondente (4).

Fu Rokitanski (5) che diede il più grave colpo al midollo allungato, levandogli gran parte della privativa che tutti i fisiologi gli avevano fino ad ora attribuito per i movimenti respiratorî. Rokitanski dimostrò che i conigli giovani avvelenati colla stricnina possono fare ancora dei movimenti respiratorî anche quando viene messo fuori di azione il midollo allungato. E dopo vennero le ricerche di Langendorff e Nitschmann (6) le quali provarono che fuori del midollo allungato vi sono dei centri respiratorî spinali i quali possono diventare attivi in via riflessa od automatica.

Quando si vuol parlare di un centro respiratorio dice Langendorff (7) si deve intendere la somma di tutti quegli organi centrali che servono di origine ai differenti muscoli che funzionano nel respiro; ed aggiungervi ancora tutti quei centri in via riflessa che regolano, o modificano i movimenti del respiro.

Il centro respiratorio inteso a questo modo secondo le recenti ricerche di Christiani (8) e di Langendorff si estenderebbe dalle pareti del terzo ventricolo fino al punto donde escono dal midollo gli ultimi nervi dei muscoli intercostali e addominali.

(1) Brown-Sequard, *Experim. Researches on the spinal cord.* Richmond 1885, pag. 51.

(2) M. Schiff, *Lezioni sul sistema nervoso encefalico.* Firenze 1873. A pag. 210 M. Schiff mette in dubbio che questi movimenti siano di natura riflessa e dice: « Resta però sempre la questione, « se questo movimento più forte che si mostrava nel diaframma dipendeva realmente dall' irrita- « zione ecc. »

(3) Budge. Virchow Archiv. XVI. « Ich weiss nicht, was mit dem Stillstand gemeint ist wel cher durch Trennung des Rückenmarkes nicht aufgehoben wird ».

(4) P. Bert, *Leçons sur la respiration* 1870, p. 348.

(5) Prokop Rokitansky, *Untersuchungen über die Athemnerven-Centra.* Medizinische Jahrbücher 1874, pag. 30.

(6) Langendoff, *Studien über die Innervation der Athembewegungen* Archiv. f. Physiologie v. Du Bois Reymond. 1880, pag. 518.

(7) Langendoff, op. cit. pag. 541.

(8) Christiani, *Ein Atmungscentrum am Boden des dritten Ventrikels* Centralblatt f. med. Wissensch. 1880, n. 15.

Gli studî gràfici contenuti in questo capitolo dimostrano che bisogna tenere fra loro distinti i movimenti del respiro che si compiono nella faccia, da quelli del diaframma, del torace e dell'addome. — Sono altrettanti meccanismi musculari che hanno dei centri nervosi loro proprî; il midollo allungato serve solo a coordinarli: Noi vedremo come si debba ammettere che le cellule nervose che stanno all'origine del nervo facciale, del frenico e dei nervi spinali, abbiano una certa autonomia per cui possono entrare più o meno presto in azione, ed essere più o meno attivi indipendentemente dagli altri centri.

I movimenti respiratorî della bocca e del naso possono compiersi indipendentemente da quelli delle altre parti. Quando si tronca il capo sopra il midollo allungato in un giovane cane i movimenti della faccia persistono. Questi movimenti possono essere distinti anche per riguardo al tempo, perchè generalmente incominciano prima. Darò subito un esempio di questo fatto.

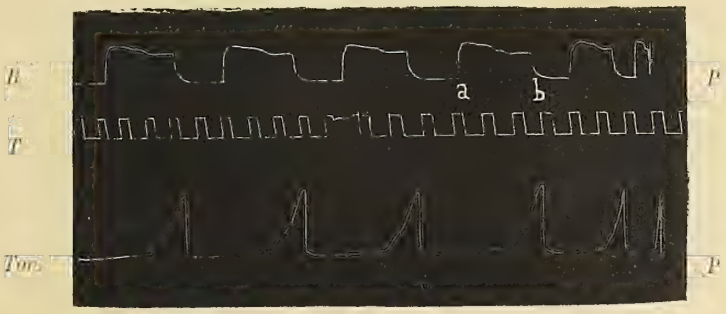


Fig. 6. — Respirazione facciale *B* e respirazione toracica *T* di un piccione cloralizzato. L'inspirazione toracica appare un secondo dopo l'inspirazione facciale. La linea *T* segna i minuti secondi.

Si tratta di un piccione avvelenato coll' injezione successiva a dosi refratte di 10 centig. di cloralio nella cavità dell'addome. L'animale era profondamente addormentato e continuò a respirare regolarmente per parecchie ore di seguito.

Già ad occhio vedevasi che intercedeva uno spazio di tempo abbastanza lungo fra il principio dell'inspirazione facciale e l'inspirazione toracica: mentre che l'espirazione succedeva contemporaneamente nella bocca e nel torace.

Volli subito scrivere questa differenza servendomi di un timpano a membrana elastica messo in modo che i movimenti del becco potessero venir trasmessi ad un timpano a leva. Mi servii a tale scopo della forma di timpani che costruisce il meccanico Sokol di Berlino e per mezzo di un ago messo all'estremità dell'asticella dove sta il contrappeso ottenni il tracciato della figura 6, dove le escursioni del becco sono rappresentate nella loro grandezza naturale. In *a* dove la linea sale è il momento in cui il becco si apre, in *b* dove la linea discende è il momento in cui il becco si chiude.

Nella linea sottostante sono scritte le escursioni del torace. Un timpano a membrana elastica con un bottone nel mezzo veniva applicato sui lati della carena sopra i muscoli pettorali dove avevo tagliato le penne. In *P* vi sono i punti di ritrovo. La

linea *T* che sta nel mezzo rappresenta i minuti secondi. Si vede che fra il principio dell'inspirazione facciale e quella toracica intercede più di un minuto secondo, mentre che invece l'espirazione succede contemporaneamente nella faccia e nel torace.

Quando si vede a boccheggiare la testa di un piccione o di un cane, viene in mente che questi animali non avrebbero forse mai fatto tali movimenti che accompagnano lo sforzo dell'inspirazione, se non li mettevamo in condizioni così differenti dalle normali. Io non so come possa spiegarsi questo fenomeno colla dottrina dell'*automatismo*. — Quando vediamo dei cani che tremano in tutto il corpo e scuotono le gambe ad ogni inspirazione, oppure troviamo degli uomini che nel sonno agitano le mani od i piedi ad ogni inspirazione, dobbiamo ammettere che l'eccitamento il quale è capace di far contrarre i muscoli degli apparecchi respiratorî, possa agire anche fuori del midollo allungato, in parti assai lontane da questo centro.

Probabilmente in tutto il midollo le cellule nervose hanno la proprietà di produrre delle contrazioni periodiche nei muscoli quando la respirazione diviene insufficiente.

Qualche volta dopo una lunga pausa i movimenti del respiro incominciano prima nella faccia, mentre che il torace e l'addome sono affatto immobili, e spesse volte nell'agonia ho scritto i movimenti respiratorî della bocca che si apriva e si chiudeva quando erano già cessati completamente i movimenti del torace e dell'addome da oltre un minuto.

Fu studiando la respirazione dell'uomo nel sonno che ho veduto per la prima volta disgiungersi la respirazione del diaframma da quella del torace; questa autonomia posso ora dimostrarla in varî modi tanto per rispetto al tempo in cui incominciano l'inspirazione toracica, o la diaframmatica, quanto per rispetto alla durata, e all'intensità delle medesime.

Nel mio primo lavoro sulla respirazione addominale e toracica, dissi che nel sonno vi è una paresi del diaframma, per cui in alcune persone questo muscolo rassomiglia ad una membrana inerte che si lascia trascinare dai movimenti del torace. Ho pure dimostrato che vi è un'alternazione dei movimenti respiratorî, od una specie di compensazione, per cui quando diminuisce la forza del diaframma diventano maggiori i movimenti del torace e viceversa.

Le variazioni nell'intensità dei movimenti respiratorî del torace e dell'addome si seguono senza alcun rapporto fra loro. I periodi della respirazione toracica non corrispondono sempre ai periodi della respirazione addominale.

Basta injettare una buona dose di cloralio nella vena giugulare di un cane per vedere che si arrestano completamente ora il torace ed ora il diaframma, e che riprendono dopo una pausa più o meno lunga le loro funzioni, mostrandosi indipendenti anche per riguardo al tempo in cui ha principio ogni singola inspirazione.

Il singhiozzo è del resto uno dei casi più evidenti per convincersi che può prodursi ad intervalli una forte contrazione del muscolo diaframmatico senza una partecipazione corrispondente dei muscoli toracici.

Ma vediamo fino a che punto la inspirazione toracica possa disgiungersi dalla inspirazione diaframmatica.

È noto che per studiare i movimenti del diaframma vi sono delle difficoltà che

vennero già accennate dal Rosenthal (1). Dei varî frenografi imaginati ho preferito il timpano a membrana elastica e per le ricerche più esatte adoperai una leva come quella dello sfigmografo di Vierordt: che ho già descritto nel mio precedente lavoro *sui rapporti della respirazione addominale e toracica.*

Fig. 7. — Movimenti del torace *T* e movimenti del diaframma *D* scritti contemporaneamente in un cane cloralizzato.

Per eliminare ogni dubbio ho aperto nei cani profondamente cloralizzati la cavità dell'addome facendo una incisione sulla linea alba presso lo sterno e introdussi un piccolo timpano a membrana elastica con un bottone di sughero fino contro il diaframma. In questo modo ottenni la figura 7.

La linea superiore *Tor* rappresenta i movimenti del torace scritti con un pneumografo di Marey, la linea inferiore *Ad* quelli del diaframma scritti con un timpano che stava direttamente in contatto colla superficie di questo muscolo nella cavità dell'addome. Qui si vede che alla prima inspirazione toracica corrisponde una contrazione abbastanza forte del diaframma, e che nella seconda inspirazione toracica il diaframma non si muove punto: è solo colla terza inspirazione toracica che succede una forte contrazione diaframmatica. E poi mentre la respirazione toracica continua in modo regolare si vede che manca alternativamente una inspirazione diaframmatica od è appena accennata; e questo si ripete per altre dodici inspirazioni di cui per brevità non credo necessario riprodurre il tracciato.

Un altro fatto non meno interessante che dimostra l'autonomia dei centri respiratorî, è la comparsa dei periodi e delle intermittenze nei movimenti del diaframma, mentre che nel torace i movimenti respiratorî continuano ad essere uniformi ed eguali.

Il tracciato 16, tavola III, rappresenta un'osservazione fatta sul medesimo cane. Anche qui il respiro era ansante ed il cilindro girava con grande velocità. La linea superiore *T* fu scritta con un pneumografo di Marey stretto intorno al torace in modo che

(1) Mosso, *Sulla circolazione del sangue nel cervello dell'uomo.* Cap. VII, pag. 57.

la lastra di acciajo poggiasse sullo sterno; la linea inferiore *D* fu scritta con un timpano messo contro il diaframma nella cavità dell'addome. Qui si vede chiaramente che i movimenti respiratorî del torace non corrispondono ai movimenti del diaframma; nel diaframma si producono ad intervalli dei periodi di maggiore attività e delle pause che sono debolmente accennate nella respirazione del torace.

Fig. 8. — Respirazione toracica *Tor*, e diaframmatica *Ad*, scritte contemporaneamente in un cane cloralizzato. Dopo una iniezione di cloralio nella vena giugulare, si arresta il diaframma, e continuano benchè più deboli i movimenti respiratorî del torace; dopo compare la respirazione periodica.

Scrivendo con una velocità minore, ho potuto osservare per parecchi minuti questo fenomeno ed assicurarmi che esso dipendeva dall'attività periodica del centro nervoso diaframmatico, perchè non vi era alcuna altra causa che potesse produrre simile fenomeno.

L'indipendenza dei due centri respiratori del diaframma e del torace si vede nel modo il più caratteristico nella figura 8 presa da un cane al quale si erano già iniettati parecchi grammi di cloralio. La linea superiore *Tor* rappresenta i moti del torace e l'inferiore *Ad* quelli dell'addome scritte tutte due con un timpano a bottone. Subito dopo aver fatto una iniezione di cloralio nella giugulare cessano i movimenti del diaframma *Ad* e continuano quelli del torace *Tor*, benchè assai più deboli, dopo compaiono i periodi. Questa figura ci mostra in che modo hanno spontaneamente origine i periodi. Il diaframma rimane immobile nelle pause, mentre che il torace continua a contrarsi col medesimo ritmo di prima. Secondo le denominazioni da me proposte vi sarebbe una semplice remittenza pel torace ed una completa intermittenza pel diaframma. I periodi dell'attività respiratoria del diaframma diventano successivamente più forti come se l'energia di questo centro si ristabilisse rapidamente: mentre che i periodi dell'attività respiratoria del torace rimangono costanti.

Dopo aver constatato che si possono disgiungere i varî apparecchi muscolari che prendono parte al respiro, volli conoscere quale sia il grado di resistenza che

i loro centri nervosi presentano alle cause che tendono a diminuirne la vitalità. Il diaframma benchè sia il muscolo più importante per la funzione del respiro, non è sempre l'ultimo ad arrestarsi. Dalle mie osservazioni risulta che nel sonno diminuisce prima l'azione del diaframma e dopo quella del torace: mentre che nella morte è il torace che cessa prima di muoversi e il diaframma si contrae ancora lungo tempo quando nessun altro muscolo striato è capace di muoversi eccettuato il cuore.

Fig. 9. — Cadauna Agostino. Tracciato della respirazione toracica *Tor* e addominale *Ad* scritto durante il sonno. Nel punto → batto leggermente sulla tavola. Il diaframma si arresta quasi completamente mentre nel torace si compie ancora la inspirazione benchè sia più debole. Nel diaframma è anche più evidente la reazione successiva. La persona non si sveglia.

Sembrerebbe dunque che nel sonno cessino di funzionare prima quei meccanismi muscolari che sono più vicini al cervello, e che nella morte naturale, o per avvelenamento coi narcotici, quando viene lesa più profondamente la vitalità dei centri nervosi, cessino di funzionare prima i centri respiratorî che stanno nel midollo spinale cioè l'addominale e il toracico: ma ho trovate delle eccezioni così numerose, che non posso stabilire in modo assoluto una legge.

Nella fisiologia manca una serie di ricerche abbastanza esatte intorno alle modificazioni che subisce il ritmo del respiro nelle varie età e nelle varie condizioni dell'uomo. Sono convinto che un simile studio condurrebbe a degli utili risultati, anche per riguardo alla patologia del sistema nervoso.

Il dott Rothe dorme con due pneumografi applicati l'uno sul torace e l'altro sull'addome nel tracciato 17, tavola III, si vede che la respirazione diaframmatica *Ad* e la respirazione toracica *Tor* presentano dei periodi. — Il dott. Roth continua per oltre mezz'ora ad avere una respirazione distintamente periodica. Le osservazioni fatte in questa notte, dimostrano l'indipendenza dei movimenti addominali da quelli toracici. — Nel tracciato 18, tavola IV, vediamo che dopo la quarta

inspirazione, incominciando da sinistra, manca nella linea *A* un movimento inspiratorio dell'addome, mentre esso esiste nel torace. E viceversa il diaframma si contrae con maggior forza nei punti *C D E* senza che si osservi un aumento corrispondente nei movimenti respiratorî del torace.

Studiando i movimenti del respiro nel sonno, ebbi spesso occasione di osservare dei movimenti inspiratorî nella cassa toracica durante i quali manca ogni indizio che siasi contratto anche il diaframma. Riferisco un esempio di tali osservazioni fatte sopra Caudana Agostino, figura 9.

I movimenti del torace sono stati scritti con un pnemografo di Marey: i movimenti dell'addome sono scritti inferiormente per mezzo di una leva. — Le due linee del tracciato seguono dunque una direzione inversa a quella dei movimenti reali dell'addome e del torace; esse discendono nell'inspirazione, e si sollevano nella espirazione.

L'inspirazione comincia nello istesso momento nel torace e nel diaframma, ma dura assai menó nel diaframma, l'addome si abbassa già quando il torace continua ancora a dilatarsi.

Nel punto segnato dalla freccia io batto leggermente colla nocca del dito indice sulla tavola. Questo rumore produce un arresto del diaframma od una contrazione diaframmatica, tanto leggera che non si vede. La respirazione toracica sente meno l'influenza della causa perturbatrice: però subito dopo le contrazioni del diaframma diventano più forti di prima, quelle del torace cambiano poco di forma. Questi mutamenti del respiro succedono senza che la persona si svegli.

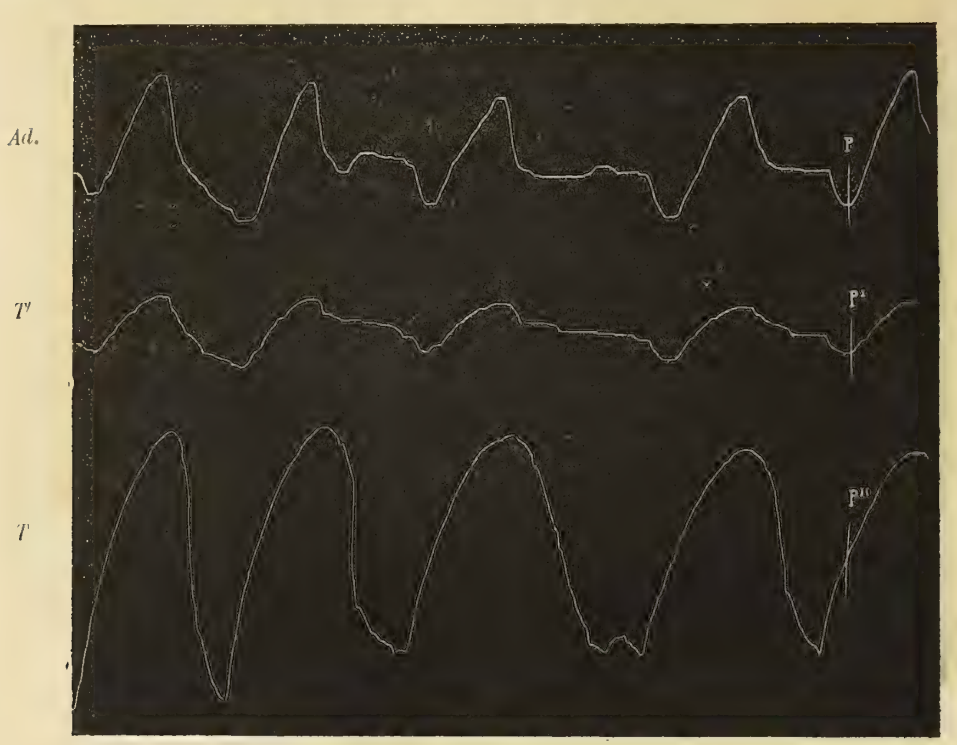


Fig. 10. — Tracciato dei movimenti respiratorî del torace *T*, *T'* e dell'addome *Ad*, il quale dimostra che durante il sonno l'inspirazione incomincia prima nel torace ed appare assai più tardi nell'addome.

Talora si osserva il fenomeno inverso. Riferisco un tracciato, figura 10, preso nella medesima persona dove i movimenti del respiro li ho studiati in tre punti diversi per farmi un'idea esatta dei loro rapporti. Un primo timpano col bottone era applicato sopra il secondo spazio intercostale (linea $T_,$): un altro timpano era messo all'apice dello sterno in corrispondenza della decima costa (linea T') ed un terzo timpano eguale ai primi era messo contro l'addome poco sotto l'ombellico.

Da questi tracciati si vede paragonando i punti di ritrovo P, $P_,'$ $P_,''$ che l'inspirazione incomincia prima nella parte superiore del torace e assai più tardi nel diaframma. Si potrebbe credere che un certo tempo si perda nella trasmissione dei movimenti diaframmatici all'addome, ma ho potuto assicurarmi che ciò non è; del resto ho già riprodotto dei tracciati presi egualmente nell'uomo dove tale ritardo è molto maggiore: e negli esperimenti fatti sui cani dove potevo aprire la cavità dell'addome e scrivere direttamente le contrazioni del diaframma mi assicurai ripetutamente che possono disgiungersi per riguardo al tempo il principio della inspirazione toracica e il principio della inspirazione del diaframma.

Nel secondo movimento inspiratorio appare nel diaframma una contrazione alla quale non corrisponde nulla nel torace: e questo si ripete nella espirazione successiva dove però le traccie sono più evidenti nella linea del torace.

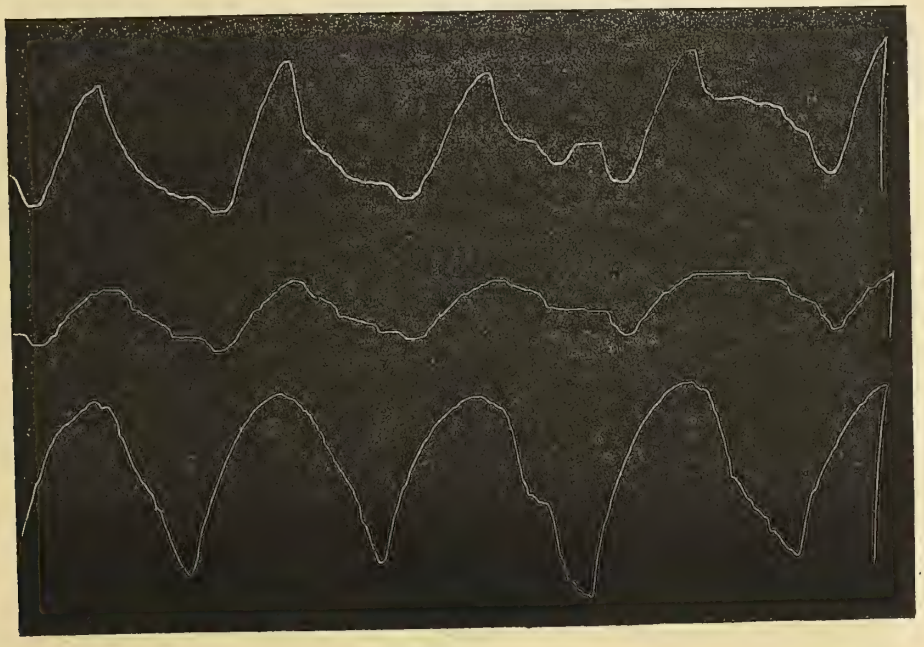


Fig. 11. — Tracciato il quale dimostra il ritardo della inspirazione diaframmatica *Ad* in confronto della inspirazione toracica T' T durante il sonno dell'uomo.

La stessa indipendenza tanto per riguardo alla forma della espirazione quanto per riguardo al tempo nel quale incomincia la inspirazione toracica e diaframmatica durante il sonno appare evidente dal tracciato della fig. 11 dove i segni P, P', P'' segnano un grande ritardo per la inspirazione diaframmatica.

In generale i movimenti respiratorî dell'addome e del torace si corrispondono

assai più verso la fine dell'inspirazione. Questo fatto appare in modo evidente nella figura 12 che rappresenta la respirazione di mio fratello nel sonno leggero. La linea superiore *Ad* appartiene all'addome e fu scritta con una leva fatta come lo sfigmografo di Vierordt. La linea inferiore *Tor* fu scritta dal torace con un pneumografo di Marey.

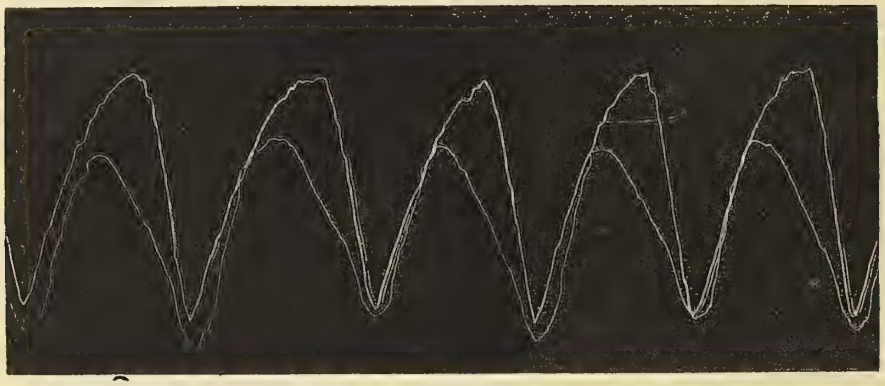


Fig. 12. — Respirazione addominale *Ad* e toracica *Tor* di mio fratello, dove si vede che il movimento inspiratorio appare prima nel torace e dopo nel diaframma.

Vediamo che nel sonno l'inspirazione incomincia prima nel torace e che assai più tardi appare nell'addome l'effetto della contrazione diaframmatica. Le inspirazioni dell'addome e del torace, terminano contemporaneamente e l'espirazione incomincia pure insieme: ma mentre nel torace è già finita l'espirazione nell'addome continua ancora.

Quando si injetta lentamente del cloralio nella vena giugulare di un cane, è facilissimo vedere che il torace si arresta mentre che il diaframma continua a contrarsi, o viceversa si può vedere che il diaframma si lascia trascinare dai movimenti del torace come se fosse inerte.

La partecipazione incostante dei muscoli addominali alla funzione del respiro è uno dei fatti più caratteristici per dimostrare come manchi un nesso ed uno stretto legame fra i varî centri dei meccanismi che servono al respiro (1).

Esaminiamo il tracciato 29 della tavola V. Esso rappresenta la respirazione periodica di un cane al quale eransi injettati in circa sei ore, sei grammi di idrato di cloralio nella vena giugulare. — La linea superiore *Tor* rappresenta i moti del torace scritti con un pneumografo di Marey; la linea del tracciato è dunque inversa, cioè discende nell'ispirazione e si solleva nell'espirazione. La linea dell'addome *Ad* essendo scritta con un timpano da un'imagine diritta dei movimenti del diaframma. In *p p* vi sono i punti di ritrovo che segnano la posizione delle penne.

Nel principio del tracciato 29 vediamo che l'inspirazione toracica e l'inspirazione diaframmatica succedono contemporaneamente, perchè le due linee si dirigono

(1) La parte che prendono i muscoli delle pareti addominali ai movimenti del respiro è un fenomeno così complesso che merita uno studio speciale. Il dott. Aducco e lo studente Grandis stanno ora compiendo una serie di ricerche su questo argomento nel mio laboratorio.

in senso inverso. Poco dopo appare un dente nella espirazione dell'addome. Questa intaccatura è dovuta ad una espirazione attiva dei muscoli retti dell'addome la quale va diventando successivamente più forte, e poi cessa. Tale fatto che si ripete in tutti i periodi successivi è assai interessante, perchè dimostra come il centro respiratorio dei muscoli addominali, entri assai più tardi in funzione e cessi presto di far contrarre i muscoli che prendono parte attiva alla espirazione.

Ma anche il diaframma cessa presto di contrarsi in questi periodi, e si lascia trascinare passivamente dalle inspirazioni toraciche.

Infatti dopo aver veduto nel principio del periodo che vi era antagonismo fra i movimenti del torace e dell'addome, vediamo che in *M*, *M'* si corrispondono e che l'espirazione toracica è accompagnata da una inspirazione addominale, ossia da un sollevamento delle pareti addominali; ciò vuol dire che i muscoli dell'addome e del torace sono indipendenti fra loro.

Un'altra prova di questa autonomia dei varî centri respiratorî si ha nella figura 13, nella quale sono scritti nel medesimo tempo i movimenti del torace nella linea *Tor* e dell'addome nella linea sottostante *Ad*. Esaminando il tracciato della respirazione addominale vediamo una intaccatura alla base di ogni linea discendente. Questa elevazione che dà alla curva l'aspetto di un dicrotismo è dovuta alla espirazione che diviene attiva per la contrazione dei muscoli addominali. Si vede che queste intaccature vanno successivamente sollevandosi: la linea ondulata che passerebbe per tutte queste intaccature segna le variazioni succedute nel centro espiratorio dei muscoli retti dell'addome.

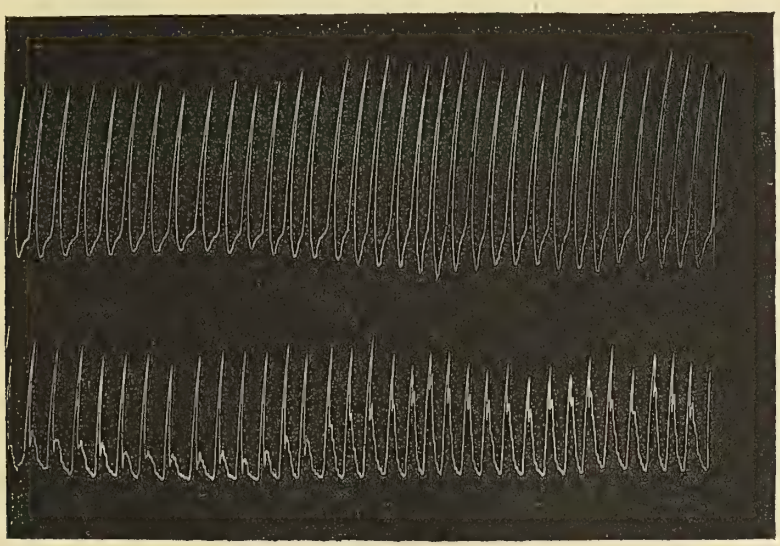


Fig. 13. — Respirazione toracica e addominale di un cane, dove i periodi della espirazione attiva dovuta ai muscoli addominali si mostrano indipendenti dai movimenti respiratorî del diaframma e del torace.

Siccome nel tracciato del respiro toracico e diaframmatico non succede alcuna variazione corrispondente, dobbiamo ammettere che l'attività dei muscoli dell'addome sia dentro certi limiti indipendente ed autonoma.

CAPITOLO VI.

Oscillazioni della tonicità nei muscoli che servono alla funzione del respiro.

Per intendere più facilmente quanto verrò esponendo in questo capitolo intorno alle oscillazioni della tonicità negli apparecchi respiratorî, è meglio vedere prima un tracciato in cui questo fenomeno appaia nella sua forma più caratteristica. Il tracciato 30 nella tavola VI rappresenta la respirazione di un coniglio scritta con un timpano di Marey applicato sull'apofisi xifoide. L'animale era legato sul dorso e si scriveva la pressione del sangue nella carotide dopo avergli injettato nella vena giugulare 1 cc. di una soluzione di piridina al 20 %.

Guardando il tracciato *R* viene spontanea l'idea di paragonare i movimenti del respiro colle pulsazioni del cuore, perchè i movimenti del respiro formano una linea sinuosa in tutto analoga alle ondulazioni che si osservano nei tracciati della pressione sanguigna, o nei cambiamenti di volume di un' estremità del corpo, quando se ne scrive il tracciato per mezzo di un pletismografo. La posizione di riposo che prendono il diaframma ed i muscoli del torace alla fine di ogni espirazione non è una posizione costante. Indipendentemente dai singoli movimenti respiratorî vi sono dei periodi di maggiore o minore attività del centro respiratorio che modificano i diametri della cassa toracica. I muscoli che servono alla respirazione presentano per riguardo alla loro tonicità, lo stesso fenomeno che Traube ed Hering avevano già osservato per la tonicità dei vasi sanguigni.

Queste oscillazioni nell'attività del centro respiratorio sono indipendenti dalle oscillazioni dell'attività nel centro vasomotorio. La linea *P* nel tracciato 30 tav. VI rappresenta la pressione del sangue scritta contemporaneamente con un manometro a mercurio nell'arteria carotide; si vede che la pressione decorre quasi orizzontale durante le forti oscillazioni respiratorie.

Questo fenomeno è tanto più interessante in quanto che l'altezza della pressione in questo frattempo era quasi normale; e non si può quindi ammettere che vi fosse una paralisi dei vasi, o del centro vasomotorio. Ci vogliono delle dosi assai più grandi di piridina per uccidere un coniglio: e questo medesimo animale dopo che gli injettammo successivamente altri tre centimetri cubici di soluzione di piridina al 20 % appena slegato si mise a camminare e sopravvisse.

Non si può però dire che la pressione rimanga sempre costante. Nel principio della esperienza, durante uno spazio di circa 20 minuti, si notò una evidente corrispondenza fra le oscillazioni del respiro e quelle della pressione sanguigna. Non riproduco questa parte del tracciato e basterà che io dica, che quando cresceva la pressione si sollevava la linea delle respirazioni formando la fase ascendente di una oscillazione e che nella fase discendente delle respirazioni diminuiva pure la pressione del sangue, per modo che i due tracciati facevano delle oscillazioni parallele.

Poco dopo cessò questa corrispondenza. Le oscillazioni nel tracciato del respiro

divennero più forti e quelle della pressione scomparvero completamente come si vede nel tracciato 30 della tavola VI. Mettendo il timpano sulle coste queste oscillazioni persistevano sebbene apparissero meno forti. Nel centro nervoso respiratorio vi sono dunque dei periodi di maggiore, o minore attività, i quali producono delle oscillazioni nella posizione di riposo del torace e del diaframma, indipendentemente dagli eccitamenti ritmici della respirazione normale.

Tali oscillazioni si presentano pure nell'uomo: per convincersene basta esaminare il tracciato della respirazione toracica, 27 e 28, della tavola V, che ho scritto la notte del 1° giugno 1884 sopra un vecchio di 70 anni per nome Truffe.

Era un uomo robusto che veniva a dormire nel mio laboratorio tutte le volte che lo richiedevo per tali studî. Nei tracciati 27 e 28 abbiamo un esempio evidentissimo di respirazione remittente. Ho scritto lo stato della circolazione nell'antibraccio ossia i cambiamenti di volume con un pletismografo ad aria costituito da un cilindro di vetro nel quale introducevo l'antibraccio chiudendolo con mastice presso il gomito e mettendo dopo l'apparecchio in comunicazione con il mio pletismografo gazometrico (1).

Esaminiamo la linea 27 tav. V del tracciato di Truffe scritta 15 minuti dopo che era apparsa la respirazione intermittente e mentre il sonno continuava regolare e tranquillo. Noi vediamo una serie di 10 respirazioni quasi eguali. La linea di riposo del torace non è però costante; dopo le prime sei succede una espirazione più profonda e le due espirazioni successive si conservano presso a poco al medesimo livello, poi vi è una inspirazione abortita, poi un'altra inspirazione alquanto più piccola delle normali e finalmente incomincia un periodo di remittenza. Si producono sei respirazioni molto deboli; il torace non si è più rilasciato completamente, sembra che siasi arrestato a mezzo della escursione inspiratoria. Poi cessa la pausa e succedono due inspirazioni più forti del normale. La tonicità dei muscoli toracici cresce per modo che la terza espirazione si arresta ad un livello assai inferiore di tutte le espirazioni precedenti, e dopo, poco per volta succede un nuovo accasciamento; l'espirazione diviene sempre maggiore e la circonferenza del torace più piccola. Anche l'ampiezza delle inspirazioni diminuisce progressivamente, finchè succede un'altra remittenza, in cui sono appena accennati i moti del respiro. Si ripete un'altra fase di attività, ed un altro aumento della tonicità, e quindi un altro rilasciamento e così continua una respirazione periodica distintissima per oltre mezz'ora.

Lo studio della circolazione del sangue nell'antibraccio mostra che i vasi sanguigni non prendono parte ai fenomeni della respirazione periodica remittente. In questo tracciato i vasi si dilatano leggermente durante il periodo in cui è più attivo il respiro, ma io ritengo che questo sia un fatto puramente meccanico.

La indifferenza dei vasi sanguigni per le intermittenze e le pause del respiro è per noi tanto più interessante in quanto che rende più facile la spiegazione di questi fenomeni, senza dover ricorrere alle ipotesi complicate ed imaginose che furono proposte da Traube, Filehne ed altri per spiegare la formazione dei periodi nella

(1) A. Mosso, *Applicazione della bilancia allo studio della circolazione del sangue nell'uomo*. R. Accademia dei Lincei 1884. — Archives italiennes de Biologie 1884. Tome V, pag. 130.

respirazione di Cheyne-Stokes. Nel sonno anche i centri del respiro tendono a riposarsi, e noi ci accorgiamo che diminuisce la loro attività studiando la tonicità dei muscoli che stanno sotto l'influenza di questi centri. Prima ancora che la tendenza al riposo produca una vera pausa, vediamo già che il torace si accascia, che l'espirazione diviene maggiore della inspirazione, che la tonicità dei muscoli respiratorî diminuisce. Questi fatti si osservano chiaramente nei tracciati 27 e 28 della tavola V prima che succeda la intermittenza. Dopo questa incomincia un nuovo periodo di attività, il torace rimane più dilatato alla fine dell'espirazione e poi si accascia nuovamente nella fase successiva che precede la pausa.

Le oscillazioni nella tonicità dei muscoli che servono alla funzione del respiro possono essere prodotte da altri fatti di natura più complessa, da azioni psichiche e da fenomeni e condizioni mutate di eccitabilità nei centri nervosi superiori.

Io non saprei come spiegare in altro modo il fatto che osservai spesso di accasciamenti, o dilatazioni del torace, che durano più o meno a lungo, mentre continua inalterato il ritmo del respiro. Il tracciato 28, tavola V, ci dà un esempio di una improvvisa variazione di tonicità nei muscoli del torace, senza che mi sia stato possibile di riconoscerne la causa: perchè la persona non si mosse e non successe alcun mutamento nell'ambiente esterno. Noi vediamo che verso la metà del secondo periodo, in *N*, il torace rimane dilatato e l'espirazione non si fa più come nel periodo precedente; che sia proprio un aumento nella tonicità dei muscoli del torace, lo prova il fatto, che dopo sei minuti, senza alcuna causa che mi sia nota, il torace ritornò allo stato di prima e cominciò ad accasciarsi poco per volta per modo che la linea del tracciato salì in alto e si portò assai sopra il livello *N* in cui sono scritte le respirazioni precedenti: ma per brevità non riproduco questa parte del tracciato.

Le oscillazioni nella tonicità dei muscoli che servono alla funzione del respiro sono così strettamente congiunte col fenomeno della respirazione periodica che non è possibile separare questi due fatti e stabilire i limiti nei quali si deve applicare l'una piuttosto che l'altra denominazione. In generale si può dire che quando diminuisce la tonicità dei muscoli che servono al respiro, vi è una tendenza del centro respiratorio a diminuire la forza dei movimenti respiratorî e spesso succede una vera pausa del respiro.

Nell'uomo osservai molte volte questi cambiamenti nella tonicità dei muscoli respiratorî anche quando il sonno non era molto profondo: come lo provano i tracciati 32 e 33 della tavola VI. I movimenti del respiro sono scritti con un pneumografo di Marey applicato sul torace di una persona robusta, il sig. Agostino Caudana: l'esperienza venne fatta nell'agosto alle 2 pomeridiane. Si vede chiaramente che oltre alle variazioni periodiche nell'intensità dei movimenti respiratorî, vi sono pure delle oscillazioni nella tonicità del torace. La linea che passerebbe per tutti i punti di riposo segnati dal massimo dell'espirazione è una linea ondulata.

Le variazioni nella tonicità del diaframma e dei muscoli toracici appaiono evidentissime nel tracciato 31 della tavola VI. Si tratta di un cane al quale erasi injettato del cloralio nella vena giugulare e che nelle ultime ore di vita presentava una respirazione periodica molto evidente. La linea superiore *Tor* rappresenta i movimenti del torace scritti con un pneumografo di Marey: la linea inferiore *A d* i

movimenti dell'addome scritti con un timpano che poggiava presso l'ombellico. I tratti *PP* segnano i punti di ritrovo. Si vede che nei periodi dell'attività respiratoria cresce la frequenza e la forza delle contrazioni del diaframma e del torace. La espirazione attiva verso la metà del periodo diventa più manifesta. Il torace prende verso la fine di ogni periodo una posizione tale che nell'espirazione rimane più dilatato di prima, e così pure il diaframma persiste anche durante l'espirazione in uno stato di tensione manifesto. In altre parole noi vediamo che la tonicità degli apparecchi respiratorî è notevolmente aumentata alla fine di ogni periodo, e che da questa attività maggiore si passa improvvisamente alla fase del riposo o della intermittenza. Questo fatto depone contro le teorie di Traube e di Filehne, ma su ciò credo inutile di insistere bastandomi di aver accennato tale fenomeno.

Fino ad ora si è ritenuto che l'attività maggiore o minore del centro respiratorio rappresentasse il bisogno maggiore o minore di provvedere colla ventilazione dei polmoni ai bisogni chimici dell'organismo; io credo di non allontanarmi dal vero sostenendo che i movimenti respiratorî si modificano in modo corrispondente allo stato di sonno o di veglia, di attività maggiore o minore dell'intero sistema nervoso. Per esagerare questo mio concetto e renderlo più facilmente comprensibile dirò che possono fino ad un certo punto considerarsi come due fenomeni distinti, la respirazione chimica e la parte meccanica della respirazione.

La parte meccanica benchè non sia completamente autonoma, gode però tale indipendenza, che rappresenta assai meglio la vitalità dei centri nervosi da cui dipende che non i bisogni chimici dell'organismo: cosicchè quando per una ragione qualunque si accresce l'eccitabilità del midollo spinale o del cervello, si produce un ricambio dell'aria nei polmoni assai maggiore di quanto non occorra pei bisogni chimici dell'organismo; e viceversa nel sonno può riposarsi ed arrestarsi a periodi la funzione meccanica del respiro, senza che la funzione chimica della respirazione nei tessuti e nel sangue ne abbia a risentirsi.

Che questo mio concetto corrisponda al vero lo si può facilmente constatare sugli animali profondamente cloralizzati.

Ho già dimostrato nel lavoro sulle ptomaine fatto col prof. Guareschi [1] che i movimenti respiratorî devono considerarsi come l'ultima espressione della sensibilità nei cani profondamente cloralizzati. Quando l'animale non reagisce più con alcun muscolo a quegli eccitamenti che nello stato normale producono dolore, quando neppure il cuore modifica i suoi battiti e la pupilla è divenuta immobile, se si comprimono le estremità, o si eccitano in qualunque modo i nervi sensibili, l'animale modifica profondamente il respiro. Le contrazioni del torace e del diaframma, prima deboli e superficiali, si rinforzano: la tonicità di questi apparecchi muscolari si aumenta, spesso per cinque ed anche per dieci minuti, e dopo a misura che i centri nervosi si assopiscono si spegne di nuovo l'attività dei centri nervosi, e l'animale ricade in uno stato che rassomiglia alla morte.

[1] I. Guareschi e A. Mosso, *Les ptomaïnes — Études du mécanisme de l'action du curare, des ptomaïnes et des poisons qui agissent sur le système nerveux.* Archives italiennes de Biologie. Tome III, 1883, pag. 241.

I tracciati 19, 20, della tavola IV rappresentano una esperienza fatta col dolore.

Si tratta di un piccolo cane al quale inietto nella cavità addominale 2 grammi di cloralio in una soluzione del 50 %. Quando il cane è profondamente addormentato e così insensibile che non reagisce più colle modificazioni del respiro, anche facendogli delle grida fortissime nell'orecchio, provo a comprimergli colle unghie la membrana interdigitale nelle estremità posteriori da α fino in ω del tracciato 19. Il cane non si mosse punto, non reagì in alcuna maniera; i bisogni chimici dei tessuti e del sangue possiamo supporre non siansi punto modificati, solo la parte meccanica del respiro ci mostrò coll'aumento della sua attività che i centri nervosi furono destati dal loro sopore. Continuando a scrivere senza interruzione vediamo che nella linea 20 il respiro diviene ancora più tardo quantunque fosse già molto lento. Di questa diminuzione dell'attività respiratoria non conosco alcuna causa perchè l'animale era completamente immobile e dopo il respiro ritornò più frequente.

Nello studio dei movimenti respiratorî bisogna dare una grande importanza allo stato di eccitabilità del centro respiratorio quando si vuole determinare l'influenza che l'ambiente chimico esercita sulla parte meccanica del respiro.

Studiando l'azione dell'asfissia sulla formazione dei periodi ho trovato che gli effetti sono molto diversi secondo le condizioni in cui si trova l'animale. Qualche volta sospende i periodi e qualche volta li produce, spesso esercita un' azione duratura sul ritmo del respiro e qualche volta se l'eccitabilità del sistema nervoso è molto diminuita rimane quasi senza effetto.

Il tracciato 21 della tavola IV venne scritto dal medesimo cane cloralizzato dell' esperienza precedente; in α faccio uscire da un gasometro un getto di acido carbonico che diriggo verso l' apertura della cannula legata nella trachea. In ω chiudo la chiavetta del gasometro, e con un foglio di carta agito l'aria per allontanare l'acido carbonico che si era sparso sulla tavola vicino alla trachea. Ma i movimenti respiratorî continuano a crescere: e mentre in principio sono alquanto più lenti divengono dopo più rapidi e molto profondi. Non posso ammettere che la respirazione divenga così forte per il bisogno di eliminare l'acido carbonico e rimediare alla mancanza dell'ossigeno: il tempo trascorso da α in ω è troppo breve per ciò. Io credo che questo aumento del respiro dipenda da un fatto analogo a quello che si ottenne col dolore. Non sono i bisogni chimici dell' organismo la causa principale di questa profonda modificazione del respiro, ma è lo svegliarsi dei centri nervosi, che diffondendosi anche ai centri del respiro, produce un attività meccanica respiratoria superiore ai bisogni chimici del ricambio materiale.

Il tracciato 35 della tavola VII rappresenta due esperienze fatte in un cane cloralizzata che non reagiva più coi movimenti delle palpebre, quando si toccava la congiuntiva. Gli avevamo iniettato tre grammi di cloralio nella vena giugulare ed era comparsa la respirazione periodica intermittente.

La linea superiore *Tor* rappresenta il respiro del torace scritto con un timpano applicato sopra lo sterno, e la linea inferiore *Ad* il respiro dell'addome scritto con un pneumografo applicato intorno all'addome. Le due leve dei timpani registratori erano

messe in modo che fossero poco sensibili e non ingradissero troppo i movimenti del respiro che erano molto forti.

Nella trachea si era fissata con due legature una grossa cannula di vetro la quale poteva chiudersi ermeticamente con un tappo di gomma. La respirazione presentava le intermittenze nel modo il più caratteristico.

Il tracciato 35 della tavola VII incomincia con tre di questi periodi e poi nel punto segnato dalla freccia, chiudo la trachea con il tappo di gomma. Vedendo che dopo 9 o 10 respirazioni non compare più l'intermittenza come prima, nel punto segnato con ω apro la trachea; immediatamente le respirazioni diventano più frequenti e più forti. Le escursioni del diaframma sono molto più grandi di prima e fanno scattare le viti del pneumografo di Marey, per cui in *M* devo rimettere in posto l'apparecchio; in questo momento ricomincia la respirazione periodica.

Nel torace vi è prima una semplice remittenza e poi una intermittenza completa. Anche qui vediamo che i periodi dell'attività respiratoria nel torace e nell'addome non si corrispondono.

Nel terzo periodo dopo l'asfissia il torace fa sette movimenti respiratorî abbastanza forti, mentre che il diaframma eseguisce solo cinque contrazioni evidenti.

In *F* chiudo ancora una volta la trachea mentre è già incominciato un periodo di attività respiratoria. L'effetto è immediato, diminuisce la frequenza del respiro e manca la pausa.

Il diaframma appena chiusa la trachea rimane immobile e si lascia trascinare dalla dilatazione toracica. In ω apro la trachea e subito il torace e l'addome diventano tutti due più attivi essendo cessato l'impedimento meccanico prodotto dalla chiusura della trachea. I periodi si ristabiliscono quasi immediatamente; ma si vede che il diaframma ha una maggiore tendenza dei muscoli toracici per diventar inattivo.

Verso il fine di questo tracciato osservasi un fatto interessante che vidi ripetersi spesso nei cani cloralizzati. È un esempio di alternazione dei movimenti del respiro. Il diaframma cessa di essere inattivo, e senza alcuna causa nota incomincia a contrarsi più fortemente e i suoi movimenti prevalgono su quelli del torace. La frequenza del respiro diventa maggiore.

È anche questo un fenomeno nervoso del quale si cercherebbe inutilmente la causa nei cambiamenti chimici dell'intero organismo perchè il cane rimase completamente immobile nella sua posizione orizzontale.

Guardando per scorcio questi due tracciati in modo da paragonare le due linee interne che segnano la posizione di riposo alla fine della espirazione vediamo che tanto nel torace quanto nell'addome appaiono evidentissime le ondulazioni che segnano i cambiamenti della tonicità nei muscoli di questi due apparecchi respiratorî.

Quando l'eccitabilità del centro nervoso è molto diminuita, l'accumularsi dell'acido carbonico per l'asfissia non esercita quasi più alcuna azione sui movimenti del respiro.

Il tracciato 36 della tavola VII rappresenta la respirazione toracica e addominale scritta con due timpani. A questo cane si erano injettati 9 grammi di

cloralio nella vena giugulare ed era affatto insensibile per delle forti grida che gli si facevano nell'orecchio e per qualunque eccitamento meccanico od elettrico applicato sulla testa o sulle estremità.

Il respiro procedeva regolarmente: nel punto segnato con α si chiude la cannula legata nella trachea con un tappo conico di gomma elastica spintovi dentro con forza. Nel principio succede un leggero rallentamento e la respirazione addominale si rinforza notevolmente. Le dilatazioni del torace si modificano assai meno.

In *M* ho tagliato 10 respirazioni per non dover fare una tavola troppo lunga; in *N* continua. Le contrazioni del diaframma sono divenute fortissime e raggiungono il loro massimo; poscia incominciano a diminuire da *O* verso *P* quantunque rimanga sempre chiusa la trachea. In *P* apro l'accesso dell'aria, ma rimane senza effetto: il respiro non si modifica e continua a scemare. Solo la frequenza diviene per alcuni secondi alquanto maggiore, poi subito si rallenta e dopo pochi altri secondi il respiro diventa di nuovo regolare ed alquanto più ampio del normale, come si vede nel tracciato 37 che ne è la continuazione immediata.

Ho ripetuto parecchie volte questa esperienza e trovai che nei cani avvelenati col cloralio vi è un grado così profondo di sonno dei centri nervosi che passata l'asfissia l'organismo non cerca più di reagire e di rimediare al danno sofferto con una serie di respirazioni più profonde.

È probabile che i varî centri respiratorî si suddividano in centri secondarî con degli ufficî speciali ed abbiano una resistenza più o meno grande alle azioni deleterie che tendono a spegnerne la loro attività. Rosenthal dimostrò già quanto sia inutile il dire che il sangue povero di ossigeno eccita i centri nervosi: è questa una perifrasi che non spiega nulla. Egli ammise che l'attività dei ganglî del cervello sia strettamente unita coi processi chimici i quali dipendono dalla composizione del sangue che circola nei capillari. Quando questo sangue è provveduto riccamente di ossigeno i processi sono assai differenti che nel caso opposto. La mancanza di ossigeno fa entrare in azione dei ganglî i quali generalmente non funzionano e rinforza l'azione di altri (1). Solo per mezzo di tale decentramento possiamo spiegarci le forme curiose di periodi che appajono nell'ultimo grado di depressione dell'eccitabilità nervosa.

Il dott. Fano (2) in un suo recente lavoro sollevò dei dubbî intorno alla attendibilità della teoria del prof. Luciani. Egli con una serie di esperienze sulle tartarughe ibernanti credette di aver dimostrato che la forma periodica del respiro non sia dovuta ad un aumento periodico di eccitabilità che renda attivo uno stimolo che è inefficace durante la pausa. Ed io pure sono di accordo con lui: ma non vedo che la dottrina del Fano possa servire per spiegare il fenomeno della respirazione periodica remittente.

Le cause da cui dipende il fenomeno così detto di Cheyne e Stokes le esporrò

(1) G. Rosenthal, *Hermann's Handbuch der Physiologie.* IV Band. II Theil. *Die Physiologie der Athembewegungen*, pag. 272.

(2) Fano, *Sulla respirazione periodica e sulle cause del ritmo respiratorio.* Lo Sperimentale, fascicoli VI e VII, 1883.

più chiaramente nell'ultimo capitolo, intanto dirò che non credo vi esista un automatismo nei centri del respiro quale viene ammesso dal Fano. Egli dice:

« Che allorchè i centri nervosi sono molto depressi, i loro movimenti automatici non possono più essere modificati dagli eccitamenti esterni, o mascherati dai movimenti che si devono a stimoli situati nell'ambiente. In questi casi l'eccitabilità del centro maschera la sua automaticità, ed è soltanto quando la prima è molto diminuita che noi possiamo dimostrare come gli impulsi fondamentali dei movimenti respiratorî siano di natura essenzialmente automatica, prendendo questo attributo nel senso espresso dal Müller ».

Se questa ipotesi del Fano fosse vera, si dovrebbe sempre osservare la respirazione periodica negli animali in cui si spegne lentamente l'eccitabilità dei centri nervosi; ciò che non è. Ci vogliono delle condizioni speciali perchè si manifestino queste oscillazioni nella eccitabilità dei centri nervosi che danno origine alla respirazione periodica. La maggior parte degli animali muoiono senza presentare dei periodi. Se non si vuol fare il passo più lungo di quanto lo permettano i fatti dimostrati, io direi che dalle ricerche del Fano non risulta che vi esista un ritmo periodico automatico e fondamentale che serva come base per spiegare il fenomeno della respirazione periodica.

Spesso ho veduto degli animali profondamente cloralizzati (specialmente dei cani e dei piccioni) i quali morirono respirando uniformemente per molte ore, con una regolarità meravigliosa e con movimenti che divenivano insensibilmente meno ampî fino ad essere appena visibili.

In queste ricerche ho dovuto convincermi che anche la morte lentissima che succede dopo ripetute injezioni di cloralio non dipende da un esaurimento completo di tutta l'energia del sistema nervoso. Gli animali avvelenati col cloralio presentano nel sopore profondo un arresto dei movimenti respiratorî che diventa la causa della loro morte. Ma il centro respiratorio non è esausto: noi possiamo ridestarlo con delle forti impressioni sui nervi di senso, colle correnti elettriche, coll'apertura della cavità addominale ed altre azioni dolorose. Se si riesce cogli eccitamenti a destare l'attività del centro respiratorio si vedrà che i movimenti del torace e del diaframma possono poco per volta divenire così energici che nessuno vorrebbe credere sarebbero cessati per sempre.

I primi autori che studiarono la respirazione di Cheyne e Stokes credevano che la scala ascendente della respirazione periodica, dipendesse dall'azione del sangue che diventando più arterioso, ravvivava gradatamente il centro respiratorio. Nello studio degli ultimi periodi che compajono prima della morte si può vedere chiaramente che la scala ascendente non dipende dalla circolazione del sangue più ossigenato: provai spesso ad aprire la cavità dell'addome e tagliare ampiamente il diaframma mentre si scrivevano i movimenti respiratorî del torace e ottenni la medesima scala ascendente.

Il tracciato 38, della tavola VII, rappresenta due periodi successi spontaneamente dopo un lungo arresto del respiro in un animale cloralizzato ed insensibile al quale aprii largamente la cavità dell'addome e staccai il diaframma in modo che le inspirazioni riuscissero inutili e non potessero più far penetrare aria nei polmoni.

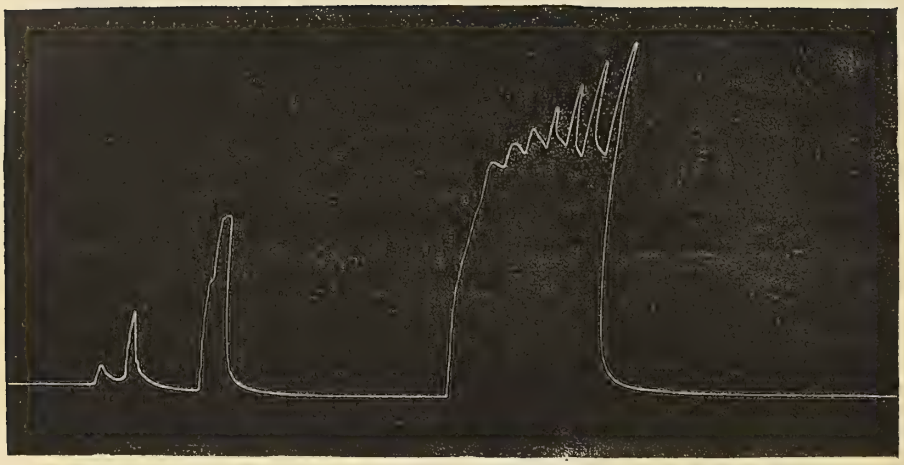


Fig. 14. — Periodi della respirazione come si osservano qualche volta nei cani durante l'agonia. Qui esiste nell'ultimo periodo una scala crescente di inspirazioni quantunque il diaframma fosse aperto largamente. Questa fase ascendente non può certo dipendere dall'azione dell'ossigeno del sangue sui centri nervosi perchè i polmoni non potevano più dilatarsi.

Qualche volta i periodi prendono un' altra forma, come lo dimostra la fig. 14. L'animale fa una profonda inspirazione e poi succede nel massimo dell'inspirazione una serie crescente di altri movimenti respiratorî (1). Queste forme anomale servono solo per dimostrare quanto debbono essere complessi i fenomeni che appajono nei centri respiratorî quando si spengono le ultime traccie della loro energia.

CAPITOLO VII.

La respirazione periodica non sta in immediato rapporto coi fenomeni vasali. Sue relazioni colla circolazione sanguigna.

La prima volta che vidi presentarsi delle intermittenze nella respirazione di persone sane mentre dormivano, sospettai che tale fenomeno dipendesse da sogni o da fatti psichici che avessero la forza di arrestare i movimenti del respiro.

Mi parve che il metodo più semplice per rimuovere tale dubbio fosse di svegliare le persone nel momento in cui appariva una pausa del respiro, e domandare

(1) Dei periodi crescenti in tutto analoghi a questi furono osservati da Kronecker e Markwald mentre eccitavano i monconi centrali del vago. Si tratta di conigli i quali non potevano più respirare spontaneamente: eccitando con aperture di correnti indotte che succedevansi ogni $^1/_{20}''$ od $^1/_{26}''$ gli autori videro prodursi una profonda e lenta respirazione e quando l'eccitamento durava più a lungo succedeva una serie di movimenti respiratorî successivamente più forti che gli autori interpretarono come una addizione degli eccitamenti (*Summation der Reize*). — H. Kronecker und Max Marckwald, *Ueber die Auslösung der Athembewegungen.* Verhandlungen der Berliner Phys. Gesell. Juli 1880. Arch. für Phisiol. v. Du Bois Reymond, pag. 444, 1880.

loro se avessero memoria di ciò che fosse passato nella loro coscienza. Le risposte che ne ottenni dimostrarono la mancanza di ogni fenomeno psichico durante le intermittenze, e provarono al contrario che nelle pause del respiro il sonno è assai più duro e profondo. I periodi si compiono senza alcuna partecipazione della coscienza. Anche quando le intermittenze erano molto lunghe, svegliando le persone non si verificò mai il caso che qualcuno si lagnasse di ambascia nella fase della dispnea.

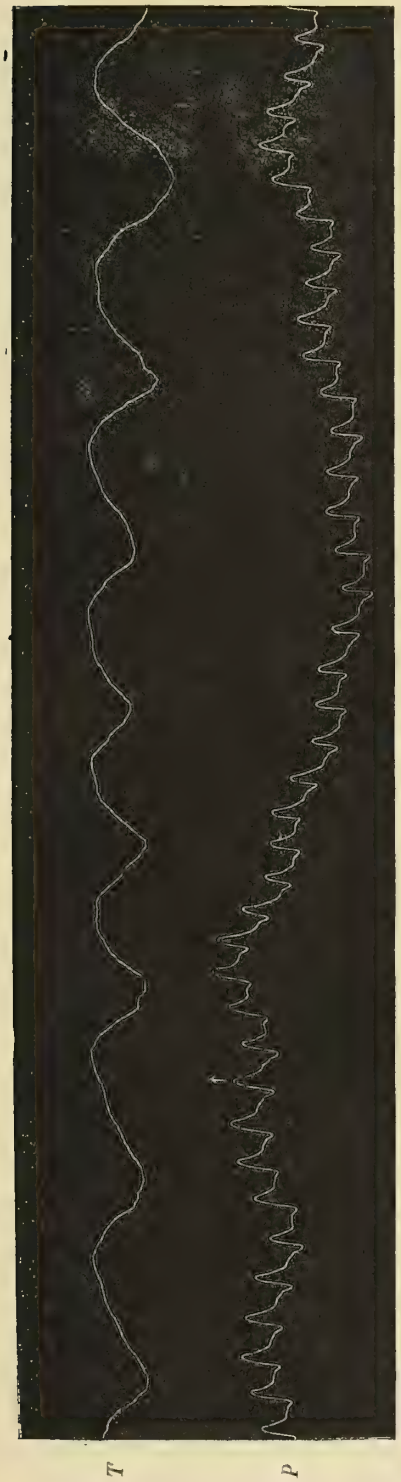


Fig. 15. — Prof. Bajardi. Tracciato della respirazione toracica *T* e del polso nel piede, scritto collo sfigmografo ad aria durante il sonno. Nel segno ↑ succede un debole rumore che non lo sveglia, ma che produce una modificazione del respiro, ed una contrazione nei vasi sanguigni del piede.

Le pause del respiro non esercitano alcuna azione sul centro vasomotorio, finchè queste non sono troppo lunghe. Quando vi esiste un'azione delle intermittenze sui vasi sanguigni, trovai che questi reagiscono in un modo opposto a quanto succede per i fatti psichici.

Queste osservazioni che ho fatto nel sonno fisiologico, ci serviranno più tardi quando paragoneremo tali fenomeni colla respirazione di Cheyne e Stokes dove i clinici avevano già constatato che delle lunghissime intermittenze non vengono avvertite dagli ammalati.

Vediamo subito qualche esempio di questa opposizione.

Il prof. Bajardi è un uomo robustissimo; trovandosi nel mio laboratorio si offrì gentilmente perchè facessi sopra di lui alcune esperienze sul respiro durante il sonno. Si corica sopra una tavola ricoperta da un materasso e dopo pochi minuti si addormenta. Scrivo la respirazione del torace col pneumografo di Marey, e il polso del piede col mio sfigmografo ad aria come si vede nella figura 15.

Alle 3 pom. nel punto ↑ entra il prof. Bizzozero: io nell'alzarmi muovo leggermente la seggiola. Il prof. Bajardi non si sveglia, non si muove: ma il respiro diventa alquanto più celere e più superficiale. La quinta e la sesta ed alcune respirazioni

successive sono più forti del normale: e dopo quattro o cinque minuti ricomincia nuovamente il tipo del sonno profondo e tranquillo. Nel piede si produsse una forte contrazione dei vasi sanguigni, il volume del piede è già divenuto normale quando il respiro non è ancora divenuto normale.

Nel sonno profondo il prof. Bajardi presenta spesso dei periodi molto caratteristici con delle brevi intermittenze nel respiro. La fig. 16 rappresenta una di queste intermittenze brevissime in cui quasi un intero movimento respiratorio rimane abortito e perduto. Abbiamo già parlato di questo fenomeno nel principio del capitolo IV a pag. 473. Qui si vede che l'arresto del respiro è seguìto da un aumento di volume del piede. Nella figura 17 è rappresentata un' altra pausa del respiro che non dipende da nessuna causa esterna e che deve considerarsi essa pure come un arresto dovuto alla mancante azione dei centri nervosi: anche qui abbiamo una dilatazione dei vasi sanguigni nel piede, come si vede nella linea *P*.

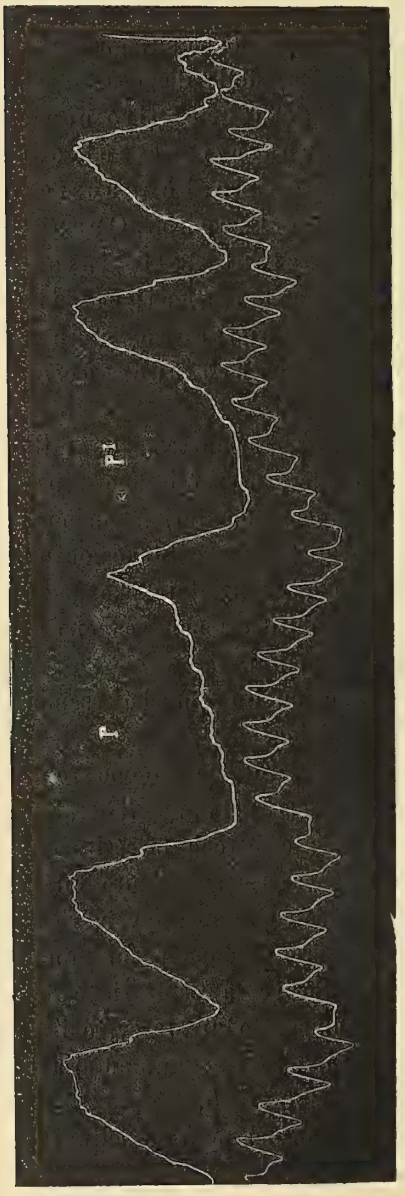


Fig. 16. — Sonno. Continuazione del tracciato precedente. In *P* e *P'* vi sono due espirazioni più lunghe del normale, durante le quali si produce una leggera dilatazione nei vasi sanguigni del piede.

Le ricerche che ho fatte col pletismografo ad aria per misurare i mutamenti di volume dell' antibraccio mi condussero al medesimo risultato: che cioè durante le intermittenze del respiro vi è una diminuzione nella tonicità dei vasi sanguigni, mentre che nei fenomeni psichici succede un aumento nella tonicità dei vasi sanguigni.

Traube aveva già detto che nel respiro periodico di Cheyne e Stokes non vi è un rapporto diretto fra la pressione sanguigna ed i periodi del respiro; assicuriamoci di questo fatto.

Un piccolo cane avvelenato da circa 40 minuti con una forte dose di cloralio injettata nella vena giugulare presenta una respirazione a periodi con delle lunghe intermittenze. Si scopre la carotide e si scrive la pressione del sangue con un manometro a mercurio sul chimografo a carta continua. Il tracciato 22 della

tavola IV, rappresenta un pezzo di un lungo tracciato tutto eguale che scriviamo per circa mezz'ora; e in questo frattempo rimase costante la respirazione periodica con delle lunghe remittenze. Nella linea superiore *R* scritta col pneumografo di Marey applicato intorno al torace si vedono tre periodi di attività respiratoria colle remissioni corrispondenti. La pressione *T* diminuisce alquanto in seguito alle profonde inspirazioni. La linea inferiore *T* segna il tempo in minuti secondi.

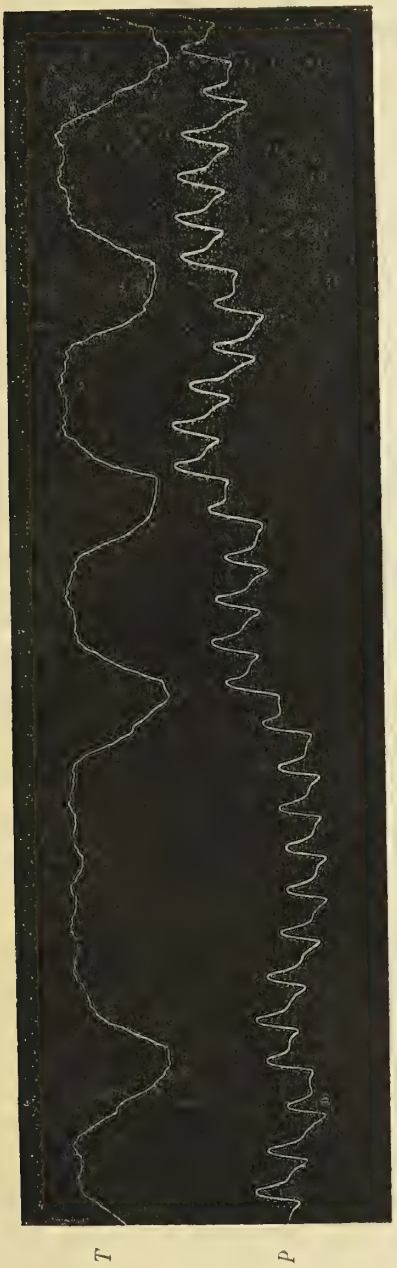


Fig. 17. — Altro esempio di una pausa del respiro nel sonno *T* seguito da una dilatazione dei vasi nel piede linea *P*.

Durante la pausa, la pressione del sangue ritorna al livello normale e vi rimane fino a che comincia a diminuire per l'effetto meccanico delle inspirazioni più forti. In questo tracciato non osserviamo alcun mutamento nella pressione generale del sangue che ci permetta di supporre che i periodi dipendano in qualche modo dai fenomeni vasali: anzi ci sorprende che delle variazioni così profonde nel ritmo del respiro abbiano un effetto presso che nullo nel centro vasomotorio.

Tale indipendenza può solo spiegarsi ammettendo che malgrado le lunghe intermittenze non è del tutto cessata la respirazione superflua o di lusso.

Per mezzo della piridina injettata nelle vene, o nella cavità dell'addome, si ottiene una forma di respiro affatto caratteristica come non osservai con nessun altro veleno; la quale dimostra, che i periodi di attività del centro respiratorio, e quelli del centro vasomotorio sono fra di loro affatto indipendenti e discordanti. Il centro vasomotorio e il centro respiratorio quando esiste la respirazione di lusso non hanno alcuna necessità di procedere strettamente d'accordo: e solo quando incomincia a sentirsi la povertà di ossigeno, o l'accumulo dell'acido carbonico che i due centri funzionano insieme.

Secondo la dottrina di Filehne i periodi del respiro dipendono dalla contrazione dei vasi sanguigni nel midollo, la quale producendo un'anemia incipiente del centro respiratorio, lo eccita a nuovi movimenti respiratorî. Evidentemente questa è una supposizione, perchè nè Filehne, nè altri hanno mai veduto se realmente i vasi sanguigni del midollo allungato si restringano o si dilatino. Io mi sono però avvicinato assai di più di ogni altro in questo studio nel senso di Filehne, e sono giunto a dei risultati affatto contrarî alla sua ipotesi.

In una prossima Memoria intorno alla circolazione del sangue nel cervello

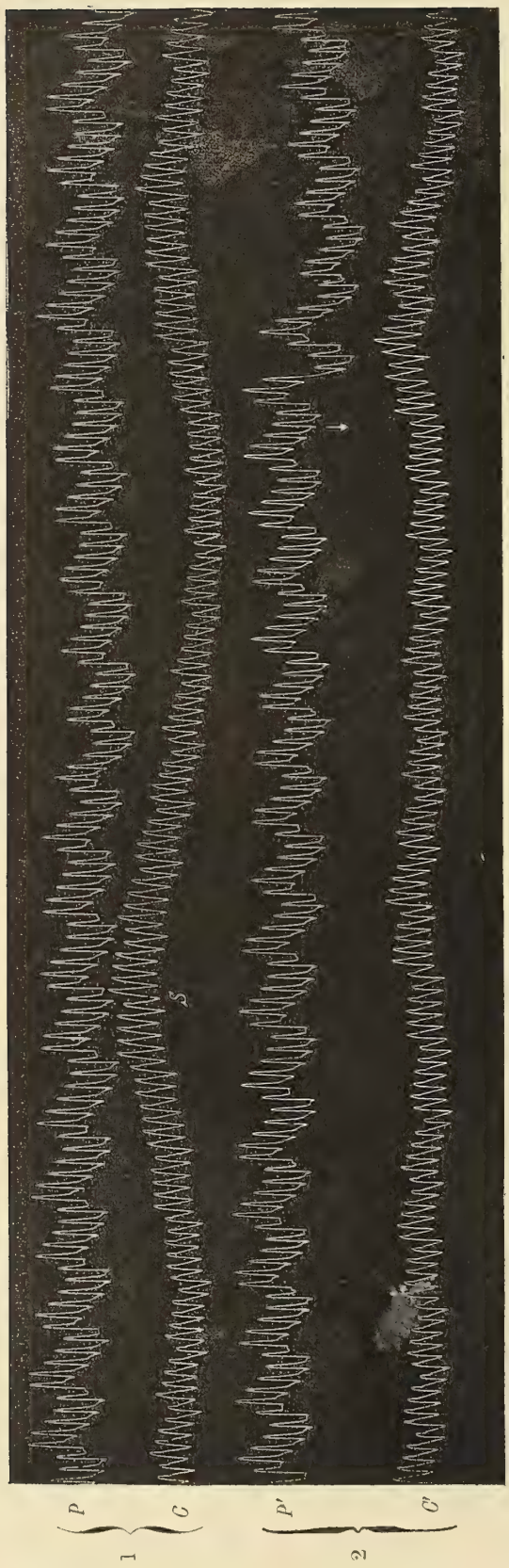


Fig. 18. — Polso del cervello (linea *C C'*) scritto contemporaneamente al polso del piede (linea *P P'*) in un uomo mentre dorme. In questi tracciati si vede che le forti contrazioni e le dilatazioni dei vasi nel cervello durante il sonno non modificano il ritmo del respiro. Nel tracciato *P' C'* dove vi è il segno ↓ batto leggermente sulla tavola col dito, si produce poco dopo una contrazione dei vasi sanguigni nel piede, ed un afflusso maggiore di sangue al cervello.

dimostrerò che la respirazione non si altera mentre che i vasi sanguigni subiscono profonde modificazioni nel cervello.

Qui intanto darò un esempio di questo fatto. La figura 18 è la riproduzione di un tracciato nel quale sono scritti contemporaneamente il polso del piede per mezzo del mio sfigmografo ad aria ed il polso del cervello in un uomo per nome Cane Luigi che aveva un'apertura del cranio alla regione parietale. Esso dormiva profondamente e il volume del cervello presentava delle forti ondulazioni che dipendevano dai movimenti spontanei dei vasi sanguigni del cervello. Erano le 11,45 di notte e tutto intorno stava nel più profondo silenzio. Noi vediamo nel tracciato 8 che appare in *S* una forte dilatazione dei vasi sanguigni cerebrali, alla quale non corrisponde alcun mutamento nei vasi del piede. È interessante di osservare come possano succedere dei mutamenti così notevoli nella circolazione del sangue nel cervello umano, senza che per questo si modifichi il ritmo del respiro, quale trovasi segnato nel polso del piede e del cervello.

Sul finire della linea *C'* si vede che i vasi sanguigni si dilatano e si restringono un'altra volta, mentre che i vasi del piede non presentano alcuna modificazione, eccetto le oscillazioni respiratorie che

dipendono dal fatto meccanico della respirazione. Nell'ultima linea dove c'è il segno ↓ batto leggermente sulla tavola colla nocca del dito indice ed apparisce immediatamente un afflusso più copioso di sangue al cervello, mentre si produce una contrazione dei vasi sanguigni nel piede.

Il prof. Murri in un suo recente lavoro pubblicò già una serie assai interessante di tracciati (1) in alcuni dei quali misurò i cambiamenti di volume dell'antibraccio, col pletismografo, ed avrebbe osservato che durante la pausa vi è un aumento di volume. Io pure ho confermato questo fatto e credo si possa ritenere come dimostrato che nelle intermittenze succeda una leggiera dilatazione dei vasi. Questa sarebbe una delle ragioni per ammettere che il sonno durante le intermittenze diventa più profondo. È probabile che questo aumento di volume appaia alquanto maggiore per la complicazione del fatto meccanico della cessata aspirazione toracica. Potrei riprodurre parecchie osservazioni fatte col pletismografo dove questo aumento durante la pausa non esiste od è molto leggero.

Basta a tale scopo di osservare la linea 27 della tavola V per vedere che i periodi del respiro non dipendono da fatti vasomotorî. Nelle numerose osservazioni che feci in proposito non mi capitò mai di vedere un restringimento dei vasi durante la pausa: e questo è molto importante per il concetto che dobbiamo farci delle intermittenze, che sono a mio parere nient'altro che dei periodi di maggiore profondità del sonno.

Non ci deve sembrare strano che vi esistano dei periodi, nei quali i centri nervosi tendono a riposarsi e ad interrompere il lavoro che li affatica, mi pare anzi logico di ammettere che in tutti gli organi si manifesti questa tendenza.

Le osservazioni sui vasi sanguigni ci danno una prova di questo fatto. Finchè è grande l'attività dei centri nervosi e noi siamo svegliati non si modifica sensibilmente il volume delle gambe o delle braccia, ma appena ci addormentiamo incominciano a manifestarsi delle forti ondulazioni che non hanno alcun rapporto col respiro. Ciò che la figura 18 fa vedere per il cervello potrei dimostrarlo con tracciati analoghi per le braccia e per le gambe. Nel sonno ogni centro è per così dire abbandonato a se stesso e si manifestano nel cervello e negli altri organi del corpo dei cambiamenti profondi nella tonicità dei vasi sanguigni, paragonabili ai periodi di riposo che noi vediamo succedere periodicamente nel ritmo dei movimenti respiratorî, e nella tonicità dei muscoli che servono alla funzione del respiro.

La circolazione del sangue ha una grande influenza nel produrre la respirazione periodica. Mi capitò spesso di trovare degli animali cloralizzati i quali avevano una respirazione regolarissima, finchè rimanevano in posizione orizzontale: ma appena diminuivo l'afflusso del sangue al cervello (inclinando leggermente il corpo in modo da sollevare il capo ed abbassare le gambe) comparivano subito delle lunghe intermittenze nel respiro.

Però non si può affermare che basti l'anemia del cervello per produrre la respirazione periodica intermittente, perchè ebbi ad osservare dei cani cloralizzati nei

(1) A. Murri, *Sulla genesi del fenomeno di Cheyne-Stokes*. Rivista clinica 1883, n. 10 ed 11.

quali i periodi della respirazione comparivano solo quando si metteva l'animale in posizione orizzontale dopo averlo lasciato per qualche tempo in posizione verticale colla testa in alto. Uno di questi casi l'ho citato a pagina 508. Altre volte la respirazione periodica intermittente compariva mettendo l'animale cloralizzato colla testa in basso.

Riferisco una di queste esperienze che credo interessante per molti riguardi: Per inclinare il corpo senza dover imprimere delle scosse all'animale mi servivo del supporto di Rothe; è noto come questo apparecchio sia fatto da una doccia di ferro mobile nel suo mezzo sopra due perni, in modo che le si possono dare tutte le inclinazioni che si desiderano fino a fare un giro completo nella direzione verticale.

Esporrò un'esperienza fatta il 18 novembre 1884, e ricopierò sommariamente ciò che sta scritto nel giornale delle osservazioni per dare un'idea più esatta delle condizioni in cui si trovava l'animale nel tempo abbastanza lungo in cui potei produrre a volontà il ritmo della respirazione intermittente.

Cane di media grandezza, gli injetto successivamente nella vena giugulare due grammi di cloralio in una soluzione del 50 %. La respirazione diviene subito più superficiale. L'animale conserva i movimenti riflessi delle palpebre quando si tocca la congiuntiva.

Mentre gli injetto un altro mezzo grammo di cloralio osservasi in modo distintissimo che la respirazione toracica si arresta quasi completamente, mentre continua a muoversi il diaframma.

Volto l'animale colla testa in basso e vedo che i movimenti respiratorî del torace vanno rapidamente rinforzandosi e diventano fortissimi: mentre che i movimenti dell'addome diventano assai più deboli di prima.

Scrivo nello stesso tempo i movimenti dell'addome e del torace con due timpani a membrana elastica sostenuti ciascuno da un tubo di piombo fissato con una vite sul supporto di Rothe.

Ad ogni rotazione del cane per metterlo orizzontale, o volgerlo coi piedi o colla testa verso terra, si rimettevano sempre in posto i timpani per rimediare allo spostamento dei visceri e alla deformazione del torace per effetto della gravità.

Si nota in modo da non aver dubbio che: quando l'animale è inclinato colla testa in alto, si rinforza la respirazione dell'addome, e diviene evidente la contrazione dei muscoli retti i quali producono l'espirazione attiva, e nel torace diminuisce l'ampiezza delle inspirazioni. Quando si mette l'animale nella posizione opposta è invece il torace che rinforza i suoi movimenti, le escursioni dell'addome sono assai più piccole, e cessa l'espirazione attiva dei muscoli addominali (1).

Mentre è in posizione orizzontale injetto un altro mezzo grammo di cloralio

(1) Questi mutamenti del tipo respiratorio verranno descritti più estesamente in una prossima Memoria del dottore Aducco e Grandis.

nella giugulare e cessa nuovamente la respirazione toracica, mentre continua, benchè assai indebolita, la respirazione diaframmatica.

Il cane aveva ricevuto 3 grammi di cloralio nelle vene e mancavano i movimenti riflessi delle palpebre. I movimenti del torace si rinforzano, e divengono più lenti, mentre nell'addome compaiono dei periodi di attività ora maggiore ed ora minore.

Continuo a scrivere per circa un minuto e poscia metto il cane colla testa in basso e poco dopo la respirazione diviene periodica. Le intermittenze durano appena 2 o 3 secondi; i periodi dell'attività respiratoria sono irregolari: hanno ora 6 ora 8 o 10 inspirazioni, poi compare un periodo più lungo con respirazione forte ed affannosa. Gli injetto un altro mezzo grammo di cloralio nella giugulare. La respirazione diviene subito più debole e compaiono le intermittenze. Questa volta si vede che la respirazione continua nel torace e manca nell'addome. Solo nel più forte dei periodi compaiono dei movimenti nell'addome. La respirazione è anche nel torace molto superficiale. Appaiono delle pause complete che durano da 16 a 20 secondi: poi l'animale fa 10 o 12 inspirazioni e poi un'altra pausa. Dopo 4 di questi periodi succede un lungo riposo di 50 secondi nel quale appaiono circa otto debolissime inspirazioni toraciche alle quali non corrisponde alcun movimento nel diaframma perchè l'addome si lascia deprimere come se fosse passivo, tutte le volte che il torace si dilata debolmente. Vedendo un arresto così prolungato del respiro capovolgo l'animale e lo metto colla testa in basso: la respirazione ricompare immediatamente.

Per produrre la respirazione intermittente bastava di mettere l'animale colla testa in basso.

Per dare un'idea più completa delle modificazioni che subisce il respiro per effetto dei cambiamenti di posizione, riferisco tutto intero un foglio delle mie osservazioni, cosicchè la tavola VIII è la riproduzione esatta del quinto foglio delle esperienze che feci su questo cane.

Nel tracciato 39 la linea *Tor* rappresenta i movimenti del torace, l'inferiore *Ad* quelli dell'addome, e così nelle linee successive dei tracciati 40 e 41. In *B* fermo il cilindro per circa quattro minuti per vedere se alle volte si modificasse il tipo del respiro. Poi metto nuovamente in moto il cilindro, e scrivo il pezzo *BC* da cui si vede che il respiro si conserva costante. In *E* capovolgo il cane mettendolo colla testa in basso; i movimenti del respiro tanto all'addome quanto al torace divengono immediatamente assai deboli. In *D* arresto pochi secondi il cilindro per assicurarmi che i timpani toccano bene. Poco dopo in *F* appare un forte periodo di attività, il quale però non è seguìto da una pausa come succede nell'apnea perchè le respirazioni continuano colla medesima frequenza di prima.

Nel tracciato 40 il fenomeno della respirazione intermittente si mostra colla più grande regolarità, tanto nel torace, quanto nell'addome. In *G* faccio un forte grido nelle orecchie del cane per vedere se riuscivo ad affrettare o ad arrestare i periodi. In questo caso successe una intermittenza assai più lunga delle precedenti. Il periodo di attività respiratoria che segue quest'ultima intermittenza differisce dai precedenti.

Succede un secondo periodo irregolare e finalmente un lungo periodo di attività respiratoria del quale si vede una parte nel principio del tracciato 41.

Non oserei affermare che queste modificazioni dipendano unicamente dall'emozione che può aver prodotto il grido.

L'intermittenza dopo un periodo di attività respiratoria non è dovuta all'apnea, come si dovrebbe credere secondo l'ipotesi di Filehne: infatti noi vediamo in questo esempio che le intermittenze successive sono egualmente lunghe, quantunque i periodi dell'attività respiratoria siano molto più brevi. Abbiamo già osservato nell'esperienza precedente che i periodi tendono a divenire meno frequenti e più deboli prolungandosi le intermittenze, ciò che è pure contrario alle ipotesi di Filehne.

Un fenomeno su cui desidero di chiamare l'attenzione è il conato respiratorio che succede in *H H' H''* nei muscoli del torace senza che vi sia nulla nel diaframma, per cui l'addome invece di sollevarsi si lascia deprimere.

Dopo qualche minuto la respirazione diviene molto affannosa. Gli injetto mezzo grammo di cloralio nella vena giugulare, la respirazione ritorna regolare e tranquilla, ma molto superficiale: gli injetto altro cloralio e i movimenti del torace diminuiscono sempre più di ampiezza lasciando che la funzione del respiro si compia quasi tutta dal diaframma.

Scrivo altri tre fogli di tracciati, ma la respirazione intermittente non appare più. La sensibilità dell'animale è così diminuita, dopo che gli abbiamo injettato 6 grammi di cloralio nelle vene, che solo comprimendogli forte il piede con un paio di tanaglie succede un debole rilasciamento del diaframma e un leggero rallentamento del respiro dopo 15 secondi. Il ritardo nella trasmissione delle reazioni al dolore è un fatto importante che abbiamo constato assai spesso in queste osservazioni.

Dopo l'animale viene ucciso per dissanguamento. L'esperienza durò quattro ore.

CAPITOLO VIII.

Le oscillazioni successive.

Ritengo essere una condizione naturale alla vita dei centri nervosi, che quando vengono destati dal riposo, non ricadano immediamente nello stato primitivo, ma vi ritornino con una serie di oscillazioni, in cui l'eccitabilità cresce e diminuisce gradatamente. Tutti abbiamo provato su noi stessi nell'addormentarci (o quando ci svegliamo e dopo riprendiamo il sonno) che vi sono delle idee e delle imagini che oscillano nei limiti della coscienza le quali appaiono e scompaiono, finchè ci sfuggono del tutto. Un fatto analogo venne da me osservato studiando nell'uomo i mutamenti della circolazione sanguigna del cervello che accompagnano i fatti psichici. In un prossimo lavoro sulla circolazione del sangue nel cervello dell'uomo pubblicherò i tracciati che dimostrano in che modo si producano queste oscillazioni successive nel centro vasomotorio; per ora ci limiteremo a studiare questo fenomeno nella funzione del respiro.

Un esempio caratteristico l'abbiamo nel tracciato 23 e 24 della tavola IV. Si tratta di un piccolo cane profondamente cloralizzato.

Io volevo assicurarmi se la dilatazione dei vasi sanguigni prodotta dalle inalazioni di nitrito di amilo era capace di modificare il ritmo del respiro in quest'animale che non presentava alcuna tendenza a dare dei periodi. In α gli metto a poca distanza dalle narici un po' di cotone inzuppato nel nitrito di amilo: in ω lo tolgo e con un foglio di carta agito l'aria per allontanarne i vapori; poco dopo la respirazione diviene più lenta e profonda. Questo ritardo è probabilmente identico al ritardo che osservasi negli animali profondamente cloralizzati e quasi insensibili per tutti gli eccitamenti che vengono a turbare il riposo dei centri nervosi.

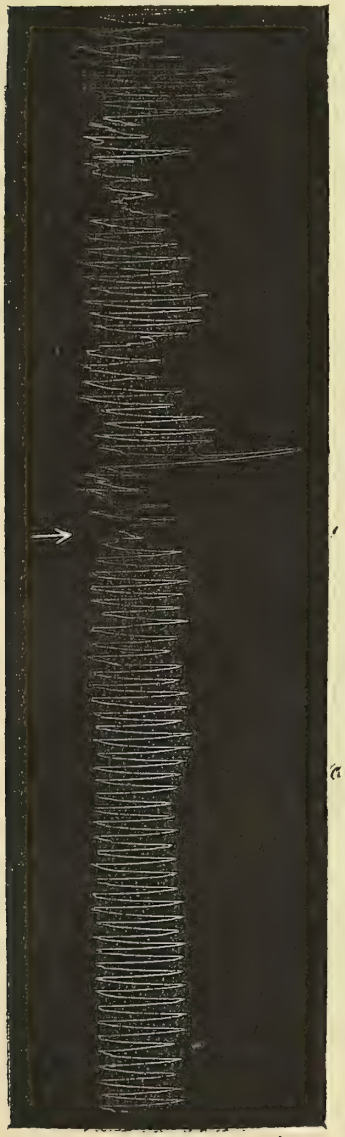


Fig. 19. — Respirazione toracica di un vecchio durante il sonno. Nel segno ↓ faccio un leggero rumore. Senza che la persona si svegli, la respirazione diventa periodica e compaiono le oscillazioni successive.

Poco dopo il respiro diventa quasi normale e poscia nella linea 24 appaiono quattro oscillazioni successive *N*, *P*, *Q*, *R*. Queste evidentemente sono un fatto nervoso. Per eliminare il dubbio che qui si tratti dell'azione di un gas riferisco un'altra esperienza, tracciato 26, tavola V, in cui ottenni il medesimo risultato comprimendo le gambe.

Si tratta di un cane profondamente cloralizzato il quale non reagiva più in nessuna maniera al dolore se non modificando i movimenti del respiro. Nel punto segnato da una freccia faccio una forte compressione della zampa con una tanaglia. Poco dopo i movimenti respiratorî del torace diventano più profondi e più lenti, poi ritornano ad essere quasi normali in *A* e quindi succede un periodo di attività maggiore in *B*; poi si ripete ancora un altro periodo in *C* e finalmente il respiro torna ad essere regolare ed uniforme. Le oscillazioni successive sono una forma speciale della respirazione periodica che noi eccitiamo turbando la quiete dei centri nervosi.

Anche nell'uomo osservai le oscillazioni successive nell'attività nel centro respiratorio per effetto di cause esterne. La figura 19 rappresenta una di queste esperienze. Si tratta di un vecchio di 77 anni che veniva a dormire nel laboratorio. La sera del 29 maggio verso mezzanotte mentre esso respirava regolarmente come si vede nella prima parte del tracciato 19, faccio un leggero rumore nel punto segnato con una freccia: succede un breve arresto del respiro, poi una inspirazione profonda e quindi un vero

periodo con depressione del torace, poi una leggera pausa, quindi un altro periodo e quindi un terzo ed un quarto periodo: dopo i quali la respirazione diventò normale.

Fig. 20. — Oscillazioni successive del respiro osservate in seguito alla chiusura della trachea fatta da α in ω in un cane cloralizzato. Il tracciato del torace e dell'addome sono scritti contemporaneamente.

Questi tracciati furono scritti con un pneumografo di Marey applicato sul torace. Mezz'ora dopo la respirazione diventò intermittente nel modo il più caratteristico.

Le oscillazioni successive non sono però un fenomeno che possa osservarsi in tutti gli uomini e in tutti gli animali. Perchè si producano sono necessarie certe disposizioni che io non saprei stabilire, come non è possibile finora dire perchè alcuni animali abbiano una grande tendenza alla respirazione periodica ed altri non ne abbiano alcuna.

Un mezzo efficace per ottenere le oscillazioni successive mi parve essere un leggero grado di asfissia ottenuto con la chiusura più o meno prolungata della trachea.

In un cane, del quale trascrivo due tracciati ho veduto ripetersi cinque volte di seguito questo fenomeno tutte le volte che aprivo la trachea dopo aver prodotto un grado più o meno forte di asfissia. Era un cane che aveva una debolissima tendenza alla produzione dei periodi. Solo dopo avergli injettato 4 grammi di cloralio in una soluzione del 5 % cominciarono a manifestarsi dei periodi quando lo mettevo nella posizione orizzontale. I periodi, contrariamente a quanto abbiamo veduto nella tavola VIII, mancavano affatto mettendo l'animale colla testa in alto in modo da produrre un leggero grado di anemia cerebrale. Nella figura 20 la linea *Tor* rappresenta la respirazione toracica scritta con un

timpano a membrana elastica di cui il bottone poggiava sullo sterno: la linea inferiore *Ad* rappresenta i movimenti dell'addome scritti con un pneumografo di Marey.

Da α in ω si chiude ermeticamente la trachea. I movimenti del torace e del diaframma vanno successivamente diminuendo di ampiezza come se il centro ed i muscoli fossero esauriti dal lavoro, ma non lo è: appena si apre la trachea le respirazioni diventano senza alcun intervallo immediatamente più forti. Il sangue non ebbe tempo di farsi arterioso e poi di recarsi al cervello ed al midollo allungato per ristorarne le forze: ciò prova che anche qui si tratta di un fenomeno nervoso che dipende dalla diminuita resistenza. È però singolare il fatto che le inspirazioni diventano subito più frequenti appena cessa l'ostacolo al passaggio dell'aria nei polmoni: malgrado che l'animale non desse più alcun movimento riflesso delle palpebre toccando la congiuntiva. I movimenti si ripetono più rapidi e decrescono in altezza e poi succede come una leggera remittenza, poi una inspirazione più forte e quindi due periodi.

Nella figura 20 ho riprodotto due oscillazioni successive osservate nel medesimo cane in un'esperienza fatta poco dopo colla chiusura della trachea. Per brevità ho solo riprodotto la parte delle oscillazioni che seguono la respirazione più attiva in seguito alla temporanea chiusura della trachea del cane.

Le oscillazioni successive sono a mio credere la forma iniziale dei periodi. L'energia dei centri nervosi non si svincola sempre in modo continuo ed uniforme ma tende spesso a svincolarsi con dei periodi di maggiore e minore attività. Quando si turba l'equilibrio dei centri nervosi nascono delle oscillazioni che vanno gradatamente scemando oppure diventano il principio di oscillazioni sempre più forti come una campana dove ogni trazione leggera accumula la forza che produce delle oscillazioni maggiori. Io credo che la respirazione periodica, la remittente e la intermittente siano dovute a questa tendenza dei centri nervosi che si manifesta nel suo modo più semplice colle oscillazioni successive (1). Non è un'idea nuova che una funzione ritmica ed uniforme possa trasformarsi in una funzione periodica quando il centro nervoso da cui emana subisce una depressione: ma i fisiologi non avevano pensato che nel sonno potesse rendersi meglio evidente questo fatto per i movimenti del respiro.

(1) È interessante il fatto osservato da Filehne e Lewandowsky che si possa produrre il respiro di Cheyne-Stokes con una leggera pressione sulle fontanelle. In un bambino nel quale questa forma di respiro di Cheyne e Stokes cessava di quando in quando Filehne trovò che poteva farla comparire comprimendo leggermente il cervello: e qualche volta il respiro di Cheyne e Stokes persisteva cessata la pressione. — W. Filehne, *Das Cheyne-Stokes sche Athmungsphänomen.* Berliner Klinische Wochenschrift 1874, pag. 406.

CAPITOLO IX.

I fenomeni caratteristici del sonno nella respirazione intermittente.

Le prime osservazioni sulla respirazione periodica durante il sonno fisiologico, le feci nel 1876 e le pubblicai nel 1878 (1). Il dott. W. H. Broadbent (2) nel 1877 dopo aver descritto parecchi casi di respirazione di Cheyne e Stokes prodotti da emorragia cerebrale, racconta di aver osservato il respiro di Cheyne e Stokes in un signore di 80 anni mentre dormiva.

Nell'opere postume di Traube pubblicate nel 1878, si trova pure un'osservazione da cui appare che l'illustre clinico di Berlino aveva notato che nel sonno la respirazione poteva divenire periodica (3).

Traube studiando la respirazione di Cheyne e Stokes osservò per la prima volta le contrazioni muscolari fugaci che appaiono sul volto ed alle estremità verso il fine della pausa; ma la rassomiglianza che egli credette di osservare fra questo fenomeno e quello che si produce negli animali curarizzati, quando diviene insufficiente il respiro, lo indusse in errore.

Le scosse muscolari mostrano secondo me l'affinità profonda che esiste fra il sonno e il fenomeno di Cheyne e Stokes. Quando i centri nervosi tendono a riposarsi, appaiono delle scosse e dei sussulti muscolari che tutti abbiamo provato nel sonno, perchè qualche volta sono capaci di svegliarci. Le contrazioni muscolari della faccia e delle estremità, sono un fenomeno normale del sonno, e se appaiono nella respirazione di Cheyne e Stokes è perchè anche qui si tratta di uno stato dei centri nervosi analogo al sonno: senza che si possa ammettere una insufficienza del respiro come voleva Traube.

Potrei riferire molti tracciati dove si vede che ad ogni inspirazione più forte succede contemporaneamente una contrazione dei muscoli flessori della mano.

In alcune persone manca ogni rapporto fra i movimenti della faccia, delle braccia o delle gambe coi movimenti del respiro. Riferisco una osservazione, figura 21, per dimostrare che le contrazioni muscolari osservate nel sonno non dipendono certamente

(1) A. Mosso, Op. cit. § 6. *Respirazione di Cheyne e Stokes nel sonno.* Archivio per le scienze mediche. Fascicolo 4, 1878. *Ueber die gegenseitigen Beziehungen der Bauch und Brustathmung.* Archiv. f. anat. und Phisiologie v. Du Bois Reymond 1878, pag. 463.

(2) W. H. Broadbent, *On Cheyne Stokes respiration in cerebral hemorrhage.* The Lancet, March 1877, pag. 307.

(3) Traube, *Gesammelte Beiträge zur Physiologie.* Vol. III, pag. 210. Berlin, 1878. Si tratta di una storia di asma cardiaco pubblicata dal Fraenkel nella quale il Traube faceva la seguente osservazione:

« Aber warum erscheinen die asthmatischen Anfälle besonders des Nachts, obschon doch ihre Ursache scheinbar eine permanent wirkende ist? Moglicher Weise liegt der Grund hiervon in der eingenthümlichen Beschaffenheit, welche die Respiration während des Schlafes darbietet. Beobachtet man einen tief schlafenden Menschen, so findet man häufig, dass seine Athemzüge immer flacher und flacher werden, bis sie anscheinend ganz ausbleiben, dann auf eimnal treten eine, oder mehrere tiefe schnarchende Inspirationen ein, worauf abermals die Verflachung der Athemzuge erfolgt ».

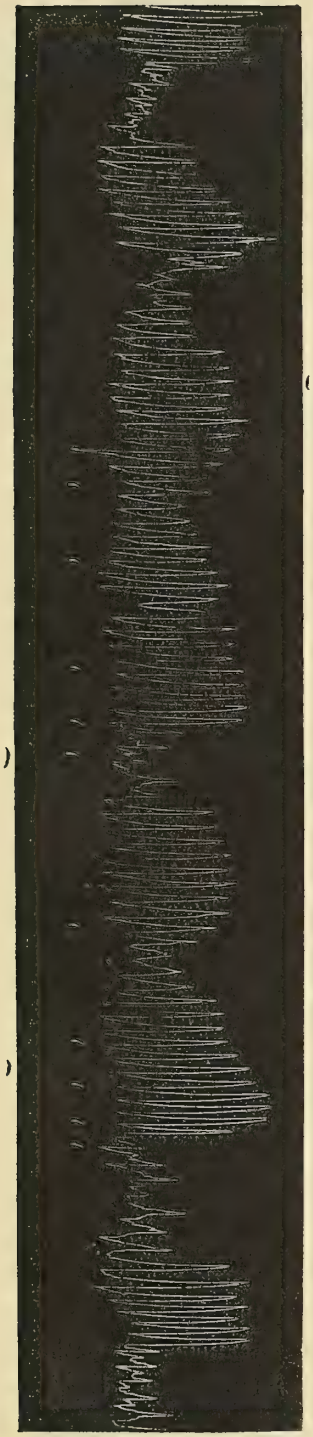


Fig. 21. — Respirazione periodica di un vecchio di 77 anni durante il sonno. — Le virgole segnate sopra indicano il momento in cui succedeva una leggera scossa delle gambe.

dall'accumularsi dell'acido carbonico nel sangue. Si tratta di un vecchio di 77 anni nel quale aveva osservato che durante il sonno si producevano regolarmente dei periodi di respirazione intermittente. — In una notte d'estate che egli aveva delle scosse abbastanza forti nelle gambe, facemmo sul cilindro dove scrivevamo la respirazione toracica, un segno ad ogni movimento delle gambe.

La figura 21 rappresenta un frammento di tali osservazioni. Paragonando i segni fatti coi periodi del respiro scritto col pneumografo di Marey si vede chiaramente che manca ogni rapporto fra le scosse muscolari e il fenomeno del respiro. Posso però dire che in generale tali sussulti appaiono più spesso durante le pause ed al principio di un periodo di attività respiratoria che non alla fine del medesimo.

Le relazioni fra il sonno ed il fenomeno della respirazione intermittente appaiono manifestissime nello studio dei movimenti dell'iride. È un fatto conosciuto dagli antichi, e sul quale richiamò l'attenzione il Fontana nel suo classico libro sui movimenti dell'iride (1), che la pupilla si trova contratta durante il sonno e si allarga considerevolmente quando ci svegliamo. Leube (2) fu il primo ad osservare che nella respirazione di Cheyne e Stokes si restringe la pupilla nel momento in cui incomincia la pausa e che questa si allarga nuovamente colla prima respirazione successiva. E così pure Leube constatò che nello stesso mentre in cui restringevasi la pupilla si offuscava la coscienza e l'ammalato diveniva insensibile; e che nella fase successiva dell'attività respiratoria dava segni di sentire nuovamente il dolore. Si pubblicarono dopo molti casi analoghi e uno dei più interessanti è quello descritto da Merkel (3) di un ammalato colpito di apoplessia nel quale il fenomeno del respiro di Cheyne e Stokes durò circa una settimana.

(1) F. Fontana, *Dei moti dell'iride*. Lucca 1765, pag. 39.

(2) W. Leube, *Ein Beitrag zur Frage vom Cheyne-Stokes'schen Respirations Phänomen*. Berliner klinische Wochenschrift, April 1870, pag. 177.

(3) Merkel, *Zur Casuistik des Cheyne Stokes'schen Respirations Phänomens*. Deutsches Archiv f. klin. Medizin VIII, pag. 424.

Anche questo ammalato si addormentava nella intermittenza del respiro e si svegliava nel periodo dell'attività respiratoria. Quando gli si domandava qualche cosa sul principio dell'intermittenza esso capiva, ma non poteva più rispondere perchè sopraggiungeva il sonno. Quando riprendeva il respiro egli se ne rammentava e dava una risposta ragionevole, quantunque la parola fosse lenta e stentata. Queste interruzioni del sonno e della veglia che accompagnavano i periodi del respiro erano così evidenti, che quando l'ammalato voleva alzarsi per mettersi a sedere nel letto, se compariva una intermittenza in questo frattempo, esso rimaneva mezzo ritto senza più muoversi, o ricadeva spossato nel letto. L'ammalato non si lamentò mai che le interruzioni del respiro gli dessero ambascia, o noja.

Un'altra rassomiglianza profonda tra le intermittenze e i fenomeni del sonno sta nei movimenti degli occhi che Fontana aveva già descritti come caratteristici del sonno, e che Leube e Biot hanno constatato nella pausa della respirazione periodica.

Qualche volta i movimenti degli occhi sono orizzontali, ma più generalmente si piegano all'indentro ed in alto.

Durante il fenomeno della respirazione intermittente si può guardando gli occhi vedere come si succedano i periodi dell'assopimento nei centri nervosi. Si ripetono qui gli stessi fenomeni che si osservano nel sonno e nella cloroformizzazione.

Quando la pupilla si dilata è segno che il sonno diviene più superficiale o cessa del tutto; quando gli occhi si rivolgono in dentro ed in alto, e la pupilla si restringe, è segno che il sonno diviene più intenso.

Prima ancora che Traube chiamasse l'attenzione dei clinici sul fenomeno di Cheyne e Stokes, Nasse aveva già scritto (1) nel suo libro sulle malattie del sistema nervoso, che qualche volta nelle meningiti basillari succedono delle lunghe pause nel respiro, come se gli ammalati *dimenticassero di respirare.* Dopo una lunga serie di ipotesi ed una lotta vivissima per spiegare il fenomeno delle intermittenze, questa similitudine di Nasse prende ora un significato decisivo ed io non saprei suggerire un'espressione più felice. — I centri nervosi mentre tendono a riposarsi si dimenticano di respirare e l'organismo non si accorge di questa breve pausa del respiro.

In una persona che sonnecchia, mentre sta seduta, di quando in quando cessa la tensione dei muscoli che tengono ritto il capo, e la testa si piega sul petto. Durante la veglia non ci accorgiamo del continuo sforzo che fanno i muscoli per compiere questo lavoro: è necessario che i centri si assopiscano per sentire che la testa pesa e vedere comparire ad intervalli questo abbassamento del capo, che spesso si ripete con ritmo regolare senza che la persona se ne avveda, o si svegli. Quando si injetta della morfina sotto la pelle di un cane, ho veduto ripetersi un fenomeno analogo nelle gambe. L'animale è sonnolento: tratto tratto chiude gli occhi e gli cedono sotto le gambe posteriori come se dovesse sedere: ma subito estende di nuovo le gambe e poco dopo si ripete una eguale flessione e così per delle ore con una regolarità affatto simile a quella dei periodi di Cheyne e Stokes. — L'animale spesso cammina e gira per la stanza: si crederebbe che i suoi centri nervosi

(1) Nasse, *Krankheiten des Nervensystems.* Virchow's Handbuch der speciellen Phatologie und Therapie 1869, pag. 517.

funzionino regolarmente, ma di quando in quando le gambe tendono egualmente a riposarsi e cedono sotto: guardandolo nella testa e negli occhi si vede che gli accessi di sonno lo sorprendono ad intervalli più o meno regolari. — La respirazione di Cheyne e Stokes è la ripetizione di un fenomeno analogo nei centri del respiro.

Alcuni ammalati chiudono le palpebre durante l'intermittenza e riaprono gli occhi nella fase successiva della fase respiratoria. Alcuni li chiudono anche prima della remittenza, negli ultimi movimenti respiratorî che precedono la pausa: altri li chiudono a metà della pausa, e vi sono anche degli ammalati in cui il sopore dei centri nervosi è tanto profondo che non li aprono più: questo dipende dalle lesioni più o meno gravi che subisce la coscienza durante i fenomeni che accompagnano la respirazione intermittente.

Tra i casi più caratteristici nei quali scompariva la coscienza durante la pausa del respiro citerò quelli pubblicati da Fraentzel (1), da Fr. Chvostek (2), da Hein (3), e da E. Kaufmann (4).

Evidentemente non è possibile fare una distinzione assoluta fra i casi in cui è abolita la coscienza e quelli in cui questa persiste durante l'intermittenza. Si tratta qui semplicemente delle variazioni nell'intensità di un medesimo fenomeno. Traube aveva già osservato che il fenomeno di Cheyne e Stokes può essere qualche volta così leggero da passare inosservato, tanto sono brevi e superficiali le pause, così abbiamo anche dei casi nei quali la coscienza rimane illesa durante le pause. Mader (5) descrisse già fino dal 1869 uno di questi casi.

In molti ammalati che hanno la respirazione di Cheyne e Stokes la tendenza al sonno nelle intermittenze non è così forte da abolire la coscienza: in questi casi basta di invitarli a fare una respirazione volontaria durante la pausa, perchè la facciano. Questi ammalati aprono gli occhi ad ogni fase respiratoria, e li chiudono nella intermittenza. Kaufmann e Knoll guardando la pupilla di uno di questi ammalati nel quale potevasi a volontà fare cessare l'intermittenza del respiro, videro che essa restringevasi egualmente nella pausa, ma si dilatava improvvisamente appena veniva chiamato: precisamente come succede nel sonno.

E viceversa si pubblicarono le storie di molti ammalati nei quali era impossibile di far dilatare la pupilla durante la pausa.

Il mio collega il prof. Bozzolo volle gentilmente comunicarmi la storia di un suo ammalato affetto da grave vizio di cuore (ateroma dell'aorta e delle coronarie)

(1) Fraentzel, *Ueber das Cheyne-Stokes'sche Respirations-Phänomen.* Berliner klinische Wochenschrift, 1869, pag. 277.

(2) Fr. Chvostek, *Ein Fall von Cheyne Stokes'scher Respiration.* Wiener medizinische Wochenschift, 1873, pag. 899, 922.

(3) Isidor Hein, *Ueber die Symptome und die Pathogenese des Cheyne Stokes'schen Phänomens und Verwandter Athmungsformen.* Deutsches Archiw. f. klin. Medicin, XXVII B. p. 569, 1880. — J. Hein, *Ueber die Cheyne Stokes'sche Athmungsform.* Wiener medizinische Wochenschrift, 1877, pag. 318.

(4) E. Kaufmann, *Ueber einige künstlich ausgelöste Erscheinungen bei Cheyne-Stokes'schen Athmungsphänomen.* Prager Medicinische Wochenschrift, 27 August und 3 September 1884.

(5) Mader, *Zur Kasuistik des Cheyne Stokes'schen Respirations-Phänomens.* Wiener med. Wochenschrift 1869, pag. 1447.

nel quale durante le intermittenze del respiro cessava ogni movimento riflesso, anche quello della deglutizione. Questo ammalato che presentò per molti giorni la respirazione di Cheyne e Stokes con lunghe sospensioni del respiro aveva nelle intermittenze, abolizione completa della coscienza, analgesia, cessazione di ogni movimento riflesso ed arresto dei movimenti di deglutizione; tutti questi fenomeni scomparivano appena cessata la pausa, cioè nel periodo successivo dell'attività respiratoria.

Quando si cerca nella letteratura di questo argomento (1) si vede che non dobbiamo dare alcuna importanza al fatto se un ammalato sia o no capace di reagire agli stimoli esterni durante la pausa, se possa, o non possa, eseguire una inspirazione volontaria durante l'intermittenza, se tenga aperti, o chiuda, gli occhi durante la pausa. Queste sono gradazioni e sfumature di un medesimo fenomeno che non cambiano l'essenza delle intermittenze le quali dipendono da uno assopimento più o meno grave dei centri nervosi.

Dopo Heidenhain (2) noi ci serviamo generalmente dell'idrato di cloralio per produrre la respirazione intermittente; ma bastano delle cause assai più deboli come ad esempio la fatica ed il sonno per rendere periodica la respirazione nelle persone che sono predisposte. Conosco una persona in apparenza robusta che spesso dopo il coito si accorge di avere una respirazione intermittente con delle lunghe pause. Negli animali ibernanti la respirazione periodica è abbastanza frequente come ho già dimostrato nel mio primo lavoro colle osservazioni fatte sul *Myoxus avellarius* (3). Il dott. Fano osservò che la respirazione di un giovine caimano (*Champsa Lucius*) presentava dei periodi quando l'animale era assopito, e l'animale aveva una temperatura interna di 19°. Messo il caimano nell'acqua a 40° per modo che la temperatura rettale si innalzasse fino a 36°,7, la respirazione divenne ritmica (4).

Sono convinto che ricercando con maggior attenzione, si vedrà che diverranno sempre più numerose le malattie dove può apparire la respirazione intermittente; oramai non è più possibile di ammettere con Traube che la respirazione intermittente si presenti solo in due serie di casi, cioè quando vi è integrità del cuore con dei cambiamenti di struttura del contenuto craniano e quando vi è integrità del contenuto craniano con mutamenti nella struttura del cuore.

(1) Frost W. *A. Case of apoplexy respiration of Cheyne-Stokes.* Lancet 1877, pag. 238. — Heitler M. *Ueber das Cheyne Stokes'sche Respirations Phänomen.* Wien med. Presse 1874, XV, 649-672. — Roth, *Zur Casuistik des Cheyne Stokes'schen Respirations Phänomens.* Deutsches Archiv f. klin. Med. 1872, X, 310. — W. Filehne, *Das Cheyne Stokes'sche Athmungsphänomen.* Berliner klinische Wochenschrift, 1874, pag. 152. — G. Carrer, *Di un caso di respirazione di Cheyne-Stokes in individuo affetto da degenerazione adiposa del miocardio.* Gazzetta medica italiana, provincie venete, 1877, pag. 403. — M. C. Biot, *Contribution a l'étude du phénomène respiratoire de Cheyne et Stokes.* Lyon médical, tome XXIII^e pag. 561. — Körber, *Das Cheyne Stokes'sche Respirationsphänomen bei einem an Meningitis tuberculosa leidenden Knaben.* Deutsches Arch. f. klin. Med. 1872, X, 600, ecc. ecc.

(2) Heidenhain. *Pfluger's Archiv.* Bd IV, 1874, pag. 554.

(3) A. Mosso. *Sul polso negativo, e sui rapporti della respirazione addominale e toracica nell'uomo.* Archivio per le scienze mediche 1878, fasc. 4°, § 6.

(4) G. Fano. *Sui movimenti respiratori del Champsa Lucius.* Lo Sperimentale Marzo 1884.

Traube stesso aveva già dimostrato che le injezioni di morfina producono questo fenomeno e lo rinforzano quando esiste. Smirnow (1) produsse la respirazione intermittente coll'idrogeno solforato. Langerdoff (2) colla muscarina e colla digitalina.

Bernheim (3) vide il respiro di Cheyne e Stokes in un giovane che erasi avvelenato coll'ossido di carbonio.

Andrew (4) osservò la respirazione di Cheyne e Stokes in un caso di febbre tifoidea, in un ammalato che certo non aveva alcun vizio cardiaco e nel quale esisteva solo uno stato comatoso, che guarì e scomparve nello stesso tempo la respirazione intermittente. Un altro caso analogo venne descritto da Hesky (5).

Il Rehn (6) osservò la respirazione di Cheyne e Stokes nelle malattie di polmone dei bambini e così pure Filatow (7).

Ch. Lutz (8) descrisse un caso di febbre scarlattina in cui i parenti furono i primi ad accorgersi che la respirazione intermittente appariva nel sonno: le pause erano complete: di giorno il bambino respirava assai meglio.

W. Zuelzer (9) osservò la respirazione intermittente nella variola; V. Hüttenbrenne nella difterite (10).

Le ricerche precedenti intorno alla respirazione superflua, o di lusso, ci hanno dato la spiegazione di molti fenomeni della respirazione periodica, che rimanevano altrimenti incomprensibili colle teorie precedenti. Siccome la respirazione remittente ed intermittente appare tutte le volte che nei centri nervosi si produce uno stato analogo al sonno, abbiamo ammesso come la più semplice di tutte le

(1) Smirnow, *Ueber die Wirkung des Schwefel wasserstoff auf den thierischen Organismus, nebst einigen Daten zur Pathologie des Cheyne-Stokes'schen Respirationsphänomens.* Centralblatt für die medicinisch. Wissenschaften, 1884, n. 37.

(2) O. Langerdorff, *Periodische Athmung nach Muscarin und Digitalinvergiftung.* Archiv. f. Physiologie von Du Bois Reymond. 1881, pag. 331.

(3) Bernheim, *Du phénomène respiratoire de Cheyne-Stokes.* Gazette hebdomadaire, n. 31, 1873, pag. 492.

(4) Andrew, *Cheyne-Stokes' Breathing in a case of typhoid fever.* The Lancet, 1877, 385.

(5) E. Hesky, *Das Cheyne-Stokes'sche Respiratiosphänomen als Komplication des Typhus abdominalis.* Wien. med. Presse, 1869, X, 1107-1133.

(6) H. Rehn, *Vorkommen des Respirations-Phänomen nach Cheye — Stokes bei Lungenafektionen in kindlichen Alter.* Schmidt's Jahrbücher, CLII, 1871, pag. 275.

(7) Filatow N. *Zmei Fälle von Cheyne Stokes'schen Respiration mit glücklichem Ausgange bei Kindern.* Central Zeitung für Kinderh. Berlin, 1878, 35 e 40.

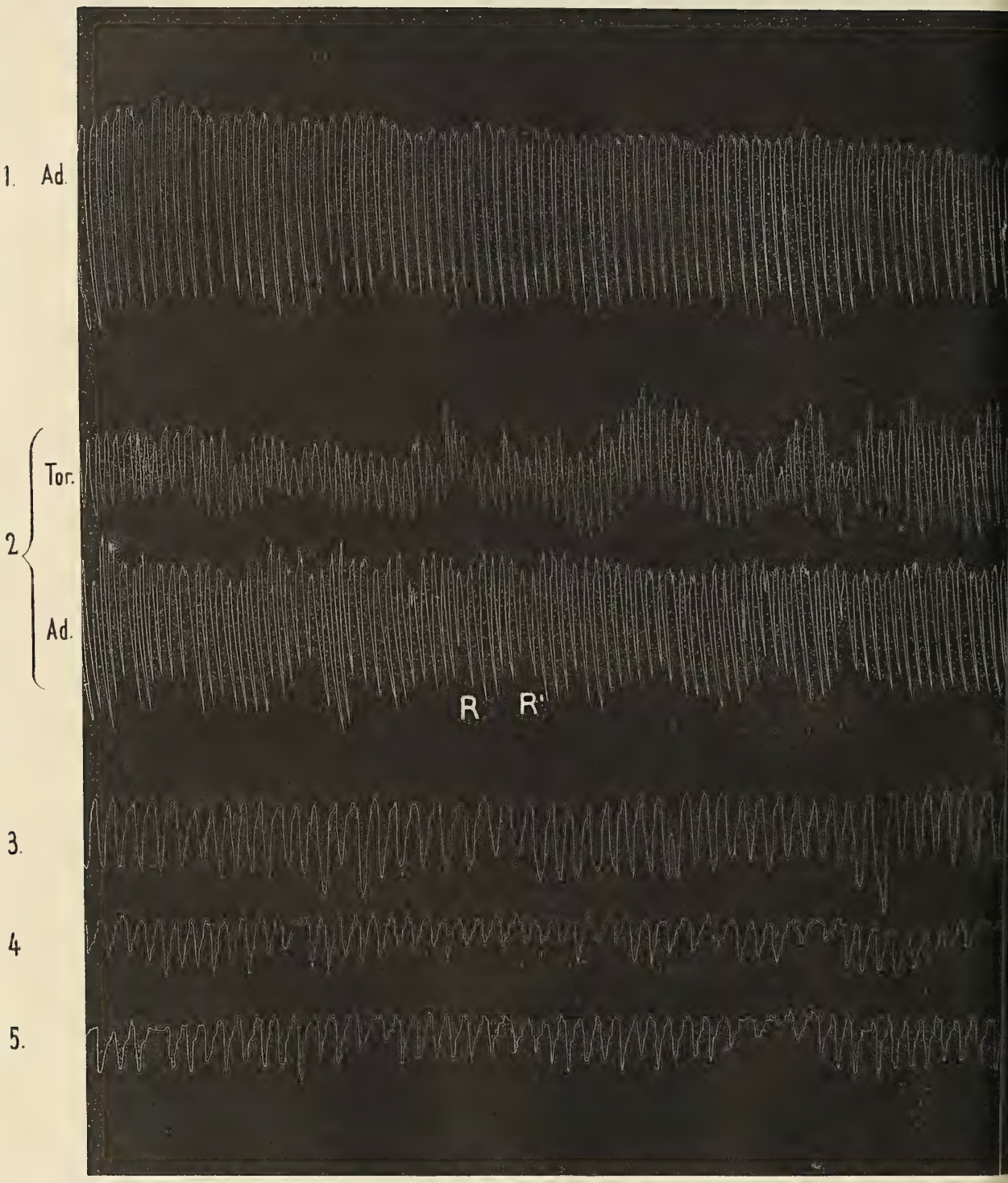
(8) Lutz. Ch. *Eine Beobachtung des Cheyne Stokes'schen Respirations Phänomens bei Scharlach.* Deutsches Archiv f. klin. Medicin, VIII, pag. 123, 1871.

(9) W. Zuelzer, *Real-Enciclopädie herausg. von A. Eulenburg*, articolo Variola, 1883, pag. 393.

(10) A. v. Hüttenbrenner, *Das Cheyne Stokes'sche Respirationsphänomen beobachtet an einem* $2^1/_2$ *Jahr alten diphtheritischen Knaben.* Jahrb. f. Kinderh. Leipzig 1875, 420-422.

spiegazioni, che le pause del respiro siano prodotte dalla tendenza al riposo del centro respiratorio.

Se si volesse rappresentare graficamente le condizioni di eccitabilità dei centri nervosi quando appare la respirazione intermittente si potrebbe dire, che data una linea di ascisse la quale rappresenti lo stato di eccitabilità decrescente del sistema nervoso, le pause si producono, quando la curva delle variazioni della eccitabilità scende sotto la linea delle ascisse, e la respirazione ricomincia quando la curva ritorna ad accostarsi alla linea stessa.


1. Ad.
2
Tor.
Ad.
R R'
3.
4
5.

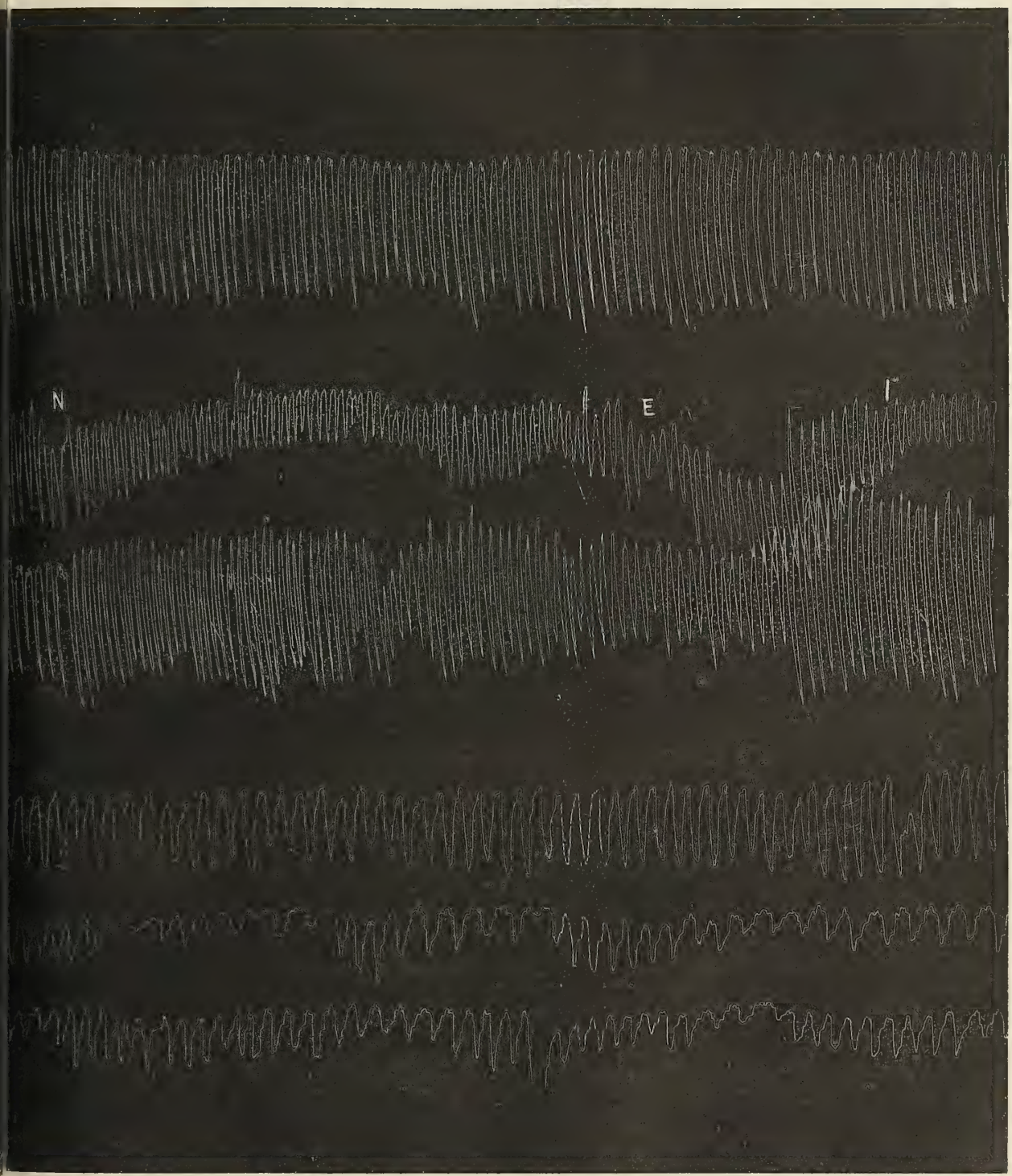


Foto-lit. Fll. Doyen, Torino.

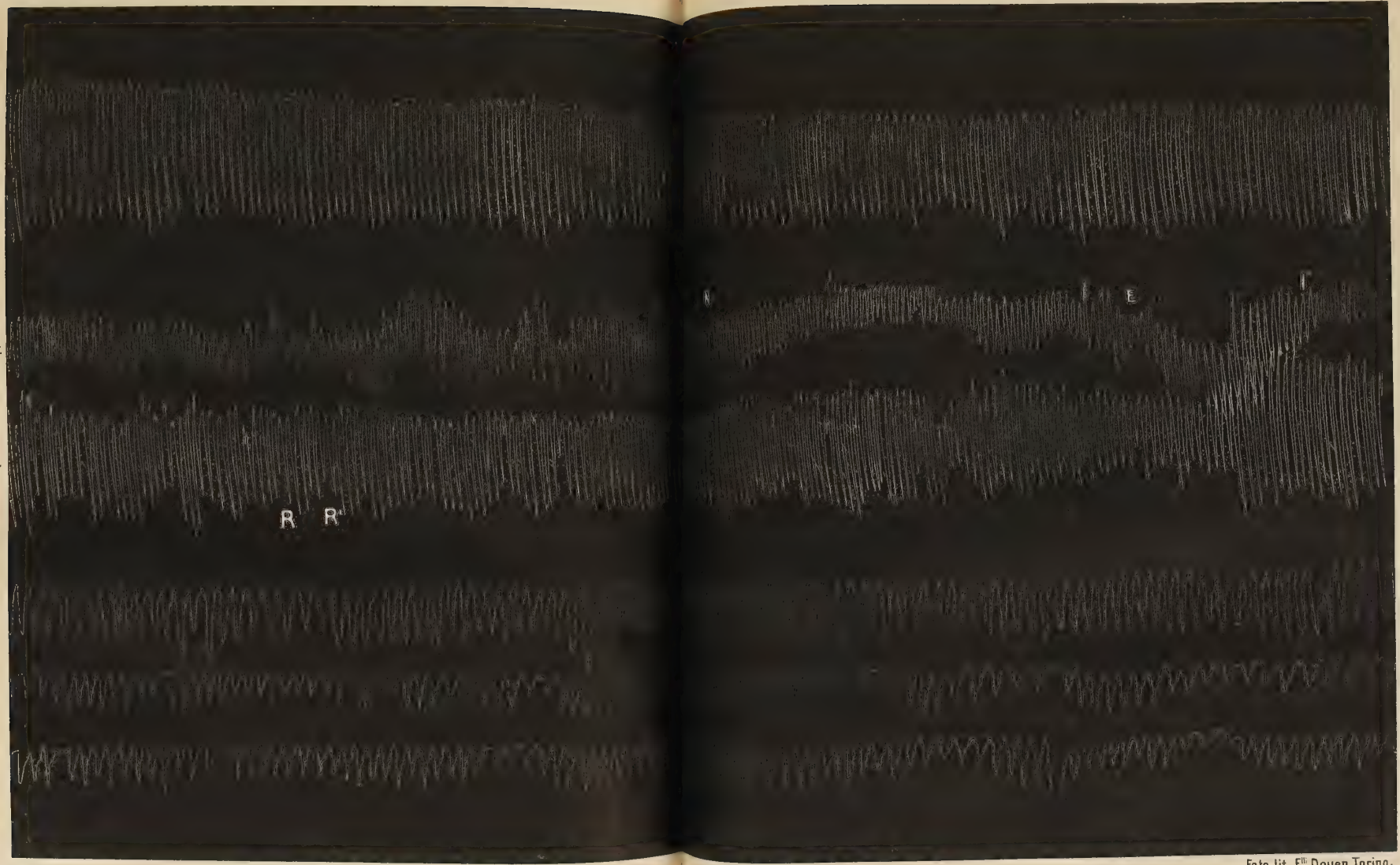
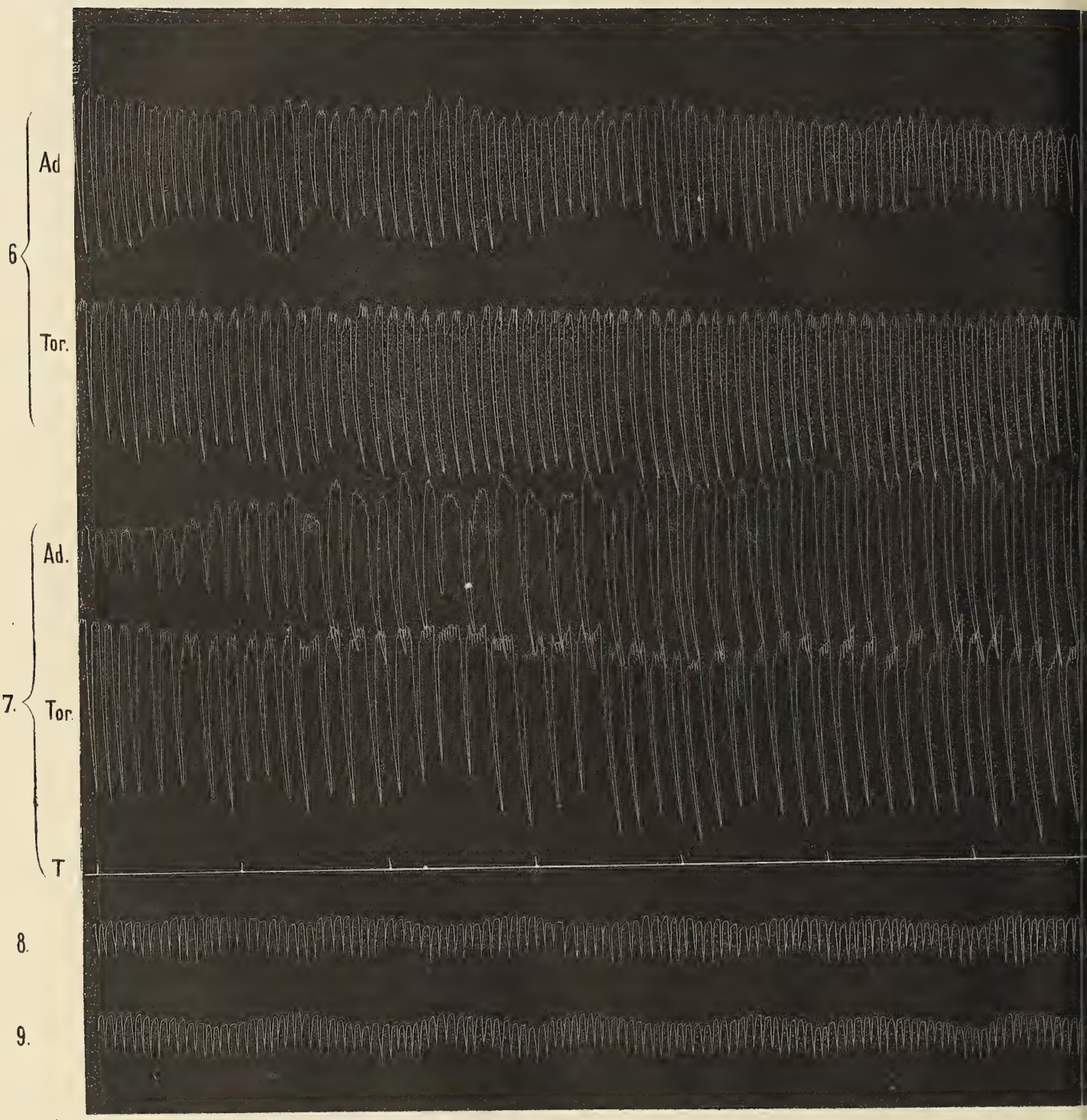


Foto-lit. F^lli Doyen, Torino.


Ad
6
Tor.
Ad.
7.
Tor.
T
8.
9.

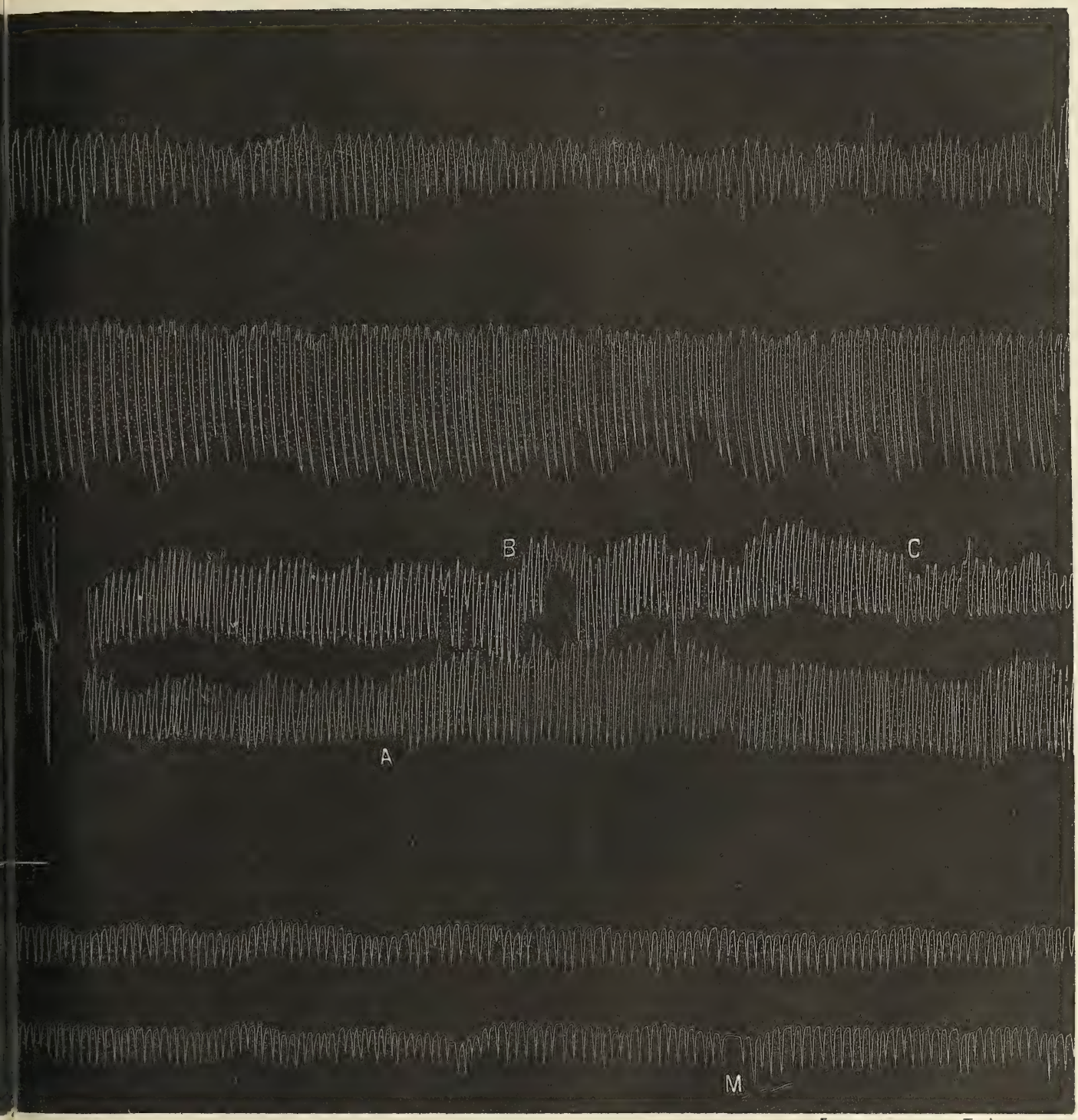


Foto-lit. F.lli Doyen, Torino

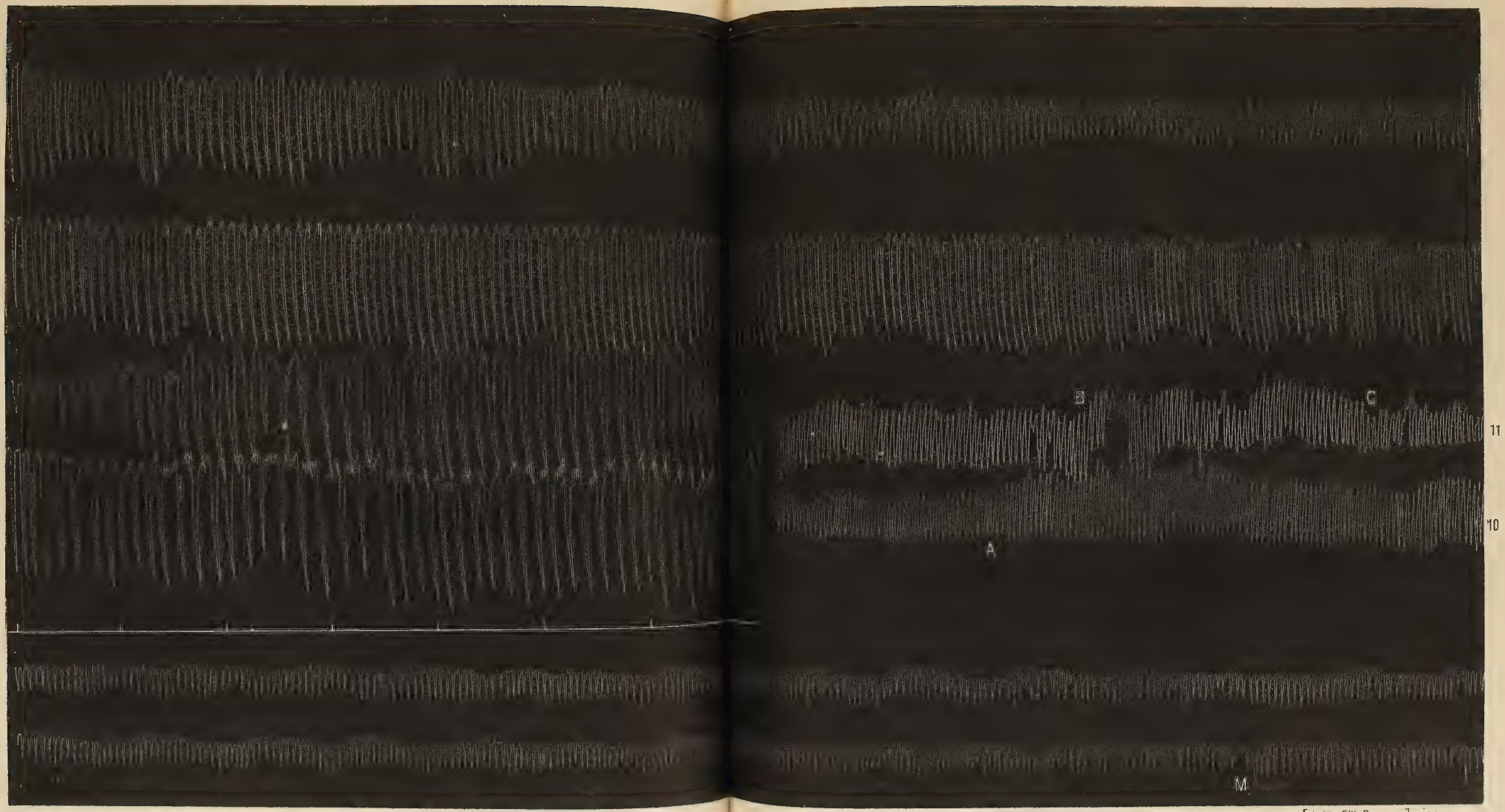
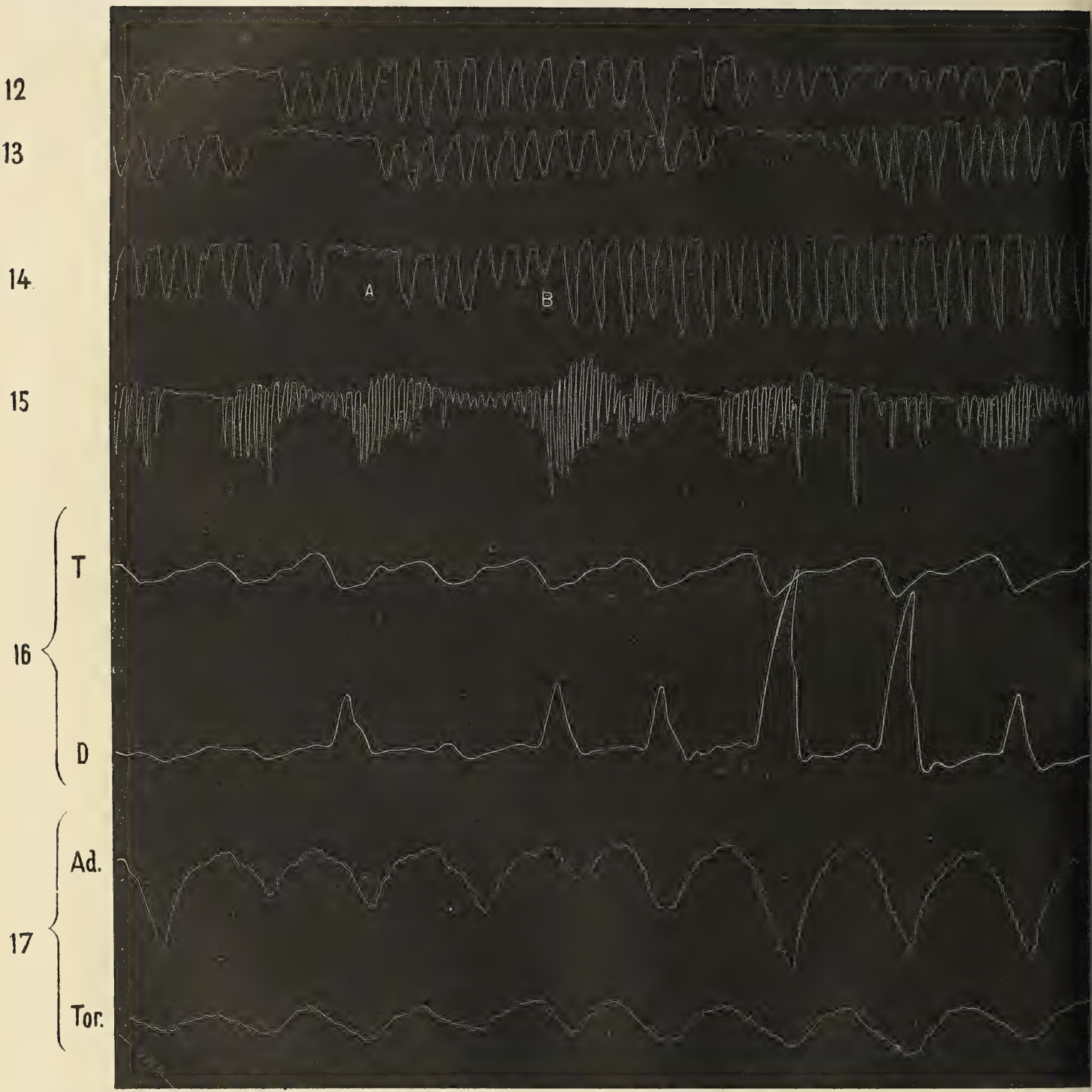


Foto-lit. F.lli Doyen, Torino


12
13
14
A
B
15
T
16
D
Ad.
17
Tor.

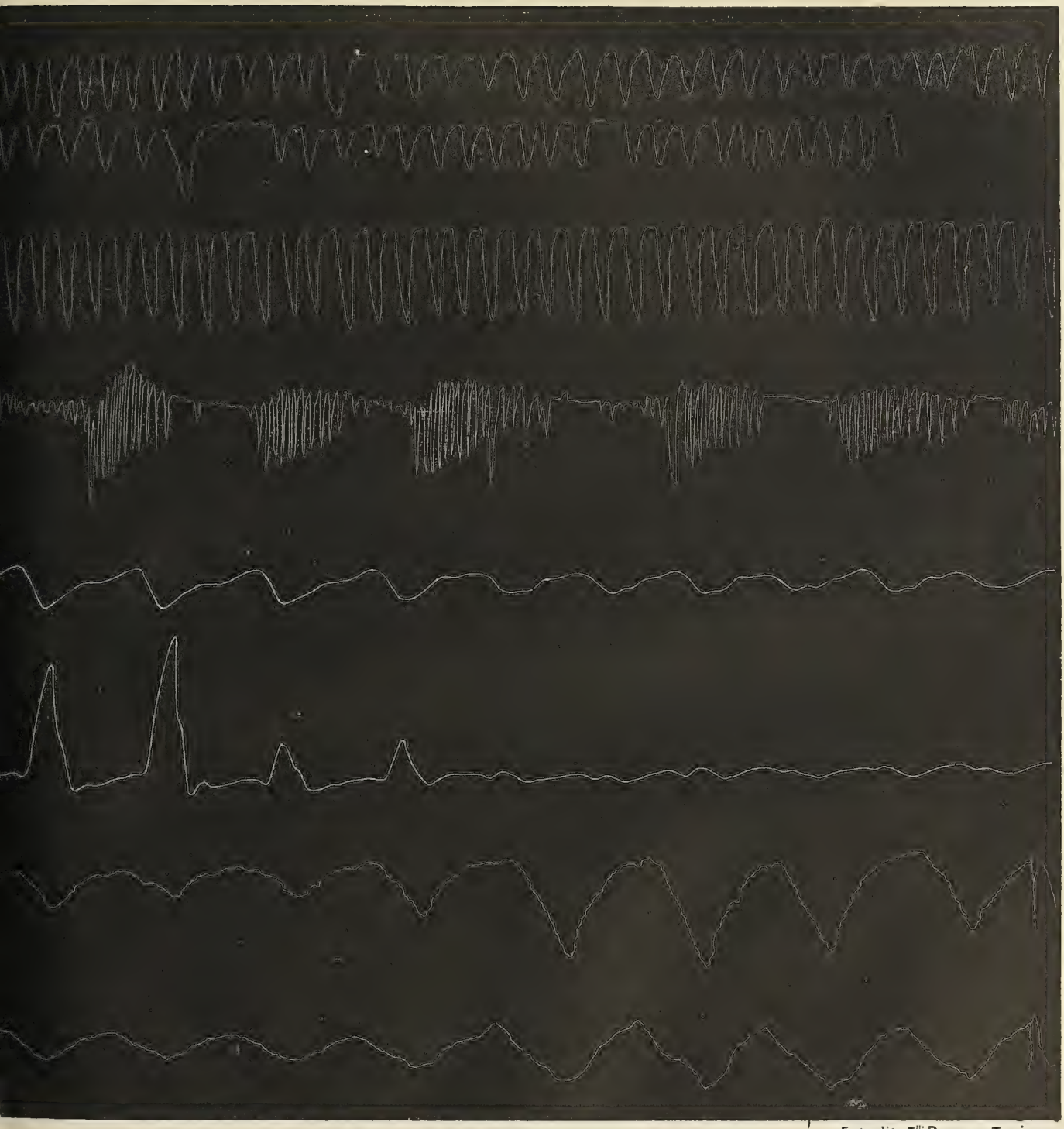


Foto-lit. F.lli Doyen, Torino.

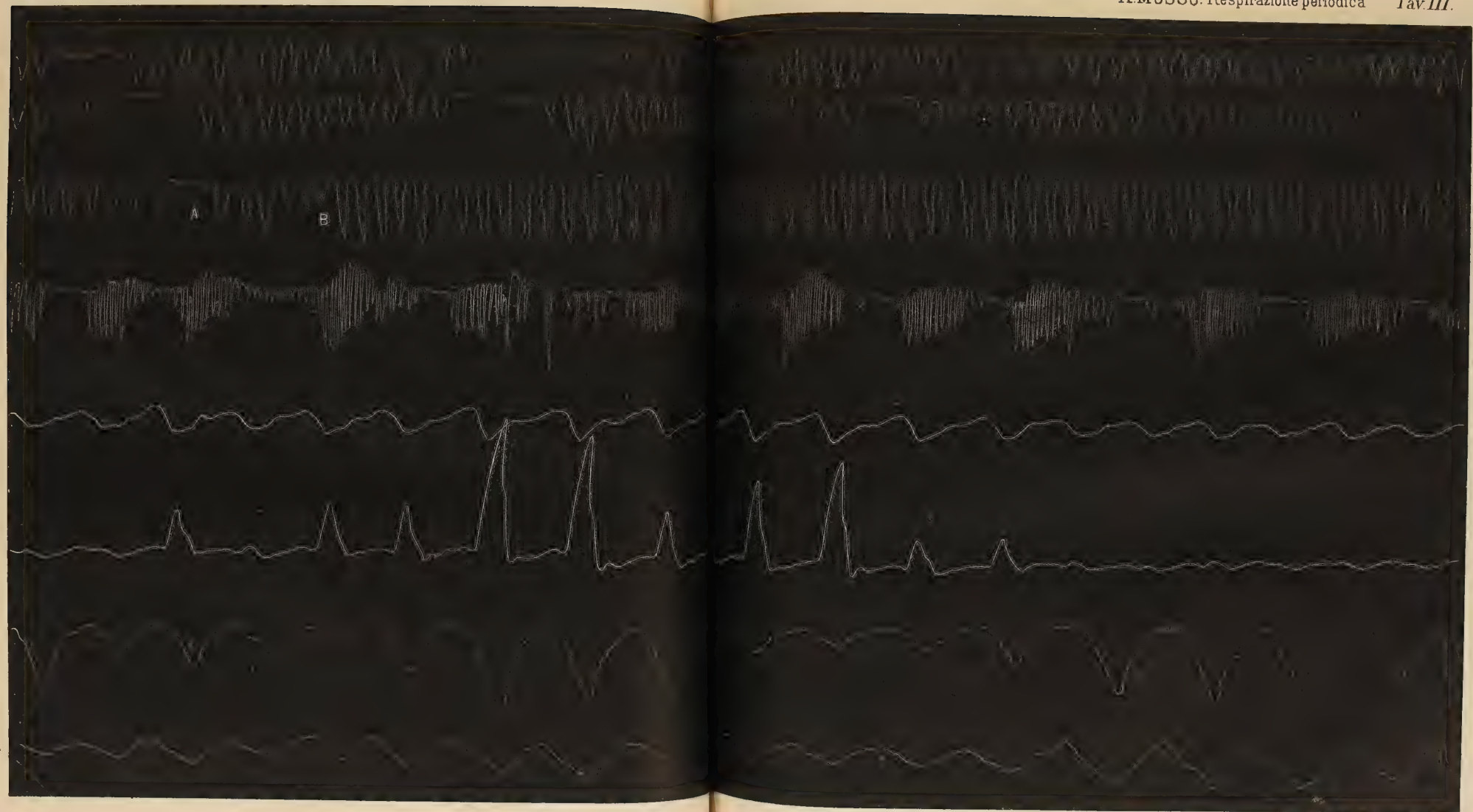
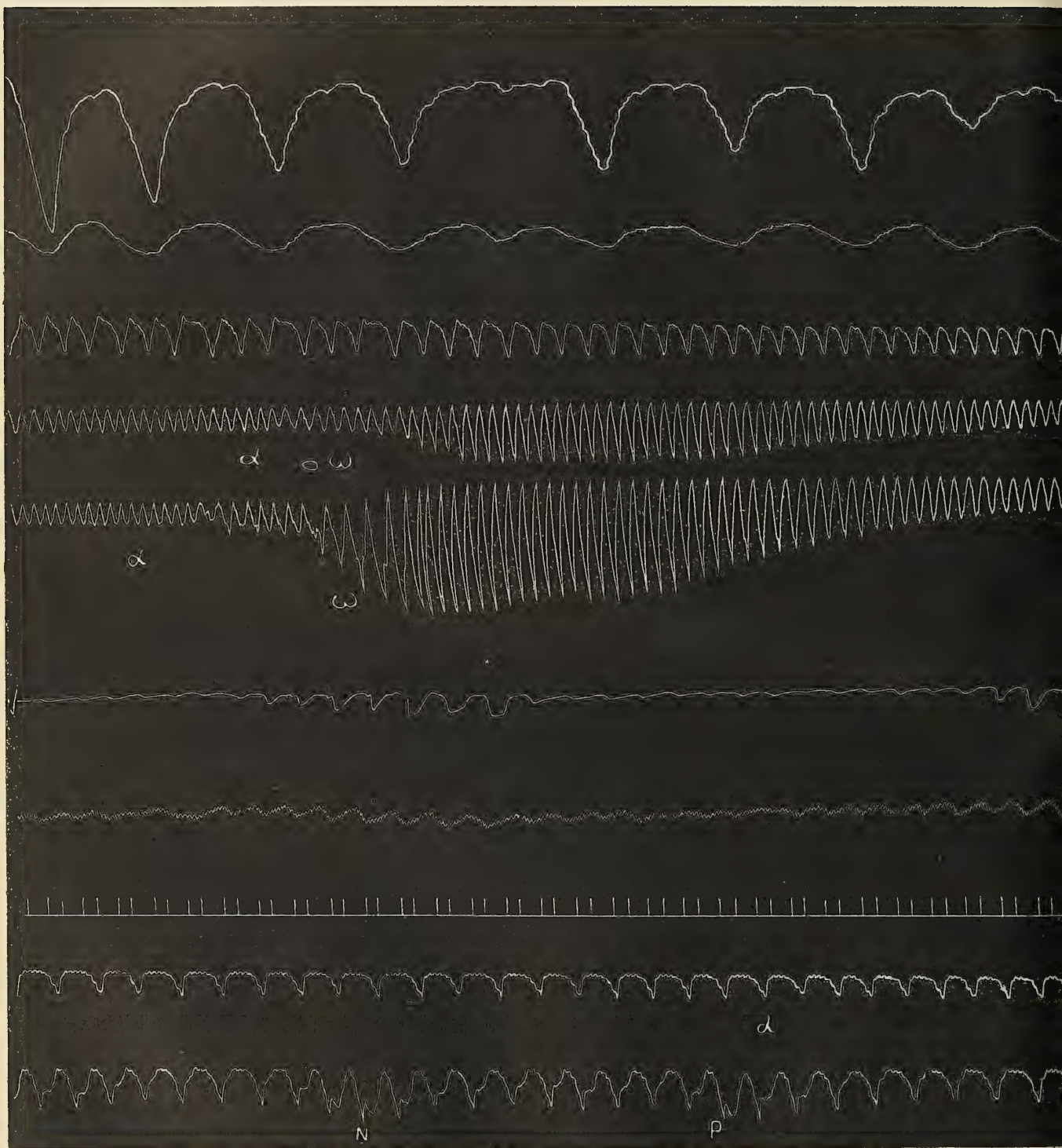
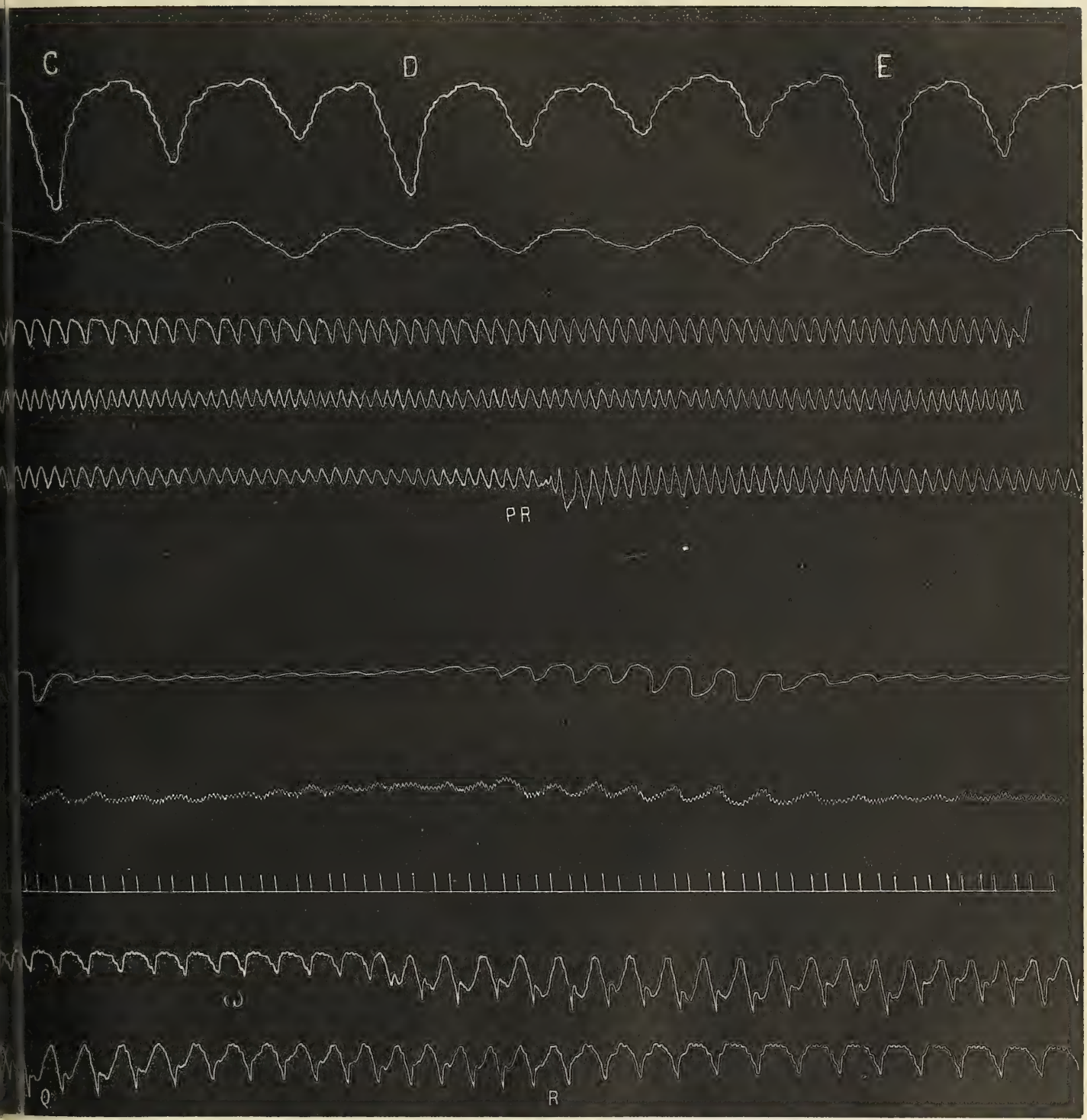
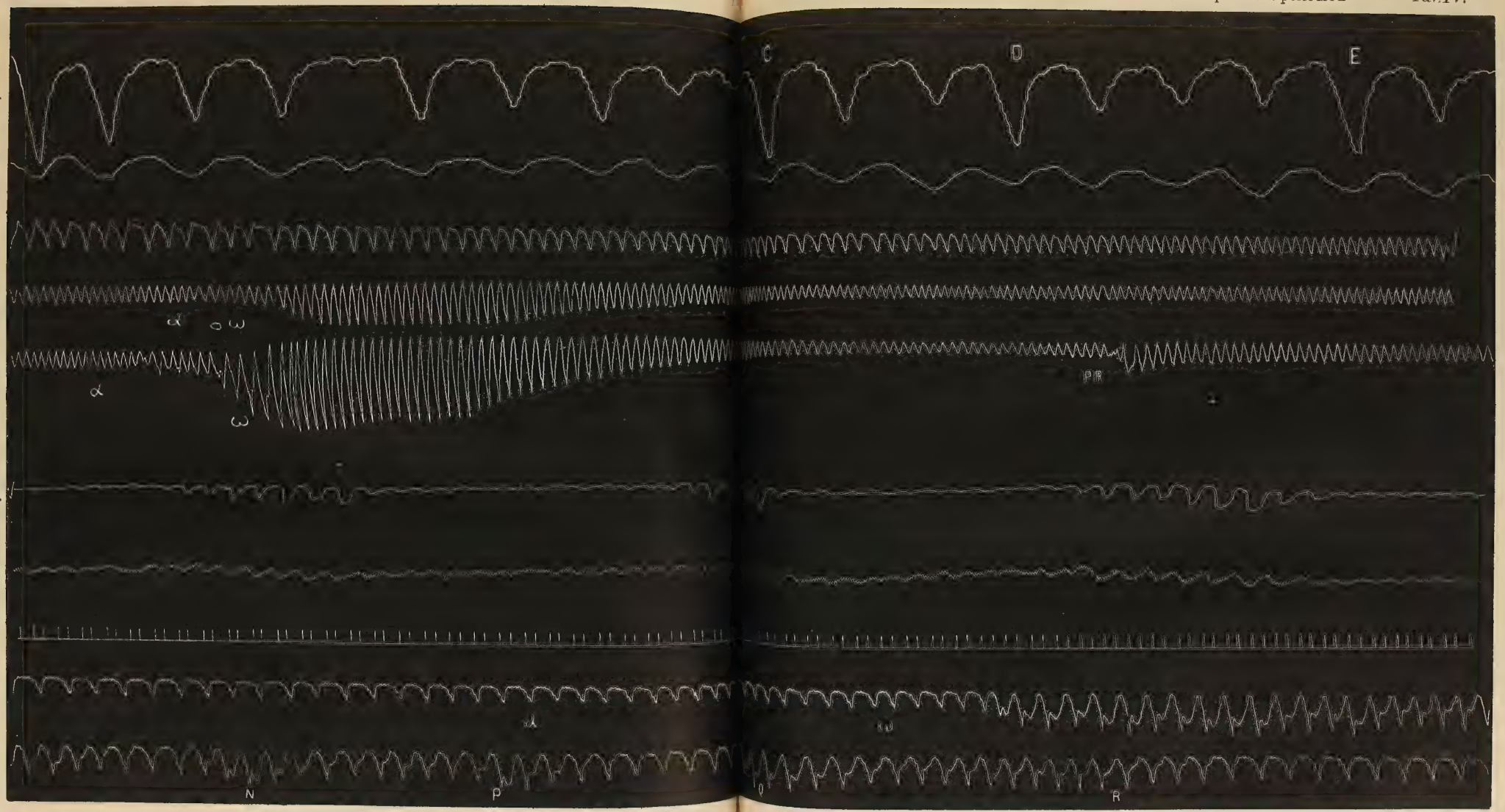


Foto-lit. F.lli Doyen, Torino.

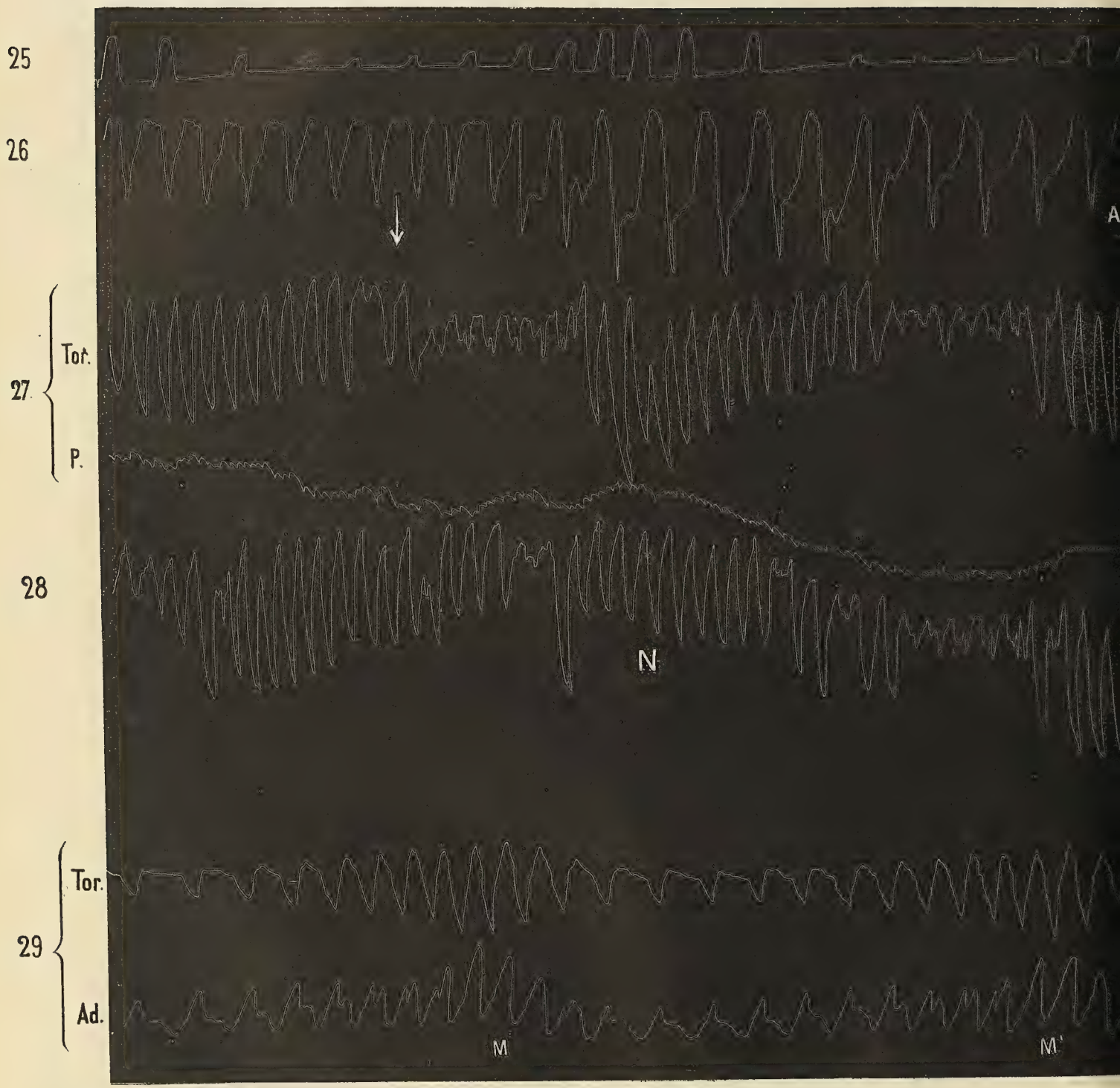

18
A.
T.
20
19.
α
ω
21
α
ω
22
R.
P.
T.
23
α
24
N
P



Fotolit. F.lli Doyen. Torino.



Fotolit. F.lli Doyen. Torino.


25
26
A
Tor.
27
P.
28
N
Tor.
29
Ad.
M
M'

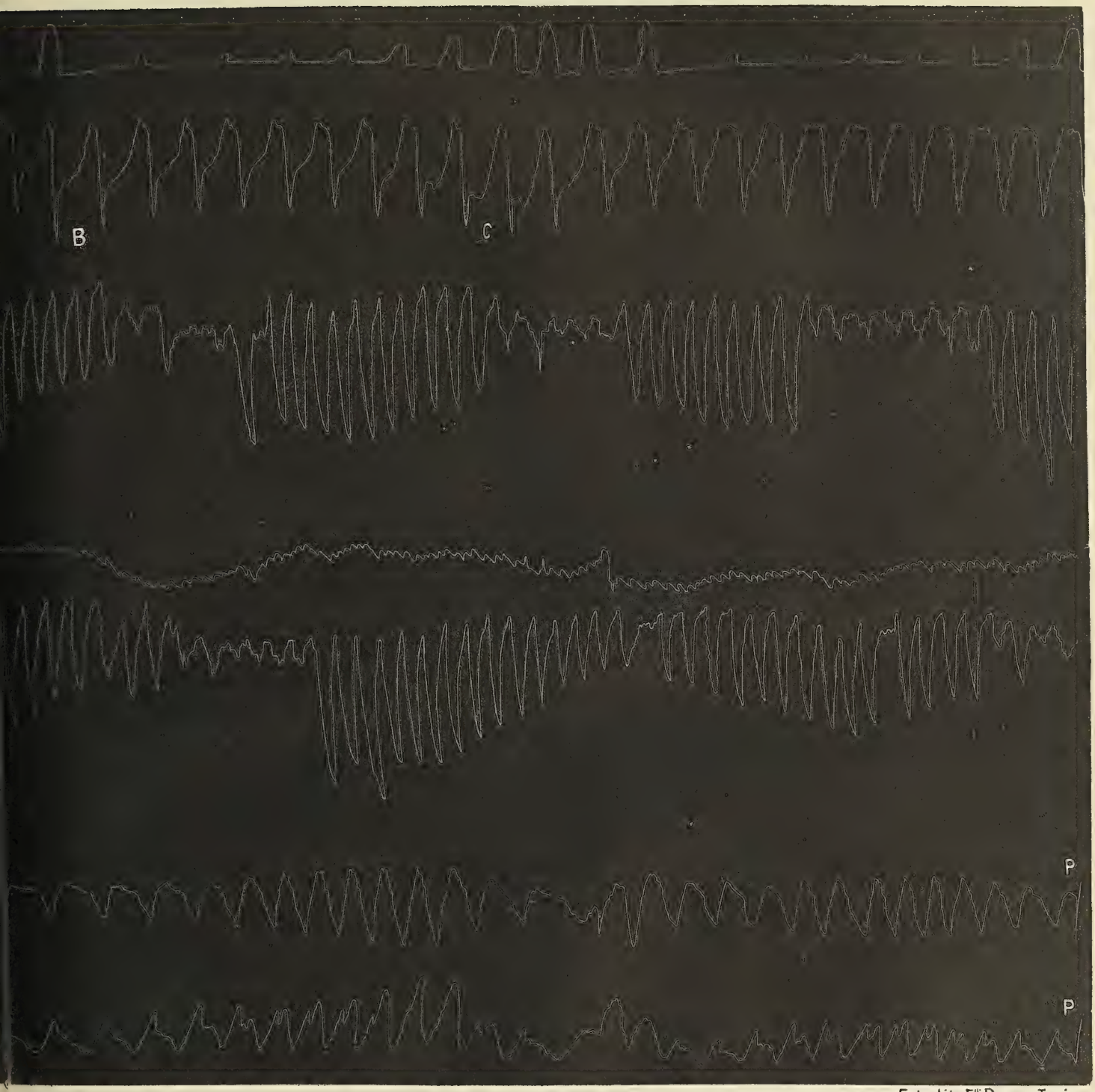


Foto-lit. F.lli Doyen, Torino.

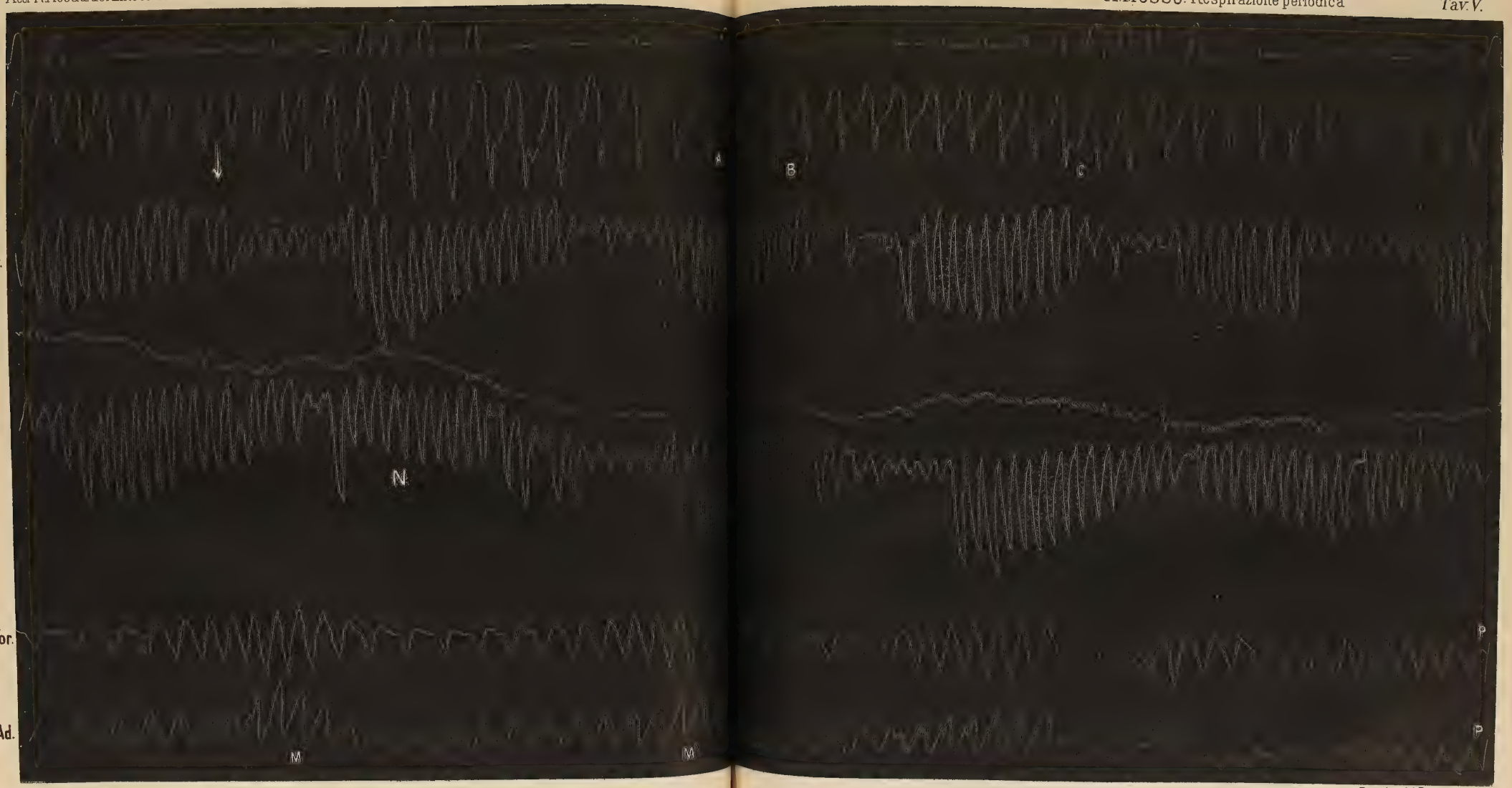
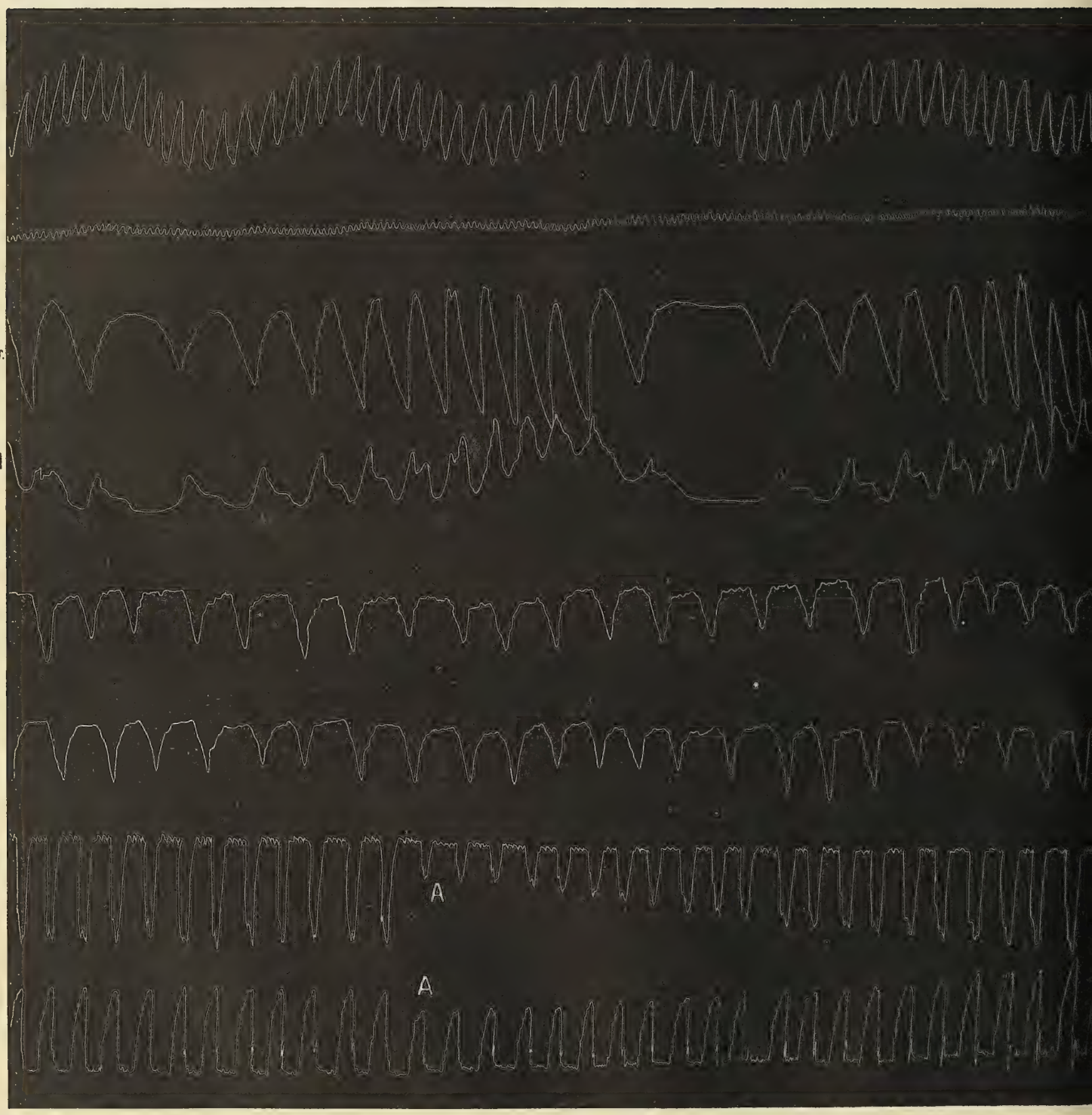


Foto-lit. F.lli Doyen, Torino.


R
30
P
Tor.
31
Ad
32
33
A
34
A

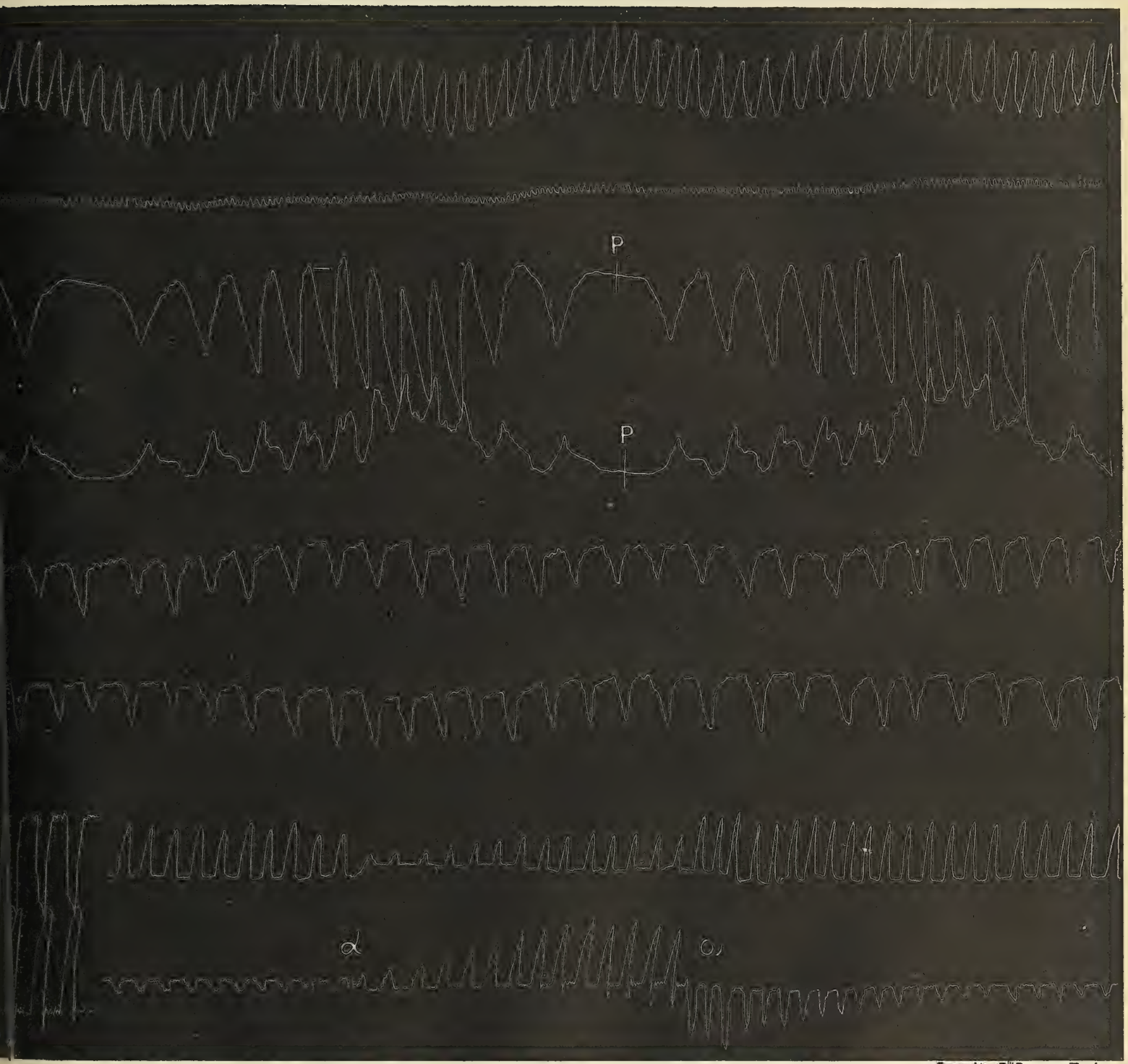


Foto-lit. F.lli Doyen, Torino.

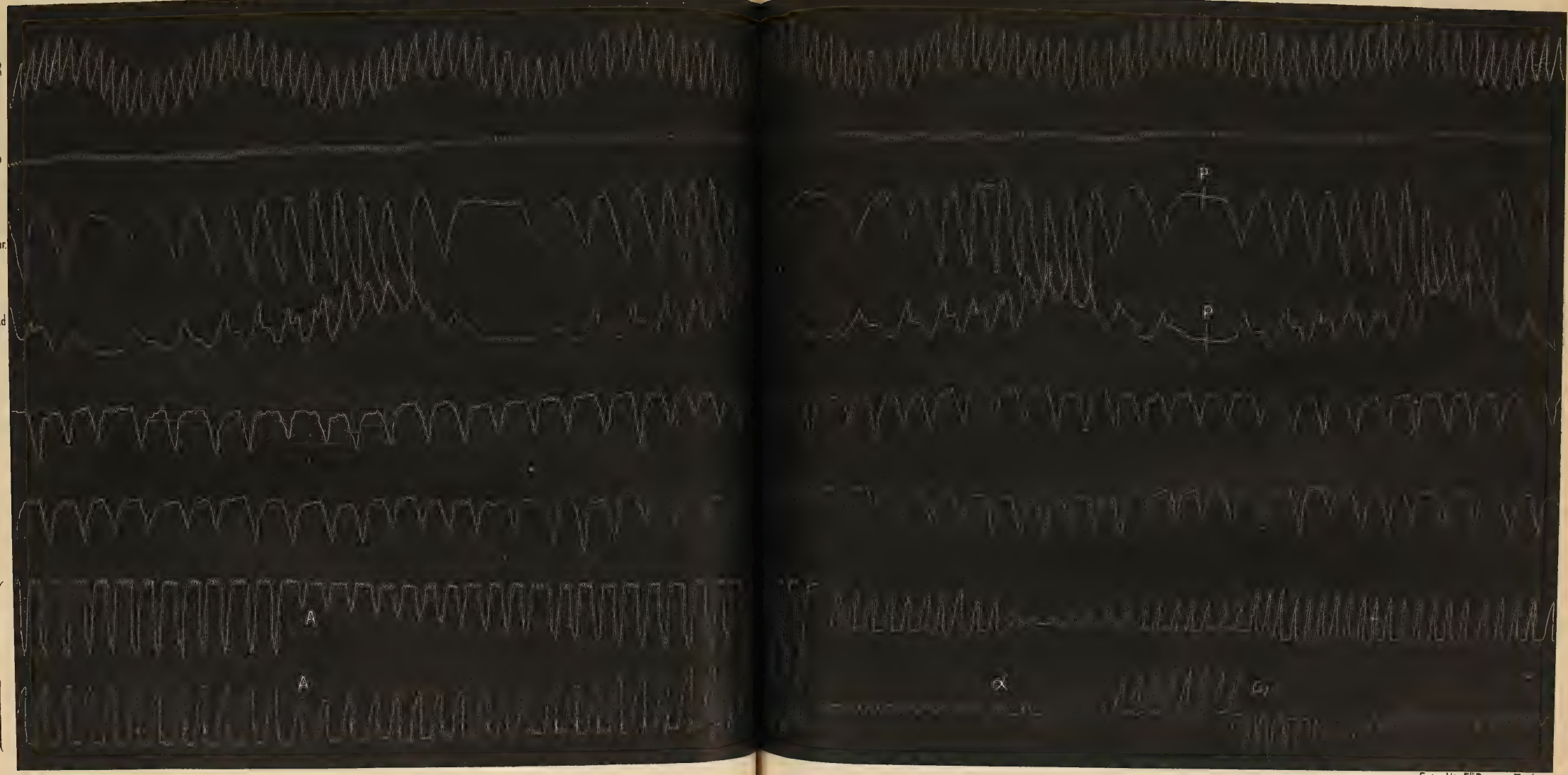
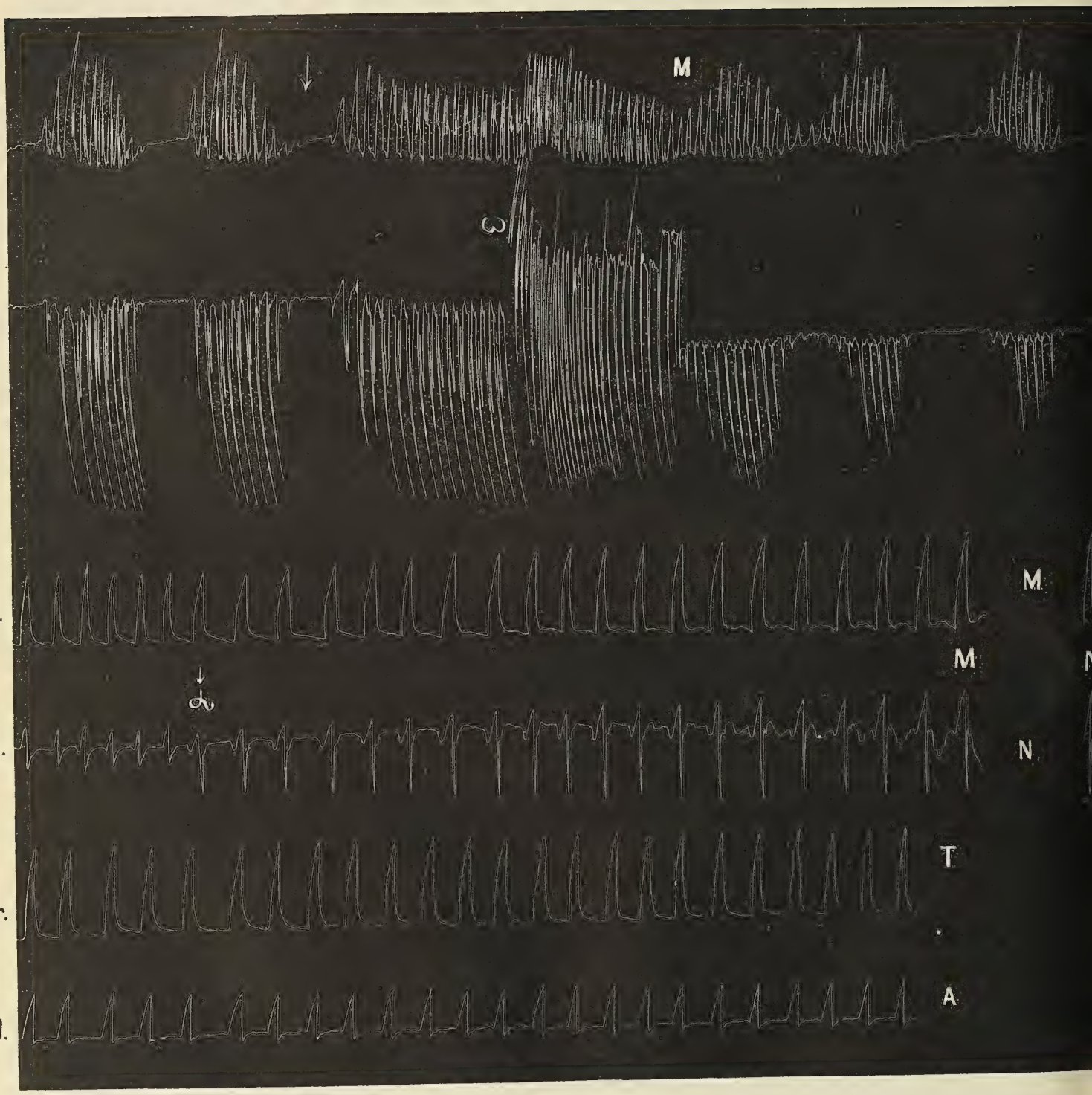


Foto-lit. F.lli Doyen, Torino.


Tor.
M
5
Ad.
Tor.
M
M
36
Ad.
N
Tor.
T
37
Ad.
A

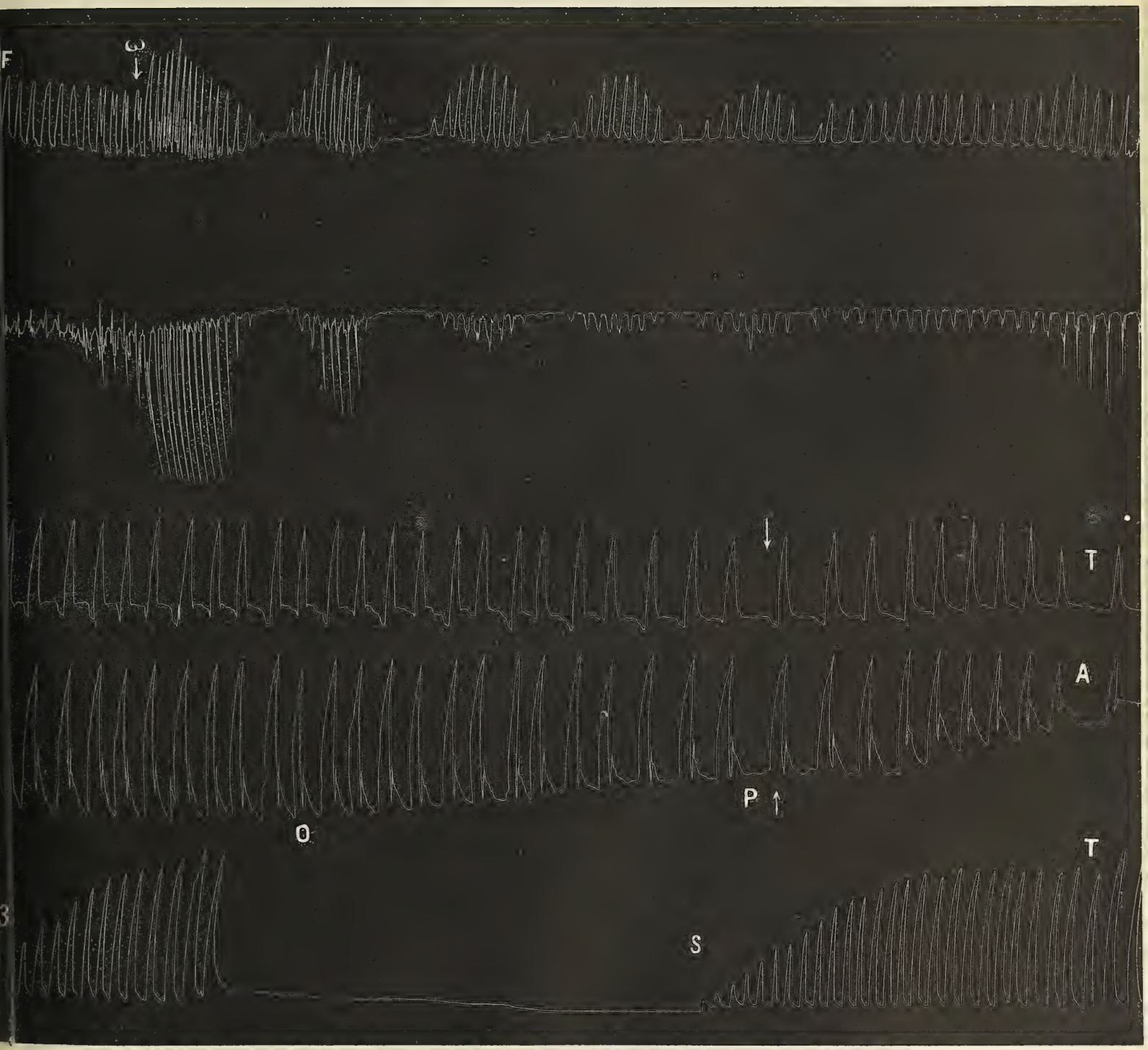


Foto-lit. F.lli Doyen, Torino.

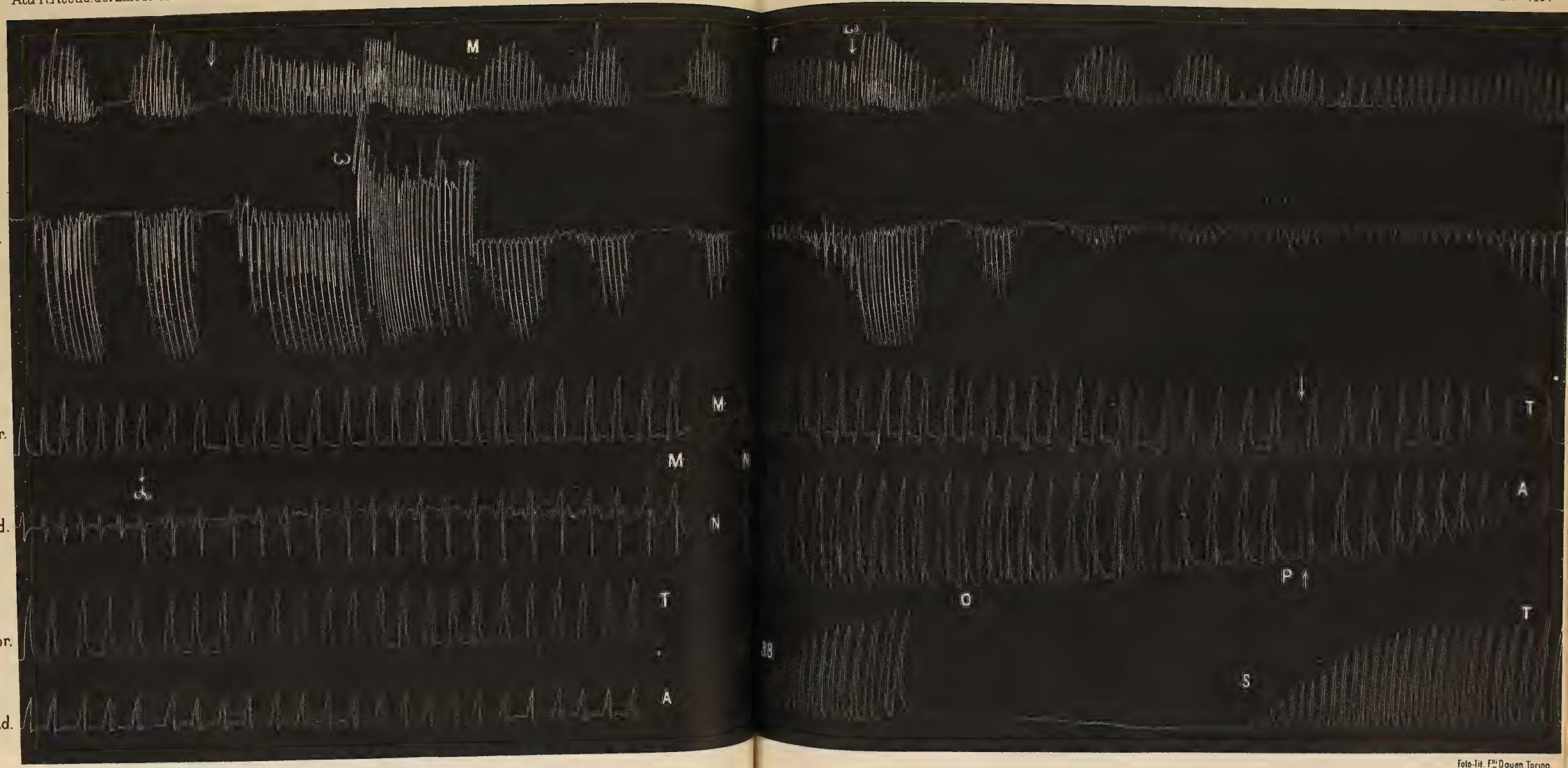
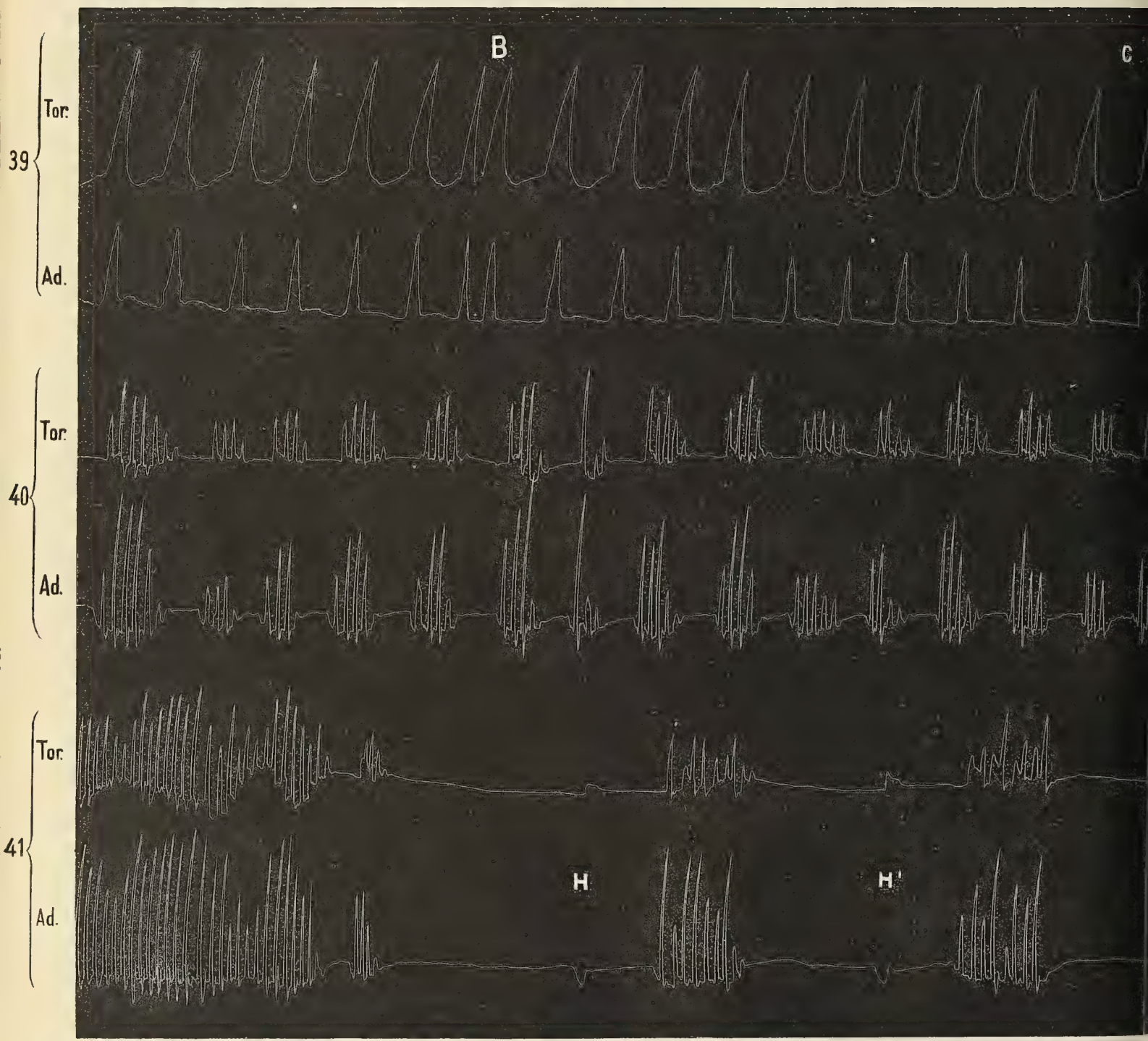


Foto-lit. F.lli Dayen, Torino.


B
C
Tor.
39
Ad.
Tor.
40
Ad.
Tor.
41
Ad.
H
H'

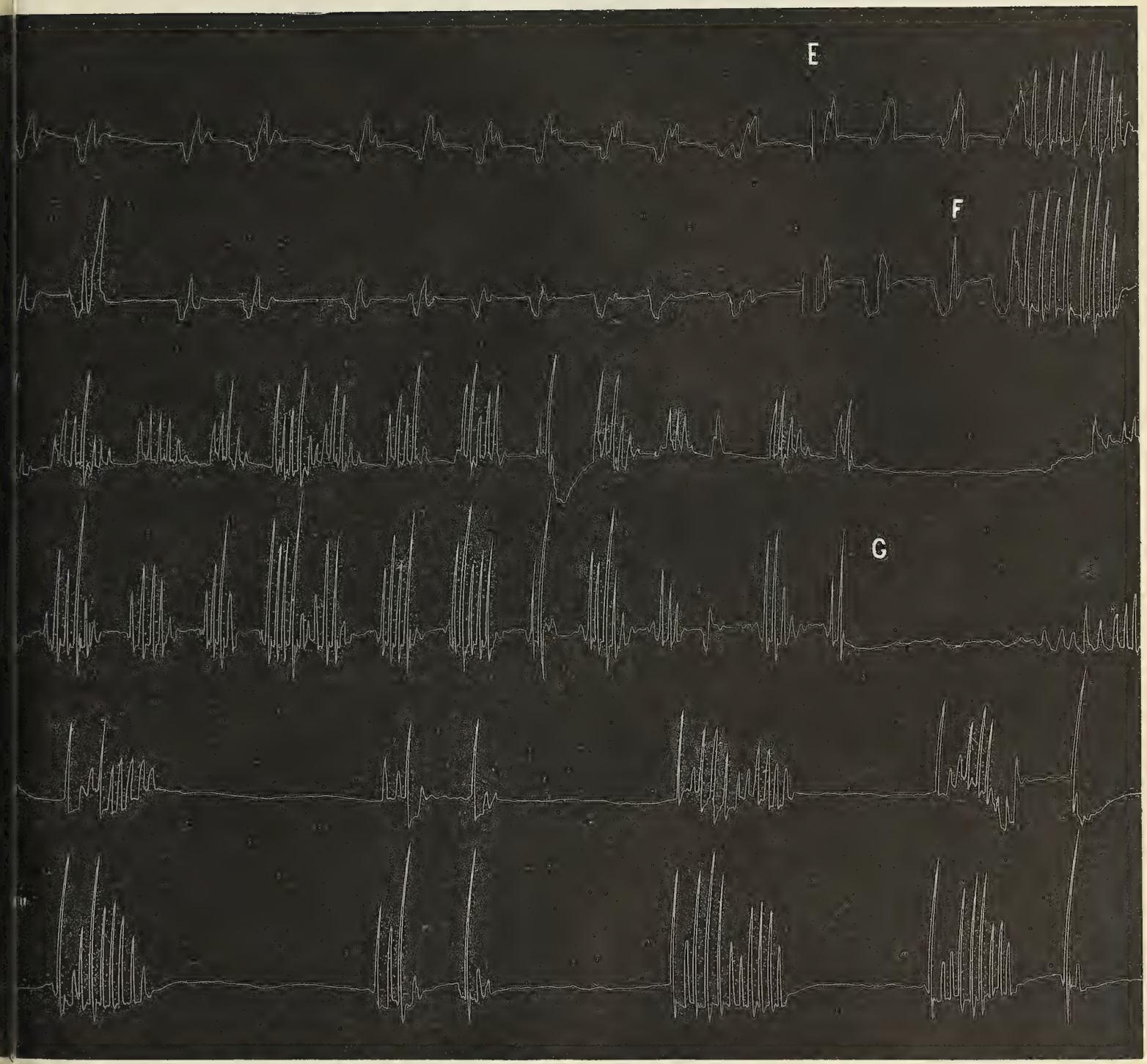


Foto-lit Fle Doyen, Torino.

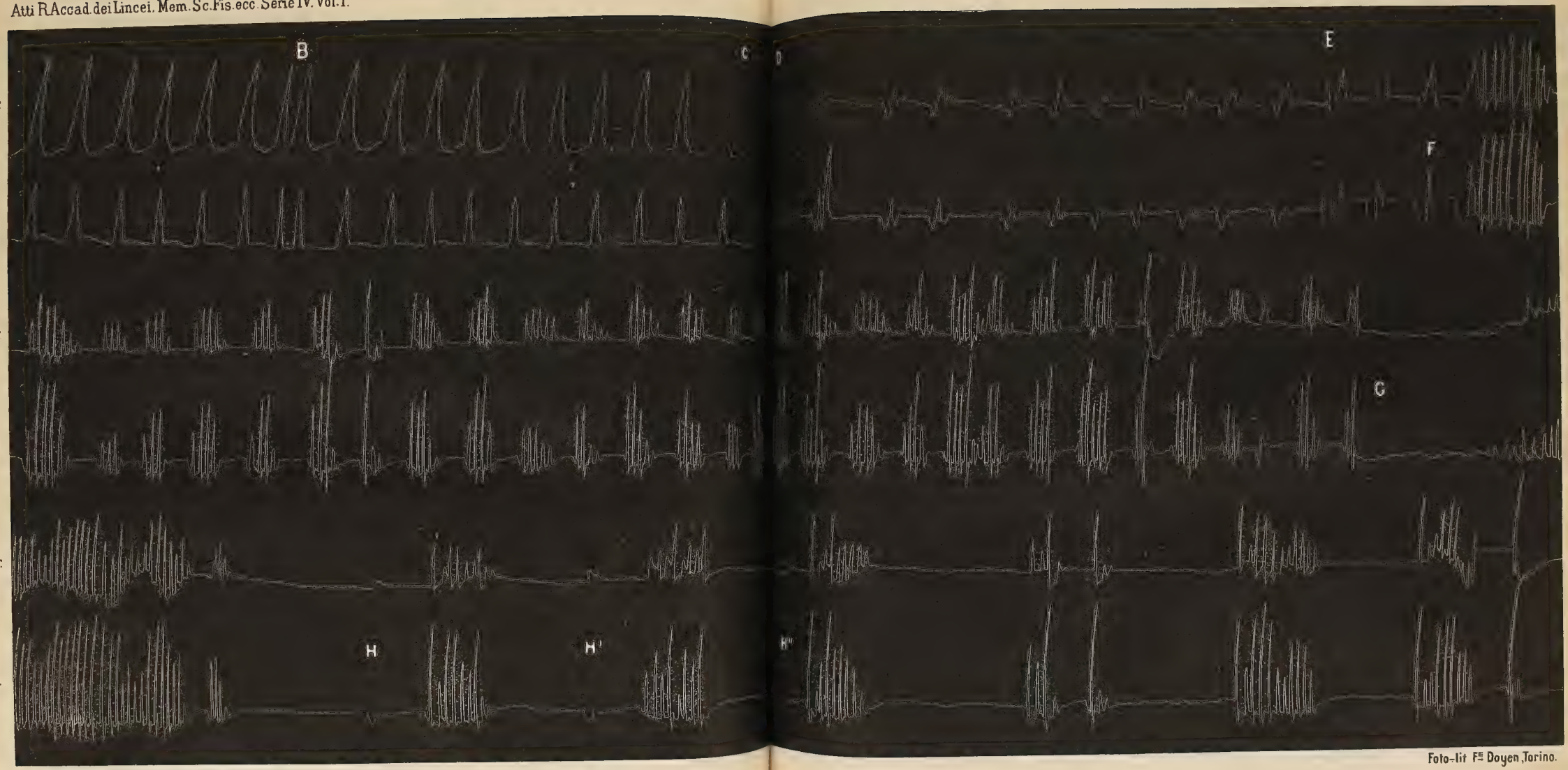


Foto-lit F.lli Doyen, Torino.

RELAZIONE

letta dal Socio Beltrami a nome anche del Socio Cremona, relatore, nella seduta del 12 aprile 1885, sulla Memoria del sig. A. Mannheim, intitolata: *Mémoire d'optique géométrique, contenant la théorie du point représentatif d'un élément de surface réglée et son emploi, tant pour la démonstration nouvelle de théorèmes relatifs à la courbure des surfaces que pour la détermination plane des éléments des surfaces caustiques.*

« Il problema geometrico della determinazione degli elementi delle superficie caustiche è risoluto completamente, e nel caso più generale, per la prima volta in questa Memoria, sebbene sia stato oggetto di anteriori ricerche da parte di altri geometri.

« Il problema delle *caustiche* fu posto per la prima volta da Tschirnhausen, il quale considerò una serie di raggi luminosi paralleli incidenti su di una curva piana e ne ricercò l'inviluppo dopo la riflessione. Giovanni Bernoulli studiò le caustiche per rifrazione: de la Hire, Leibnitz, de l'Hôpital, Cornu continuarono queste ricerche. Il problema fu trasportato allo spazio da Malus, il quale considerò un sistema di raggi uscenti dai punti di una superficie qualunque secondo una legge analitica qualsivoglia; e dimostrò che questi raggi toccano due superficie che chiamò *caustiche*. Per tal modo la questione entrò in quella fase importantissima che ha inaugurato la teoria dei sistemi di rette. Hamilton, nella sua *Theory of systems of rays*, chiamò *pennello di raggi* il fascio costituito da una retta qualunque del sistema e da tutte quelle ad essa infinitamente vicine: e ne studiò le proprietà. Kummer, proseguendo in questo indirizzo, completò le ricerche di Hamilton e svelò l'intimo legame esistente fra lo studio dei sistemi di rette e la teoria della curvatura delle superficie.

« Il sig. Mannheim, così noto nel mondo scientifico per le sue ricerche di geometria infinitesimale e di geometria cinematica, ha dato per il primo una teoria geometrica dei pennelli di raggi, in una Memoria presentata alla Académie des sciences nel 1870 (*Mémoire sur les pinceaux de droites et les normales, contenant une nouvelle exposition de la théorie de la courbure des surfaces;* Journal de Liouville, tome 17^{me}, 1882); la qual Memoria è così intimamente legata con quella di cui stiamo per rendere conto, che non possiamo esimerci dal darne qualche cenno. L'autore comincia col riprendere la formola di Chasles che fornisce la legge di variazione dei piani tangenti ad una superficie rigata nei punti d'una sua generatrice, e traduce questa formola in una rappresentazione geometrica della legge

stessa, mediante una retta che egli chiama *retta ausiliare* relativa ad un punto della generatrice data. Ciò posto, egli considera in un sistema di raggi tutti gli elementi di superficie rigata compresi fra un raggio qualunque e ognuno di quelli infinitamente vicini (superficie elementari del pennello); ed applicando a queste superficie elementari la rappresentazione mediante la retta ausiliare, ottiene con metodo geometrico uniforme tutti i teoremi di Malus, Hamilton, Kummer, Sturm, ecc., oltre a nuove proprietà. Passa quindi a supporre che il pennello di raggi sia formato di normali ad una superficie: è da questo caso che la teoria della curvatura discende naturalmente. Tutti i classici teoremi di Monge, Euler, Meunier, Dupin, ecc., sono così riprodotti mediante elegantissime dimostrazioni e indipendentemente da ogni processo analitico.

« Frattanto era stato posto il problema della determinazione degli elementi di curvatura delle superficie caustiche per rifrazione, e importanti contribuzioni analitiche alla sua soluzione erano state date da Bertrand, e in particolare da Sturm, prima nella sua Memoria sull'*Ottica* e poi nell'altra interessantissima sulla *Visione*. E di questo problema che il sig. Mannheim offre pel primo una soluzione geometrica completa nella Memoria presentata alla nostra Accademia. Le notizie precedenti ce ne agevoleranno la relazione.

« L'autore comincia col migliorare la rappresentazione geometrica della legge di variazione dei piani tangenti ad una superficie rigata nei punti di una generatrice. La retta ausiliare di cui egli faceva uso nella prima Memoria, dipendeva dalla scelta di un punto della generatrice: dimodochè per una data generatrice si avevano infinite rette ausiliari, le quali però passavano tutte per uno stesso punto. Ora l'autore, abbandonando le rette ausiliari, adotta questo punto che egli chiama *punto rappresentativo*. È noto che, data una generatrice r d'una superficie gobba, la distanza di un suo punto qualunque dal punto centrale è in rapporto costante colla tangente trigonometrica dell'angolo che il piano tangente in quel punto fa col piano centrale: ciò posto, il punto rappresentativo è situato sopra una perpendicolare ad r elevata dal punto centrale ed è distante da questo di una quantità eguale a quel rapporto costante. Il punto rappresentativo permette di costruire immediatamente per ogni punto di r il suo piano tangente.

« Siccome la sostituzione del punto rappresentativo alle rette ausiliari abbrevia di molto le considerazioni, il sig. Mannheim riproduce la sua teoria geometrica della curvatura delle superficie introducendovi notevoli semplificazioni: e questa è una parte molto interessante della Memoria. La relazione di Euler, le proprietà dell'indicatrice di Dupin, infine tutti i teoremi più importanti della teoria, sono dedotti con grande eleganza.

« L'autore riprende poi lo studio dei pennelli di raggi. Si consideri il pennello formato da tutti i raggi di un sistema vicinissimi ad un raggio r. Ogni superficie elementare del pennello possiede il suo punto rappresentativo sopra un piano qualunque condotto per r; il luogo di questi punti è una circonferenza, la quale, nel caso che il pennello sia formato di normali, ha per diametro il segmento compreso tra i fuochi di r. Sulla circonferenza esiste un certo punto la cui posizione dipende dall'orientamento del pennello rispetto al piano scelto. Quando sono dati quella

circonferenza e quel suo punto, il pennello di raggi è per fettamente conosciuto: se ne ha dunque così, in certo modo, una rappresentanza piana. Questa maniera di rappresentazione era già stata accennata dal sig. Mannheim in una sua comunicazione alla Académie des sciences del 9 giugno 1879: ma qui è svolta più completamente.

« Tutto il materiale accumulato in questa prima parte della Memoria, giova all'autore per la risoluzione del problema di ottica geometrica di cui abbiamo fatto menzione e che può essere enunciato così: dati gli elementi di un pennello di raggi incidenti e gli elementi di curvatura della superficie separante i due mezzi, determinare gli elementi del pennello dei raggi rifratti. Il metodo consiste nel sostituire ai due pennelli le loro rappresentazioni piane e cercare le relazioni che le legano. Ci duole di non potere in questa relazione seguire l'autore in tutta la serie di considerazioni che gli permettono di dare, oltre ad una soluzione, per dir così fondamentale, due o tre varianti di eguale importanza. Ciò che importa di notare è che questi procedimenti si risolvono in parecchie *costruzioni piane* degli elementi delle superficie caustiche, e che perciò essi danno alla soluzione del problema quella massima esplicazione che non può venirgli che dalla geometria. Del resto l'autore ha potuto anche dedurre dalle costruzioni geometriche il *calcolo* degli elementi del pennello rifratto, in modo senza dubbio assai più semplice di quello che darebbero gli ordinarî metodi di geometria analitica infinitesimale. È con questo calcolo e con alcune note esplicative, che termina il lavoro.

« La Memoria è assai interessante non solamente per l'importanza dei risultati contenuti nella seconda parte, ma anche per l'eleganza di quei metodi geometrici che il chiarissimo autore adopera anche questa volta con mirabile felicità e che meritano di essere meglio conosciuti e coltivati in Italia. Per queste ragioni siamo lieti di proporre la integrale pubblicazione della Memoria del sig. Mannheim nei nostri Atti, e di dare così un meritato tributo di stima al valoroso geometra francese, che ha tanto contribuito a mantenere in onore la pura geometria ».

Mémoire d'optique géométrique

contenant la théorie du point représentatif d'un élément de surface réglée et son emploi, tant pour la démonstration nouvelle de théorèmes relatifs à la courbure des surfaces que pour la détermination plane des éléments des surfaces caustiques,

par M. A. MANNHEIM

Ce Mémoire renferme la solution géométrique complète, donnée pour la première fois et dans le cas le plus général, du problème de la détermination des éléments des surfaces caustiques.

Quelques mots d'historique vont me permettre de préciser l'état de la question: « de Tschirnhausen ouvrit la voie à de nouvelles spéculations géométriques en con- « sidérant la courbe enveloppe d'une série de rayons lumineux réfléchis par une ligne « *dirimante* et correspondant à des rayons incidents parallèles (Acta Lipsiæ nov. 1682). « Ces nouvelles courbes reçurent le nom de *caustiques par réflexion* et furent étu- « diées par de la Hire, Leibnitz (Acta L. janvier 1689) et Jean Bernoulli (jan- « vier 1692). Enfin Jean Bernoulli, considérant les caustiques par réfraction, donna « la construction géométrique du point où chaque rayon réfracté touche son enveloppe « (jan. 1693) et le marquis de l'Hôpital (*Analy. des infi. petits*, propos. I, section 6 « et 7) substitua à ces constructions deux formules qui ont été reproduites par Petit « et ont conservé son nom (Corresp. sur l'Ecole polytechn. tome II pag. 354 [1].

M. A. Cornu a donné une construction élégante du point où un rayon réfracté touche son enveloppe, en faisant usage d'un point qu'il appelle *centre de jonction* [2]. Ainsi pour le cas du plan, on a formules et constructions.

Ce n'est qu'au commencement de ce siècle (1808) que la question de l'espace fut abordée par Malus dans son *Optique* [3]. Cet illustre physicien démontra que « toutes les fois que l'on considère un système de lignes droites émanant de tous « les points d'une surface courbe suivant une loi analytique quelconque, le lieu des « points de rencontre des lignes proposées est compris sur deux surfaces courbes ». Lorsque ces droites sont des rayons lumineux réfractés, Malus donne à ces surfaces le nom de *surfaces caustiques*. Il a aussi découvert un théorème généralisé ainsi

[1] Paul Serret, *Des méthodes en géométrie* pag. 72.

[2] Nouvelles Annales de mathém. 2 série tome II pag. 311.

[3] Journal de l'Ecole polyt. 14e cahier.

par Dupin: Des rayons lumineux normaux à une surface se réfléchissent ou se réfractent suivant des directions normales à une surface.

On sait qu'on appelle *foyers* les deux points où un rayon lumineux réfracté touche les surfaces caustiques: ces points ne sont pas toujours réels. Les plans tangents des surfaces caustiques aux deux foyers sont les *plans focaux*.

Dans sa *Theory of systems of rays*, Hamilton a le premier étudié d'une façon générale les pinceaux quelconques de rayons lumineux, il a fait connaitre des points et des plans relatifs à ces pinceaux et qui sont toujours réels.

M. Kummer dans un beau Mémoire de géométrie analytique, intitulé: *Théorie générale des systèmes de rayons rectilignes* a approfondi la théorie d'Hamilton et l'a complétée en quelques points.

Enfin, relativement aux pinceaux quelconques, je rappellerai que j'en ai donné une *Théorie géométrique*. Pour établir cette théorie, j'ai considéré l'élément de surface réglée, que j'appelle surface élémentaire du pinceau constituée par le rayon du pinceau et un rayon qui lui est infiniment voisin. Autour d'un rayon, il y a une infinité de surfaces élémentaires.

Les points trouvés par Hamilton, et qui sont toujours réels sur le rayon d'un pinceau, sont les deux extrêmités du segment sur lequel sont situés les points centraux de toutes les surfaces élémentaires du pinceau. En ces deux points appelés *points-limites*, les plans centraux correspondants des surfaces élémentaires sont appelés *plans principaux*. Ces plans principaux sont rectangulaires.

Dans le cas particulier où les rayons lumineux forment un pinceau de normales à une surface, les surfaces élémentaires de ce pinceau sont des éléments de normalies à cette surface, les points-limites se confondent avec les foyers du rayon du pinceau et sont aussi les centres de courbure principaux de cette surface; enfin celle-ci a pour plans de ses sections principales, les plans principaux du pinceau qui sont confondus ici avec les plans focaux.

Restant dans le cas particulier où les rayons lumineux sortent normalement d'une surface, Sturm dans son *Mémoire sur l'optique* [1] a étudié analytiquement les éléments de courbure des surfaces auxquelles ces rayons sont normaux après leur réfraction et a trouvé des formules intéressantes.

Dans son Mémoire sur la *Théorie générale des surfaces* [2] revenant sur le même sujet, toujours dans le cas des rayons lumineux normaux à une surface, M. Bertrand par des considérations de géométrie infinitésimale a retrouvé les formules dues à Sturm et en a ajouté une nouvelle. Ces formules permettent de calculer les éléments des surfaces caustiques.

Enfin en 1845 Sturm a traité de nouveau analytiquement le même problème à la fin de son *Mémoire sur la vision* [3]. Ainsi pour le seul cas particulier de l'espace qui eut été traité, on avait trouvé des formules, mais pas de construction

[1] Journal de mathém. pures et appliquées première série t. III.

[2] Journ. de mathém. pures et appliquées première série t. IX.

[3] Comptes. r. de l'Acad. de sciences premièr semestre 1845.

M. Ribaucour s'est aussi occupé du même cas particulier mais on ne connait de son travail que l'annonce qu'il en a faite en 1873 dans sa notice sur ses travaux mathématiques.

effective. Tel était, à ma connaissance, l'état de la question lorsque j'ai commencé à l'étudier (¹).

La solution géométrique que j'apporte aujourd'hui est complète et aboutit à plusieurs *constructions planes* des éléments des surfaces caustiques, et cela, je le répète, dans le cas le plus général.

Les solutions de nombreuses questions ne sont vraiment achevées que lorsque l'on fait connaître les constructions qu'elles exigent; elles ne peuvent attendre cet achèvement que de la géométrie. La question d'optique résolue dans ce travail en est un exemple.

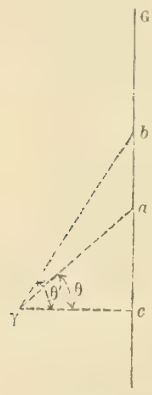
Du point réprésentatif d'un élément de surface réglée.

Dans mon *Mémoire sur les pinceaux de droites* (²) j'ai montré comment, au moyen d'une droite auxiliaire on peut représenter la loi de variation des plans tangents à une surface réglée pour les différents points d'une génératrice de cette surface. Cette droite auxiliaire est relative à un point pris comme origine sur cette génératrice et change en même temps que ce point; mais toutes les droites auxiliaires relatives aux différents points d'une génératrice passent par un même point.

Ces droites auxiliaires sont respectivement perpendiculaires aux droites qui joignent ce point aux différents points pris comme origine sur la génératrice.

Une génératrice d'une surface réglée étant donnée il suffit donc de lui adjoindre ce seul point pour pouvoir déterminer les plans tangents à la surface réglée. Le point qu'il faut ainsi adjoindre à une génératrice, je l'appelle *point représentatif* de l'élément de la surface réglée le long de cette droite.

Fig. 1.



Avant d'en faire usage je vais montrer comment on y arrive directement ce qui dispensera de recourir à des Mémoires antérieurs.

Soient (G) une surface gauche et G (fig. 1.) une de ses génératrices que, pour l'explication je suppose placée verticalement. Menons un plan par G et fesons le tourner autour de cette droite de façon que sa trace sur un plan horizontal de projection tourne dans le sens direct de rotation d'une droite sur un plan. Ce plan touche (G) successivement en des points qui, je suppose, s'éloignent du plan horizontal c'est-à-dire vont en s'élevant sur G.

Appelons c le point central de (G) sur G, k le paramètre de distribution des plans tangents à (G) pour G, a un point distant de c de la longueur l et θ l'angle que le plan tangent en a fait avec le plan central, on a: tang. $\theta = \frac{l}{k}$.

Sur un plan quelconque mené par G, et que nous prenons pour plan de la figure,

(¹) Je n'ai pas parlé des travaux de Gergonne, Quetelet, Sarrus, de la Rive, Timmermans etc. qui ne se rattachent pas directement au problème que j'avais en vue. Un travail sur les courbes et surfaces caustiques, analogue à la belle dissertation du docteur O. Böklen sur la surface de l'onde (Reutlingen 1881) serait utile aussi bien aux physiciens qu'aux géomètres.

(²) Journal de mathém. pures et appliquées 2e série t. XVII, 1872.

élevons au point c une perpendiculaire à G. Portons sur cette droite le segment $c\gamma$ égal à k et menons la droite γa.

Dans le triangle $c\gamma a$ on a: tang. $c\gamma a = \frac{l}{k}$.

En rapprochant cette égalité de la précédente on voit que l'angle $c\gamma a$ est égal à θ.

De même, pour un autre point b de G on a l'angle $c\ \gamma\ b$ qui représente l'angle θ' que le plan tangent en b à (G) fait avec le plan central.

L'angle $a\ \gamma\ b$ qui est égal à $\theta' - \theta$ est alors égal à l'angle que font entr'eux les plans tangents en a et b. On a ainsi ce théorème connu:

L'angle sous lequel on voit du point γ un segment $a\ b$ de G est égal à l'angle que font entr'eux les plans tangents à (G) aux points a et b.

Remarquons que la droite du plan de la figure qui, tournant autour du point γ, passe successivement par les points $a, b, \ldots$ tourne dans le sens direct comme la trace horizontale du plan qui touche successivement (G) aux points $a, b, \ldots$ (1). La figure formée par les droites γa, γb, peut donc servir à représenter la figure formée par les traces horizontales des plans tangents en $a, b, \ldots$

Si le plan mené par G, tournant toujours dans le même sens, touche successivement G en des points qui se rapprochent du plan horizontal de projection, on a encore la représentation de la figure formée par les traces horizontales de ce plan dans ses diverses positions à la condition de placer γ, par rapport à G, symétriquement à sa première position.

Le point γ est le point représentatif de l'élément de (G) le long de G.

D'après ce qui précède on doit le choisir sur la perpendiculaire élevée à G du point central à une distance k de ce point, de façon que les droites qui vont du point représentatif successivement aux différents points de G représentent, y compris le sens de la rotation, la figure formée par les traces du plan qui touche (G) successivement en ces différents points.

La connaissance des plans tangents à (G) en trois points de G suffit pour déterminer le point représentatif relatif à cette droite et par suite pour déterminer tous les plans tangents qui passent par G.

Afin de familiariser le lecteur avec l'emploi du *point représentatif*, je vais donner à l'aide de ce point des démonstrations nouvelles de propriétés relatives à la théorie de la courbure des surfaces et utiles d'ailleurs pour la suite.

Emploi du point représentatif dans la théorie de la courbure des surfaces.

Je vais exposer cette théorie en supposant préalablement démontré le théorème suivant: A partir d'un point o sur une surface (S) on trace des courbes quelconques. Les normalies à (S), qui ont ces courbes pour directrices, sont tangentes entr'elles en deux points de la normale N en o

(1) Le plan de la figure est un plan de front devant le spectateur et le plan horizontal est au dessous de ce spectateur.

à (S). Leurs plans tangents communs en ces points sont rectangulaires.

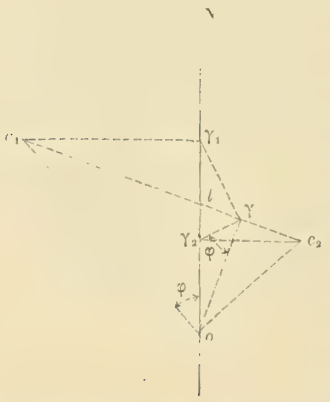
On en déduit facilement le théorème de Meusnier et on voit aussi que:

Si l'on considère une normalie qui a pour directrice une courbe E tracée sur S à partir du point o, le plan normal à (S), qui est tangent en o à E, est normal à cette normalie en un point qui est le centre de courbure de la section qu'il détermine dans (S).

C'est en partant de là que je vais d'abord résoudre, au moyen d'un point représentatif, le problème suivant: construire le rayon de courbure de la section faite dans une surface (S) par un plan qui lui est normal.

Soient toujours E une courbe tracée sur (S), o un point de cette courbe, N la normale en ce point à S. Prenons pour plan de la figure le plan normal à (S) qui est tangent à E en o, c'est-à-dire le plan qui détermine la section pour laquelle nous cherchons le centre de courbure correspondant au point o. Appliquons le théorème précédent, pour cela considérons la normalie (N) à (S) dont la directrice est E. Appelons γ_1 et γ_2 (fig. 2) les points de N où se touchent toutes le normalies à S dont les directrices partent du point o. Soit γ le point représentatif de cette normalie pour la génératrice N, ce point est tel que l'angle $\gamma_1\gamma\gamma_2$ est droit: puisque les plans tangents à (N) aux points γ_1, γ_2 sont rectangulaires. Il suffit d'élever en γ la perpendiculaire γl à γo pour avoir en l sur N le point de contact avec (N) du plan mené par N perpendiculairement au plan tangent en o à cette normalie. Ce point l est alors le centre de courbure demandé.

Fig. 2.



Lorsqu'on considère les différentes normalies à (S) qui contiennent N, on a des points représentatifs tels que γ qui sont toujours sur la circonférence décrite sur $\gamma_1\gamma_2$ comme diamètre. La construction précédente, lorsqu'on emploie ces différents points représentatifs, montre comment varient les rayons de courbure tels que ol, c'est-à-dire les rayons de courbure des différentes sections faites dans (S) par des plans menés par N. Elle montre que le rayon de courbure est maximum lorsqu'il est égal à $o\gamma_1$ et minimum lorqu'il est égal à $o\,\gamma_2$. Les points γ_1, γ_2 sont les centres de courbure principaux de (S) pour le point o et les plans, dont les sections ont ces points pour centres de courbure, sont les plans des sections principales de (S).

Remarques. Le théorème relatif aux normalies, rappelé précédemment, peut maintenant être énoncé ainsi: Les normalies à (S), dont les directrices partent d'un même point o, sont tangentes entr'elles aux centres de courbure principaux de (S) relatifs à ce point et leurs plans tangents communs, qui sont rectangulaires, sont les plans des sections principales de (S) en o.

Le plan de la section principale, dont le centre de courbure est γ_1, est le plan tangent commun aux normalies au point γ_2 et de même pour l'autre plan de la section principale.

La section normale à (S) dont le centre de courbure est l fait avec le plan de la section principale dont le centre de courbure est γ_1 un angle égal à $\gamma_2\,\gamma o$.

Revenons à la construction du centre de courbure l. Nous venons de remarquer que l'angle $\gamma_2\,\gamma o$ est égal à l'angle que le plan de la section normale dont le centre de courbure est l fait avec le plan de la section principale dont le centre de courbure est γ_1. Supposons connu cet angle, que nous appellerons φ, ainsi que les rayons de courbure principaux $o\,\gamma_1$, $o\,\gamma_2$. Ces éléments suffisent pour construire l. On peut, en effet, construire ce point après avoir déterminé γ à la rencontre de la circonférence décrite sur $\gamma_1\,\gamma_2$ comme diamètre et du segment capable de l'angle φ décrit sur $o\,\gamma_2$.

Modifions cette construction. Prolongeons γl jusqu'aux points c_1, c_2 où cette droite rencontre les perpendiculaires élevées des points γ_1, γ_2 à N.

Les quatre points c_1, γ_1, γ, o, sont sur la circonférence décrite sur $c_1\,o$ comme diamètre et les points o, γ_2, γ, c_2 sont sur la circonférence décrite sur oc_2 comme diamètre. Au moyen de ces circonférences on voit que l'angle $\gamma_1\,o\,c_1$ est égal à l'angle $\gamma_1\,\gamma\,c_1$ et que l'angle $c_2\,o\,\gamma_2$ est égal à l'angle $l\,\gamma\,\gamma_2$. Il résulte de là que l'angle $c_2\,o\,c_1$ est droit et, en outre, que l'angle $\gamma_1\,o\,c_1$ est égal à φ. On a alors la construction suivante pour déterminer le centre de courbure d'une section normale. On donne N, les centres de courbure principaux γ_1, γ_2 et l'angle φ que le plan de la section normale, dont on cherche le rayon de courbure, fait avec le plan de la section principale dont le centre de courbure est γ_1. On mène la droite oc_1 qui fait avec N l'angle φ et l'on élève à cette droite la perpendiculaire oc_2. Les droites oc_1, oc_2 rencontrent en c_1 et c_2 les perpendiculaires élevées des points γ_1, γ_2 à N: la droite $c_1\,c_2$ coupe N au centre de courbure l cherché.

Remarque. Le point représentatif γ est au pied de la perpendiculaire abaissée du point o sur la droite $c_1\,c_2$.

Relation d'Euler. En partant de la construction que nous venons de trouver, il est facile d'établir la relation d'Euler. On y arrive aussi de la manière suivante en faisant usage du point représentatif γ.

On a : $$\text{aire } \gamma_1\gamma\gamma_2 = \text{aire } \gamma_1\gamma l + \text{aire } l\gamma\gamma_2$$

par suite : $$\gamma\gamma_1 \times \gamma\gamma_2 = \gamma\gamma_1 \times \gamma l \cos.\varphi + \gamma l \times \gamma\gamma_2 \sin.\varphi$$

d'où $$\frac{1}{\gamma l} = \frac{\cos.\varphi}{\gamma\gamma_2} + \frac{\sin.\varphi}{\gamma\gamma_1}.$$

Désignons : $o\gamma$ par ρ, $\gamma\gamma_1$ par R_1 et $\gamma\gamma_2$ par R_2.

On a : $$\gamma l = \rho \sin.\gamma ol,\quad \frac{\sin.\gamma ol}{\gamma\gamma_1} = \frac{\cos.\varphi}{R_1},\quad \frac{\sin.\gamma ol}{\gamma\gamma_2} = \frac{\sin.\varphi}{R_2}$$

substituant dans la relation précédente il vient:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\cos^2\varphi}{R_1} + \frac{\sin^2\varphi}{R_2}$$

qui est la relation d'Euler.

Remarque. La démonstration dont nous venons de faire usage montre que si

l'on a un angle droit $\gamma_1 \gamma \gamma_2$, dont le côté $\gamma\gamma_2$ fait avec une droite γo un angle φ on a:

$$\frac{1}{ol} = \frac{\cos^2\varphi}{o\gamma_1} + \frac{\sin^2\varphi}{o\gamma_2}.$$

Indicatrice. Remplaçons dans la relation d'Euler ρ par $\lambda\bar{d}^2$, R_1 par $\lambda\bar{a}^2$, R_2 par $\lambda\bar{b}^2$ et supprimons le facteur λ, il vient:

$$\frac{1}{\bar{d}^2} = \frac{\cos^2\varphi}{\bar{a}^2} + \frac{\sin^2\varphi}{\bar{b}^2}$$

équation en coordonnées polaires d'une conique dont les demi-axes sont $\bar{a}$ et $\bar{b}$.

Construisons cette courbe sur le plan tangent (T) à (S) au point o, de façon que son centre soit en ce point et que son grand axe soit dans le plan de la section principale dont le centre de courbure est γ_1. Le rayon de courbure d'une section normale à (S) au point o est alors proportionelle au carré du diamètre de cette conique qui est dans ce plan. Cette conique est l'indicatrice de Dupin.

Fig. 3.

Théorème. La tangente en un point o de la directrice d'une normalie à (S) et la trace du plan central de cette normalie sur le plan (T), tangent en o à (S), sont deux diamètres conjugués de l'indicatrice de (S) en o.

La normalie a, je suppose (fig. 3), pour point représentatif le point γ. Le pied c de la perpendiculaire abaissée de γ sur N est le point central de cette normalie pour cette génératrice. Les droites $\gamma\gamma_1$, $\gamma\gamma_2$, γc, γo forment une figure égale à la figure qu'on obtient en prenant sur (T) les axes de l'indicatrice, la trace du plan central et la tangente en o à la directrice de la normalie. Imaginons alors qu'au lieu de tracer l'indicatrice de (S) sur (T) on trace cette courbe sur le plan de la figure en lui donnant des dimensions telles qu'elle passe par le point o, son centre étant en γ et son grand axe dirigé suivant $\gamma\gamma_2$. Appelons toujours $\bar{a}$ et $\bar{b}$ les demi-axes de cette conique.

On a, puisque c'est une indicatrice: $\dfrac{o\gamma_1}{o\gamma^2} = \dfrac{\bar{a}^2}{\bar{b}^2}$.

Cette relation montre que N est la normale en o à cette conique, par suite γc, qui lui est perpendiculaire, est parallèle à la tangente en o à cette courbe.

Les droites γc et γo sont donc deux diamètres conjugués de l'indicatrice et le théorème est démontré.

Ce théorème, comme l'on sait, permet de démontrer très facilement le théorème des tangentes conjuguées.

Rayon de courbure de la courbe de contour apparent d'une surface. On va voir encore combien l'emploi du point représentatif rend facile la détermination de ce rayon de courbure.

Circonscrivons à la surface donnée (S) un cylindre dont les génératrices soient perpendiculaires au plan de projection. Appelons E la courbe de contact de ce cylindre et de (S) et E′ la trace de ce cylindre sur le plan de projection. Comme la courbe E′

reste la même à quelque distance que l'on transporte ce plan de projection, parallèlement à lui-même, faisons passer ce plan par le point o de E. C'est pour ce point o que nous allons chercher le centre de courbure de E′, qui est la ligne de contour apparent de (S) sur le plan de projection. Considérons la normalie (N) à (S) qui a pour directrice E. Les génératrices de cette normalie sont parallèles au plan de projection et se projettent suivant les normales à E′.

Prenons la génératrice N_1 de (N), qui est infiniment voisine de N, et le pied c sur N de la perpendiculaire commune à cette droite et à N_1. Le point c, qui n'est autre que le point de rencontre de deux normales à E′, qui sont infiniment voisines, est le centre de courbure demandé. On voit ainsi que ce centre de courbure est le point central de (N) sur N et que le plan central relatif à cette droite est perpendiculaire au plan de projection.

Fig. 4.

Soient (fig. 4) N la normale en o à (S), γ_1, γ_2 les centres de courbure principaux, γ le point représentatif de l'élément de (N) le long de N et c le point central situé sur N.

L'angle $\gamma_1 \gamma c$ est l'angle compris entre le grand axe de l'indicatrice en o et le plan central, c'est-à-dire que c'est l'angle des projetantes avec ce grand axe.

Désignons le par ψ. On voit sur la figure que $\gamma\,\gamma_1\,o$ est égal à ψ; par suite on a cette construction: On mène $\gamma_1\gamma$ de façon que l'angle $\gamma\gamma_1\,o$ soit égal à ψ. Cette droite rencontre en un point γ la circonférence décrite sur $\gamma_1\gamma_2$ comme diamètre: la projection de γ sur N est le centre de courbure cherché.

On a: $$\gamma_2 c = \gamma c \text{ tang. } \psi = c\gamma_1 \text{ tang}^2 \psi.$$

Désignons par R le rayon de courbure oc; cette relation peut s'écrire:

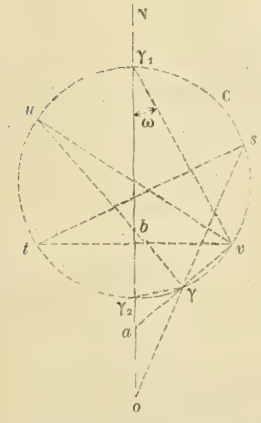
$$R - R_2 = (R_1 - R) \text{ tang}^2 \psi,$$

ou, en développant:

$$R = R_1 \sin.^2 \psi + R_2 \cos.^2 \psi.$$

Telle est la relation qui lie le rayon de courbure de la courbe de contour apparent aux éléments de courbure de (S).

Fig. 5.



Représentation plane d'un pinceau.

Les différents éléments de normalies qui appartiennent à un pinceau de normales à une surface (S) peuvent être représentés chacun par leur point représentatif et comme de chacun de ces points on doit voir sous un angle droit le segment compris entre les centres de courbure principaux γ_1, γ_2 de (S) ces points représentatifs appartiennent à la circonférence C décrite sur le segment $\gamma_1\,\gamma_2$ comme diamètre. Pour fixer la position du pinceau par rapport à un plan fixe mené par la normale N (fig. 5) que nous prenons pour plan de la figure, supposons donné l'angle ω dont il faut faire tourner le plan tangent commun en γ_2

aux normalies pour amener ce plan à coïncider avec le plan fixe de la figure. Menons la droite $\gamma_1 v$ qui fait avec $\gamma_1 \gamma_2$ cet angle ω. Une normalie, qui touche le plan de la figure au point arbitraire a, a pour point représentatif le point de rencontre γ de va avec C, car il résulte bien de cette construction que l'angle $\gamma_2 \gamma a$ est égal à ω. Le point v, qui est fixe sur C, permet donc d'avoir immédiatement le point représentatif de l'élément de normalie qui touche le plan de la figure en un point donné de N.

Il suffit donc de la circonférence C, dont le centre est sur N, et du point v marqué sur C pour représenter de forme et de position le pinceau de normales (1).

Reprenons l'élément de normalie représenté par γ; menons la droite qui joint le point o de N au point γ: elle coupe en s la circonférence C.

Joignons le point s au point t, situé à la rencontre de C et de la perpendiculaire abaissée de v sur N. L'angle vts est égal à l'angle $a\gamma o$ par conséquent il est égal à l'angle que le plan tangent en o à la normalie fait avec le plan de la figure. Le point t, comme le point v, est fixe sur C et peut être employé pour tous les éléments de normalies du pinceau de normales.

Remarquons que les droites qui partent du point t, telles que ts et relatives aux différents éléments de normalies du pinceau forment une figure qui est égale à la figure formée sur un plan mené en o perpendiculairement à N par les traces des plans tangents en o à tous ces éléments de normalies.

Il y à encore un point fixe de C dont nous ferons usage, c'est le point u de cette circonférence qui est diamétralement opposée à v. La droite qui joint ce point u au point représentatif γ d'un élément de normalie coupe N au point b où cet élément est normal au plan de la figure: car l'angle $b\gamma a$ est droit.

Tout ce que je viens d'expliquer pour un pinceau de normales s'étend à un pinceau quelconque en vertu des propriétés de ce pinceau (2). Un pareil pinceau est toujours représenté par une circonférence sur laquelle on marque un point fixe. Ce point dépend de l'orientation du pinceau par rapport à un plan fixe mené par le rayon du pinceau. Pour fixer cette orientation on se donne l'angle dont il faut faire tourner l'un des plans principaux du pinceau pour amener ce plan à coïncider avec le plan fixe.

Première construction plane des éléments des surfaces caustiques.

Cette construction est obtenue en appliquant la méthode générale dont j'ai déjà fait usage pour déterminer les éléments de courbure de la surface de l'onde (3). Cette méthode consiste, pour l'étude des transformations des pinceaux, à rechercher la correspondance qui existe entre leurs représentations planes (4).

(1) J'ai déjà donné ce mode de représentation dans une communication faite à l'Académie des sciences le 9 juin 1879.

(2) Voir mon *Mémoire sur les pinceaux de droites.*

(3) Voir Comptes rend. séances des 2, 9 et 16 jun. 1879, ainsi que le volume publié en Italie par MM. Cremona et Beltrami en mémoire de Chelini sous le titre *Collectanea Mathematica.*

(4) Elle s'étend naturellement à toutes les transformations des figures de l'espace dont on connaitrait la représentation plane.

Voici l'énoncé du probléme d'optique que je vais résoudre:

Etant donnés les éléments d'un pinceau quelconque de rayons lumineux incidents et les éléments de courbure de la surface séparatrice des milieux traversés par ces rayons, déterminer les éléments du pinceau formé par ces rayons après leur réfraction.

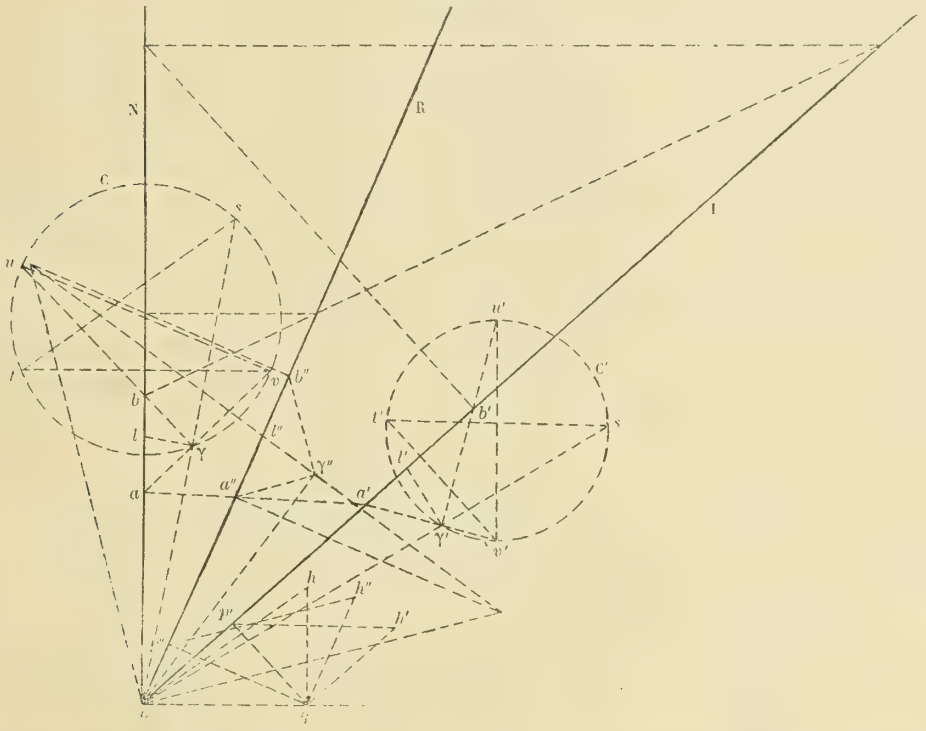
Appelons (S) la surface séparatrice des milieux.

Un rayon incident I rencontre (S) au point o et il est réfracté suivant le rayon R. Le plan des droites I et R contient la droite N, normale en o à (S), et l'on a quelque soit le rayon incident

$$\frac{\text{sin. (I, N)}}{\text{sin. (R, N)}} = \text{constante}$$

Cette constante est l'indice de réfraction que nous désignerons par λ. Nous désignerons par i l'angle (I, N) et par r l'angle (R, N).

Fig. 6.



Prenons pour plan de la fig. 6 le plan des trois droites I, R, N. Représentons le pinceau [N] des normales à (S) dont les pieds sont aux points infiniment voisins de o, par la circonférence C sur laquelle est marqué le point v. Représentons de même par C′ et v' le pinceau [I] des rayons lumineux incidents.

Pour résoudre notre problème nous nous proposons de construire pour le pinceau [R] des rayons réfractés la circonférence C″ et le point v'' qui le représentent.

Appelons (I) une surface élémentaire du pinceau [I]. A cette surface correspond un élément de normalie (N) et une surface élémentaire (R). Ce que nous allons

d'abord chercher c'est le point représentatif γ'' de (R) qui correspond au point représentatif γ' de (I).

Pour construire γ'' déterminons en trois points de R les plans tangents à la surface élémentaire (R).

Ces trois points sont: le point o, le point pour lequel (R) est tangent au plan de la figure et le point pour lequel cette surface élémentaire est normale au plan de la figure.

Nous conservons pour le pinceau [N] les notations employées précédemment lorsqu'il s'est agi de la représentation plane d'un pinceau. Pour le pinceau [I] nous prenons les mêmes notations avec des lettres marquées d'un accent et enfin pour le pinceau [R] nous prenons encore les mêmes lettres marquées de deux accents.

La surface élémentaire (I) étant représentée par le point γ' menons la droite $o\gamma'$; elle coupe C' au point s': l'angle $v't's'$ est alors égal à l'angle que le plan tangent en o à (I) fait avec le plan de la figure.

Chèrchons tout de suite les angles analogues pour (N) et (R).

D'un point arbitraire q de la perpendiculaire élevée en o à N, abaissons sur I et R les perpendiculaires qp', qp''. Du point p' menons $p'h'$ parallèlement à $t's'$. Cette droite rencontre en h' la perpendiculaire qh' à qp' et le segment qh' est égal à la portion de la perpendiculaire menée du point q au plan de la figure et comprise entre ce plan et le plan tangent en o à (I). Il suffit maintenant de porter sur la perpendiculaire qh à oq et sur la perpendiculaire qh'' à qp'' des segments égaux à qh' pour avoir les angles $qoh, qp''h''$ que les plans tangents en o à (N) et à (R) font avec le plan de la figure.

Appelons I_1 le rayon lumineux infiniment voisin de I qui détermine avec ce rayon la surface élémentaire (I). La droite I_1 rencontre (S) au point o_1 d'où partent la normale N_1 à (S) et le rayon réfracté R_1. Les trois droites I_1, N_1, R_1 sont dans un même plan qui est la nouvelle position du plan (I, R, N) lorsque le point o est venu en o_1.

Le déplacement du plan (I, R, N) donne lieu à une caractéristique qui est la droite d'intersection de ce plan et du plan (I_1, R_1, N_1). Cette caractéristique contient les points a, a', a'' où le plan de la figure touche les surfaces élémentaires (N), (I), (R) (1).

On voit ainsi que:

Les surfaces élémentaires correspondantes touchent le plan de la figure en des points qui appartiennent à une même droite.

La surface (I) touche le plan de la figure au point a' où $v'\gamma'$ rencontre I. Pour avoir le point a, où la normalie (N) touche ce même plan, menons du point t la droite ts parallèlement à oh (afin de construire l'angle vts égal à l'angle que le plan tangent en o à N fait avec le plan de la figure). Joignons le point s au point o. Cette droite rencontre C au point γ qui est le point représentatif de l'élément de normalie (N). Cette construction est, en effet, la construction inverse de celle qui donnerait l'angle vts si le point γ était donné. Ayant construit le point γ on mène la droite $v\gamma$ elle coupe la droite N au point a demandé.

(1) Voir mon *Cours de Géométrie descriptive* page 277.

D'après le théorème qui vient d'être démontré la droite $a\,a'$ rencontre R au point a'' où (R) touche le plan de la figure. Nous avons ainsi construit sur R un point a'', qui est le deuxième pour lequel nous connaissons le plan tangent à (R). Le point o était le premier pour lequel on connaissait le plan tangent à cette surface.

Occupons nous maintenant des points où les surfaces élémentaires correspondantes (N), (I), (R) sont normales au plan de la figure.

Le point où (I) est normal au plan de la figure est le point b' où la droite $\gamma' u'$ rencontre I. De même le point où (N) est normal au plan de la figure est le point b où la droite γu rencontre N. Connaissant b et b' nous allons déterminer le point b'' où (R) est normal au plan de la figure.

Les droites I_1, N_1, R_1, font entr'elles des angles tels que

$$\frac{\sin.(I_1,\ N_1)}{\sin.(R_1,\ N_1)} = \lambda.$$

Les projections sur le plan de la figure des angles $(I_1\,N_1)$, $(R_1\,N_1)$ ne différent de ces angles que d'infiniment petits d'ordre supérieur, on a, entre les sinus des angles obtenus ainsi en projection, le même rapport λ. Les point b, b', b'' sont du reste les points où les droites I, R, N sont respectivement rencontrées par les projections de I_1, R_1, N_1. En considérant ces projections sur le plan de la figure comme de nouvelles positions de I, N, R, on peut alors supposer que ces trois droites se déplacent sur le plan de la figure pour occuper ces nouvelles positions de façon que o se déplace normalement à N, tandis que ces droites touchent leurs enveloppes respectivement en b, b', b''; le rapport des sinus des angles qu'elles comprennent restant égal à λ. Les points b, b', b'', sont alors liés par la construction plane suivante:

Sur le plan de la figure, on élève en b' une perpendiculaire à I. Du point où cette droite coupe N on élève une perpendiculaire à cette droite N. Cette perpendiculaire rencontre I en un point que l'on joint au point b. Cette droite coupe R en un point que l'on projette sur N: le point ainsi obtenu étant projeté sur R donne le point b'' (1).

Nous connaissons donc pour la surface élémentaire (R):

1° le point a'' où elle touche le plan de la figure,

2° le point b'' où elle lui est normale,

3° l'angle $q\,p''\,h''$ que le plan tangent en o à cette surface fait avec le plan de la figure. Nous pouvons alors construire le point représentatif γ'' de la surface élémentaire (R).

Ce point γ'' doit être sur la circonférence décrite sur $a''\,b''$ comme diamètre, puisque les plans tangents en ces points à (R) sont rectangulaires.

Le point γ'' doit être aussi sur le segment capable de l'angle $q\,p''\,h''$ décrit sur $o\,a''$. Mais nous avons vu précédemment à propos de la courbure des surfaces, comment on détermine linéairement l'intersection des ces deux circonférences.

(1) Loc. cit. page 207.

C'est cette construction que nous employons pour déterminer le point γ'':

Du point o, on mène une parallèle à $p''\ h''$ et une perpendiculaire à cette droite. Ces deux droites rencontrent respectivement les perpendiculaires à R élevées des points a'' et b'': la projection du point o sur la droite qui joint ces deux points donne le point γ''.

En partant du point représentatif γ' d'une surface élémentaire du pinceau [I] nous sommes arrivés au point représentatif γ'' de la surface élémentaire correspondante du pinceau [R]. Une autre surface élémentaire de [I] dont le point représentatif est γ'_1 (1) donnera de la même manière le point représentatif γ''_1 de la surface élémentaire qui lui correspond dans le pinceau [R]. La connaissance des deux points γ'' et γ''_1 suffit pour déterminer la circonférence C'' et le point v'' qui représentent le pinceau réfracté [R]. Voici comment: on mène la droit $a''\ \gamma''$ et la droite analogue $a''_1\ \gamma''_1$: ces deux droites se coupent au point v''. On mène la droite $b''\ \gamma''$ et la droite analogue $b''_1\ \gamma''_1$: ces deux droites se coupent au point u''.

La circonférence décrite sur $u''\ v''$ comme diamètre est la circonférence C'' relative au pinceau [R] et le point v'' de cette courbe permet d'avoir l'orientation du pinceau.

La connaissance de cette circonférence C'' entraine la connaissance des éléments du pinceau [R]. Ainsi, les points de rencontre de C'' et de R sont les foyers sur ce rayon et l'angle, sous lequel on voit d'un point de C'' le segment compris entre ces deux foyers, est égal à l'angle compris entre les plans focaux. Ces foyers et cet angle sont les éléments des surfaces caustiques relatives à R. Nous avons donc résolu le problème d'optique énoncé précédemment.

La solution que nous venons d'exposer est absolument générale puisque nous n'avons fait aucune hypothèse relativement au pinceau [I] en le représentant par une circonférence de cercle. Nous verrons plus loin que la construction plane précédente permet de trouver que, lorsque le centre de cette circonférence est sur I, c'est-à-dire lorsque [I] est un pinceau de normales, il en est de même du pinceau [R] parce qu'alors le centre de la circonférence C'' est sur le rayon R. Nous retrouverons ainsi le théorème de Malus et de Dupin sur lequel nous n'avons pas eu besoin de nous appuyer.

Remarques (2). Lorsque le rayon lumineux I varie de position il en est de même de R et par suite du plan (I, R, N). Ce plan pour un déplacement de I a pour caractéristique une droite telle que $a\ a'\ a''$. Mais lorsqu'on déplace I de toutes les manières possibles autour de la première position de ce rayon, le plan (I, R, N) reste tangent à une surface, et chacun des déplacements de ce plan donne lieu à une caractéristique qui passe par le point de contact de ce plan avec cette surface. Donc: Toutes les droites telles que $a\ a'\ a''$ passent par un même point.

Prenons quatre surfaces élémentaires du pinceau [I] chacune d'elles touche le plan de la figure en un point tel que a'. Joignons ces quatre points au point v'. Ces

(1) Pour ne pas compliquer la figure nous n'avons pas indiqué les points γ'_1, γ''_1, v'', u'', ni la circonférence C''.

(2) Ces remarques ne sont pas utiles pour la suite.

droites rencontrent C′ en des points tels que γ'. Joignons ces points au point u'. Ces quatre droites déterminent sur I quatre points tels que b'. Il résulte de cette construction que l'on a deux faisceaux de droites dont les sommet sont u' et v' et dont les droites correspondantes se coupent sur C′. Les rapports anharmoniques de ces deux faisceaux sont alors égaux et, par suite: les rapports anharmoniques de quatre points tels que b' sont égaux aux rapports anharmoniques de quatre points tels que a'.

Mais le théorème précédent montre que le rapport anharmonique des points tels que a' sur I est égal au rapport anharmonique des points correspondants tels que a sur N et a'' sur R, donc il en est de même pour les points tels que b sur N et b'' sur R.

Ainsi: Sur I, N, R les rapports anharmoniques des points correspondants tels que b, b', b'', sont égaux entr'eux.

Comme le point o peut être à la fois un point tel que b, b', b'' nous voyons que:

Les droites telles que bb' passent par un même point et qu'il en est de même pour les droites telles que $b'b''$ et pour les droites telles que $b\,b''$.

Appellons α le point fixe relatif aux droites $b\,b'$, β le point fixe relatif aux droits $b'\,b''$ et enfin δ le point fixe relatif aux droites $b\,b''$:

Les trois points α, β, δ *sont en ligne droite,* car les triangles tels que $b\ b'\ b''$ ont toujours leurs sommets sur les droites I, N, R qui concourent au point o.

La droite $\beta\,\alpha$ *coupe* N, I, R *en des points tels que* b, b', b'' comme il est facile de le voir. Si l'on applique à ces trois points particuliers la construction linéaire qui les relie, on voit tout de suite que les perpendiculaires à I et à R, élevées respectivement des points particuliers tels que b' et b'', concourent en un point de la perpendiculaire élevée en o à N.

Par suite, si l'on projette un point quelconque de $o\ q$ sur I et R la droite qui joint ces points est parallèle à $\alpha\ \beta\ \delta$. Donc:

La droite $\alpha\ \beta\ \delta$ est parallèle à $p'\,p''$.

Si le point tel que b' est sur I la projection d'un point tel que b sur N, le point b'' correspondant est aussi la projection de ce point b sur R.

Cela résulte immédiatement de la construction qui lie les points tel que b, b', b''.

On peut remarquer que la droite qui joint les points particuliers tels que b' et b'' de l'énoncé précédent est perpendiculaire à la droite $\alpha\ \beta\ \delta$.

Première modification de la construction précédente.

Les plans tangents en o aux surfaces élémentaires correspondantes (I), (R), (N) se coupent suivant une même droite du plan (T), tangent en o à (S).

Cette remarque va me permettre de modifier la construction précédente. Pour cela je vais généraliser le théorème, d'où nous sommes partis précédemment, et, au lieu de prendre pour une génératrice d'une surface réglée les traces des plans tangents à cette surface sur un plan perpendiculaire à cette génératrice, je vais prendre les traces des plans tangents sur un plan arbitraire.

Prenons pour plan de la figure 7, le plan qui projette orthogonalement la génératrice G de la surface réglée (G) sur un plan fixe quelconque (T) (¹). Soient a, b, c, d quatre points arbitraires sur G et (A), (B), (C), (D) les plans tangents en ces points à (G). Construisons sur $a\ b$ un segment capable de l'angle compris entre les traces de (A) et de (B) sur (T) et sur $b\ c$ décrivons un segment capable de l'angle analogue relatif à (B) et (C); ces deux circonférences se coupent en b et en un autre point γ. En vertu d'un théorème de Chasles les droites $\gamma a, \gamma b, \lambda c, \gamma d$ forment un faisceau dont les rapports anharmoniques sont égaux aux rapports anharmoniques du faisceau formé par les traces des quatre plans (A), (B), (C), (D) sur le plan (T). Mais par construction, trois droites du premier faisceau comprennent entr'elles des angles respectivement égaux aux angles formés par les droites correspondantes du deuxième faisceau. Ces deux faisceaux sont alors égaux et l'angle sous lequel on voit $c\ d$ du point γ est égal à l'angle compris entre les traces sur (T) des plans tangents (C) et (D). Comme le point d est arbitraire, on a alors ce théorème :

Fig. 7.

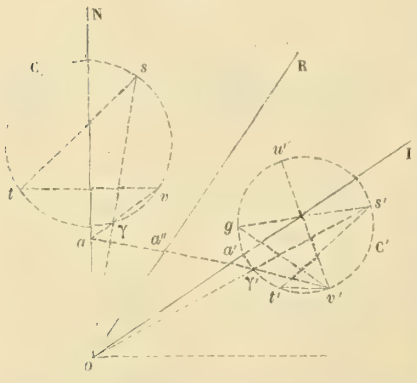
Sur un plan passant par une génératrice G d'une surface réglée (G) il existe un point d'où l'on voit un segment quelconque de G sous un angle égal à l'angle compris entre les traces, sur un plan fixe arbitraire, des plans tangents à (G) aux extrémités de ce segment.

C'est ce point que nous allons prendre pour point représentatif de l'élément de (G) le long de G.

En faisant usage de pareils points un pinceau est toujours représenté par une circonférence de cercle. De chacun des points de cette courbe on voit la distance focale du pinceau sous un angle égal à l'angle compris entre les traces des plans focaux du pinceau sur le plan fixe.

On doit remarquer que la circonférence qui représente un pinceau de normales n'a plus son centre sur le rayon du pinceau. Mais, dans tous les cas on a, comme précédemment, un point fixe marqué sur la circonférence pour indiquer l'orientation du pinceau.

Fig. 8.



Reprenons, fig. 8, le pinceau [I], ainsi que les notations précédentes et choisissons pour plan fixe le plan (T) tangent en o à (S). Le plan de la figure est toujours le plan des trois droites I, R, N qui est perpendiculaire à (T). Le pinceau [I] est représenté par la circonférence C′ et le point v'. Menons par le point v' une perpendiculaire à N. Cette droite coupe C′ au point t'. Le point γ' étant le point représentatif de la surface élémentaire (I) menons

(¹) Les lettres employées ici ne se rapportent pas aux notations précédentes.

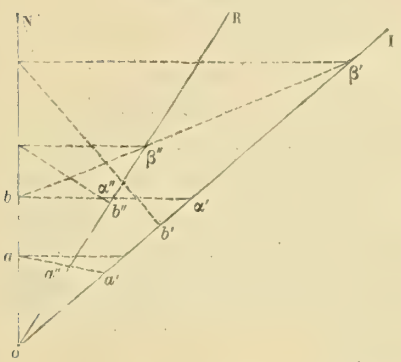
la droite $o\gamma'$ elle coupe C' au point s'. L'angle $v'\,t'\,s'$ est égal à l'angle compris entre les traces sur (T) du plan tangent en o à (I) et du plan de la figure. La droite $v'\,\gamma'$ rencontre I au point a' où (I) touche le plan de la figure. La droite $\gamma'\,w'$ (1) coupe comme précédemment I au point b' où la surface (I) est normale au plan de la figure: parce que le plan de la figure et un plan qui lui est perpendiculaire ont pour traces sur (T) des droites perpendiculaires entr'elles.

Pour déterminer les points a et b relatifs à (N) la construction précédente se simplifie puisqu'il suffit de mener ts parallèlement à $t'\,s'$.

Supposons a'' et b'' déterminés comme précédemment et construisons γ''. Pour cela décrivons sur $a''\,b''$ une circonférence de cercle comme diamètre; γ'' est sur cette courbe. Ce point γ'' est aussi sur le segment capable de l'angle $v'\,t'\,s'$ décrit sur oa''. Nous pouvons déterminer le point de rencontre de ces deux circonférences comme précédemment. Du point v' abaissons sur R la perpendiculaire $v'\,g$; cette droite coupe C' au point g que l'on joint au point s'. Du point o on mène une parallèle à $g\,s'$ et une perpendiculaire à cette droite. Ces deux droites rencontrent respectivement les perpendiculaires à R issues des points a'' et b'' en des points que l'on joint par une droite: la projection de o sur cette droite est le point γ'' cherché. Après avoir déterminé un autre point représentatif tel que γ'' la solution s'achève comme précédemment.

Deuxième construction plane des éléments des surfaces caustiques.

Fig. 9.



Reprenons, fig. 9, les droites I, R, N sur lesquelles nous avons les points en ligne droite a, a', a'' où les surfaces élémentaires correspondantes (I) (R) (N) touchent le plan (I, R, N) et les point b, b', b'', liés par la construction reproduite sur la figure, où ces surfaces sont normales au plan (I, R, N).

Menons du point b une perpendiculaire à N et appelons α' et α'' les points où cette droite coupe I et R.

L'angle $\alpha'\,b\,\beta'$ coupé par les deux transversales I et R donne (2):

$$\left(\frac{1}{o\alpha'}-\frac{1}{o\beta'}\right)\frac{1}{\sin i}=\left(\frac{1}{o\alpha''}-\frac{1}{o\beta''}\right)\frac{1}{\sin r}.$$

Mais: $$o\alpha'=\frac{ob}{\cos i},\quad o\alpha''=\frac{ob}{\cos r},\quad o\beta'=\frac{ob'}{\cos^2 i},\quad o\beta''=\frac{ob''}{\cos^2 r}$$

on a donc:

$$\left(\frac{\cos i}{ob}-\frac{\cos^2 i}{ob'}\right)\frac{1}{\sin i}=\left(\frac{\cos r}{ob}-\frac{\cos^2 r}{ob''}\right)\frac{1}{\sin r}. \qquad (1)$$

(1) Pour ne pas la compliquer, nous n'avons pas complété la figure.

(2) En vertu d'un théorème connu, énoncé dans mon *Cours de Géométrie descriptive*, page 180, et démontré précédemment en 1857 dans ma brochure sur la *transformation des propriétés métriques des figures à l'aide de la théorie des polaires réciproques*. Nous ferons plusieurs fois usage de ce théorème dans la suite de ce Mémoire.

Appelons φ, φ', φ'', les angles compris entre le plan de la figure et les plans tangents en o aux surfaces élémentaires correspondantes (N), (I), (R) on a:

$$\operatorname{tang}\varphi = \cos i \operatorname{tang}\varphi' \qquad \operatorname{tang}\varphi = \cos r \operatorname{tang}\varphi'' .$$

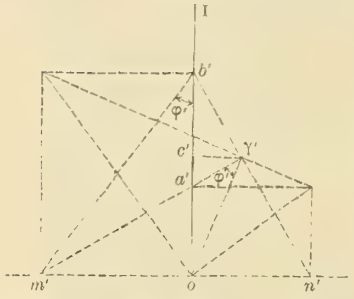
La formule précédente peut alors s'écrire

$$\left(\frac{\cos i}{ob \operatorname{tang}\varphi} - \frac{\cos i}{ob' \operatorname{tang}\varphi'}\right)\frac{1}{\sin i} = \left(\frac{\cos r}{ob \operatorname{tang}\varphi} - \frac{\cos r}{ob'' \operatorname{tang}\varphi''}\right)\frac{1}{\sin r}$$

que nous allons interpréter géométriquement.

Soient toujours (figure 10), pour le rayon I, les points a' et b' où la surface élémentaire (I) est respectivement tangente, ou normale, au plan de la figure et γ' le point représentatif de cette surface. Reproduisons une figure analogue à la figure 2 employée à propos de la théorie de la courbure des surfaces. Ici $a'\,\gamma'\,o$ est égal à φ'. La circonférence qui contient les points $o\,\gamma'\,b'$ coupe la perpendiculaire élevée en o à I au point m' qui appartient à la droite $\gamma'\,a'$ et l'on voit tout de suite que:

Fig. 10.



$$om' = ob' \operatorname{tang}\varphi'.$$

De la même manière, on obtient pour les surfaces élémentaires (N) et (R) des segments om et om'' respectivement égaux à ob tang φ et ob'' tang φ''.

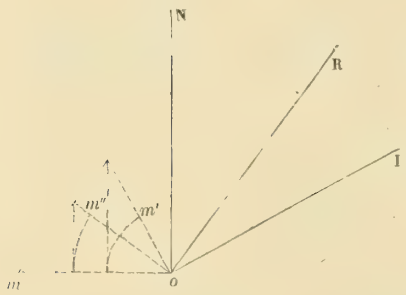
La dernière formule peut donc s'écrire:

$$\left(\frac{\cos i}{om} - \frac{\cos i}{om'}\right)\frac{1}{\sin i} = \left(\frac{\cos r}{om} - \frac{\cos r}{om''}\right)\frac{1}{\sin r} \qquad (1')$$

qui prouve que:

Si, (figure 11) on amène sur om, en les faisant tourner dans le sens direct autour de o, les segments om', om'', et si, des extrémités des segments ainsi amenés, on élève des perpendiculaires à om, ces droites rencontrent respectivement om' et om'' en des points qui sont sur une même ligne droite avec m.

Fig. 11.



Cette liaison des points m, m', m'' permet de construire m'' lorsque l'on connait m et m'.

Reprenons (figure 9) les deux transversales I et R qui coupent les côtés de l'angle formé par la droite $a\,a'$ et par la perpendiculaire élevée du point a à N, on a

$$\left(\frac{\cos i}{oa} - \frac{1}{oa'}\right)\frac{1}{\sin i} = \left(\frac{\cos r}{oa} - \frac{1}{oa''}\right)\frac{1}{\sin r}. \qquad (2)$$

Cette formule peut s'écrire:

$$\left(\frac{\operatorname{tang}\varphi \cos i}{oa} - \frac{\operatorname{tang}\varphi' \cos i}{oa'}\right)\frac{1}{\sin i} = \left(\frac{\operatorname{tang}\varphi \cos r}{oa} - \frac{\operatorname{tang}\varphi'' \cos r}{oa''}\right)\frac{1}{\sin r}.$$

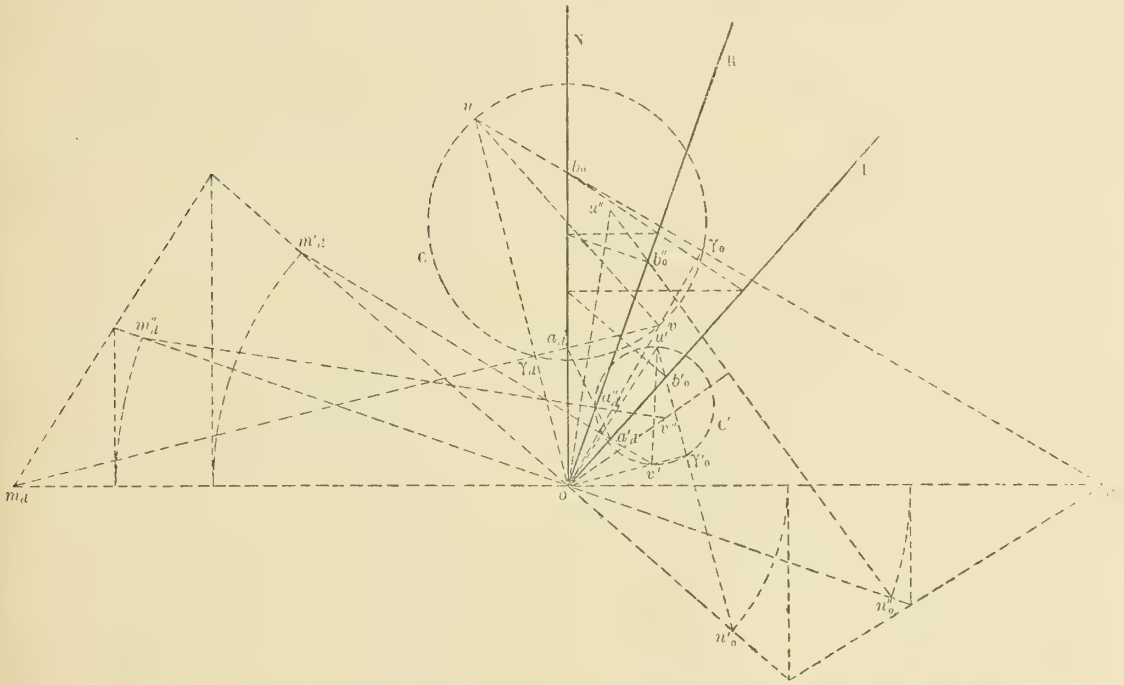
Prolongeons sur la figure 10 la droite $b'\gamma'$ jusqu'à sa rencontre n' avec la perpendiculaire élevée en o à I; on voit facilement que: $\frac{\text{tang}\varphi'}{o\,a'} = \frac{1}{on'}$. De même, pour les surfaces élémentaires (N) et (R), on a des points n et n'' analogues à n'. La relation précédente devient alors

$$\left(\frac{\cos i}{on} - \frac{\cos i}{on'}\right)\frac{1}{\sin i} = \left(\frac{\cos r}{on} - \frac{\cos r}{on''}\right)\frac{1}{\sin r}$$

qui montre que les point n, n', n'', sont liés par une construction analogue à la construction qui lie entr'eux les points m, m', m'' de la figure 11. Le point n'' peut alors se construire lorsque l'on connait les points n et n'.

Nous allons faire usage de ces points m'', n'', mais au lieu de prendre deux surfaces élémentaires arbitraires du pinceau [I] nous emploierons la surface élémentaire $(I)_0$ qui fait en o avec le plan de la figure un angle nul et la surface élémentaire $(I)_d$ qui fait en o un angle droit avec le plan de la figure.

Fig. 12.



A ces surfaces élémentaires particulières correspondent pour les pinceaux [N] et [R] des surfaces élémentaires, les unes qui touchent aussi le plan de la figure au point o et les autres qui sont normales aussi en o au plan de la figure.

Nous adoptons les notations suivantes: les points ou segments relatifs aux surfaces élémentaires qui font en o avec le plan de la figure un angle nul seront indiqués avec des lettres marquées de l'indice 0 et les points ou les segments relatifs aux surfaces élémentaires correspondantes qui font en o un angle droit avec le plan de la figure seront indiqués par des lettres marquées de l'indice d.

Faisant usage de ces notations, on a (figure 12) la construction suivante pour déterminer u'' et v''.

On joint le point o au point u'. Cette droite coupe C' au point γ'_d. La droite $v'\,\gamma'_d$ rencontre I au point a'_d et la perpendiculaire élevée du point o à I au point m'_d. On détermine de même sur N le point a_d et sur la perpendiculaire élevée en o à N le point m_d.

La droite $a_d\,a'_d$ rencontre R au point a''_d et la connaissance des point m_d et m'_d entraîne la connaissance des points m''_d.

La droite $m''_d\,a''_d$ contient le point v'' et la perpendiculaire abaissée du point o sur cette droite contient u''.

On joint le point o au point v', cette droite coupe C' au point γ'_o. La droite $u'\,\gamma'_o$ rencontre I au point b'_o et la perpendiculaire élevée du point o à I, au point n'_o. On détermine de même sur N le point b_o et sur la perpendiculaire élevée du point o à N, le point n_o.

La connaissance des points b_o et b'_o permet de construire b''_o, comme nous l'avons dit précédemment.

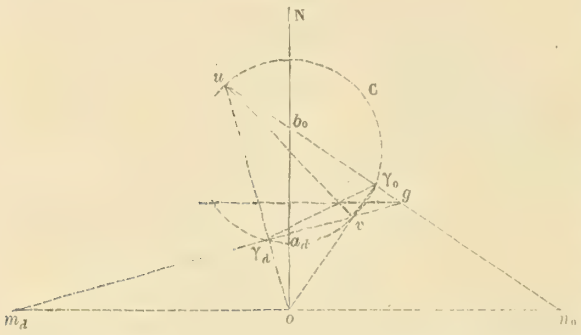
La droite $n''_o\,b''_o$ contient le point u'' et la perpendiculaire abaissée du point o sur cette droite contient le point v''.

On a donc deux paires de droites qui contiennent les points u'' et v'' : ces points sont alors déterminés.

La connaissance des points u'' et v'' entraîne, comme nous l'avons déjà dit, celle des foyers et des plans focaux relatifs au rayon réfracté R.

Le problème d'optique est donc encore ainsi résolu par une seconde construction dans le cas le plus général.

Fig. 13.



Remarques: 1° [N] étant un pinceau de normales je dis que $om_d = on_o$.

Pour le démontrer prolongeons (fig. 13) $\gamma_d v$ jusqu'à sa rencontre en g avec $u\gamma_o$. La droite qui joint le point g au point de rencontre de vu et de $\gamma_d\gamma_o$ est la polaire du point o. Cette droite est alors perpendiculaire à N qui contient le centre de C. Cette polaire est alors aussi parallèle à $m_d\,n_o$. La droite N est divisée harmoniquement par cette polaire, par le point o et par vg et ug. Les droites ug, vg, og et la polaire forment alors un faisceau harmonique, comme $m_d\,n_o$ est parallèle à la polaire de o, les droites vg, og, ug déterminent sur $m_d\,n_o$ des segments égaux.

Le théorème énoncé est ainsi démontré.

2° *Sa réciproque est vraie,* c'est à dire si $om_d = on_o$ alors la droite qui joint le point g au point de rencontre de vu et de $\gamma_d\,\gamma_o$ est parallèle à $m_d\,n_o$ et par suite perpendiculaire à N; et comme elle est la polaire de o, la droite N qui lui est perpendiculaire doit contenir le centre de C.

Supposons maintenant que [I] soit un pinceau de normales. On a alors (fig. 12)

$om'_d = on'_o$ et comme $om_d = on_o$ on voit par la construction de om''_d et de on''_o que ces deux segments sont égaux. Par suite [R] est un pinceau de normales *puisque* R *doit contenir le centre de* C''.

Le théorème de Malus et de Dupin se trouve ainsi démontré.

3° Dans la relation (1) remplaçons $\cos^2 i$ par $\frac{\tan g^2 \varphi}{\tan g^2 \varphi'}$ et $\cos^2 r$ par $\frac{\tan g^2 \varphi}{\tan g^2 \varphi''}$, elle devient

$$\left(\frac{\cos i}{ob \tan g^2 \varphi} - \frac{1}{ob' \tan g^2 \varphi'}\right) \frac{1}{\sin i} = \left(\frac{\cos r}{ob \tan g^2 \varphi} - \frac{1}{ob'' \tan g^2 \varphi''}\right) \frac{1}{\sin r} \qquad (1'')$$

ajoutant membre à membre les relations (1'') et (2), on a

$$\frac{1}{\sin i}\left(\cos i\left(\frac{1}{ob \tan g^2 \varphi} + \frac{1}{oa}\right) - \left(\frac{1}{ob' \tan g^2 \varphi'} + \frac{1}{oa'}\right)\right) =$$

$$= \frac{1}{\sin r}\left(\cos r\left(\frac{1}{ob \tan g^2 \varphi} + \frac{1}{oa}\right) - \left(\frac{1}{ob'' \tan g^2 \varphi''} + \frac{1}{oa''}\right)\right).$$

Appelons toujours l (fig. 6) le point de rencontre de N avec la perpendiculaire élevée du point γ à γo et l', l'' les points analogues sur I et R. Nous avons vu dans la théorie de la courbure des surfaces que

$$\frac{1}{ol} = \frac{\cos^2 \varphi}{ob} + \frac{\sin^2 \varphi}{oa} \quad \text{d'où} \quad \frac{1}{ol \sin^2 \varphi} = \frac{1}{ob \tan g^2 \varphi} + \frac{1}{oa}$$

de même

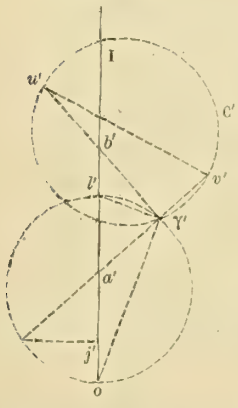
$$\frac{1}{ol' \sin^2 \varphi'} = \frac{1}{ob' \tan g^2 \varphi'} + \frac{1}{oa'}$$

$$\frac{1}{ol'' \sin^2 \varphi''} = \frac{1}{ob'' \tan g^2 \varphi''} + \frac{1}{oa''}.$$

La relation précédente peut alors s'écrire:

$$\frac{1}{\sin i}\left(\frac{\cos i}{ol \sin^2 \varphi} - \frac{1}{ol' \sin^2 \varphi'}\right) = \frac{1}{\sin r}\left(\frac{\cos r}{ol \sin^2 \varphi} - \frac{1}{ol'' \sin^2 \varphi''}\right). \qquad (3)$$

Fig. 14.



Interprétons géométriquement cette relation.

Sur ol' comme diamètre (fig. 14) décrivons une circonférence de cercle. Prolongeons $\gamma' a'$ jusqu'à sa rencontre avec cette courbe et projetons le point ainsi obtenu en j' sur I.

On voit facilement sur la figure que $oj' = ol' \sin^2 \varphi'$.

Appelons j et j'' les points, qui sur N et R, sont analogues à j'. La relation (3) peut alors s'écrire:

$$\frac{1}{\sin i}\left(\frac{\cos i}{oj} - \frac{1}{oj'}\right) = \frac{1}{\sin r}\left(\frac{\cos r}{oj} - \frac{1}{oj''}\right)$$

qui est tout à fait analogue à la relation (2) et qui montre que *les points* j, j', j'' *sont en ligne droite.*

Lorsqu'au lieu de prendre une surface élémentaire (I) quelconque, on choisit celle qui est normale en o au plan de la figure et dont le point représentatif est γ'_d à la rencontre de C' avec $u' o$, alors le point j' devient le point central relatif à cette surface.

La propriété générale que nous venons de démontrer conduit alors à ce théorème:

Les surfaces élémentaires correspondantes, normales en o au plan de la figure, ont leurs points centraux en ligne droite.

4° Hamilton a donné, pour un pinceau quelconque, une relation que j'ai démontrée géométriquement dans mon Mémoire sur les pinceaux de droites, et qui est tout à fait analogue à la relation d'Euler démontrée précédemment.

On pourrait alors établir l'indicatrice d'un pinceau quelconque, indicatrice qui, dans le cas d'un pinceau de normales se confond avec l'indicatrice de Dupin. L'emploi de cette indicatrice d'un pinceau quelconque permet d'interpréter d'une autre manière la relation (3). Je donnerai cette interprétation plus loin et lorsque [I] est un pinceau de normales.

Deuxième modification de la première construction générale.

La première construction générale est basée sur la détermination du point représentatif γ'' de la surface élémentaire (R).

Voici une nouvelle construction de ce point, qui résulte de l'emploi de la liaison géométrique qui existe entre les points m, m', m'' ou entre les points n, n', n''.

La connaissance du point représentatif γ' entraîne, comme nous l'avons vu, celle du point γ. La droite $v\gamma$ coupe N en a et rencontre la perpendiculaire à N, issue de o, au point m. On obtient de même a' et m' au moyen de la droite $v'\gamma'$. D'autre part, au moyen des droites $u\gamma$ et $u'\gamma'$ on détermine les points n et n'.

Pour construire γ'' voici maintenant comment on opère: On prend le point de rencontre de R et de aa' qui est le point a''. Au moyen de m et m' on détermine m'' et au moyen de n et n' on détermine n''. Sur $m''n''$ comme diamètre on décrit une circonférence de cercle: cette courbe est coupée par la droite $m''a''$ au point γ'' cherché. Cela se voit au moyen d'une figure analogue à la figure 10.

De la même manière on construit un point représentatif γ''_1 et la première construction s'achève alors comme précédemment.

Cas particulier où les rayons incidents sont normaux à une surface.

Supposons que [I] soit un pinceau de normales à une surface donnée. Appelons (S_I) la surface parallèle à cette surface et qui passe par le point o. Le pinceau [R] est alors un pinceau de normales. Appelons (S_R) la surface passant par o et à laquelle les rayons réfractés sont normaux.

Les éléments des pinceaux [I], [N] [R] sont maintenant les éléments de courbure des surfaces (S_I) (S) et (S_R).

Appelons toujours ω l'angle dont il faut faire tourner dans le sens direct le plan de la section principale de (S), qui contient le grand axe de l'indicatrice en o, pour amener ce plan à coïncider avec le plan de la figure.

Sur la fig. 5 cet angle ω est égal à l'angle $\gamma_2\,\gamma a$.

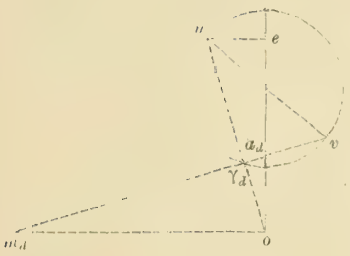
Appelons ω' et ω'' les angles analogues pour les surfaces (S_I) et (S_R). Désignons par R_1 et R_2 les rayons de courbure principaux de (S) en o, par R'_1 et R'_2 les rayons

de courbure principaux de (S_t) en o et de même par R''_1 et R''_2 les rayons de courbure principaux de (S_R). Ces rayons de courbure sont les distances du point o aux points où N, I, R sont respectivement rencontrés par les circonférences C, C′, C″ dont les centres sont maintenant sur ces droites.

La relation (1′) s'écrit:

$$\left(\frac{1}{om_d}-\frac{1}{om'_d}\right)\frac{1}{\operatorname{tang} i}=\left(\frac{1}{om_d}-\frac{1}{om''_d}\right)\frac{1}{\operatorname{tang} r}.$$

Fig. 15.



Cherchons l'espression de om_d en fonction des éléments de courbure de (S).

Abaissons (fig. 15) du point u la perpendiculaire ue sur N. Le triangle $m_d o\gamma_d$ est semblable au triangle oue. On a: $\frac{o\gamma_d}{om_d}=\frac{ue}{uo}$ d'où

$$\frac{1}{om_d}=\frac{ue}{o\gamma_d\times uo}=\frac{\frac{uv}{2}\sin 2\omega}{o\gamma_d\times uo}=\frac{\sin 2\omega}{2}\left(\frac{1}{R_2}-\frac{1}{R_1}\right).$$

De même pour om'_d et om''_d (¹). Introduisons ces valeurs dans la relation précédente, elle devient:

$$\frac{\sin 2\omega}{2}\left(\frac{1}{R_2}-\frac{1}{R_1}\right)\left(\frac{1}{\operatorname{tang} i}-\frac{1}{\operatorname{tang} r}\right)=\frac{\sin 2\omega'}{2}\left(\frac{1}{R'_2}-\frac{1}{R'_1}\right)-\frac{\sin 2\omega''}{2}\left(\frac{1}{R''_2}-\frac{1}{R''_1}\right) \quad (1''')$$

qui est une relation trouvée par M. Bertrand.

La relation (1′), d'où nous avons déduit la relation (1‴) peut s'obtenir directement comme je le montrerai dans une note à la fin de ce Mémoire.

Lorsque [I] est un pinceau de normales, le point appelé précédemment l', qui est à la rencontre de I et de la perpendiculaire à $o\gamma'$ élevée du point γ', devient le centre de courbure de la section faite dans (S_t) par le plan tangent en o à la surface élémentaire (I).

De même pour l et l''.

Appelons ρ, ρ', ρ'' les rayons de courbure ol, ol', ol''.

La relation (3) peut s'écrire:

$$\frac{1}{\sin i}\left(\frac{\cos i}{\rho\sin^2\varphi}-\frac{1}{\rho'\sin^2\varphi'}\right)=\frac{1}{\sin r}\left(\frac{\cos r}{\rho\sin^2\varphi}-\frac{1}{\rho''\sin^2\varphi''}\right). \quad (3')$$

Lorsque φ' est droit, il en est de même de φ et φ'' et l'on a simplement:

$$\frac{1}{\sin i}\left(\frac{\cos i}{\rho_d}-\frac{1}{\rho'_d}\right)=\frac{1}{\sin r}\left(\frac{\cos r}{\rho_d}-\frac{1}{\rho''_d}\right) \quad (3'')$$

relation analogue à la relation (2) et qui montre que dans ce cas, les centres de courbure des sections faites respectivement dans (S) (S_t) (S_R)

(¹) Si f'_1 et f'_2 sont les foyers d'un pinceau [I] et si θ' est l'angle compris entre les plans focaux de ce pinceau on trouve facilement que, dans ce cas, $\frac{1}{om'_1}$ et $\frac{1}{on'_0}$ ont pour valeurs

$$\frac{\sin 2\omega'}{2\sin\theta'}\left(\frac{1}{of'_2}-\frac{1}{of'_1}\right)\pm\frac{1}{2\operatorname{tang}\theta'}\left(\frac{1}{of'_2}-\frac{1}{of'_1}\right).$$

par les plans menés par N, I, R perpendiculairement au plan de la figure sont en ligne droite.

Démontrons directement ce théorème dû à Sturm.

Le plan mené par N perpendiculairement au plan de la figure, détermine dans (S) une section dont le centre de courbure est le point où ce plan est normal à la normalie à (S) dont la directrice est perpendiculaire en o au plan de la figure.

Ou encore, ce centre de courbure est le point où le plan de la figure est tangent à cette normalie.

De même pour les points analogues relatifs aux normalies correspondantes. Mais les points de contact du plan de la figure avec les normalies correspondantes sont toujours en ligne droite comme nous l'avons vu précédemment, donc le théorème est démontré.

Appelons ot la trace commune sur (T) des plans tangents en o aux normalies correspondantes (N) (I) et (R). On a:

$$\frac{\sin\varphi}{\sin\varphi'} = \sin(ot, \mathrm{I}),\ \frac{\sin\varphi}{\sin\varphi''} = \sin(ot, \mathrm{R})$$

la relation (3′) peut alors s'écrire:

$$\frac{1}{\sin i}\left(\frac{\cos i}{\rho} - \frac{\sin^2(ot, \mathrm{I})}{\rho'}\right) = \frac{1}{\sin r}\left(\frac{\cos r}{\rho} - \frac{\sin^2(ot, \mathrm{R})}{\rho''}\right) \qquad (3''')$$

relation qui a été trouvée par Sturm.

Interprétons géométriquement cette relation. Traçons sur le plan tangent (T) l'indicatrice (n) de (S) avec un paramètre μ, traçons sur le plan mené en o perpendiculairement à I l'indicatrice (i) de (S_I) avec un paramètre μ'; projetons obliquement cette courbe sur (T) au moyen de droites parallèles à I. Appelons (i') la conique ainsi obtenue. De même pour (S_R) nous avons l'indicatrice (r) construite avec le paramètre μ'' et qui est projetée obliquement sur (T) au moyen de droites parallèles à R suivant la conique (r').

Sur ot, la conique (n) intercepte le diamètre δ, la conique (i') intercepte le diamètre δ' et la conique (r') intercepte δ''.

On a:

$$\rho = \mu\delta^2,\ \rho' = \mu'\delta'^2\sin^2(ot, \mathrm{I}),\ \rho'' = \mu''\delta''^2\sin^2(ot, \mathrm{R})$$

la relation précédente peut alors s'écrire:

$$\frac{1}{\sin i}\left(\frac{1}{\mu\delta^2} - \frac{1}{\mu'\delta'^2}\right) = \frac{1}{\sin r}\left(\frac{1}{\mu\delta^2} - \frac{1}{\mu''\delta''^2}\right).$$

Posons

$$\frac{\mu}{\mu'} = \cos i\ ,\qquad \frac{\mu}{\mu''} = \cos r$$

on a alors

$$\frac{1}{\operatorname{tang} i}\left(\frac{1}{\delta^2} - \frac{1}{\delta'^2}\right) = \frac{1}{\operatorname{tang} r}\left(\frac{1}{\delta^2} - \frac{1}{\delta''^2}\right).$$

De là ce théorème:

La différence des inverses des carrés des diamètres interceptés par (n) et (i') sur une droite issue de o est dans un rapport constant

avec la différence des inverses des carrés des diamètres interceptés par (n) et (r') sur cette droite quelle qu'en soit la direction.

Dans le cas particulier où $\delta = \delta'$ on a aussi $\delta = \delta''$, donc:

Les coniques (n), (i') et (r') passent par les mêmes points.

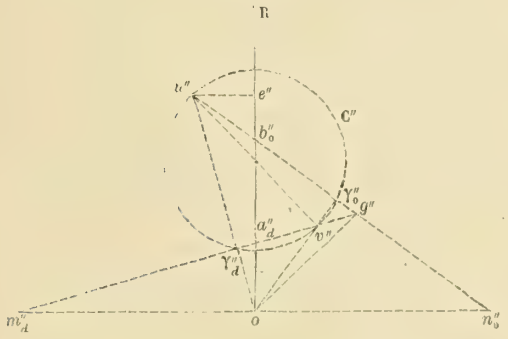
Ce dernier théorème est dû à Sturm.

Calcul des éléments du pinceau réfracté lorsque ce pinceau est formé de normales à une surface.

Je vais traduire en formules la dernière construction générale dans le cas où [I] est un pinceau de normales.

Il est bien clair qu'on pourrait faire cette recherche aussi facilement dans le cas d'un pinceau quelconque mais les formules seraient encore plus compliquées.

Fig. 16.



Les éléments du pinceau de normales [R] sont les éléments de courbure de (S_R) c'est à dire ω'', R''_1, et R''_2. Ce sont ces éléments qu'il s'agit de calculer.

Joignons (fig. 16) (qui est la reproduction, pour R, de la figure 13) le point o au point de rencontre g'' des droites $u''\,\gamma''_o$ et $v''\,\gamma''_d$. Dans le triangle $o\,g''\,u''$ les droites $g''\,\gamma''_d$ et $o\,\gamma''_o$ sont deux hauteurs par conséquent $u''\,v''$ est perpendiculaire à og''. Les droites og'' et $o\,n''_o$ étant respectivement perpendiculaires à $u''\,v''$ et R l'angle $n''_o\,o\,g''$ est égal à $2\,\omega''$.

L'angle $m''_d\,g''\,n''_o$ coupé par les deux transversales R et $m''_d\,n''_o$ donne:

$$\left(\frac{1}{oa''_d}-\frac{1}{ob''_o}\right)\frac{1}{\sin g''oa''_d}=\left(\frac{1}{on''_o}+\frac{1}{om''_d}\right)\frac{1}{\sin n''_o og''}$$

d'où

$$\frac{1}{\tan g\,2\omega''}=\frac{om''_d}{2}\left(\frac{1}{oa''_d}-\frac{1}{ob''_o}\right). \qquad (4)$$

On voit tout de suite sur la figure que

$$\frac{1}{R''_1}+\frac{1}{R''_2}=\frac{1}{oa''_d}+\frac{1}{ob''_o} \qquad (5)$$

et

$$R''_1\,R''_2=o\gamma''_d\times ou''.$$

Projetons u'' en e'' sur R, on a alors

$$R''_1\,R''_2=oa''_d\times oe''.$$

Calculons $o\,e''$ (1). L'angle $n''_o\,u''\,e''$ coupé par les transversales R et $o\,n''_o$ donne:

$$\left(\frac{1}{ob''_o}-\frac{1}{oe''}\right)\frac{1}{\sin b''_o ou''}=\frac{1}{on''_o}\,\frac{1}{\sin n''_o ou''}$$

(1) On peut remarquer que oe'' est le rayon de courbure de la courbe de contour apparent de (S_R) projetée sur le plan de la figure.

ou
$$\left(\frac{1}{ob''_o}-\frac{1}{oe''}\right)\frac{1}{\operatorname{tang} b''_o ow''}=\frac{1}{om''_d}$$

mais l'angle $b''_o ow''$ est égal à l'angle $om''_d a''_d$ dont la tangente est $\frac{a''_d o}{m''_d o}$ on a donc:

$$\frac{1}{oe''}=\frac{1}{ob''_o}-\frac{oa''_1}{\overline{om''_d}^2}$$

par suite

$$\frac{1}{R''_1 R''_2}=\frac{1}{oa''_d \times ob''_o}-\frac{1}{\overline{om''_d}^2} \qquad (6)$$

Dans les seconds membres des formules (4), (5) et (6) il n'entre que om''_d, oa''_d, ob''_o dont voici les valeurs en fonction des éléments de courbure de (S) et de (S_1).

La relation (1''') donne

$$\frac{1}{om''_d}=\frac{\sin 2\omega'}{2}\left(\frac{1}{R'_2}-\frac{1}{R'_1}\right)\frac{1}{\operatorname{tang} i}-\frac{\sin 2\omega}{2}\left(\frac{1}{R_2}-\frac{1}{R_1}\right)\left(\frac{1}{\operatorname{tang} i}-\frac{1}{\operatorname{tang} r}\right).$$

La relation (3'') donne

$$\frac{1}{\rho''_1} \text{ ou } \frac{1}{oa''_d}=\frac{1}{\sin i}\left(\frac{\sin(i-r)}{\rho_1}+\frac{\sin r}{\rho'_1}\right).$$

Remplaçons $\frac{1}{\rho_d}$ et $\frac{1}{\rho'_d}$ en fonction des éléments de courbure de (S) et de (S_1) il vient:

$$\frac{1}{oa''_d}=\frac{1}{\sin i}\left(\sin(i-r)\left(\frac{\sin^2\omega}{R_1}+\frac{\cos^2\omega}{R_2}\right)+\sin r\left(\frac{\sin^2\omega'}{R'_1}+\frac{\cos^2\omega'}{R'_2}\right)\right).$$

De la relation (3''') on déduit:

$$\frac{1}{\rho''_o} \text{ ou } \frac{1}{ob''_o}=\frac{1}{\sin i\cos^2 r}\left(\frac{\sin(i-r)}{\rho_o}+\frac{\sin r\cos^2 i}{\rho'_o}\right)$$

remplaçons $\frac{1}{\rho_o}$ et $\frac{1}{\rho'_o}$ en fonction des éléments de courbure de (S) et de (S_1), il vient:

$$\frac{1}{ob''_o}=\frac{1}{\sin i\cos^2 r}\left(\sin(i-r)\left(\frac{\cos^2\omega}{R_1}+\frac{\sin^2\omega}{R_2}\right)+\sin r\cos^2 i\left(\frac{\cos^2\omega'}{R'_1}+\frac{\sin^2\omega'}{R'_2}\right)\right)$$

il suffit de porter ces valeurs de $\frac{1}{om''_d}, \frac{1}{oa''_d}, \frac{1}{ob''_o}$ dans les équations (4) (5) (6) pour avoir les éléments de courbure de (S_R).

Comme on le voit, les expressions des éléments de courbure de (S_R) en fonction des éléments de courbure de (S) et de (S_1) sont des expressions compliquées.

On peut y arriver par les méthodes analytiques, mais, il nous semble, qu'il aurait été difficile, pour ne pas dire plus, de revenir de ces expressions compliquées à des constructions géométriques simples.

Cette remarque en faveur de la géométrie ne doit pas faire perdre de vue que ma solution de la question d'optique n'est ici qu'une nouvelle application de la

méthode générale (1) dont j'avais déjà fait usage pour construire les éléments de courbure de la surface de l'onde (2).

Il y a, en outre ici, dans l'application de cette méthode, l'emploi du *point représentatif*, élément plus simple que la droite auxiliaire et qui m'a permis de traiter complètement le problème d'optique étudié dans ce Mémoire.

Je compte donner plus tard de nouvelles applications du *point représentatif*, dont je crois l'utilité déjà démontrée par ce travail même.

NOTE PREMIÈRE.

Démonstration directe de la relation.

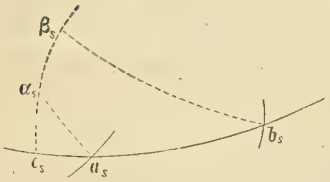
$$\left(\frac{1}{om}-\frac{1}{om'}\right)\frac{1}{\operatorname{tang} i}=\left(\frac{1}{om}-\frac{1}{om''}\right)\frac{1}{\operatorname{tang} r}.$$

De l'égalité $\sin i = \lambda \sin r$, on déduit :

$$\cos i\, di = \lambda \cos r\, dr \quad \text{d'où} \quad \frac{di}{dr}=\frac{\operatorname{tang} i}{\operatorname{tang} r}.$$

Cherchons les expressions de di et de dr et pour cela appliquons une formule qui donne la variation de longueur d'un arc de grand cercle que l'on déplace sur une sphère.

Fig. 17.



Appelons a_s et b_s (fig. 17) les extrémités de l'arc de grand cercle mobile et e_s le point de contact de cet arc avec son enveloppe. Menons par les extrémités a_s et b_s des arcs de grands cercles respectivement normaux aux trajectoires de ces points. Désignons par α_s et β_s les points où ils rencontrent l'arc normal en e_s à $a_s\ b_s$ et appelons $d\varepsilon$ l'angle compris entre $a_s\ b_s$ et cet arc dans sa position infinimment voisine. On a :

$$d\,.\,a_s b_s = d\varepsilon\,(\operatorname{tang} e_s \beta_s - \operatorname{tang} e_s \alpha_s).$$

Appliquons cette formule et pour cela supposons que a_s et b_s soient les traces sur la sphère de rayons parallèles à N et I et que les positions infiniment voisines de a_s et b_s soient les traces sur la sphère des positions infiniment voisines de N et de I. Les plans des arcs $a_s\ \alpha_s$, $b_s\ \beta_s$ sont respectivement parallèles aux plans centraux des surfaces élémentaires (N) et (I) et le plan de l'arc $e_s\ \alpha_s$ est parallèle au plan mené perpendiculairement au plan (N I R) suivant la caractéristique $a\ a'\ a''$ de ce plan. Sur ce dernier plan les traces des plans centraux des surfaces (N) et (I) font, avec $a\ a'\ a''$ des angles que je désigne par η et η' et qui sont respectivement égaux à $e_s\ \alpha_s$ et $e_s\ b_s$. On a alors : $di = d\varepsilon\ (\operatorname{tang}\eta' - \operatorname{tang}\eta)$.

De même, on a $dr = d\varepsilon\ (\operatorname{tang}\eta'' - \operatorname{tang}\eta)$

donc

$$\frac{di}{dr}=\frac{\operatorname{tang}\eta' - \operatorname{tang}\eta}{\operatorname{tang}\eta'' - \operatorname{tang}\eta}$$

(1) C'est cette méthode dont j'avais annoncé la fécondité dans la notice sur mes travaux (1881).
(2) *Collectanea Mathematica.*

et comme $\frac{di}{dr} = \frac{\text{tang } i}{\text{tang } r}$ il vient:

$$\frac{\text{tang } i}{\text{tang } r} = \frac{\text{tang } \eta' - \text{tang } \eta}{\text{tang } \eta'' - \text{tang } \eta}.$$

Appelons Θ, Θ', Θ'' les angles que les plans centraux des surfaces correspondantes (N), (I), (R) font avec le plan de la figure.

On a:

$$\text{tang } \eta = \text{tang } \Theta \sin oa\, a'$$
$$\text{tang } \eta' = \text{tang } \Theta' \sin oa'\, a''$$
$$\text{tang } \eta'' = \text{tang } \Theta'' \sin oa''\, a\,.$$

Portons ces valeurs dans la relation précédente, celle-ci devient:

$$\frac{\text{tang } i}{\text{tang } r} = \frac{\text{tang } \Theta' \sin oa'\, a'' - \text{tang } \Theta \sin oa\, a'}{\text{tang } \Theta'' \sin oa''\, a - \text{tang } \Theta \sin oa\, a'}.$$

Divisons les deux termes du second membre de cette relation par sinus $o\, a\, a'$ et remplaçons les rapports des sinus par $\frac{oa}{oa'}$ et $\frac{oa}{oa''}$; il vient:

$$\frac{\text{tang } i}{\text{tang } r} = \frac{\frac{\text{tang } \Theta'}{oa'} - \frac{\text{tang } \Theta}{oa}}{\frac{\text{tang } \Theta''}{oa''} - \frac{\text{tang } \Theta}{oa}}.$$

On voit (fig. 10) que l'angle $c'\gamma' a'$ est égal à Θ' et par suite que $\frac{\text{tang}\Theta'}{oa'} = \frac{1}{om'}$; de même pour les autres termes du second membre de la relation précédente. Elle peut donc s'écrire:

$$\left(\frac{1}{om'} - \frac{1}{om}\right)\frac{1}{\text{tang } i} = \left(\frac{1}{om''} - \frac{1}{om}\right)\frac{1}{\text{tang } r}$$

relation qu'il s'agissait d'établir.

NOTE DEUXIÈME.

Prenons (fig. 6) la surface parallèle à (S_I) qui passe par le point p' et désignons cette surface par (S'_I); de même appelons (S'_R) la surface parallèle à (S) qui passe par le point p''.

La surface (S) est le lieu des points dont les distances aux surfaces (S'_I) et (S'_R) sont dans le rapport constant $\frac{op'}{op''}$.

Il résulte de la solution de la question d'optique développée dans ce travail que nous savons déterminer les éléments de courbure de (S) lorsque l'on suppose connus les éléments de courbure des surfaces (S'_I) et (S'_R).

Nous avons donc résolu aussi le problème suivant:

Construire les éléments de courbure de la surface lieu des points dont le rapport de distances à deux surfaces données est constant.

RELAZIONE

presentata d'urgenza al Presidente nell' ottobre 1885 dai Socî Cannizzaro, relatore, e Blaserna, sulla Memoria dei dottori G. Ciamician e P. Magnaghi, intitolata: *Sugli alcaloidi derivanti dal pirrolo.*

« Questa Memoria è la decima di quelle relative agli studî del Ciamician sul Pirrolo, e contiene risultati nuovi non meno importanti ed originali di quelli contenuti nelle Memorie precedenti inserite negli Atti dell'Accademia.

« Non esitiamo dunque a proporre che anche questa vi sia sollecitamente inserita ».

Studi sui composti della serie del pirrolo.

PARTE DECIMA

Sugli alcaloidi derivanti dal pirrolo.

Memoria di GIACOMO CIAMICIAN e PIETRO MAGNAGHI.

Ultimamente abbiamo pubblicato una Nota (1), contenente un sunto dei risultati delle nostre esperienze sui prodotti di riduzione del pirrolo e del metilpirrolo e nella presente Memoria diamo la completa descrizione delle medesime.

Il pirrolo si trasforma, come è noto (2), per azione dell'acido acetico e zinco in una base secondaria della formola

$$C_4H_6NH$$

che fu chiamata *pirrolina*, che è stata il punto di partenza delle nostre ricerche. Scopo della presente Memoria è di dimostrare che la pirrolina senza cessare d'essere amina secondaria può addizionare ancora una molecola d'idrogeno (e forse anche di bromo), trasformandosi in un tetraidropirrolo C_4H_8NH, che noi abbiamo chiamato *pirrolidina*, per ricordare anche col nome, che questa base ha per la sua costituzione chimica e per le sue proprietà fisiche molta analogia con la piperidina.

I. Azione del bromo sulla pirrolina.

Intorno alla preparazione della pirrolina, abbiamo poco da aggiungere a quello che è già stato pubblicato in altra occasione (3). Sembra che sia vantaggioso, per avere un maggior rendimento di base, di mantenere durante la riduzione il liquido quasi in ebollizione, in modo di avere uno sviluppo d'idrogeno molto abbondante. Inoltre è da notarsi che il solfuro di zinco trattiene molto ostinatamente l'acetato dell'alcaloide, per cui è necessario di lavare molto bene il precipitato ottenuto con l'idrogeno solforato nella soluzione acetica, e massime di spremerlo con un torchio per eliminare completamente le acque di lavaggio. Per ultimo è da consigliarsi di estrarre una o due volte con alcool assoluto il cloridrato della base prima di mettere la pirrolina in libertà, per eliminare così la maggior parte del cloruro ammonico; altrimenti l'ammoniaca resta disciolta nella base libera e produce uno sviluppo di gaz molto molesto quando si secca la base con la potassa solida.

(1) Rendiconti della R. Acc. dei Lincei. Adunanza del 10 e 12 giugno 1885.

(2) G. Ciamician e M. Dennstedt, *Studi sui composti della serie del pirrolo.* Parte IV. — *Azione dell'idrogeno nascente sul pirrolo* 1883.

(3) Ibid.

Noi abbiamo trattato il cloridrato di pirrolina con bromo nella speranza di ottenere un *bibromuro di pirrolina* $C_4H_6Br_2NH$. Abbenchè le seguenti esperienze non sieno sufficienti a provare l'esistenza di questo composto, pure riteniamo la sua formazione come molto probabile.

1 gr. di pirrolina sciolta nell'acido cloridrico diluito, venne trattata con la quantità di bromo corrispondente ad una molecola (2,1 gr. di bromo invece di 2,3 gr.); il bromo viene lentamente assorbito ed il liquido rimane scolorato. Svaporando la soluzione a b. m. si ottiene un residuo sciropposo che si solidifica molto difficilmente. Il liquido venne trattato perciò direttamente col cloruro di platino, che vi produce, dopo poco tempo, un precipitato di grossi aghi giallo-ranciati. Il sale così ottenuto contiene acqua di cristallizzazione, e venne prima seccato fra carta ed indi tenuto nel vuoto, sull'acido solforico, fino a peso costante.

1,7426 gr. di sostanza dettero 0,0725 gr. di OH_2.

In 100 parti:

	trovato	calcolato per $(C_4H_7NBr_2.HCl)_2PtCl_4 + 2\,OH_2$
OH_2	4,16	 3,98

L'analisi del sale deacquificato ha dato i seguenti numeri:

I. 0,5019 gr. di sostanza dettero 0,2153 gr. di CO_2 e 0,0935 gr. di OH_2.

II. 0,1878 gr. di sostanza dettero 0,3490 gr. di Ag Br e Ag Cl; 0,3405 gr. di questo miscuglio riscaldati in una corrente di cloro, dettero una perdita di 0,0360 gr.

III. 0,2482 gr. di sostanza dettero 0,0555 gr. di platino.

In 100 parti:

	trovato			calcolato per $[(C_4H_7NBr_2)HCl]_2PtCl_4$
	I	II	III	
C	11,70	—	—	 11,07
H	2,07	—	—	 1,84
Cl	—	25,40	—	 24,55
Br	—	35,19	—	 36,89
Pt (1)	—	—	22,36	 22,42

Da questa analisi risulta che il cloroplatinato ottenuto non era puro, ma che conteneva delle sostanze meno bromurate, ed è probabile che assieme al bibromuro di pirrolina si sia formata anche una monobromopirrolina, perchè le analisi dei cloroplatinati, ottenuti concentrando le acque madri sulla calce viva nel vuoto, diedero numeri che si avvicinano a quelli richiesti dal cloroplatinato di monobromopirrolina.

Per ultimo vogliamo ancora aggiungere che bollendo le soluzioni dei cloridrati di queste basi con potassa si svolgono dei vapori che arrossano una scheggia d'abete bagnata d'acido cloridrico. È probabile dunque che in questo caso si ripristini il pirrolo.

Noi non abbiamo continuato queste ricerche perchè, causa la difficoltà di procurarsi notevoli quantità di pirrolina, ci siamo limitati allo studio di quella reazione che ci è sembrata la più importante, cioè:

(1) Pt = 194,5

II. Azione dell'idrogeno nascente sulla pirrolina.

Per idrogenare ulteriormente la pirrolina è necessario di riscaldarla in tubi chiusi con acido jodidrico e fosforo a 240-250°. Noi abbiamo impiegato per ogni tubo contenente 2 gr. di pirrolina, 10 gr. di acido jodidrico (1) ed un gr. di fosforo amorfo. I tubi vennero riscaldati per 6-7 ore; nell'aprirli c'è fortissima pressione ed il contenuto dei medesimi è un liquido giallo-bruno, nel quale sono sospesi dei fiocchi gialli, che si intorbida diluendolo coll'acqua. Si filtra, sul liquido nel filtro si nota la presenza di un leggerissimo strato oleoso che ha un odore particolare. Il filtrato è colorato in giallo e viene concentrato a b. m.. Per raffreddamento si separa una materia resinosa, semisolida, colorata in bruno. Si filtra nuovamente ed il liquido viene trattato con un forte eccesso di potassa polverizzata per mettere la base in libertà, che si separa in forma di un olio giallognolo. Distillando, passa assieme a molta ammoniaca un olio senza colore; quando principia a distillare dell'acqua si cambia recipiente e si raccoglie separatamente questa frazione meno volatile, della quale parleremo più tardi. Nel pallone di distillazione resta indietro una materia resinosa rossastra.

L'olio ottenuto nella prima frazione venne seccato con la potassa caustica fusa e distillato sulla medesima. Esso bolle costantemente a 82-83°, soltanto le ultime goccie passano sopra gli 83° fino a 85°. È un liquido incoloro d'un odore ammoniacale pungente che ricorda quello della piperidina, e che si scioglie nell'acqua in qualunque proporzione.

La nuova base così ottenuta ha la formola

$$\text{« } C_4H_9N \text{ »},$$

come lo dimostrano le seguenti analisi del suo cloroaurato. Si ottiene questo sale trattando una soluzione, anche non molto concentrata, del cloridrato con cloruro d'oro, in forma di bellissime squamette gialle formate da aghi raggruppati a guisa di spine di pesci. Esso è molto solubile nell'acqua bollente e si separa di nuovo per raffreddamento, cristallizza senza acqua di cristallizzazione e diede all'analisi i seguenti numeri.

I. 0,4928 gr. di sostanza dettero 0,2222 gr. di CO_2 e 0,1205 gr. di OH_2.
II. 0,5920 gr. di sostanza dettero 0,2543 gr. di CO_2 e 0,1353 gr. di OH_2.
III. 0,5596 gr. di sostanza dettero 0,2683 gr. di oro.

In 100 parti:

	trovato			calcolato per $(C_4H_9N.HCl)AuCl_3$
	I (2)	II	III	
C	12,29	11,71	—	11,70
H	2,72	2,54	—	2,44
Au (3)	—	—	47,94	47,83

(1) Bollente a 127°.

(2) Il cloroaurato impiegato per questa analisi è stato ottenuto direttamente, quello che ha servito per la seconda analisi (II) e per la determinazione di oro (III) venne fatto cristallizzare dall'acqua bollente.

(3) Au = 196,2.

L'alcaloide che si ottiene dalla pirrolina come prodotto principale è dunque un tetraidropirrolo che noi, come s'è detto in principio chiameremo: Pirrolidina.

La frazione meno volatile suaccennata venne neutralizzata con acido cloridrico e svaporata a secchezza; resta indietro un residuo molto colorato e deliquescente, che non dà un cloroaurato ben definito. Questo residuo, sciolto in poca acqua, venne soprasaturato con un eccesso di potassa in polvere, fino che l'alcaloide si separò in forma di un piccolo strato oleoso ed indi distillato. Da principio passa un olio, che è formato principalmente da pirrolidina; le ultime frazioni contengono invece una base che è poco solubile nell'acqua. Trasformandola in cloridrato e trattando con cloruro di platino, si ottiene un precipitato biancastro, amorfo, che è poco solubile anche nell'acqua bollente. Sciolto nell'acido cloridrico diluito bollente, dà una soluzione giallobruna dalla quale per raffreddamento si separa una sostanza amorfa, che non invita ad uno studio ulteriore.

III. Azione del joduro di metile sulla pirrolidina.

La pirrolidina è una base secondaria come lo dimostra il suo comportamento col joduro metilico; però nella riduzione della pirrolina si formano oltre alla pirrolidina, anche piccole quantità di una base primaria, probabilmente una butilamina, che si rendono manifeste nella reazione che ora descriviamo.

La base suaccennata bollente fra 82-85°, sciolta nell'alcool metilico, venne trattata in un apparecchio a ricadere con un eccesso di joduro di metile; il liquido si riscalda spontaneamente fino all'ebollizione, e viene poi per qualche tempo fatto bollire a b. m. per rendere completa la reazione. Svaporando l'alcool metilico ed il joduro di metile rimasto in eccesso, resta indietro un liquido denso che non si solidifica. La materia così ottenuta venne sciolta in poca acqua e trattata con un eccesso di potassa; si separa subito una base oleosa, che noi non abbiamo studiata ulteriormente, ma che abbiamo trattata nuovamente col joduro di metile. In questa seconda operazione, che conviene pure fare in soluzione di alcool metilico, si ottiene, svaporando il solvente, un residuo che si solidifica difficilmente, ma che trattato con la potassa dà un olio pesante che dopo qualche tempo si solidifica quasi completamente. Distillando il tutto con vapore acqueo passano assieme all'acqua piccole quantità di un alcaloide volatile del quale parleremo più tardi, mentre la maggior parte dell'olio pesante resta indietro nel pallone e si solidifica per raffreddamento, formando una massa bianca, cristallina e deliquescente, che è senza dubbio il joduro dell'ammonio composto della pirrolidina. Si filtra su lana di vetro coll'aiuto di una tromba aspirante, si scioglie la nuova sostanza a caldo nell'alcool assoluto e si precipita la soluzione filtrata, con etere deacquificato sul cloruro calcico. Si ottiene così una polvere bianca, colla quale si ripete questo trattamento fino a che non dà più reazione alcalina alle carte di tornasole. Il nuovo prodotto viene per ultimo fatto cristallizzare alcune volte dall'alcool assoluto bollente, dal quale si separa per raffreddamento e per lento svaporamento sull'acido solforico in forma di grossi aghi senza colore.

L'analisi di questa sostanza ha dato numeri che concordano con la formola:

« $C_4H_8N(CH_3)_2I$ »

0,3290 gr. di sostanza dettero 0,3831 gr. di CO_2 e 0,1932 gr. di H_2O.

In 100 parti:

	trovato	calcolato per $C_6H_{14}NI$
C	31,76	31,72
H	6,52	6,17

Il composto che si forma per azione del joduro di metile sulla pirrolidina è dunque il joduro

del *dimetilpirrolidilammonio.*

Esso è solubilissimo nell'acqua, tanto da essere deliquescente all'aria umida, è pure molto solubile nell'alcool, insolubile invece nell'etere e nella potassa concentrata.

La pirrolidina è per conseguenza un'amina secondaria, e la reazione or descritta avviene in due fasi secondo le equazioni:

$$C_4H_8NH + CH_3I = \underset{\text{metilpirrolidina}}{C_4H_8NCH_3}.HI \quad \text{e}$$

$$C_4H_8NCH_3 + CH_3I = C_4H_8N(CH_3)_2I\,.$$

Il primo prodotto che si ottiene per azione del joduro metilico sulla pirrolidina e che noi non abbiamo studiato ulteriormente, deve essere identico alla metilpirrolidina, che si può ottenere direttamente dal metilpirrolo, della quale parleremo più tardi; anzi vogliamo aggiungere che per preparare il joduro dell'ammonio or descritto, conviene meglio partire dal metilpirrolo anzichè dal pirrolo.

Il distillato alcalino suaccennato, che si ottiene nella preparazione del joduro di dimetilpirrolidilammonio venne saturato con acido cloridrico e svaporato a secchezza. Il residuo cristallino ottenuto è deliquescente e venne subito trattato in soluzione acquosa col cloruro di platino, perchè la quantità di questo cloridrato era troppo piccola da poter studiare la base libera. Si ottiene un precipitato giallo che venne fatto cristallizzare dall'acqua bollente leggermente acidificata con acido cloridrico. Per raffreddamento si depongono delle bellissime squamette splendenti d'un colore giallo d'oro. Dalle analisi del cloroplatinato risulta per la base libera la formola:

$$\text{« } C_4H_{11}N \text{ ».}$$

I. 0,2196 gr. di sostanza dettero 0,1414 gr. di CO_2 e 0,0942 gr. di OH_2.

II. 0,2371 gr. di sostanza cristallizzata una seconda volta dall'acqua bollente, dettero 0,1510 gr. di CO_2 e 0,1023 gr. di OH_2.

In 100 parti:

	trovato		calcolato per la formola $(C_4H_{11}N.HCl)_2PtCl_4$
	I	II	
C	17,56	17,37	17,28
H	4,77	4,79	4,32

Questo cloroplatinato corrisponde anche nelle sue proprietà fisiche a quello della *butilamina normale,* e noi crediamo che molto probabilmente questa base sia stata presente fra i prodotti di riduzione della pirrolina, anche perchè la sostanza che venne impiegata per la reazione col joduro di metile dava la reazione delle amine primarie col cloroformio e potassa alcoolica. La butilamina può aver agito col joduro di metile in modo da formare il joduro di trimetilbutilammonio, che sarà rimasto poi nelle acque madri del prodotto principale della reazione, ed inoltre il jodidrato di butilamina

e forse anche di metilbutilamina. Dalle ultime acque madri, ottenute nella purificazione del cloroplatinato analizzato, si depongono degli aghetti molto solubili nell'acqua, che come si vedrà più tardi possono essere il cloroplatinato di metilbutilamina.

Nella riduzione della pirrolina con l'acido jodidrico e fosforo si forma dunque, oltre alla pirrolidina, che è il prodotto principale, molto probabilmente la butilamina normale, ed inoltre ammoniaca e forse anche butano normale, che essendo gassoso a temperatura ordinaria è difficilmente afferrabile.

IV. La metilpirrolina $[C_4H_6NCH_3]$.

Noi abbiamo accennato qualche tempo fa, in una breve Nota pubblicata nei Rendiconti di questa Accademia (1), alla possibilità di trasformare il metilpirrolo in un alcaloide contenente due atomi d'idrogeno di più. La riduzione del metilpirrolo dà dei rendimenti migliori della riduzione del pirrolo; noi abbiamo perciò tentato di ottenere la metilpirrolidina dalla metilpirrolina, per potere preparare più sollecitamente la quantità di joduro di dimetilpirrolidilammonio necessaria a completare lo studio di questa interessante sostanza.

Noi abbiamo preparato il metilpirrolo facendo agire il joduro metilico sul composto potassico del pirrolo (2), secondo il metodo di Ciamician e Dennstedt; dobbiamo però far notare che si ha un rendimento molto migliore se si tralascia di riscaldare i tubi che contengono le due sostanze a 100°, dopo che la reazione spontanea è terminata. In questo modo si evita del tutto la resinificazione parziale del prodotto e si ottiene da 200 gr. di composto potassico, circa 80 gr. di metilpirrolo bollente fra 110°-115° (3).

La riduzione del metilpirrolo con acido acetico e polvere di zinco venne eseguita in modo del tutto identico alla preparazione della pirrolina. Si introducono in una serie di palloni muniti d'un apparecchio a ricadere, 20 gr. di metilpirrolo, 400 gr. di acido acetico della densità 1,06 e 20 gr. di polvere di zinco. Il metilpirrolo si scioglie molto più difficilmente del pirrolo nell'acido acetico di questa concentrazione. Si riscalda in modo di mantenere un abbondante sviluppo d'idrogeno, e dopo circa 8 ore di ebollizione si aggiungono altri 20 gr. di polvere di zinco, ed altri 10 gr. dopo un eguale intervallo di tempo. Il liquido non si colora così intensamente come nella riduzione del pirrolo, nè prende quel colore verde intenso quando cessa lo sviluppo d'idrogeno. Dopo 24 ore di ebolllzione si distilla il liquido nel vuoto per togliere

(1) Rendiconti della R. Acc. dei Lincei [4] vol. I, seduta del 1 marzo 1885.

(2) *Studi sui composti del pirrolo.* Parte VIII. — *Sull'azione di alcune anidridi organiche sul pirrolo* 1884.

(3) La frazione 110°-115° del metilpirrolo da noi impiegato è stata prima analizzata, e si sono ottenuti i seguenti numeri:

0,2857 gr. di sostanza dettero 0,7732 gr. di CO_2 e 0,2245 gr. di OH_2.

In 100 parti:

	trovato	calcolato per C_5H_7N
C	73,81	74,07
H	8,73	8,64

l'acido acetico ed il metilpirrolo rimasto inalterato e si esaurisce il residuo con acqua bollente. Si ottiene una soluzione giallobruna e non resta indietro che l'eccesso della polvere di zinco con pochissima resina. Il liquido viene trattato in conveniente diluizione con idrogeno solforato per liberarlo dallo zinco. Bisogna anche qui far notare che è necessario, per avere un buon rendimento di metilpirrolina, di lavare con grande cura il precipitato di solfuro di zinco. Il filtrato viene concentrato con l'aggiunta di un forte eccesso di acido cloridrico, ed il residuo viene soprasaturato con potassa e distillato con vapore acqueo. Si acidifica il distillato con acido cloridrico in eccesso e si porta nuovamente a secchezza per resinificare le ultime tracce di metilpirrolo. Il residuo è una massa cristallina, deliquescente, molto colorata. Per mettere la base in libertà, si tratta la sua soluzione in poca acqua con un forte eccesso di potassa solida e si distilla. Si svolge un'abbondante quantità di un gaz di odore ammoniacale e passa un olio senza colore che si raccoglie separatamente dalle ultime frazioni acquose. Queste vennero saturate con acido cloridrico e svaporate a secchezza. Il residuo è una massa cristallina in parte deliquescente che è formata in parte dal cloridrato della nuova base, ma più ancora, come si è potuto constatare per mezzo dei cloroplatinati, dal cloridrato di metilamina e da cloruro ammonico.

La base oleosa venne seccata con potassa solida e distillata sulla potassa fusa di fresco. Passa quasi completamente fra 79°-80° e soltanto le ultime goccie distillano fra 80° e 83°. Il nuovo alcaloide è un liquido incoloro, molto mobile, solubilissimo nell'acqua in tutte le proporzioni e d'un odore ammoniacale disaggradevole che ricorda quello delle amine della serie grassa. Esso forma un cloroplatinato molto solubile nell'acqua, dalle analisi del quale risulta per la base libera la formola:

$$« C_5H_9N »,$$

cioè quella d'una *metilpirrolina*.

Per ottenere questo sale si tratta una soluzione concentrata del cloridrato con cloruro di platino, si forma dopo poco tempo un precipitato di lunghi aghi giallo-ranciati. L'acqua madre messa a concentrare nel vuoto sull'acido solforico dà ancora notevoli quantità di questo cloroplatinato. Esso cristallizza senza acqua di cristallizzazione e diede all'analisi i seguenti numeri.

I. 0,4895 gr. di sostanza dettero 0,3668 gr. di CO_2 e 0,1547 gr. di OH_2.
II. 0,1757 gr. di sostanza dettero 0,0588 gr. di platino.
III. 0,5295 gr. di sostanza proveniente da un'altra preparazione dettero 0,4043 gr. di CO_2 e 0,1782 gr. di OH_2.
IV. 0,3740 gr. di sostanza, come sopra (III), dettero 0,1249 gr. di platino.
V. 0,3753 gr. di sostanza ottenuta dalle ultime acque madri dettero 0,1271 gr. di platino.

In 100 parti:

	trovato					calcolato per $(C_5H_9N.HCl)_2PtCl_4$
	I	II	III	IV	V	
C	20,44	—	20,82	—	—	 20,85
H	3,51	—	3,74	—	—	 3,48
Pt	—	33,47	—	33,40	33,86	 33,80

Per lento svaporamento di una soluzione diluita del cloroplatinato di metilpirrolina sulla calce viva si ottengono facilmente grossi cristalli, bene sviluppati, che furono studiati cristallograficamente dall'ingegnere sig. Giuseppe La Valle. I risultati delle sue misure, che egli volle gentilmente comunicarci, sono i seguenti:

Sistema cristallino: Trimetrico.

Costanti: $a : b : c = 1{,}3554 : 1 : 1{,}30206$.

Forme osservate: (100), (010), (111), (101).

Combinazioni: idem. Fig. 1, 2, 3 e 4.

La forma (101) sembra emiedrica a facce parallele.

Fig. 1

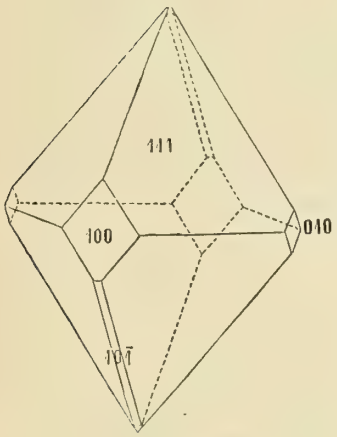


Fig. 2

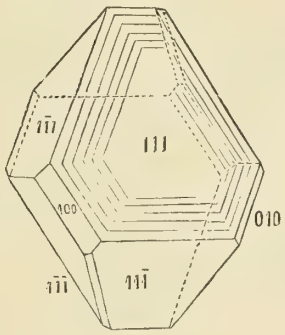


Fig. 3

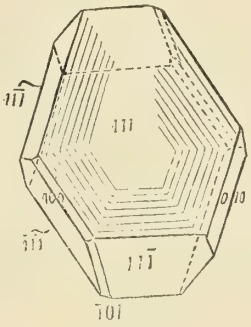
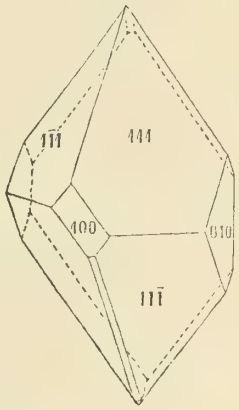


Fig. 4



Angoli	Calcolati	Misurati	n
100 : 111	59° 40′	*	da 4 a 7
111 : $11\bar{1}$	63 26	*	da 2 a 5
111 : $1\bar{1}1$	86 23 36″	86° 26′	da 1 a 8
100 : 101	46 9	46 10	2

Colore dei cristalli: rossoranciato cupo.

Sfaldatura (010) facile; frattura vitrea.

Piano degli assi ottici parallelo a (100).

Bisettrice acuta positiva normale a (001).

Formola ottica $\overset{\rho > \nu}{\underset{+}{\text{b a c}}}$.

I cristallini di dimensioni non superiori ai due mm. avevano per lo più l'abito rappresentato dalle figure 2 e 3 e più raramente quello come nella fig. 4.

V. Azione del joduro di metile sulla metilpirrolina.

La metilpirrolina è una base terziaria ($C_4H_6NCH_3$) e dà col joduro di metile il joduro di *dimetilpirrolilammonio:*

« $C_4H_6NCH_3 . CH_3I$ »

che è perfettamente identico al composto che Ciamician a Dennstedt (¹) ottennero per l'azione del joduro metilico sulla pirrolina.

Due grammi e mezzo di base vennero trattati in soluzione di alcool metilico con un eccesso di joduro di metile. La reazione avviene riscaldando a b. m.. Svaporando il liquido, resta indietro una massa cristallina che fu fatta cristallizzare dall'alcool assoluto. Si ottengono le splendide squamette del joduro di dimetilpirrolilammonio, che diedero all'analisi i seguenti numeri:

0,3463 gr. di sostanza dettero 0,4078 gr. di CO_2 e 0,1780 gr. di H_2O.

In 100 parti:

	trovato	calcolato per $C_4H_6N(CH_3)_2I$
C	32,11	. . . 32,00
H	5,71	. . . 5,33

Le ultime acque madri contengono delle tracce di un jodidrato; però si può dire che la base si è combinata quasi completamente col joduro di metile secondo l'equazione:

$$C_4H_6NCH_3 + CH_3I = C_4H_6N(CH_3)_2I,$$

perchè da 2,5 gr. di metilpirrolina si ottennero 6,0 gr. del joduro dell'ammonio, mentre la teoria ne richiederebbe 6,8 gr.

Questa lieve perdita si spiega facilmente se si ammette che nella metilpirrolina impiegata fossero contenute delle piccole quantità di pirrolina, provenienti da alcune tracce di pirrolo mescolate al metilpirrolo impiegato.

VI. Azione dell'idrogeno nascente sulla metilpirrolina.

Noi abbiamo tentato di trasformare la metilpirrolina nel tetraidrometilpirrolo o metilpirrolidina, riscaldandola con acido jodidrico e fosforo a 240-250°, e sebbene in questo processo abbiano luogo delle reazioni secondarie, pure possiamo dire che l'esperienza ha corrisposto alle nostre previsioni.

La metilpirrolina venne riscaldata in una serie di tubi chiusi, ciascuno dei quali conteneva 2 gr. di base, 10 gr. di acido jodidrico e 1 gr. di fosforo amorfo. Nell'aprire i tubi si nota un fortissimo sviluppo di gaz ed il contenuto dei medesimi è formato da un liquido più o meno colorato in giallo-bruno, nel quale sono sospesi alcuni fiocchi di una materia bruna, amorfa, e dei cristalli bianchi poco solubili nell'acido jodidrico. Si tratta il tutto con acqua e si distilla con vapor acqueo: passano piccole quantità di un olio in parte più pesante dell'acqua, che si è visto essere un miscuglio di *joduro di metile* e di un liquido meno denso dell'acqua che ha un odore di idrocarburi. Trattato con bromo in presenza dell'acqua, dà un prodotto oleoso che non accenna a solidificarsi. La quantità di questo idrocarburo era tanto piccola da non permettere ulteriori ricerche. Il residuo della distillazione con vapore acqueo venne filtrato e concentrato a b. m.. Per raffreddamento si separano dei cristalli incolori che sono il jodidrato della nuova base. Tutto il prodotto venne trattato con un forte eccesso di potassa in polvere, per cui la nuova base si separò allo stato oleoso, ed indi sottoposto alla distillazione. Assieme ad un abbondante sviluppo di gaz ammoniacali, passa prima un liquido

(¹) Vedi la Memoria già citata.

oleoso che venne raccolto separatamente e poi distilla una soluzione acquosa fortemente alcalina. Questa ultima frazione contiene, oltre ad una piccola quantità di metilpirrolidina, una base poco solubile nell'acqua, il di cui cloroplatinato è una polvere gialla, amorfa, insolubile nell'acido cloridrico, che corrisponde in tutte le sue proprietà al prodotto meno volatile che si forma nella riduzione della pirrolina. La quantità di questa sostanza era troppo piccola per essere ulteriormente studiata.

Il prodotto principale della reazione è la *metilpirrolidina*. Il liquido oleoso, ottenuto in principio della distillazione, venne seccato con potassa solida e distillato nuovamente sulla potassa fusa di fresco. Bolle fra 81°-83°, e soltanto in fine della distillazione il termometro sale fino a 85°. È rimarchevole che mentre fra i punti di ebollizione della pirrolina (90-91°) e della metilpirrolina (79-80°) c'è una differenza di 11°, la metilpirrolidina ha circa lo stesso punto di ebollizione della pirrolidina (82-83°); ciò si osserva del pari per la piperidina e la metilpiperidina che bollono tutte e due quasi alla medesima temperatura.

La metilpirrolidina è un liquido incoloro, solubile nell'acqua in ogni rapporto, che ha un odore speciale non molto diverso da quello della pirrolidina, ma più disaggradevole. Dall'analisi del suo cloroaurato risultò la formola:

$$« C_4 H_8 NCH_3 ».$$

Il cloroaurato di metilpirrolidina si ottiene trattando una soluzione alquanto concentrata del cloridrato, con cloruro d'oro. Si forma un precipitato giallo che venne fatto cristallizzare dall'acqua bollente. Per raffreddamento si ottengono delle pagliette gialle che non contengono acqua di cristallizzazione. Seccate nel vuoto diedero all'analisi i seguenti numeri:

I. 0,5092 gr. di sostanza dettero 0,2637 gr. di CO_2 e 0,1354 gr. di H_2O.

II. 0,3000 gr. di sostanza dettero 0,1390 gr. di oro.

In 100 parti:

	trovato		calcolato per $(C_4 H_8 NCH_3 HCl) Au Cl_3$
	I	II	
C	14,12	—	14,14
H	2,95	—	2,83
Au	—	46,33	46,25

La metilpirrolidina è una base terziaria come lo dimostra il suo comportamento col joduro di metile; essa dà lo stesso prodotto che si ottiene anche dalla pirrolidina; cioè il joduro di dimetilpirrolidilammonio.

VII. Azione del joduro di metile sulla metilpirrolidina.

La metilpirrolidina venne trattata in soluzione di alcool metilico con un eccesso di joduro di metile. La reazione è abbastanza viva; per essere certi però che la combinazione sia avvenuta completamente, abbiamo lasciato il prodotto per qualche tempo in digestione a b. m.. La base impiegata non si trasforma del tutto in joduro di dimetilpirrolidilammonio, ma oltre a questo prodotto si ottengono piccole quantità di jodidrati decomponibili dalla potassa, per cui è certo che nel prodotto ottenuto nella riduzione della metilpirrolina, bollente fra 81°-85°, c'erano delle tracce di basi primarie

o secondarie, che come si vedrà più tardi, sono probabilmente butilamina e forse anche metilbutilamina.

Il prodotto dell'azione del joduro di metile sulla metilpirrolidina venne svaporato a b. m. ed il residuo sciropposo venne sciolto nell'acqua, trattato con un eccesso di potassa e distillato con vapore acqueo. Passa un liquido alcalino, del quale si dirà più sotto, e quando l'acqua che distilla ha reazione perfettamente neutra si interrompe l'operazione. Nel liquido alcalino, rimasto indietro, resta indisciolto un olio pesante, che col raffreddamento si trasforma in una massa cristallina, che è il joduro di dimetilpirrolidilammonio. Questa sostanza purificata nel modo già indicato più sopra, diede all'analisi i seguenti numeri che dimostrano la sua composizione:

0,3372 gr. di sostanza dettero 0,3937 gr. di CO_2 e 0,1971 gr. di H_2O.

In 100 parti:

	trovato	calcolato per $C_4H_8N(CH_3)_2I$
C	31,84	31,72
H	6,49	6,17

Il metodo ora indicato, è quello che ci ha servito a preparare tutto il joduro di dimetilpirrolidilammonio che abbiamo impiegato nelle ricerche che ora descriveremo.

Il liquido alcalino suaccennato, che distilla bollendo con potassa il prodotto dell'azione del joduro metilico sulla metilpirrolidina, venne neutralizzato con acido cloridrico e concentrato a b. m.. La soluzione cloridrica dà col cloruro di platino subito un precipitato cristallino. Tutto il liquido venne perciò trattato con questo reattivo ed il composto ottenuto venne fatto cristallizzare dall'acqua bollente. Si ottengono per raffreddamento delle squamette d'un colore giallo d'oro, che sono in tutto identiche a quelle già descritte più sopra e che noi crediamo essere probabilmente il cloroplatinato di *butilamina normale.*

L'analisi della sostanza seccata nel vuoto sull'acido solforico diede i seguenti numeri:

I. 0,4833 gr. di sostanza dettero 0,3067 gr. di CO_2 e 0,1965 gr. di OH_2.

II. 0,2420 gr. di sostanza dettero 0,0848 gr. di platino.

In 100 parti:

	trovato		calcolato per $(C_4H_9NH_2HCl)_2PtCl_4$
	I	II	
C	17,31	—	17,28
H	4,52	—	4,32
Pt	—	35,04	35,01

Concentrando le acque madri si separano delle altre squamette identiche a quelle analizzate; trattando il filtrato nuovamente con cloruro di platino si ottiene un precipitato formato di piccoli aghetti gialli e di squamette. La piccola quantità di materia di cui disponevamo non ha permesso una completa separazione del nuovo cloroplatinato; esso è molto solubile nell'acqua e si scioglie abbastanza facilmente nell'alcool bollente. Noi abbiamo usato questo solvente per tentare una separazione delle due sostanze. Il cloroplatinato di butilamina è quasi insolubile nell'alcool bollente, per cui rimane in gran parte indisciolto, bollendo il miscuglio con l'alcool assoluto. Il filtrato, che contiene tutto il cloroplatinato più solubile depone, per raffreddamento degli aghi gialli, sottili, bellissimi coi quali venne ripetuta questa operazione. La

sostanza così ottenuta non era ancora perfettamente pura perchè col microscopio si poteva scoprire ancora qualche tavoletta del cloroplatinato meno solubile.

L'analisi ha dato i seguenti risultati:

0,5055 gr. di sostanza dettero 0,3685 gr. di CO_2 e 0,2150 gr. di H_2O.

In 100 parti:

	trovato	calcolato per $[(C_4H_9NCH_3H)HCl]_2PtCl_4$	e per $[(C_4H_9NH_2)HCl]_2PtCl_4$
C	19,88	20,56	17,28
H	4,73	4,80	4,32

L'analisi di questo cloroplatinato rende molto probabile che oltre alla butilamina sia stata presente anche una *metilbutilamina.*

Le ultime acque madri vennero trattate con un eccesso di cloruro di platino e svaporate a secchezza. Si ottiene così un residuo cristallino che è in parte *insolubile* nell'alcool assoluto bollente. Il residuo insolubile venne fatto cristallizzare dall'alcool acquoso bollente; si ottengono per raffreddamento degli aghetti giallo-ranciati che sono del tutto differenti da quelli già menzionati. Vennero seccati nel vuoto sull'acido solforico fino a peso costante ed indi analizzati. Le seguenti analisi accennano trattarsi probabilmente del *cloroplatinato di metilpirrolidina.*

I. 0,4975 gr. di sostanza dettero 0,3738 gr. di CO_2 e 0,2045 gr. di OH_2.

II. 0,2514 gr. di sostanza dettero 0,0830 gr. di platino.

In 100 parti:

	trovato		calcolato per $(C_4H_8NCH_3.HCl)_2PtCl_4$
	I	II	
C	20,49	—	20,71
H	4,57	—	4,14
Pt	—	33,02	33,56

La presenza di metilpirrolidina in questi residui si può spiegare facilmente ammettendo che per l'azione dell'acido jodidrico sulla metilpirrolina si sia formato, in piccole quantità, joduro metilico e pirrolidina, la quale pel trattamento del prodotto della riduzione con joduro di metile ha dato la metilpirrolidina, di cui si è rinvenuto il cloroplatinato nelle ultime acque madri.

Abbenchè noi si abbia procurato di non trascurare nessuno dei prodotti secondari delle reazioni che abbiamo studiato, pure in causa della difficoltà di procurarsi grandi quantità di materiale, non abbiamo potuto risolvere completamente questa parte del nostro programma. Noi crediamo però che da ciò che abbiamo esposto si possa farsi un idea abbastanza esatta dell'azione dell'acido jodidrico e fosforo sulla metilpirrolina. La metilpirrolidina ne è il prodotto principale, ma per reazioni secondarie si formano altresì in piccola quantità i seguenti composti: ammoniaca, metilamina ed idrocarburi e poi joduro di metile, pirrolidina, butilamina e forse anche metilbutilamina. Queste basi essendo primarie o secondarie restano in parte indietro in forma di jodidrati nel trattamento del prodotto di riduzione col joduro metilico.

VIII. La dimetilpirrolidina $C_4H_7N(CH_3)_2$.

Le esperienze che descriveremo in questo capitolo e nei capitoli successivi sono state fatte allo scopo di mettere maggiormente in rilievo l'analogia della pirrolidina

con la piperidina. Noi abbiamo tentato, seguendo la via percorsa da Hofmann (1), di eliminare per una serie di trasformazioni l'azoto della pirrolidina in forma di *trimetilamina*, e di arrivare ad un idrocarburo della formula « C_4H_6 », che sarebbe l'omologo inferiore del piperilene C_5H_8. Le nostre supposizioni sono state splendidamente confermate dai risultati dell'esperienza.

Noi abbiamo prima di tutto studiato il comportamento dell'*idrato di dimetilpirrolidilammonio* [$C_4H_8N(CH_3)_2.OH$] col calore. Per ottenere questo composto si tratta una soluzione acquosa del joduro corrispondente, colla quantità necessaria di ossido d'argento. La doppia decomposizione avviene immediatamente. Si filtra dal joduro argentico e si concentra il liquido a b. m., e poi sull'acido solforico. Si ottiene una massa solida biancastra che è solubilissima nell'acqua, alla quale comunica una forte reazione alcalina.

Riscaldando la soluzione acquosa concentrata di questa sostanza in una piccola storta di vetro, distilla prima tutta l'acqua ed il residuo incomincia indi a gonfiarsi, emettendo dei vapori alcalini che si condensano in un liquido solubile nell'acqua. Nella storta non rimane che un lieve residuo di ossido d'argento ed alcune tracce di materia carboniosa. Il distillato, che ha reazione fortemente alcalina, venne neutralizzato con acido cloridrico e concentrato a b. m.. Durante lo svaporamento, il liquido diventa rossastro e depone della resina; venne perciò trattato con un eccesso di potassa solida e distillato. Passa un'alcaloide oleoso che si scioglie nell'acqua. Si neutralizza nuovamente con acido cloridrico e si svapora a secchezza a b. m.. Il residuo è una massa cristallina e deliquescente, e venne trattato in soluzione acquosa col cloruro d'oro, il quale produce un precipitato giallo. Il cloroaurato fonde nell'acqua bollente formando un olio giallobruno, che va man mano sciogliendosi nel liquido, deponendo, per una parziale decomposizione, delle pagliette di oro metallico. Il filtrato si intorbida per raffreddamento e dopo qualche tempo si separano delle squamette gialle, che non sono altro che il *cloroaurato di metilpirrolidina*. Le acque madri sembrano contenere l'istessa sostanza come si vede dalle seguenti analisi:

I. 0,4725 gr. di sostanza dettero 0,2426 gr. di CO_2 e 0,1343 di OH_2.

II. 0,4626 gr. di sostanza ottenuta dalle acque madri, e fatta cristallizzare dall'acqua bollente, diedero 0,2418 gr. di CO_2 e 0,1398 gr. di H_2O.

In 100 parti:

	trovato		calcolato per $C_4H_8NCH_3HCl.AuCl_3$
	I	II	
C	14,00	14,25	14,14
H	3,16	3,36	2,83

Distillando l'idrato di dimetilpirrolidilammio si ripristina dunque in parte la metilpirrolidina; però, siccome il cloroaurato di questa base non fonde, quando è puro, sotto a 100°, si può supporre che oltre alla metilpirrolidina in questa reazione si formi anche la dimetilpirrolidina, la quale come si vedrà più sotto dà un cloroaurato oleoso. La reazione sarà avvenuta secondo le equazioni:

$$C_4H_8NCH_3.CH_3OH = C_4H_8NCH_3 + CH_3OH \quad \text{e}$$

$$C_4H_8NCH_3.CH_3OH = C_4H_7N(CH_3)_2 + OH_2 .$$

(1) *Berl. Ber.* XIV, 659.

Perchè la reazione corrisponda esclusivamente alla seconda equazione, conviene distillare il joduro di dimetilpirrolidilammonio con potassa polverizzata, anzichè riscaldare l'idrato di dimetilpirrolidilammonio.

Il joduro dell'ammonio composto venne impastato con un eccesso di potassa polverizzata, mediante alcune goccie d'acqua, e distillato in una piccola storta di vetro poco fusibile. La storta deve essere inclinata, mediante una piegatura del collo, in modo da evitare che gli spruzzi che avvengono continuamente durante l'operazione, proiettino della sostanza indecomposta nel liquido che distilla.

Durante la distillazione non si sviluppano dei gaz. Il liquido alcalino ottenuto viene saturato con acido cloridrico e portato a secco a b. m.. Il cloridrato della nuova base è una massa cristallina e deliquescente. La sua soluzione acquosa non precipita col cloruro di platino e dà col cloruro d'oro un cloroaurato oleoso che si solidifica molto lentamente, decomponendosi in modo che dopo poco tempo si separano delle squamette d'oro metallico.

Trattando la soluzione acquosa del cloridrato con un forte eccesso di potassa solida si separa un olio, che venne seccato sulla potassa fusa di fresco e distillato. Bolle costantemente fra 89 92° e soltanto in fine della distillazione il termometro sale fino a 95°. La nuova base è un liquido senza colore, solubilissimo nell'acqua in tutte le proporzioni. In causa della instabilità del suo cloroaurato noi ci siamo limitati ad analizzare il suo composto col joduro di metile da cui risulta, per questa amina terziaria, la formola d'una *dimetilpirrolidina:*

$$\text{« } C_6H_{13}N \text{ » .}$$

L'azione della potassa sul joduro di dimetilpirrolidilammonio deve avvenire secondo l'equazione:

$$C_4H_8NCH_3 . CH_3I + KOH = KI + H_2O + C_6H_{13}N ,$$

e tutto il comportamento di questi composti, come si vede, è analogo a quello dei derivati della piperidina. La dimetilpirrolidina (89-92°) ha un punto di ebollizione più elevato di quello della metilpirrolidina e della pirrolidina (82-83°), ed anche la dimetilpiperidina (118°) ha un punto d'ebollizione superiore di circa dieci gradi di quelli della piperidina e metilpiperidina (106-107°).

Noi riteniamo che la dimetilpirrolidina, contenga i due metili legati all'azoto ed abbia dunque, come la dimetilpiperidina (1), la formola:

$C_4H_7 - N\begin{matrix}CH_3\\CH_3\end{matrix}$ dimetilpirrolidina $C_5H_9 - N\begin{matrix}CH_3\\CH_3\end{matrix}$ dimetilpiperidina .

Questa interpretazione ci sembra, come si vedrà più tardi, la sola possibile tenendo conto anche di alcune interessanti reazioni scoperte recentemente da Körner e Menozzi (2).

Per ottenere il composto della nuova base col joduro metilico, si fa agire un eccesso di questo reattivo sulla amina sciolta nell'alcool metilico. Il miscuglio si riscalda e dopo una breve digestione a b. m. si svapora il tutto a secco. Resta indietro una materia cristallina colorata lievemente in giallo, che venne fatta cristallizzare dall'alcool

(1) Ladenburg, *Berl. Ber.* XVI, 2057.

(2) Körner e Menozzi, Rendiconti del R. Istituto Lombardo [2] vol. XIII, XIV e XVI.

assoluto bollente. Per raffreddamento si ottiene una polvere bianca, formata da piccoli aghetti, che è, come si vede dalla seguente analisi, il

joduro di trimetilpirrolidilammonio

$$\text{« } C_4H_7 - N\begin{matrix}CH_3\\CH_3\end{matrix} . CH_3I \text{ »}$$

0,3424 gr. di sostanza dettero 0,4352 gr. di CO_2 e 0,2174 gr. di OH_2.

In 100 parti:

	trovato	calcolato per $C_7H_{16}NI$
C	34,66 . . .	34,85
H	7,05 . . .	6,64

Esso è solubilissimo nell'acqua ed è un poco deliquescente. Dalla sua soluzione acquosa si separa inalterato con la potassa.

La sua formazione avviene secondo l'equazione:

$$C_4H_7N(CH_3)_2 + CH_3I = C_4H_7N(CH_3)_3I,$$

alla quale corrisponde anche il rendimento della nuova sostanza.

Per ultimo vogliamo far notare che il comportamento del joduro di dimetilpirrolidilammonio è del tutto diverso da quello del joduro di dimetilpirrolilammonio $(C_4H_6N(CH_3)_2I)$; mentre dunque il primo si scinde con la potassa in joduro potassico, acqua e dimetilpirrolidina, il secondo dà un prodotto d'un odore pungente che ricorda quello degli isonitrili (1) e che somiglia alla sostanza che si ottiene dal joduro di metilpiridilammonio (2).

IX. Azione della potassa sul joduro di trimetilpirrolidilammonio.

Era da prevedersi che la decomposizione del joduro di trimetilpirrolidilammonio colla potassa sarebbe avvenuta in modo del tutto analogo a quella del trimetilpiperilammonio, e siccome era pure prevedibile che un idrocarburo C_4H_6 sarebbe una sostanza oltremodo volatile, noi abbiamo creduto conveniente di farlo assorbire direttamente dal bromo con la speranza di ottenere un bromuro cristallino, ciò che ci è anche completamente riuscito.

L'apparecchio che ci ha servito in questa occasione era il seguente: il prodotto venne distillato a due grammi per volta, impastato con alcune goccie d'acqua, con 8-10 gr. di potassa polverizzata, in una piccola storta di vetro poco fusibile col collo piegato in modo che gli spruzzi non potevano arrivare nel distillato. I prodotti di decomposizione passavano un piccolo refrigerante e poi venivano raccolti prima in un pallonicino tubulato e poi in due apparecchi a bolle (di Geissler), ripieni l'uno di una soluzione diluita di acido cloridrico, e l'altro di una soluzione di bromo, espressamente preparato da noi dal bromuro potassico puro, nel solfuro di carbonio purissimo (3). Finalmente era unito all'ultimo apparecchio un tubo ad U contenente egualmente una soluzione di bromo nel solfuro di carbonio. — Riscaldando la stortina si

(1) G. Ciamician e M. Dennstedt, *Studi sui composti della serie del pirrolo.* Parte IV.

(2) A. W. Hofmann, *Berl. Ber.* XIV, 1497.

(3) Svaporando a lieve calore una quantità di bromo e di solfuro di carbonio eguale a quella impiegata nell'operazione che descriviamo, non si ottenne nessun residuo.

notò uno svolgimento di gaz, e quando questo accennava a cessare, si fece passare attraverso all'apparecchio, per mezzo d'una tromba ad acqua, una corrente d'aria. A questo scopo la storta era tubulata ed aveva fissato nella tubulatura per mezzo di un turacciolo, un tubo di vetro con un robinetto. Si riscaldò fino a fondere la storta. Nel primo pallone non si raccolgono che poche goccie di un liquido fortemente alcalino. Alle volte si vedono galleggiare sulla superficie del liquido acquoso alcune goccioline oleose, che scompaiono subito riscaldandolo lievemente. Durante l'operazione la prima bolla dell'apparecchio, contenente la soluzione di bromo, perdette a poco a poco il suo colore fino a scolorarsi perfettamente; alle pareti s'erano deposti alcuni cristalli.

Il contenuto del palloncino tubulato venne saturato con acido cloridrico e svaporato assieme alla soluzione del primo apparecchio di Geissler, a b. m.. Il liquido concentrato, venne trattato in parte col cloruro di platino ed in parte col cloruro d'oro. Le analisi dei due sali ottenuti dimostrarono che la base non era altro che *trimetilamina*.

Il cloroaurato era un precipitato giallo che venne fatto cristallizzare dall'acqua bollente; forma delle squamette o degli aghetti gialli che vennero seccati sul cloruro calcico.

L'analisi diede i seguenti numeri:

0,5854 gr. di sostanza dettero 0,1992 gr. di CO_2 e 0,1455 gr. di H_2O.

In 100 parti:

	trovato	calcolato per $(CH_3)_3N.HCl.AuCl_3$
C	9,28	9,04
H	2,76	2,51

Il cloroplatinato si ottenne in forma di precipitato giallo-ranciato cristallino, che venne fatto cristallizzare due volte dall'acqua bollente acidificata con acido cloridrico. Per raffreddamento si ottennero gli ottaedri caratteristici del cloroplatinato di trimetilamina. Le analisi diedero i seguenti risultati:

I. 0,5532 gr. di sostanza dettero 0,2772 gr. di CO_2 e 0,1972 gr. di OH_2.

II. 0,5425 gr. di sostanza dettero 0,2012 gr. di platino.

In 100 parti:

	trovato		calcolato per $[(CH_3)_3N.HCl]_2PtCl_4$
	I	II	
C	13,66	—	13,65
H	3,96	—	3,80
Pt	—	37,09	36,87

Il contenuto del secondo apparecchio di Geissler e del tubo ad U venne vuotato in una capsula e svaporato a lieve calore a b. m.. Resta indietro un liquido oleoso che si solidifica parzialmente formando degli aghetti colorati lievemente in rosa. Il prodotto così ottenuto venne posto sulla calce viva per eliminare le ultime tracce di bromo libero. Per eliminare la parte liquida, che non cristallizza anche lasciandola per molto tempo sulla calce, si lava con etere petrolico freddo nel quale la materia solida è insolubile. La sostanza solida liberata dall'olio venne fatta cristallizzare alcune volte dall'alcool assoluto bollente, per raffreddamento si ottengono bellissimi aghi senza colore e senza odore, che fondono costantemente a 117-118° (tutta la colonna

del termometro essendo immersa nell'acido solforico che serviva da bagno). L'analisi di questa sostanza condusse alla formola:

« $C_4H_6Br_4$ ».

I. 0,4474 gr. di sostanza diedero 0,2138 gr. di CO_2 e 0,0745 gr. di H_2O.

II. 0,2007 gr. di sostanza diedero 0,4030 gr. di AgBr.

In 100 parti:

	trovato		calcolato per $C_4H_6Br_4$
	I	II	
C	13,03	—	12,83
H	1,85	—	1,60
Br	—	85,45	85,56
	100,33		99,99

Il bromuro ottenuto è una sostanza volatile e sublimabile, solubilissima nel benzolo, poco solubile nell'alcool freddo ed insolubile nell'acqua e nell'etere petrolico.

L'etere petrolico che ha servito a liberare il tetrabromuro solido dalla materia oleosa che lo accompagnava, venne lasciato svaporare spontaneamente. Resta indietro un olio alquanto colorato che ha un odore intenso, che ricorda quello della canfora. Esso non ha alcuna tendenza a cristallizzare e trattato a freddo con un eccesso di bromo non si trasforma nel tetrabromuro solido ora descritto, e sembra rimanere inalterato. La quantità di questo prodotto non era tale da permettere ulteriori ricerche.

Da ciò che abbiamo esposto risulta dunque che il joduro di trimetilpirrolidilammonio si scinde per azione della potassa in trimetilamina, acqua ed un idrocarburo della formola

« C_4H_6 »

secondo l'equazione:

$$C_4H_7N(CH_3)_3I + KOH = KI + OH_2 + N(CH_3)_3 + C_4H_6.$$

L'idrocarburo, che deve essere molto volatile e può avere un punto di ebollizione di circa 20°, è un *butino*, e forma col bromo un *tetrabromuro* solido che fonde a 118° ed un bromuro liquido sulla di cui composizione non si può per ora fare nessuna supposizione. Anche l'idrocarburo ottenuto da Hofmann dalla piperidina, il piperilene (C_5H_8), forma un tetrabromuro solido fusibile a 114°, 5 ed altri prodotti liquidi che finora non sono stati studiati. Noi chiameremo il nostro butino, in analogia col piperilene

« PIRROLILENE »,

e se l'idrocarburo della piperidina ha la costituzione attribuitagli da Ladenburg (1):

$$\underbrace{CH_2 = CH - CH_2 - CH = CH_2}_{\text{piperilene}},$$

l'idrocarburo che noi abbiamo ottenuto dalla pirrolidina deve avere la formola:

$$\underbrace{CH_2 = CH - CH = CH_2}_{\text{pirrolilene}}.$$

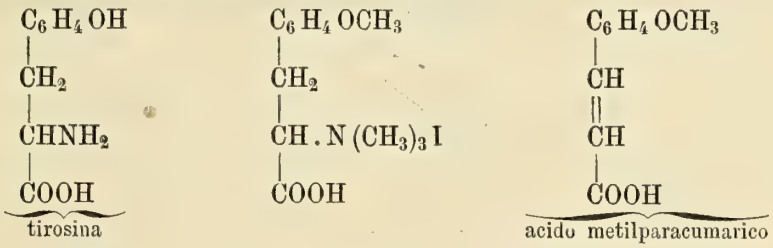
Il pirrolilene forse è identico al butino ottenuto da Henninger (2), bollendo l'eritrite con acido formico, abbenchè il suo tetrabromuro abbia un punto di fusione un po' più basso (116°) del nostro prodotto.

(1) *Berl. Ber.* XVI, 2057.

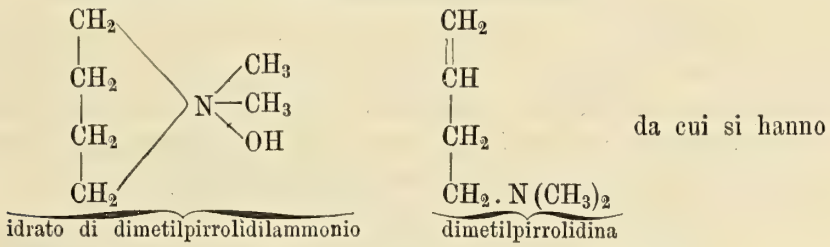
(2) *Berl. Ber.* VI, 70.

In quanto alla interpretazione di tutte queste reazioni noi ci associamo di buon grado alle vedute di Ladenburg (1), perchè soltanto in questo modo il passaggio dal dimetilpirrolidilammonio al pirrolilene e dal dimetilpiperilammonio al piperilene, diviene comparabile alle interessanti trasformazioni scoperte da Körner e Menozzi (2), per le quali si può passare dall'acido aspartico al fumarico (1880), dalla tirosina all'acido metilparaossifenilacrilico (1881) e si può elimanere l'azoto dalla leucina (1883).

Se si considera, per esempio, la trasformazione della tirosina in acido metilparacumarico per azione del joduro di metile e potassa:

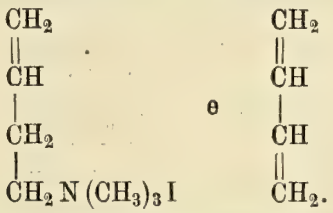


si deve ammettere che la dimetilpirrolidina abbia la formola:



da cui si hanno

per il joduro di trimetilpirrolidilammonio ed il pirrolilene le formole:



Veramente i nomi dimetilpirrolidina e dimetilpiperidina sono nomi poco appropriati, queste due basi sarebbero da chiamarsi *dimetilquartenilamina* e *dimetilpentenilamina.*

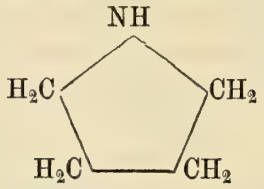
X. Conclusioni.

Le esperienze descritte nella presente Memoria provano che il pirrolo addizionando due o quattro atomi d'idrogeno si converte in due alcaloidi stabili che sono in tutto comparabili a quelli della serie della piridina.

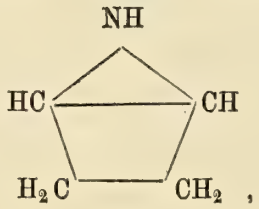
(1) Loco citato.

(2) *Trasformazione dell'acido aspartico in fumarico.* Rendiconti dell'Istituto lombardo [2] XIII, fasc. XVI. — *Eliminazione dell'azoto dalla tirosina.* Rend. ecc. [2] XIV, fasc. XV. — *Intorno all'azione del joduro metilico sulla leucina ed altre sostanze analoghe.* Rendiconti ecc. [2] XVI, fasc. I.

La costituzione della pirrolidina non può essere rappresentata altrimenti che con la formola:



e la pirrolina ha molto probabilmente la costituzione espressa dallo schema seguente:



come si può rilevare dalla discussione, che uno di noi ultimamente (1) ha fatto intorno alla struttura chimica di questo alcaloide.

Il metilpirrolo si comporta in modo del tutto analogo al pirrolo trasformandosi nelle due basi terziarie, la metilpirrolina e la metilpirrolidina. I punti di ebollizione di questi composti offrono, comparando il punto di ebollizione della sostanza primitiva con quello del derivato metilato corrispondente, un'andamento speciale, se si considera tutta la serie, che merita d'esser messo in rilievo.

	Punto di ebollizione		Punto di ebollizione
Pirrolo $[C_4H_4NH]$	130-131°	Metilpirrolo $[C_4H_4NCH_3]$	114-115°
Pirrolina $[C_4H_6NH]$	90-91°	Metilpirrolina $[C_4H_6NCH_3]$	79-80°
Pirrolidina $[C_4H_8NH]$	82-83°	Metilpirrolidina $[C_4H_8NCH_3]$	82-83°
Butilamina normale	75,5°	Metilbutilamina normale (?)	sopra i 75° (?)

Si vede dal presente specchietto che, nelle due serie di composti il punto di ebollizione si abbassa coll'aumentare del numero degli atomi d'idrogeno nella molecola, e che la differenza fra i punti di ebollizione del prodotto primitivo e del derivato metilato, ha il valore più grande per i due composti della serie $C_nH_{2n-3}N$, ed è eguale a zero per i composti della serie $C_nH_{2n+1}N$. Probabilmente nei composti saturi $[C_nH_{2n+3}N]$ questa differenza acquisterà un valore positivo.

Per ultimo vogliamo ancora porre in rilievo la grande analogia della pirrolidina con la piperidina, della quale abbiamo parlato nella nostra nota preliminare già

(1) G. Ciamician, *Sulla costituzione del pirrolo*, 1885.

citata. Noi non ripeteremo qui tutte le considerazioni fatte allora e ci limiteremo a riunire nel seguente specchietto i derivati dei due alcaloidi.

La pirrolidina è l'omologo inferiore della piperidina, e noi abbiamo proposto di chiamare le relazioni di questa natura *omologie nel nucleo* per distinguerle dalle omologie nelle catene laterali.

	Punto di ebollizione		Punto di ebollizione
Pirrolidina C_4H_8NH	82-83°	Piperidina $C_5H_{10}NH$	106°
Metilpirrolidina $C_4H_8NCH_3$	81-83°	Metilpiperidina $C_5H_{10}NCH_3$	107°
Joduro di dimetilpirrolidilammonio $C_4H_8N(CH_3)_2I$	—	Joduro di dimetilpiperilammonio $C_5H_{10}N(CH_3)_2I$	—
Dimetilpirrolidina o dimetilquartenilamina $C_4H_7N(CH_3)_2$	89-92°	Dimetilpiperidina o dimetilpentenilamina $C_5H_9N(CH_3)_2$	118°
Joduro di trimetilpirrolidilammonio o joduro di trimetilquartenilammonio $C_4H_7N(CH_3)_3I$	—	Joduro di trimetilpiperilammonio o joduro di trimetilpentenilammonio $C_5H_9N(CH_3)_3I$	—
Pirrolilene C_4H_6	sotto i 20° (?) [punto di fusione]	Piperilene C_5H_8	42° [punto di fusione]
Tetrabromuro di pirrolilene $C_4H_6Br_4$	117-118°	Tetrabromuro di piperilene $C_5H_8Br_4$	114°,5

Per ciò che riguarda le relazioni che sembrano esistere fra gli altri derivati idrogenati della piridina, il pirrolo e la pirrolina, noi rimandiamo alla nostra Nota più volte citata, non avendo nulla da aggiungere a quello che fu detto allora.

Il Socio CARLO MAGGIORANI.
Commemorazione del Socio A. MORIGGIA,
letta nella seduta del 15 novembre 1885.

Accademici,

Pur troppo nel volger di pochi anni, è già la seconda volta, che m'incombe il mesto, sebben onorifico ufficio, di commemorare cari ed illustri colleghi, romani per nascita o per educazione, Cadet prima, oggi Maggiorani.

Carlo Maggiorani nacque addì 7 dicembre 1800 nella terra di Campagnano di Roma, da modesti agricoltori, Tiberio e Maria Gabrielli. Rimasto orfano in tenera età, fu condotto alle scuole di Roma dal suo padrigno dottor Dario Angelucci, ed essendo l'ingegno pronto, e grande la voglia di apprendere, prima di entrare nel 19° anno di età, già vi avea conquistata la laurea in medicina, e nel 20° la matricola, non senza però prima aver dovuto lottare e resistere alle tendenze di un suo zio paterno, il quale volendo farne un canonico della cattedrale di Campagnano, riuscì a condurlo, non però più oltre della tonsura.

Dopo la laurea, attratto dal Nibby, di cui frequentava con trasporto le lezioni, abbandonò per tre anni la medicina, per dedicarsi all'archeologia, nella quale, anche perchè nutrito di buoni studî letterarî e di estesa erudizione, gli tornò facile acquistare merito.

Nel 1823 chiuse la sua carriera di archeologo, accompagnando in un viaggio scientifico nell'exreame di Napoli e Sicilia, il colonnello Lampton di marina inglese. In quell'occasione egli raccolse parecchie notizie storiche, ed illustrò alcuni monumenti; il manoscritto però imprestato a monsignor Rusconi andò perduto: e di questa perdita sovente si doleva il nostro ex archeologo.

Ma giunto al 24° anno di sua età, divenuta più matura e positiva la riflessione, ed incalzando le necessità della vita, fece ritorno alle scienze mediche, per non più lasciarle, che colla morte.

E pur troppo già così da novizio nell'arte sua ebbe a dolorosamente provare, che vivea in tempi ed in luogo, avversi alle aspirazioni scientifiche.

Nell'anno 1824 nominato assistente presso l'archispedale di S. Giovanni, profittando delle sue relazioni personali col dott. inglese Peebles, reduce da Parigi, dove allora allora l'immortale Laennec insegnava l'ascoltazione, egli stesso si diede a praticarla sulle malate, facendo pel primo viva propaganda in Roma del nuovo e prezioso metodo di diagnosi fisica. Se nonchè le suore dell'ospedale mal tollerando,

che l'orecchio pudico e lo stetoscopio del nostro giovane sperimentatore poggiasse sul petto delle donne pazienti, cercandovi guida e lume alla cura medica dai suoni e dai rumori, scandalizzate gli mossero tal guerra, da confinarlo in ospedale essenzialmente da chirurgia, quello di S. Maria della Consolazione, dove per nobile vendetta, pigliò a studiare e curare assai proficuamente, una delle più terribili conseguenze dei traumi, il tetano.

Nel 1829 passò allo spedale di S. Spirito, ed ivi ebbe campo di dedicarsi con maggior cura e profitto alle investigazioni dei cadaveri, indagandovi non solo le sedi e le cause dei morbi, ma pur le leggi del raffreddamento, anzi, non indifferente progresso per que' tempi, facendo appello al termometro pur in vita, specialmente nelle febbri algide.

Arriviamo al 1831, in cui il Maggiorani a grande pluralità di suffragi ottiene la nomina di professor sostituto in medicina, l'ufficio cioè di supplire temporaneamente i professori, qualunque materia insegnassero, istituzione certamente incompatibile a tempi nostri, colla vastità e specializzazione delle materie, ma non senza profitto dal lato sintetico della scienza, e della ginnastica mentale.

Nel 1833 impalmò la signorina Elena Costa, cara compagna nella sua travagliata vita, e che perdette nel 1871, dopo d'averne avuto 10 figli, che piuttosto che amarlo lo adorarono, procurandogli anche la consolazione di distinguersi quali in carriera medica, e quali in ingegneria ed in belle arti.

Per ben più di 12 anni il nostro Maggiorani trovò modo di farsi benevolmente e con profitto ascoltare all'Università, ora in anatomia e fisiologia ed ora in patologia, semeiottica e materia medica, e finalmente in medicina teorico-pratica e legale, attendendo nel medesimo tempo alla crescente clientela.

Pur facendo larga parte all'ingegno del rimpianto professore, non si resta meno compresi d'alta meraviglia, pensando alle enormi difficoltà di un insegnamento destinato a descriver fondo all'universo medico; dure necessità della vita, tempra alla romana, ed una grande e nobile ambizione per la scienza l'hanno dovuto sorreggere nell'arduo e diverso arringo!

La nota delle pubblicazioni scientifiche, che qui tengo e non leggo, si offre quale specchio fedele dell'influenza di questo periodo di vita e di sifatto svariato indirizzo scientifico, poichè a cominciare dalla fisica e chimica medica, vi troviamo rappresentati in varia larghezza, argomenti di antropologia, fisiologia, anatomia patologica, igiene, medicina pratica e legale e storia della medicina.

Ma da una parte il tempo stringe, e dall'altra le produzioni scientifiche del Maggiorani sono troppo note all'Accademia, perchè io le venga nemmeno sfiorando, ed anche volendo, non mi sentirei in caso di dare un giudizio adeguato su argomenti così disparati, di cui anzi uno in comune.

Non posso però tenermi dal citare, colle autorità che più facilmente mi son venute alla mano, il valore dell'autore almeno in 3 direzioni diverse: tra i lodatori delle opere del Maggiorani, troviamo Giustiniano Nicolucci, pe' suoi lavori su crani etruschi e romani, Tizzoni e Fileti, per le sue ricerche sulla milza: finalmente Mantegazza il quale afferma, aver esso gettate le basi della medicina preventiva, il cui avvenire è altrettanto grande quanto benefico.

In mezzo però alla varietà degli argomenti, vi è una nota, che torna comune a tutti, la profonda convinzione delle idee, l'ordine, la chiarezza di esposizione, la proprietà di lingua, ed un certo brio, e condimento di erudizione letteraria e di stile che fa correr la mente del lettore al Redi ed allo Spallanzani.

Per l'avvenuta morte del titolare troviamo finalmente nel 1844 insediato il prof. Maggiorani nell'unica cattedra di medicina politico-legale, che allora abbracciava anche la pubblica igiene.

Pur in questa branca di scienza il professore porta l'indirizzo pratico e sperimentale, che ad onta dei tempi avversi, lo ha sempre guidato in ogni posizione: e mentre negli ospedali e ne' laboratorî aveva chiesto lumi dallo scalpello, dal microscopio, dal termometro, dallo stetoscopio e talora anche dal galvanometro e dalla vivisezione, ora reclama, ma invano, dalle autorità l'impianto di un gabinetto sperimentale relativo alla sua cattedra: da questo lato però le autorità presenti somigliano pur troppo alle passate, non essendovi ancora in Roma un laboratorio di medicina legale.

Il Maggiorani però, desideroso, come esso dice, d'indirizzarsi il più che poteva ai sensi degli studenti, li conducea almeno in faccia a pazzi, a studiarvi le relative quistioni medico-legali.

Si scorge l'antico allievo di Nibby, che senza disdegnare i ragionari, della scienza vuole specialmente documenti solidi e palpanti.

È notevole fra le altre cose nel suo trattato di medicina legale, che manoscritto in latino si conserva dalla famiglia Maggiorani, dove parlando agli studenti, insiste sulla possibile formazione spontanea di sostanze tossiche nelle viscere del defunto per opera di processi indefiniti chimico-organici, sia durante la vita sia nel cadavere: vi è decisamente fissata la grave quistione dei veleni cadaverici o ptomaine, che oggi il nostro governo pose a sciogliere ad una Commissione, di cui il Presidente e molti membri fanno parte di questa medesima Accademia.

Il dotto professore, mentre volgea le sue forze e l'ingegno all'insegnamento, allo sperimentare, allo scrivere, ed alla cura de' sofferenti, non dimenticava di essere italiano, anzi dalla scienza traea maggiore e più puro incitamento all'amore della sua cara patria, che con occhio ansioso e pieno di speranze guardava oltre il confine pontificio, già libera e potente e piena di voglia per questa Roma, che esso pure inflessibile alle minaccie ed alle carezze di sospettoso governo, anelava salutare libera ed indipendente. Alternando, secondo le vicende del vessillo tricolore, nel conforto della speranza e nella amarezza delle disillusioni, arriva il triste agosto del 1863. L'insegnante sapea troppo di scuola del cimento, e troppo accesa, benchè sempre assai prudente, avea l'aspirazione alla sua Italia, perchè la mala signorìa facilmente non vi fiutasse il liberale e tollerasse più oltre in casa, il molto romano, ma poco apostolico cittadino e scienziato.

Quale coronamento di continua e fiera persecuzione, gli acaniti nemici della libertà, riuscirono a carpire, come scrive il De Gubernatis (*Dizion. biog. degli scrittori contemporanei*), dalle mani di Pio IX un ordine di destituzione, che fu tosto eseguito dalla Congregazione degli studî, ed intimato al Maggiorani con lettera, nella quale è semplicemente scritto: *esser venuta meno la fiducia in lui dopo le*

gravi voci correnti e comunemente accreditate sul suo conto, e su tendenze ostili al governo leggittimo. A rincarar la dose sopragiunse dappoi l'ordine di arresto e e dell'esilio.

L'integerrimo ed austero cittadino che per le doti della mente e le virtù del cuore meritava il sorriso della fortuna, l'ebbe invece a sperimentare non si potea più sinistra.

Il nobile patriota già avanti negli anni, scarso di fortuna, carico di figli, privato di cattedra e di clientela, a modo quasi di volgare persona, vien strappato dalla famiglia che egli adora, e da cui è adorato, messo fuora da quella terra, che fin da giovinetto avea imparato ad amare, da quella Roma, la cui storia, monumenti ed antropologia ha cercato d' illustrare, le cui scuole egli ha fecondato coll'esempio, cogli scritti, coll'insegnare, coll'osservazione e collo sperimento, da quella Roma infine, dove migliaia di cittadini negli spedali, e fuori, pezzenti e ricchi, non esclusi pontefici e sovrani esteri, aveano provato, e benedicevano, od almeno dovevano benedire, la sua mano medicatrice esperta e benevola sempre.

Il Maggiorani pieno di filosofia e da lunga mano assuefatto a sacrificî, de' nuovi disagi e stenti s' impensieriva e s'affliggeva meno per sè, che per la sua famiglia.

A questo proposito l'egregio prof. Galassi nel discorso pronunciato dinanzi al feretro, ebbe a dire: *ebbene, in quei tristi giorni avendolo io visitato, lo trovai di animo calmo e rassegnato alla sventura, ma saldo ed inalterato, talchè fui compreso da grande ammirazione per la forza del suo carattere.*

Sì, o colleghi, esso fu in ogni cosa, uno de' caratteri ammirevoli, di cui pur troppo il nostro paese va impoverendosi, e di cui pur tanto abbisognerebbe.

Studenti, professori, medici ed italiani moltissimi seguono con occhio simpatico la nuova ed illustre vittima politica: l'ospitale Palermo l'accoglie nelle sue mura, orgogliosa che il Ministro di pubblica istruzione, Amari, ve l'abbia nominato prof. e direttore di Clinica medica, e più tardi incaricato dell' insegnamento di anatomia patologica.

A Palermo il Maggiorani stenta ma spera, e lavora per la scienza, come ne fanno fede specialmente i resoconti clinici, che come gli altri scritti di medicina, lo confermano non solo attivo ma accurato osservatore, e medico di nessuna scuola e di tutte ad un tempo. A Palermo come a Roma, modesto e senza vanterie, è largo della sua mano soccoritrice a poveri: perchè, come ben disse sul feretro il senatore Moleschott, *egli beneficava l'umanità senza chiedere chi l'avrebbe compensato. Pareva scritto proprio per lui, che il dare è più beato del ricevere, il seminare del mietere, l'amore del raccogliere amori.* E prima di Moleschott, un altro eminente italiano, il Mantegazza (1), dopo di aver scritto *che del Maggiorani ha stima, che è culto, che è venerazione*, seguita dicendogli, *per me siete sempre stato l'immagine più bella, il tipo il più perfetto del medico Ippocratico, che ama il suo malato prima di curarlo . . . . . che entrando nella camera di chi soffre, vi porta sempre quel raggio roseo di luce, che emana da un cuore generoso. . . . .*

Liberata Roma nel 1870, il popolo, memore del suo provato cittadino, e della

(1) *Almanacco igienico popolare*, dedicato al prof. Maggiorani, pag. 5. Milano 1884.

desolata famiglia, lo richiama a sè, e le festose accoglienze, che vi riceve, mentre si compiono i suoi più ardenti voti, lo ristorano per molta parte delle passate afflizioni.

Il senatore Brioschi a nome del Governo lo vuole professore e direttore di clinica medica in Roma; entra nella Giunta di governo provvisorio: patrocina l'unione *incondizionata* al Regno d'Italia, e lui stesso ha l'immensa soddisfazione di presentare insieme agli altri commissarî a S. M. il Re Vittorio Emanuele (1), lo splendido plebiscito dei Romani: i colleghi lo fanno preside della Facoltà, presidente dell'Accademia medica, che così potentemente ha contribuito a fondare ed illustrare: viene a far parte del consiglio comunale, di quello superiore d'istruzion pubblica: è proclamato presidente del consiglio di sanità del Regno; e finalmente, lui custode geloso, ed osservatore religiosissimo delle leggi, è innalzato alla dignità suprema di sedere nell'Aula legislativa, dove non si presenta provvedimento liberale od igienico, che egli non appoggi o difenda, prendendo parte attiva specialmente al codice penale e sanitario, che costituisce uno dei grandi bisogni della nazione, e che pur troppo ancora rimane allo stato di pio desiderio (2).

Strano contrasto di tempi e di cose, che in presenza de'nemici medesimi, possa far sentire alta e libera in Senato, la sua voce, chi sette anni prima non potea senza pericolo nemmeno bisbiliare sottovoce del suo paese!

È questo un nuovo esempio, come ben scrive in proposito il prof. Galassi, che ci mostra esservi una giustizia anche in questo mondo.

Benchè la tempra fisica del nostro collega facesse riscontro a quella morale, pur tuttavia le dure vicende passate, il salire e discendere per l'altrui scale, insieme ad altri lavori diversi e talora rudi anche per provvedere al decoro della famiglia, l'avanzare dell'età, la dolorosa perdita di alcuni figli, e più ancora della cara donna, che a lui fu dolce compagna per 40 anni di vita, hanno finito per affievolirlo di tanto, che dieci anni or sono, si trovò costretto ritirarsi dall'insegnamento e dalla clientela. Benchè però le forze non più bene lo sorreggessero nel bandire dalla cattedra la scienza agli studiosi, e nel soccorrere i pazienti, non è a credere, che la sua mente e la sua vivace fantasia declinasse del pari, e s' intiepidisse col gelo dell'età la passione per la scienza, anzi si direbbe, che le potenze dell' animo suo più raccolte acquistassero quasi vigorìa, come ne fanno testimonianza le ultime sue produzioni.

In settanta e più anni di lavoro il Maggiorani si è così connaturato con esso, che a luogo di fatica vi trova riposo e consolazione. Mi par ancora di vedere l'aspetto venerando e dolce di quel chiomato vegliardo, che incalzato dalla voglia, anzi se fosse permesso dire, dalla manìa di sperimentare, specialmente la magnete, tenta le più disparate vie, pur di giungere a mostrarne gli effetti sulla vita animale:

(1) Il prof. Maggiorani insieme al dottor Adami ebbe anche la consolazione dappoi di concorrere a prolungare la preziosa vita del medesimo amatissimo suo Sovrano, con una cura felice di polmonite, di cui anzi pochissimo ne trapelò nel pubblico, in grazia della prudenza dei curanti, e di quella del general Medici e conte Visone.

(2) Tra i diversi argomenti igienico-umanitarî da esso sempre difesi con calore ed autorità, mi piace citare quello della possibile minore imputabilità della donna, che delinque in istato di gravidanza.

ultimamente ancora si diresse all'embriogenesi, mettendo le ova di gallina a covare in opportuna presenza di magnete.

Molto ragionato e pratico si fu questo nuovo criterio, che diresse il prof. Maggiorani, essendo conosciuto nell'arte, che ora possediamo di produrre modificazioni nell'uovo, anomalie e mostri, bastare a ciò influenze fisiche esterne sull'uovo, anche minime (temperatura, scosse ecc.), specialmente poi quando la loro azione si dispieghi nell'iniziale periodo di sviluppo della materia in germinazione, la quale possedendo un equilibrio molecolare assai labile, facilmente sotto l'influsso di agenti esterni subisce modificazioni, che moltiplicandosi ed aggravandosi nell'ulteriore sviluppo, producono nell'animale effetti più o meno pronunciati ed appariscenti.

Quale sia per essere l'esito finale della lunga lotta scientifica sostenuta dal nostro Maggiorani in cotesta direzione con iscritti molti e svariate sperienze, rimarrà pur sempre ammirevole esempio di onorata passione per la scienza!

Egli è vicino a chiudere la sua carriera mortale: ha le mani tremule, e non può aprir le uova per leggervi dentro il prodotto della magnete: non si scoraggia, anche mal reggendosi sulle gambe vuol salire le scale per pregare professori ed assistenti, che gli prestino la loro ferma e tecnica mano: e benchè non largo di fortuna, non bada a spese per le ricerche e nel personale e nel materiale; colla scienza il suo poco oro egli cerca cambiare!

Anzi pur dopo morte egli vuol consumata sopra di se medesimo un'ultima esperienza per mezzo del fuoco, onde coll'esempio far utile propaganda di quella cremazione, di cui fu in vita strenuo propugnatore.

Le ceneri del venerando cittadino e scienziato omai riposano vicino a suoi cari nel cimitero della terra natale, a cui Roma, benchè molto a malincuore, ha dovuto cedere l'alto onore di custodirle.

La morte del nostro collega, avvenuta nel dì 13 agosto ultimo passato, è stata nuova occasione, nè sarà l'ultima, per dimostrare il grande affetto e la stima, onde lo circondava il paese: chè col Governo andarono a gara i cittadini, le università, le accademie, fra cui la nostra, che lo conta Socio de' più anziani e zelanti, nel rendere solenni le funebri pompe, cosicchè più che Campagnano e Roma si può ben dire che fosse Italia ad onorarlo. Nè davvero meno si meritava il nobile patriota e collega, che oggi l'Accademia mestamente commemorando ha voluto onorare, più che col mio dir breve e disadorno, col dedicargli in modo speciale questa medesima seduta.

Principali scritti del prof. Maggiorani.

Riflessioni sopra alcuni giudizi medici (1825).
Tavola sinottica del Colera, in continuazione delle tavole sinottiche di Chaussier (1831).
Tavola sinottica dei contagi, in continuazione delle tavole sinottiche di Chaussier (1832).
Rivista critica dell'opera di Liebig, Chimica animale applicata alla Fisiologia e alla Patologia (1842).
Sulle funzioni della milza (1842).
Febbri perniciose (1844).
Lettera al dott. Giovanni Franceschi, autore del saggio Fisiologico della vita e dei prolegomeni di Patologia (1850).
Seconda lettera — Idem.
Prolegomeni allo studio della Medicina Politico-Legale (1854).
Di alcuni suicidii ultimamente in Roma (1856).
Riflessioni intorno i contagi (1857).
Sul raffreddamento dei cadaveri (Atti della R. Accademia di Lincei) (1857).
Sull'endosmosi dell'albumina. Osservazioni (1857).
Prolusione al corso del secondo anno di Medicina Legale (1857).
Sulla endosmosi dell'Albumina (1857).
Sopra alcune modificazioni dell'Albumina per opera del ferro, e sulle correnti elettro-dinamiche che si suscitano fra queste due sostanze.
Nuove osservazioni microscopiche sull'azione che l'elettricità esercita sull'albumina (1857).
Sull'ingresso delle sostanze polverulenti nelle vie della respirazione (1858).
Narrazione dei reperti anatomici e chimici in due casi di avvelenamento commesso col cianuro di potassio misto ad un composto di acido ossalico (1858).
Saggio di studî craniologici sull'antica stirpe romana e sull'etrusca (1858).
Riflessioni critiche sopra alcune recenti opinioni intorno l'uffizio della milza (1860).
Sul valore probativo dei sintomi nella diagnosi del veneficio ed in ispecie in quello della stricnina.
Sui caratteri della stirpe cinese (1860).
Osservazioni sull'origine dell'acidità di alcuni prodotti morbosi (1860).
Sulla penetrazione delle particelle solide a traverso i tessuti dell'economia animale (1861).
Sulla necessità d'istituire regolarmente le cure preservative, e sul dovere che corre ai medici d'inculcarle (1862).
Sopra alcune fallacie che circondano la diagnosi delle febbri perniciose (1862).
Sulle condizioni diverse dell'urina in animali omogoni con milza e senza (1862).
Sulle mummie di Ferentillo. Notizie (1862).
Nuovo saggio di studî craniologici sull'antica stirpe romana e sull'etrusca (1862).
Rettificazione di un errore di storia intorno ai primordi della Medicina Legale (1863).
Nuovo tributo di esperienze alla storia della milza (1863).
Prolusione al corso di Clinica medica nella R. Università di Palermo (1863).
Conferenza clinica del 16 marzo (1863).
Conclusione al corso di Clinica medica nell'anno scolastico 1863-64.
Letture di Clinica medica all'Università di Palermo (1864).
Prelezione allo studio dell'Anatomia Patologica (1865).
Conferenza Clinica — Palermo (1865).
Ragguaglio di un triennio di Clinica medica nella R. Università di Palermo (1866).
Idem (1870).
Per la solenne apertura degli studî. Discorso inaugurale (1867).
Seconda conferenza bimestrale di Clinica medica (1869).
La magnete e i nervosi. Centuria di osservazioni (1869).
La Diagnosi. Prelezione (1869).
Osservazioni al regolamento per la facoltà di medicina e chirurgia.
Prima conferenza bimestrale delle Cliniche Universitarie di Palermo (1869).
Peritonite acutissima da perforazione spontanea di un cistovario (1870).
L'insufficienza relativa della valvula tricuspidale (1870).

Reminiscenze antropologiche della Sicilia (Atti della R. Accademia dei Lincei) (1871).

Sulla diminuita quantità del ferro nel sangue degli animali milzati (1872).

Sopra alcune analogie fra gli effetti della elettrizzazione del simpatico e quelli che succedono alla applicazione della magnete (Atti della R. Accademia dei Lincei) (1872).

Sulla Mummificazione dei cadaveri. C. Maggiorani e A. Moriggia (Atti della R. Accademia dei Lincei) (1872).

Ragguaglio di due turni di Clinica medica nell'Università di Roma (1873).

Saggio di una storia fisiologica della magnete (Atti della R. Accademia dei Lincei) (1873).

Fisiologia della Catalessi (1875).

Inaugurazione della lapide ad Andrea Cesalpino nella R. Università di Roma — Due discorsi letti dai professori F. Scalzi e C. Maggiorani (1876).

Illustrazione di un caso di nevralgia oculare combattuta e vinta coll'applicazione della magnete (1876).

Discorso nella inaugurazione della lapide ad Andrea Cesalpino (1876).

Allocuzione inaugurale letta all'Accademia di Medicina di Roma (1877).

Caso clinico illustrativo dell'ufficio dei talami ottici (1878).

Alcune esperienze di metalloscopia (1878).

Alcune (altre) esperienze di metalloscopia (1878).

Isterismo e tisi (1879).

Influenza del magnetismo sull'uovo fecondato nel corso dell'incubazione (1879).

Influenza del magnetismo sul cervelletto (1879).

Sul centro nervoso che presiede alle vicende della catalessi (1879).

Comunicazioni sulla metalloscopia ed esperimenti relativi alla teoria delle vibrazioni molecolari (1880).

Influenza del magnetismo sulla vita animale (1880).

Continuazione degli studî sugli effetti fisiologici delle vibrazioni sonore — Esempio d'interferenza nervosa — Digressione sui sordo-muti (1881).

Considerazioni sopra un'epilettico con asimmetria del cranio (1884).

Influenza del magnetismo sulla embriogenesi e sterilimento degli uovi (Atti della R. Accademia dei Lincei) (1884).

Le trasformazioni doppie dello spazio.

Memoria del Socio RICCARDO DE PAOLIS

letta nella seduta del 21 giugno 1885.

Negli anni 1877, 1878 pubblicai tre memorie sulle trasformazioni piane doppie (1), nella prima (2) posi i fondamenti della teoria generale di queste trasformazioni, nelle altre (3) studiai la trasformazione piana doppia di 2° ordine ed una di 3° ordine, facendone due applicazioni sulle quali credo bene richiamare l'attenzione del lettore.

È stabilita la trasformazione doppia di 2° ordine, tra due piani, quando alle rette di uno, piano doppio, si facciano corrispondere proiettivamente nell'altro, piano semplice, le coniche che passano per due punti fissi, fondamentali, ed appartengono ad una rete. Allora ad un punto del piano doppio corrispondono due punti del piano semplice, ad un punto del piano semplice corrisponde un solo punto del piano doppio; nel piano doppio vi è una conica, limite, luogo dei punti a ciascuno dei quali corrispondono nel piano semplice due punti coincidenti, che pure generano una conica, doppia; alle rette del piano semplice corrisponde nel piano doppio un sistema ∞^2 di coniche le quali passano per punto fisso ed hanno un doppio contatto con la conica limite. Considerando il piano semplice come un piano euclideo, i cui punti ciclici siano i due punti fondamentali della trasformazione, e considerando il piano doppio come un piano non euclideo, il cui assoluto sia la conica limite, ogni circolo euclideo del piano semplice si trasforma in un circolo non euclideo del piano doppio, ogni teorema di geometria euclidea si trasforma in uno di geometria non euclidea, e viceversa.

La trasformazione piana doppia di 3° ordine, che ho studiato particolarmente, si stabilisce facendo corrispondere proiettivamente le rette di un piano doppio alle cubiche le quali in un piano semplice passano per sette punti fondamentali fissi. Allora nel piano doppio la curva limite, luogo dei punti a ciascuno dei quali corrispondono due punti coincidenti del piano semplice, è una curva generale del quarto ordine, la curva doppia corrispondente nel piano semplice è

(1) Una trasformazione doppia è una corrispondenza algebrica (1, 2) fra gli elementi generatori di due spazî dello stesso numero di dimensioni.

(2) *Le trasformazioni piane doppie.* (Atti della r. Accademia dei Lincei, Serie 3ª, Vol. I, 1877).

(3) *La trasformazione piana doppia di secondo ordine e la sua applicazione alla geometria non euclidea.* (Atti della r. Accademia dei Lincei, Serie 3ª, Vol. II, 1878). — *La trasformazione piana doppia di terzo ordine primo genere e la sua applicazione alle curve di quarto ordine.* (Atti della r. Accademia dei Lincei, Serie 3ª, Vol. II, 1878).

la curva, di 6° ordine, jacobiana della rete delle cubiche corrispondenti alle rette del piano doppio. Questa trasformazione fornisce un metodo semplice ed elegante per trovare e dimostrare le principali proprietà delle tangenti doppie di una curva del quarto ordine, e che ha molta analogia con quello adoperato da Aronhold (1). Le 28 tangenti doppie della curva limite, generale di quarto ordine, corrispondono ai sette punti fondamentali del piano semplice ed alle 21 rette che li congiungono due a due; un fascio di rette del piano semplice, col centro in un punto fondamentale, dà nel piano doppio un sistema di coniche quadritangenti alla curva limite; prese ad arbitrio le equazioni delle sette tangenti doppie corrispondenti ai sette punti fondamentali del piano semplice, e trovate le formole della trasformazione doppia, si possono scrivere separatamente le equazioni delle altre 21 tangenti doppie, le quali, come è noto, sono costruibili linearmente (2); ecc. ecc.

Volendo continuare queste ricerche ed occuparmi delle trasformazioni doppie nello spazio, prima di affrontare il problema in tutta la sua generalità, cominciai a studiare due casi particolari, due trasformazioni doppie che hanno una certa analogia con quelle due piane delle quali ho qui sopra dato un cenno. Una di queste trasformazioni si stabilisce quando ai piani di uno spazio, doppio, facciamo corrispondere proiettivamente in un altro spazio, semplice, le superficie di secondo ordine che passano per una conica fissa, fondamentale, ed appartengono ad un sistema lineare ∞^3. Allora ad un punto dello spazio doppio corrispondono due punti dello spazio semplice e ad un punto dello spazio semplice corrisponde un solo punto dello spazio doppio; nello spazio doppio vi è una superficie di secondo ordine, limite, luogo dei punti a ciascuno dei quali corrispondono nello spazio semplice due punti coincidenti, i quali pure generano una superficie di secondo ordine, doppia; ai piani dello spazio semplice corrispondono le superficie di secondo ordine, di un sistema ∞^3, che passano per un punto fisso e toccano la superficie limite lungo una conica. Considerando lo spazio semplice come uno spazio euclideo, il cui circolo immaginario all'infinito sia la conica fondamentale della trasformazione, e considerando lo spazio doppio come uno spazio non euclideo, il cui assoluto sia la superficie limite di secondo ordine, ogni sfera euclidea dello spazio semplice si trasforma in una sfera non euclidea dello spazio doppio, ogni teorema di geometria euclidea si trasforma in uno di geometria non euclidea, e viceversa.

L'altra trasformazione doppia dello spazio, che studiai dopo la precedente, si stabilisce facendo corrispondere proiettivamente i piani di uno spazio doppio alle superficie di secondo ordine che nello spazio semplice passano per 6 punti fondamentali fissi. Allora nello spazio doppio la superficie limite, luogo dei punti a ciascuno dei quali corrispondono due punti coincidenti dello spazio semplice, è una superficie generale di Kummer, la superficie corrispondente nello spazio semplice è la superficie, di quarto ordine, jacobiana del sistema lineare ∞^3 delle superficie di secondo ordine corrispondenti ai piani dello spazio doppio. Questa trasformazione fornisce un metodo semplice ed elegante per trovare e dimostrare le principali

(1) Berliner Monatsberichte, 1864.

(2) Aronhold, l. c.

proprietà della superficie di Kummer, e specialmente quelle che riguardano più da vicino i suoi punti e piani singolari. I 16 punti singolari corrispondono alla cubica gobba che passa per i 6 punti fondamentali dello spazio semplice ed alle 15 rette che li uniscono due a due; i 16 piani singolari corrispondono ai sei punti fondamentali dello spazio semplice ed alle 10 coppie di piani ciascuna delle quali li contiene tutti; le 6 stelle di raggi dello spazio semplice, che hanno i centri nei 6 punti fondamentali, dànno nello spazio doppio le 6 congruenze di secondo grado che hanno la superficie di Kummer per superficie focale (1); ecc. ecc.

Non volli pubblicare questi risultati prima di aver messo insieme la teoria generale delle trasformazioni doppie nello spazio; ma intanto videro la luce due memorie, una di Aschieri e l'altra di Reye, i quali, indipendentemente da me, erano giunti presso a poco alle stesse conclusioni. Aschieri (2) studia la trasformazione nella quale ai piani dello spazio doppio corrispondono nello spazio semplice superficie di secondo ordine che passano per una conica fissa, e ne fa l'applicazione alla geometria non euclidea; Reye (3) poi, partendo dal sistema ∞^3 delle superficie di secondo ordine che passano per 6 punti fissi, arriva a trovare le più belle proprietà della superficie di Kummer (4). In seguito alle due memorie citate, di Reye e di Aschieri, che io sappia, solamente altre due sono state pubblicate sopra argomenti che riguardano da vicino quello delle trasformazioni doppie nello spazio. Una di queste memorie è pure di Reye (5), ed in essa sono stabilite le prime proprietà delle corrispondenze algebriche $(1, n)$ tra due spazî, nell'altra Schoute (6) considera alcune delle involuzioni che in uno spazio sono generate dalle coppie di punti corrispondenti univocamente ai punti di un altro spazio, cioè alcune di quelle trasformazioni birazionali involutorie che io ho chiamato congiunte alle trasformazioni doppie. Mi pareva contuttociò che ancora restasse un campo libero da esplorare, ed avrei continuato le ricerche su questo argomento, se altre occupazioni ed altri studî non me ne avessero distratto fino a questi ultimi tempi.

Nella presente memoria sono stabiliti i fondamenti della teoria generale delle trasformazioni doppie nello spazio. Dopo avere definito la trasformazione doppia come una corrispondenza algebrica (1, 2) fra i punti di uno spazio doppio e di un altro spazio semplice, accenno l'esistenza nello spazio doppio di una superficie limite, luogo dei punti a ciascuno dei quali corrispondono nello spazio semplice due punti coincidenti i quali generano una superficie doppia, ed accenno l'esistenza di una trasformazione congiunta involutoria, generata dalle coppie di punti

(1) Kummer, *Ueber die algebraischen Strahlensysteme.* (Abhandlungen der Berl. Akademie, 1866).

(2) *La trasformazione quadratica doppia di spazio, e la sua applicazione alla geometria dello spazio non euclideo.* (Rendiconti del r. Istituto lombardo, Serie II, Vol. XIV e XV).

(3) *Ueber die Kummer'sche Configuration von sechzehn Punkten und sechzehn Ebenen.* (G. di Crelle, Vol. 86). — *Ueber Strahlensysteme zweiter Classe und die Kummer'sche Fläche vierter Ordnung mit sechzehn Knotenpunkten.* (G. di Crelle, Vol. 86).

(4) La trasformazione doppia permette di trovare alcune proprietà della superficie di Kummer, le quali credo non siano ancora note.

(5) *Ueber Coordinaten-Transformationen n^{ten} Grades.* (G. di Crelle, Vol. 94).

(6) *De la transformation conjuguée dans l'espace.* (Association française pour l'avancement des sciences. Congrès de Reims, 1880).

congiunti che nello spazio semplice corrispondono ai punti dello spazio doppio. Osservo poi che, in particolari trasformazioni doppie, nello spazio semplice oltre alla superficie doppia possono esservi curve doppie e punti doppî (1). Stabilisco come si corrispondono le singolarità dei luoghi corrispondenti nei due spazî, passo a studiare il sistema delle superficie e delle linee che in ciascuno spazio corrispondono ai piani ed alle rette dell'altro, e quindi mi occupo particolarmente degli elementi fondamentali dei due spazî e delle loro diverse specie, che sono numerose e di uno studio delicato, per passare poi a considerare le principali proprietà della superficie limite e della superficie doppia, ecc. ecc. Le coppie di punti congiunti dello spazio semplice determinano in generale ∞^3 rette, raggi di un complesso, che corrispondono univocamente ai punti dello spazio doppio, nel capitolo sesto studio questo complesso e la sua rappresentazione sullo spazio punteggiato. Finalmente nel capitolo settimo faccio vedere come si possono costruire infinite trasformazioni doppie.

La teoria che qui svolgo mi sembra feconda di utili applicazioni, tra le quali cito le seguenti:

Ogni trasformazione doppia individua una trasformazione congiunta, un'involuzione dello spazio semplice, tutte le circostanze di questa involuzione, come per esempio la posizione particolare degli elementi fondamentali, si stabiliscono facilmente coll'aiuto della trasformazione doppia, si trovano così molti esempî di involuzioni che possono riuscire interessanti, essendo pochi quelli finora noti. Qualora poi fosse dimostrato che le coppie di una involuzione qualunque dello spazio si potessero sempre far corrispondere univocamente ai punti di un altro, si potrebbe dire che le trasformazioni doppie forniscono un modo, relativamente semplice, per potere studiare tutte le involuzioni dello spazio, e se invece ciò non fosse, sarebbe interessante cercare quali sono le involuzioni capaci di costituire la trasformazione congiunta ad una doppia.

Una superficie omaloide dello spazio doppio dà nello spazio semplice una superficie rappresentabile sul piano doppio, cioè rappresentabile in modo che ad un punto del piano corrispondano due punti soli della superficie e ad un punto della superficie corrisponda un punto solo del piano. Le trasformazioni birazionali sono state applicate, e con successo, a studiare le superficie omaloidi, le trasformazioni doppie si possono utilmente applicare allo studio delle superficie rappresentabili sul piano doppio. Forse, come Cremona (2) ha trovato il modo di costruire tutte le trasformazioni birazionali partendo dalla rappresantazione di una superficie omaloide, potrebbe darsi che partendo dalla rappresentazione di una superficie rappresentabile sul piano doppio si potessero costruire tutte le trasformazioni doppie, mentre il metodo che io espongo nell'ultimo capitolo permette di costruirne infinite; ma probabilmente non tutte.

Le trasformazioni doppie possono servire a trovare proprietà delle superficie che si presentano nello spazio doppio come superficie limite; il caso della superficie di Kummer ci porge un esempio.

Finalmente le trasformazioni doppie servono a trovare complessi i cui raggi sono

(1) Alcuni risultati vanno modificati se vi sono curve doppie o punti doppî.

(2) *Sulle trasformazioni razionali nello spazio.* (Annali di Matematica, Serie II, Vol. 5°).

rappresentabili univocamente sopra i punti dello spazio, e servono a trovare le circostanze della loro rappresentazione. Credo che finora tra queste rappresentazioni siano note solamente quelle di complessi del 1° e del 2° grado, colle trasformazioni doppie se ne trovano infinite, e fra queste meritano di essere notate alcune di particolari complessi del 3° grado.

I. *Generalità — Superficie doppia, superficie limite — Singolarità delle curve e delle superficie di uno spazio corrispondenti alle curve ed alle superficie dell'altro spazio.*

1. Facciamo corrispondere proiettivamente ai piani P di uno spazio S le superficie Φ', di ordine n', appartenenti ad un sistema lineare ∞^3 di un altro spazio S'. Se tre qualunque Φ' del sistema passano per due soli punti non comuni a tutte le altre, viene stabilita una trasformazione dei due spazî, ad ogni punto p di S corrispondono due punti p', $\mathbf{p}'$ di S', mentre a ciascuno di questi corrisponde in S il solo punto p. Quando p si muove in S descrivendo un piano P i punti corrispondenti p', $\mathbf{p}'$ si muovono in S' descrivendo la superficie Φ' corrispondente a P. Potendo considerare lo spazio S come costituito da due spazî soprapposti S_1, S_2, in modo che a ciascuno dei due punti p', $\mathbf{p}'$ di S' corrisponda uno dei due punti di S soprapposti a p, distingueremo S col nome di spazio doppio, S' col nome di spazio semplice, e diremo trasformazione doppia la corrispondenza tra i due spazî. Chiameremo poi trasformazione congiunta quella involutoria che in S' fa corrispondere ad un punto p' il suo congiunto $\mathbf{p}'$, che insieme a p' corrisponde ad uno stesso punto p di S, e chiameremo congiunte due figure di S' se sono generate da punti congiunti.

I. Ad una curva, o superficie, dello spazio semplice ed alla sua congiunta corrisponde una stessa curva, o superficie, dello spazio doppio.

II. Ad una curva, o superficie, dello spazio doppio o corrisponde nello spazio semplice una curva, o superficie, congiunta a se stessa, o corrispondono due curve, o superficie, congiunte.

Per riconoscere se una curva, o una superficie, dello spazio doppio ha per corrispondente due curve, o superficie, congiunte o una curva, o superficie, congiunta a se stessa, basta esaminare l'ordine e le singolarità del luogo corrispondente, quindi vedere se viene o no a spezzarsi necessariamente.

III. Due curve, o superficie, congiunte e la curva, o superficie, corrispondente nello spazio doppio sono dello stesso genere.

IV. Sono iperellittiche le curve congiunte a se stesse e corrispondenti alle curve razionali dello spazio doppio.

V. Sono rappresentabili sul piano doppio le superficie congiunte a se stesse corrispondenti alle superficie omaloidi dello spazio doppio (1).

(1) Si dice che una superficie è rappresentabile sul piano doppio se è possibile stabilire una corrispondenza tra i suoi punti e quelli di un piano in modo che un punto della superficie

2. In generale nello spazio S′ abbiamo una superficie Ω′ luogo dei punti o' che sono infinitamente vicini ai loro congiunti $\mathbf{o}'$. Un punto o della superficie Ω, corrispondente in S alla Ω′, ha come corrispondenti due punti infinitamente vicini o', $\mathbf{o}'$, quindi possiamo immaginarlo come appartenente insieme ai due spazî S_1, S_2, che soprapposti costituiscono lo spazio S, il luogo Ω è dunque la superficie di transizione dei due spazî S_1, S_2, la superficie limite dello spazio S. La retta $o'\,\mathbf{o}'$ non è tangente alla Ω′, i punti o', $\mathbf{o}'$ descrivono due superficie congiunte infinitamente vicine in tutti i loro punti, le considereremo complessivamente come una superficie doppia Ω′, corrispondente alla superficie limite Ω.

La superficie limite e la superficie doppia sono dello stesso genere.

Possiamo chiamare direzione principale in un punto di Ω′ la direzione della retta principale che lo unisce al punto congiunto infinitamente vicino. In ogni punto o' di Ω′ vi è una sola direzione principale. Può darsi che vi siano in S′ curve doppie, tali cioè che in ogni loro punto vi siano ∞^1 direzioni principali, e punti doppî, tali cioè che siano principali tutte le ∞^2 direzioni che partono da essi. Le curve doppie ed i punti doppî si devono considerare come superficie doppie degenerate.

In generale in S′ vi è solamente una superficie doppia.

3. Se una curva C′, congiunta a se stessa, passa r volte per un punto p', deve passare r volte per il punto congiunto $\mathbf{p}'$; se una curva C′, non congiunta a se stessa, passa r volte per un punto p' ed s per il punto congiunto $\mathbf{p}'$, la curva congiunta $\mathbf{C}'$ passa s volte per p' ed r per $\mathbf{p}'$, dunque in ogni caso il numero dei passaggi di C′, o C′ $\mathbf{C}'$, per un punto è uguale al numero dei passaggi per il punto congiunto, e:

I. Se una curva congiunta a se stessa ha un punto r-plo deve pure avere un punto r-plo nel punto congiunto, e la curva corrispondente nello spazio doppio ha un punto r-plo nel punto corrispondente.

II. Se una curva non congiunta a se stessa ha un punto r-plo congiunto ad un punto s-plo, la curva corrispondente nello spazio doppio ha un punto $(r+s)$-plo nel punto corrispondente.

4. La superficie doppia Ω′ è formata da due superficie infinitamente vicine in ogni loro punto, quindi se una curva C′, non congiunta a se stessa, incontra la Ω′ in un punto, con direzione non principale, in esso vi sono due punti di intersezione infinitamente vicini e non congiunti, perciò:

I. Se una curva, non congiunta a se stessa, incontra la superficie doppia in un punto, con direzione non principale, la curva congiunta passa per questo punto, pure con direzione non principale, e la curva corrispondente nello spazio doppio tocca la superficie doppia nel punto corrispondente (').

dia un punto del piano, ed uno solo, mentre un punto del piano dia due punti della superficie, e due soli. Le curve iperellittiche godono di una proprietà analoga, sono rappresentabili sulla retta doppia.

(') Reye, l. c.

In modo pure facile si dimostrano i teoremi seguenti:

II. Se una curva, non congiunta a se stessa, taglia la superficie doppia in un punto, con direzione principale, è toccata in questo punto dalla curva congiunta, e la curva corrispondente nello spazio doppio ha una cuspide nel punto corrispondente sulla superficie limite.

III. Se una curva, congiunta a se stessa, incontra la superficie doppia in un punto, la incontra con direzione principale, e la curva corrispondente nello spazio doppio sega la superficie limite nel punto corrispondente (').

IV. Se una curva dello spazio doppio tocca la superficie limite in un punto, il *luogo* corrispondente nello spazio semplice ha un punto doppio nel punto corrispondente sulla superficie doppia.

V. Se una curva dello spazio doppio ha in un punto un contatto tripunto colla superficie limite, il *luogo* corrispondente nello spazio semplice ha un punto di regresso sulla superficie doppia, che in esso viene toccata dalla tangente al luogo

VI. Se una curva dello spazio doppio ha in un punto un contatto quadripunto colla superficie limite, il *luogo* corrispondente nello spazio semplice ha due rami che si toccano nel punto corrispondente e toccano in esso la superficie doppia.

5. Se una superficie U', congiunta a se stessa, ha un punto r-plo in un punto p', deve avere un punto r-plo nel punto congiunto $\mathfrak{p}'$; se una superficie U', non congiunta a se stessa, ha un punto r-plo in un punto p' ed un punto s-plo nel punto congiunto $\mathfrak{p}'$, la superficie congiunta $\mathfrak{U}'$ ha un punto s-plo in p' ed un punto r-plo in $\mathfrak{p}'$, dunque in ogni caso un punto è multiplo per U', o U'$\mathfrak{U}'$, come il punto congiunto, e:

I. Se una superficie, congiunta a se stessa, ha un punto r-plo deve pure avere un punto r-plo nel punto congiunto, e la superficie corrispondente nello spazio doppio ha un punto r-plo nel punto corrispondente.

II. Se una superficie, non congiunta a se stessa, ha un punto r-plo congiunto ad un punto s-plo, la superficie corrispondente nello spazio doppio ha un punto $(r+s)$-plo nel punto corrispondente.

Analogamente si dimostra che:

III. Se una superficie, congiunta a se stessa, ha una curva r-pla, non congiunta a se stessa, deve avere come r-pla la curva congiunta, e la superficie corrispondente nello spazio doppio ha per curva r-pla la curva corrispondente.

IV. Se una superficie, congiunta a se stessa, ha una curva r-pla, non congiunta a se stessa, ed ha come s-pla la curva congiunta,

(') Reye, l. c.

la superficie corrispondente nello spazio doppio ha la curva corrispondente come $(r+s)$-pla.

6. Una superficie U′, non congiunta a se stessa, sega la superficie doppia Ω′ secondo una curva Γ′, luogo dei punti di U′ congiunti a se stessi. Se nei punti di Γ′ la superficie non è toccata dalle corrispondenti direzioni principali, si deve considerare la curva Γ′ come formata da due curve, non congiunte, infinitamente vicine in tutti i loro punti, di più per Γ′ passa evidentemente la superficie $\mathfrak{U}'$ congiunta ad U′, senza toccare nei punti di Γ′ le direzioni principali corrispondenti.

I. Se una superficie, non congiunta a se stessa, nei punti di una curva comune colla superficie doppia non è toccata dalle rette principali corrispondenti, la superficie congiunta passa per la curva stessa, pure non toccando nei suoi punti le direzioni principali corrispondenti, e la superficie corrispondente nello spazio doppio tocca la superficie limite lungo la curva corrispondente (1).

La superficie U′ oltre ad essere segata dalla congiunta $\mathfrak{U}'$ sulla superficie doppia può avere comune con essa un' altra curva Δ′, congiunta a se stessa, luogo delle coppie di punti congiunti distinti situate sulla U′.

II. Ad una superficie, non congiunta a se stessa, corrisponde nello spazio doppio una superficie che ha per curva doppia quella corrispondente al luogo delle coppie di punti congiunti distinti situate sulla superficie data.

I punti in cui Δ′ incontra la superficie doppia sono congiunti a se stessi ed appartengono alla curva Γ′.

III. I punti comuni alla superficie limite ed alla curva doppia di una superficie, corrispondente ad una dello spazio semplice non congiunta a se stessa, sono i punti cuspidali della curva doppia.

In modo pure facile si dimostrano i teoremi seguenti:

IV. Se una superficie, non congiunta a se stessa, in tutti i punti di una curva comune colla superficie doppia è toccata dalle rette principali corrispondenti, la superficie congiunta la tocca in tutti i punti della stessa curva, e la superficie corrispondente nello spazio doppio ha per curva cuspidale la curva corrispondente sulla superficie limite.

V. Una superficie, congiunta a se stessa, in tutti i punti di una curva comune colla superficie doppia è toccata dalle rette principali corrispondenti, e la superficie corrispondente nello spazio doppio sega la superficie limite secondo la curva corrispondente.

VI. Se una superficie dello spazio doppio tocca la superficie limite in un punto, il *luogo* corrispondente nello spazio semplice ha un punto doppio nel punto corrispondente.

(1) Reye, l. c.

VII. Se una superficie dello spazio doppio ha un contatto stazionario colla superficie limite in un punto, il *luogo* corrispondente nello spazio semplice ha un punto doppio nel punto corrispondente sulla superficie doppia, che è in esso toccata da una generatrice del cono tangente.

II. *Le superficie e le curve che nello spazio semplice corrispondono ai piani ed alle rette dello spazio doppio.*

7. Già sappiamo che:

I. Le superficie Φ', di ordine n' e corrispondenti nello spazio semplice ai piani dello spazio doppio, sono congiunte a se stesse e formano un sistema lineare ∞^3.

II. Tre qualunque superficie Φ' si tagliano in due soli punti congiunti non comuni a tutte le altre.

III. Le superficie Φ' sono rappresentabili sul piano doppio (1, V).

8. I punti fondamentali dello spazio S′ sono quelli comuni a tutte le superficie Φ'. Se abbiamo una linea comune a tutte le Φ' ogni suo punto è un punto fondamentale, la chiameremo linea fondamentale di S′.

9. Due piani P_1, P_2, di S, si tagliano secondo una retta R, le corrispondenti superficie Φ'_1, Φ'_2 si tagliano nei punti fondamentali di S′ e secondo una curva variabile R'_n, di ordine n, corrispondente alla retta R.

I. Alle rette dello spazio doppio corrispondono curve R'_n iperellittiche (1, IV), di ordine n congiunte a se stesse, che formano un sistema ∞^4.

II. Le curve R'_n sono incontrate ciascuna Φ' in due soli punti congiunti non fondamentali.

10. Diremo che un punto fondamentale di S′ è di 1ª classe o di 2ª classe se per esso passano o no tutte le R'_n. Evidentemente può darsi che per un punto fondamentale di 1ª classe passino linee fondamentali; ma in generale un punto di una linea fondamentale è un punto fondamentale di 2ª classe.

Supporremo che vi siano ρ' punti fondamentali di 1ª classe:

$$f'_1, f'_2, \dots, f'_{\rho'},$$

multipli rispettivamente secondo i numeri:

$$\tau'_1, \tau'_2, \dots, \tau'_{\rho'}$$

per le Φ', e secondo i numeri:

$$\theta'_1, \theta'_2, \dots, \theta'_{\rho'}$$

per le R'_n. Supporremo pure che vi siano r' linee fondamentali:

$$\gamma'_1, \gamma'_2, \dots, \gamma'_{r'}$$

rispettivamente di ordine:

$$m'_1, m'_2, \dots, m'_{r'},$$

multiple per le Φ' secondo i numeri:

$$i'_1, i'_2, \dots, i'_{r'}$$

e incontrate dalle R'_n in

$$s'_1, s'_2, \ldots, s'_{r'}$$

punti variabili.

L'ordine delle R'_n è:

$$n = n'^2 - \sum_{r'} i'^2_{r'} m'_{r'} . \tag{1}$$

Essendo le R'_n incontrate in due soli punti non fondamentali da ciascuna Φ' dovrà essere soddisfatta l'equazione:

$$nn' - \sum_{\rho'} \tau'_{\rho'} \theta'_{\rho'} - \sum_{r'} i'_{r'} s'_{r'} = 2 .$$

Le R'_n, se sono di genere p, hanno:

$$h' = \frac{(n-1)(n-2)}{2} - \tfrac{1}{2} \sum_{\rho'} \theta'_{\rho'} (\theta'_{\rho'} - 1) - p$$

punti doppî apparenti.

Diremo ordine e genere della trasformazione doppia l'ordine n' delle Φ' ed il genere p delle R'_n.

III. *Le superficie e le curve che nello spazio doppio corrispondono ai piani ed alle rette dello spazio semplice.*

11. Un piano P' di S' è incontrato in n punti variabili dalle R'_n, perciò la superficie Φ corrispondente in S è incontrata in n punti variabili dalle rette R.

I. Le superficie Φ, le quali corrispondono nello spazio doppio ai piani dello spazio semplice, sono omaloidi, di ordine n, e formano un sistema ∞^3.

Per tre punti arbitrarî p_1, p_2, p_3 di S passano otto superficie Φ che corrispondono agli otto piani:

$$p'_1\ p'_2\ p'_3\ , \quad \mathbf{P}'_1 p'_2\ p'_3\ , \quad p'_1\ \mathbf{P}'_2\ p'_3\ , \quad p'_1\ p'_2\ \mathbf{P}'_3$$
$$\mathbf{P}'_1 \mathbf{P}'_2 \mathbf{P}'_3 , \quad p'_1\ \mathbf{P}'_2 \mathbf{P}'_3 , \quad \mathbf{P}'_1 p'_2\ \mathbf{P}_3\ , \quad \mathbf{P}'_1 \mathbf{P}'_2 p'_3 .$$

II. Il sistema delle superficie Φ è di indice 8.

Se i tre punti p_1, p_2, p_3 si prendono infinitamente vicini risultano pure infinitamente vicini i punti p'_1, p'_2, p'_3 ed i punti $\mathbf{P}'_1, \mathbf{P}'_2, \mathbf{P}'_3$, quindi due sole superficie Φ, corrispondenti ai piani $p'_1\ p'_2\ p'_3$, $\mathbf{P}'_1\ \mathbf{P}'_1\ \mathbf{P}'_3$, passano semplicemente per i punti p_1, p_2, p_3.

III. Due sole superficie Φ toccano un piano dato in un punto dato.

Prendendo i tre punti p_1, p_2, p_3 infinitamente vicini e sopra una stessa retta deduciamo che:

IV. Due sole superficie Φ osculano una retta data in un punto dato.

Possiamo pure dire che:

V. Per due punti arbitrarî passano 4 sistemi ∞^1 di superficie Φ', ciascuno di indice 2.

Se i punti presi ad arbitrio sono p_1, p_2 le superficie Φ dei quattro sistemi corrispondono ai quattro fasci di piani che hanno per assi le rette:

$$p'_1 p'_2, \quad \mathbf{P}'_1 p'_2, \quad p'_1 \mathbf{P}'_2, \quad \mathbf{P}'_1 \mathbf{P}'_2.$$

VI. Per un punto arbitrario passano 2 sistemi ∞^2 di superficie Φ, ciascuno di indice 4.

Se il punto preso ad arbitrio è p le superficie Φ dei due sistemi corrispondono alle due stelle di piani che hanno i centri nei punti p', $\mathbf{p}'$.

12. Sia ν l'ordine della superficie doppia Ω, sia N l'ordine della trasformazione congiunta. Un piano P' taglia la superficie congiunta $\mathbf{P}'$ secondo la curva di ordine ν che sega sulla Ω', luogo dei punti di P' e di $\mathbf{P}'$ congiunti a se stessi, e secondo una rimanente linea Δ', di ordine $N-\nu$, luogo delle coppie di punti congiunti distinti situate su P e su $\mathbf{P}'$.

I. Ciascuna superficie Φ, corrispondente ad un piano P', tocca la superficie limite lungo la curva corrispondente alla sezione fatta da P' sulla superficie doppia, e non la incontra in altri punti variabili (6, I).

II. Ciascuna superficie Φ, corrispondente ad un piano P', ha per curva doppia la curva Δ corrispondente al luogo Δ' delle coppie di punti congiunti distinti situate su P' (6, II).

III. I punti cuspidali della curva doppia Δ di una Φ sono le sue intersezioni, non fondamentali, colla superficie limite (6, III).

13. I punti fondamentali dello spazio S sono quelli comuni a tutte le superficie Φ. Se abbiamo una linea comune a tutte le superficie Φ ogni suo punto è un punto fondamentale, la chiameremo linea fondamentale di S.

14. L'ordine delle superficie $\mathbf{P}'$, congiunte ai piani è N, quindi:

I. Il luogo dei punti di un piano dello spazio semplice i cui congiunti stanno sopra un altro piano dato è una curva di ordine N.

Una retta R' incontra in N punti una $\mathbf{P}'$, quindi la curva $\mathbf{R}'$ congiunta ad R' incontra in N punti il piano P' congiunto alla $\mathbf{P}'$, ossia:

II. Le curve congiunte alle rette dello spazio semplice sono di ordine N.

III. Sopra una retta dello spazio semplice vi sono N punti i cui congiunti stanno sopra un piano dato.

15. A due piani P'_1, P'_2 corrispondono, nello spazio doppio, due superficie Φ_1, Φ_2 le quali si tagliano secondo le linee fondamentali di S e secondo due curve variabili, una $R_{n'}$, di ordine n' e corrispondente alla retta R intersezione dei due piani P'_1, P'_2, l'altra $Q_{\mu'}$, di ordine μ' e corrispondente al luogo dei punti di uno dei due piani i cui congiunti stanno sull'altro. Le $Q_{\mu'}$ sono le curve corrispondenti alle sezioni piane delle superficie $\mathbf{P}'$, quindi si vede che μ' è l'ordine delle curve congiunte alle sezioni piane delle Φ'.

I. Alle rette dello spazio semplice corrispondono curve $R_{n'}$, razionali di ordine n', che formano un sistema ∞^4.

Per due punti arbitrarî p_1, p_2, di S, passano 4 curve $R_{n'}$ che corrispondono alle rette:

$$p'_1 p'_2, \quad \mathbf{P}'_1 p'_2, \quad p'_1 \mathbf{P}'_2, \quad \mathbf{P}'_1 \mathbf{P}'_2.$$

II. Il sistema delle curve $R_{n'}$ è di indice 4.

Se i due punti p_1, p_2 si prendono infinitamente vicini risultano pure infinitamente vicini i punti p'_1, p'_2 ed i punti $\mathbf{p}'_1, \mathbf{p}'_2$, quindi due sole curve $R_{n'}$, corrispondenti alle rette $p'_1 p'_2$, $\mathbf{p}'_1 \mathbf{p}'_2$, passano semplicemente per i punti p_1, p_2.

III. Due sole curve $R_{n'}$ toccano una retta data in un punto dato.

Possiamo pure dire che:

IV. Per un punto dato passano due sistemi ∞^2 di curve $R_{n'}$, ciascuno di indice 2.

Se il punto preso ad arbitrio è p, le curve $R_{n'}$ dei due sistemi corrispondono alle due stelle di rette che hanno i centri nei punti p', $\mathbf{p}'$.

16. Essendo ν l'ordine della superficie doppia abbiamo che:

I. Una retta dello spazio semplice e la curva congiunta hanno ν punti comuni, i loro ν punti congiunti a se stessi, cioè quelli non fondamentali in cui incontrano la superficie doppia.

II. Ciascuna curva $R_{n'}$, corrispondente ad una retta R', tocca la superficie limite in ν punti, corrispondenti alle ν intersezioni di R' con la superficie doppia, e non la incontra in altri punti non fondamentali (4, I).

Conduciamo per una retta R' di S' due piani P'_1, P'_2 e consideriamo le superficie Φ_1, Φ_2 corrispondenti in S.

Tra i punti di P'_1 i cui congiunti stanno su P'_2 vi sono le ν intersezioni di R' con Ω', si vede così che le due curve $R_{n'}, Q_{\mu'}$, comuni alle Φ_1, Φ_2, toccano la Ω negli stessi ν punti. Sulla retta R' vi sono poi $N-\nu$ punti i cui congiunti stanno sul piano P'_1 ed $N-\nu$ punti i cui congiunti stanno sul piano P'_2 questi due gruppi, di $N-\nu$ punti ciascuno, dànno in S i punti in cui Φ_2 taglia la curva doppia variabile di Φ_1 ed i punti in cui Φ_1 taglia la curva doppia variabile di Φ_2.

III. I punti comuni a due curve $R_{n'}, Q_{\mu'}$, intersezioni variabili di due superficie Φ_1, Φ_2, sono i ν punti in cui ambedue toccano la superficie limite ed i $2(N-\nu)$ punti in cui ciascuna delle Φ_1, Φ_2 sega la curva doppia variabile dell'altra.

17. Una curva $R_{n'}$ ed una superficie Φ, corrispondenti ad una retta R' ed a un piano P', hanno comune il punto corrispondente a quello in cui R' sega P' e gli N punti corrispondenti a quelli di R' i cui congiunti stanno sopra P' (14, III).

I. Una curva $R_{n'}$ è incontrata dalle Φ in $N+1$ punti non fondamentali.

Tre superficie Φ_1, Φ_2, Φ_3, corrispondenti a tre piani P'_1, P'_2, P'_3, hanno comune il punto corrispondente a quello intersezione di P'_1, P'_2, P'_3 ed i $3N$ punti corrispondenti a quelli delle rette $P'_2 P'_3$, $P'_3 P'_1$, $P'_1 P'_2$ i cui congiunti stanno rispettivamente sui piani P'_1, P'_2, P'_3.

II. Tre qualunque Φ si tagliano in $3N+1$ punti non fondamentali.

18. Diremo che un punto fondamentale di S è di 1ª classe o di 2ª classe, se per esso passano o no tutte le $R_{n'}$. Evidentemente può darsi che per un punto fondamentale di 1ª classe passino linee fondamentali; ma in generale un punto di

una linea fondamentale è un punto fondamentale di 2ª classe. Supporremo che vi siano ρ punti fondamentali di 1ª classe:

$$f_1, f_2, \dots, f_\rho,$$

multipli rispettivamente secondo i numeri:

$$\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_\rho$$

per le Φ, e secondo i numeri:

$$\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_\rho$$

per le $R_{n'}$. Supporremo pure che vi siano r linee fondamentali:

$$\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_r,$$

rispettivamente di ordine:

$$m_1, m_2, \dots, m_r,$$

multiple per le Φ secondo i numeri:

$$i_1, i_2, \dots, i_r,$$

e incontrate dalle $R_{n'}$ in:

$$s_1, s_2, \dots, s_r$$

punti variabili.

Evidentemente avremo:

$$\mu' + n' = n^2 - \sum_r i_r^2 m_r. \tag{2}$$

Essendo le $R_{n'}$ incontrate in $N+1$ punti non fondamentali dalle Φ, dovrà essere soddisfatta l'equazione:

$$n n' - \sum_\rho \tau_\rho \theta_\rho - \sum_r i_r s_r = N + 1.$$

Le curve $R_{n'}$ sono razionali, dunque hanno:

$$h = \frac{(n'-1)(n'-2)}{2} - \tfrac{1}{2}\sum_\rho \theta_\rho (\theta_\rho - 1)$$

punti doppî apparenti.

19. I punti f' di S', fondamentali di 1ª classe per la trasformazione doppia, possono essere fondamentali anche per la trasformazione congiunta; ma oltre a questi possono esservi altri punti fondamentali di 1ª classe per la trasformazione congiunta, consideriamoli tutti, indichiamoli con:

$$f'_1, f'_2, \dots, f'_{\rho'}, f'_{\rho'+1}, \dots, f'_{\lambda'},$$

e supponiamo che siano multipli rispettivamente secondo i numeri:

$$T'_1, T'_2, \dots, T'_{\rho'}, T'_{\rho'+1}, \dots, T'_{\lambda'}$$

per le $\mathbb{F}'$ e secondo i numeri:

$$\Theta'_1, \Theta'_2, \dots, \Theta'_{\rho'}, \Theta'_{\rho'+1}, \dots, \Theta'_{\lambda'}$$

per le $\mathbb{R}'$, potendo alcuni dei numeri T', Θ' essere anche nulli.

Le curve γ', fondamentali di S' per la trasformazione doppia, possono essere fondamentali anche per la trasformazione congiunta; ma oltre a queste possono esservi altre curve pure fondamentali par la trasformazione congiunta, consideriamole tutte, indichiamole con:

$$\gamma'_1, \gamma'_2, \dots, \gamma'_{r'}, \gamma'_{r'+1}, \dots, \gamma'_{t'},$$

e supponiamo che siano rispettivamente di ordine:

$$m'_1, m'_2, \dots, m'_{r'}, m'_{r'+1}, \dots, m'_{t'},$$

multiple per le $\mathbb{P}'$ secondo i numeri:

$$I'_1, I'_2, \ldots, I'_{r'}, I'_{r'+1}, \ldots, I'_{l'},$$

e incontrate dalle $\mathbb{R}'$ in:

$$\sigma'_1, \sigma'_2, \ldots, \sigma'_{r'}, \ldots, \sigma'_{r'+1}, \ldots, \sigma'_{l'}$$

punti variabili.

Finalmente supponiamo che per la Ω' i punti fondamentali f', di 1ª classe, siano multipli secondo i numeri:

$$J'_1, J'_2, \ldots, J'_{\rho'}, J'_{\rho'+1}, \ldots, J'_{\chi'},$$

e le curve fondamentali γ' secondo i numeri:

$$j'_1, j'_2, \ldots, j'_{r'}, j'_{r'+1}, \ldots, j'_{l'}.$$

Per la Ω i punti fondamentali f, di 1ª classe, siano multipli secondo i numeri:

$$J_1, J_2, \ldots, J_\rho,$$

e le curve fondamentali γ secondo i numeri:

$$j_1, j_2, \ldots, j_r.$$

20. Si possono facilmente trovare utili espressioni per il numero $\varkappa$ dei punti cuspidali della curva doppia variabile Δ di una Φ, per l'ordine δ di questa curva e per l'ordine ε della curva di contatto di una Φ colla superficie limite (12, III, II, I).

I $\varkappa$ punti cuspidali di una Δ corrispondono alle $\varkappa$ intersezioni, non fondamentali, della corrispondente curva Δ' e di Ω'; ora evidentemente una Δ' è di ordine $N-\nu$, la sezione fatta dal suo piano sulla Ω' è di ordine ν, ed un punto fondamentale segato dal piano stesso sopra una curva fondamentale γ' è multiplo per esse secondo $I'-j'$ e j', dunque:

$$\chi = (N-\nu)\,\nu - \sum_{l'} (I'_{l'} - j'_{l'})\, j'_{l'}\, m'_{l'}.$$

Siccome poi la intersezione variabile di una $\mathbb{P}'$ e di Ω' non è altro che la sezione, di ordine ν, fatta sulla Ω' dal piano congiunto P', abbiamo:

$$\nu = N\nu - \sum_{l'} I'_{l'}\, j'_{l'}\, m'_{l'},$$

quindi si trova:

$$\chi = \sum_{l'} j'^2\, m'_{l'} - \nu\,(\nu-1).$$

Alla sezione fatta sopra una Φ' da un piano P' corrisponde univocamente, punto per punto, la sezione fatta dal piano P corrispondente a Φ' sulla superficie Φ corrispondente a P', si vede così che le sezioni piane delle Φ, Φ' devono avere lo stesso genere e che quindi deve essere:

$$\frac{(n'-1)(n'-2)}{2} - \sum_{r'} \frac{i'_{r'}(i'_{r'}-1)}{2}\, m'_{r'} = \frac{(n-1)(n-2)}{2} - \sum_{r} \frac{i_r(i_r-1)}{2}\, m_r - \delta,$$

e per le (1), (2):

$$2\delta = \mu' + \sum_r i_r\, m_r - \sum_{r'} i'_{r'}\, m'_{r'} - 4\,(n-n').$$

Essendo le $Q_{\mu'}$ le curve corrispondenti alle sezioni piane delle $\mathbb{P}'$, è chiaro che μ' è il numero dei punti variabili comuni alle Φ' ed a queste sezioni piane; se consideriamo quella fatta dal piano congiunto P' vediamo che è incontrata in

$2\delta + \varepsilon$ punti variabili dalle Φ', dei quali ε stanno sulla sezione di Ω' fatta da P' e 2δ sulla Δ' di P', dunque:

$$\mu' = 2\delta + \varepsilon,$$

e perciò

$$\varepsilon = 4(n - n') + \sum_{r'} i'_{r'} m'_{r'} - \sum_{r} i_r m_r .$$

IV. *Elementi fondamentali dei due spazî.*

21. Un punto fondamentale di 1ª classe, dello spazio semplice, può essere anche fondamentale per la trasformazione congiunta. Può darsi che per esso passino le R' con direzioni variabili, nel quale caso è congiunto ad una superficie, o può darsi che non passino per esso le $\mathbb{R}'$ con direzioni variabili, ma che contuttociò sia fondamentale per la trasformazione congiunta, perchè appartenga ad una curva fondamentale per questa trasformazione; se poi il punto non è fondamentale per la trasformazione congiunta, o è congiunto ad un altro punto fondamentale, ugualmente multiplo per le Φ', o è congiunto a se stesso (punto doppio di S'). Per distinguere questi punti fondamentali li diremo rispettivamente di 1ª, 2ª, 3ª, 4ª specie.

Se f' è un punto fondamentale di 1ª classe di S', per il quale le R'_n passino con ϑ' direzioni variabili, è chiaro che il luogo corrispondente in S deve essere incontrato in ϑ' punti da una retta qualunque R, dunque:

I. Ad un punto fondamentale di 1ª classe dello spazio semplice, per il quale le R'_n passino con ϑ' direzioni variabili, corrisponde nello spazio doppio una superficie omaloide di ordine ϑ'.

Chiameremo superficie fondamentali dello spazio doppio quelle che corrispondono a punti fondamentali di 1ª classe dello spazio semplice.

II. Un punto fondamentale f' di 1ª classe, dello spazio semplice, è di 1ª specie, e precisamente fondamentale T'-plo per la trasformazione congiunta e congiunto ad una superficie di ordine Θ', se le superficie Φ sono incontrate in $N - T' + 1$ punti non fondamentali dalle curve corrispondenti alle rette condotte per f', e se la superficie fondamentale corrispondente nello spazio doppio è incontrata in Θ' punti non fondamentali dalle $R_{n'}$.

III. Un punto fondamentale di 1ª classe, dello spazio semplice, è di 2ª specie se la superficie corrispondente nello spazio doppio è incontrata in punti variabili dalle Φ senza essere incontrata in punti variabili da tutte le $R_{n'}$.

IV. Un punto fondamentale di 1ª classe, dello spazio semplice, è di 3ª, 4ª specie se la superficie corrispondente nello spazio doppio non è incontrata in punti variabili dalle Φ.

Se un punto fondamentale f', di 1ª classe 1ª specie, è multiplo secondo J' per la superficie doppia Ω', naturalmente sono congiunti a se stessi tutti i punti di Ω' infinitamente vicini ad f', quindi f' è multiplo secondo J' pure per la superficie congiunta, che ha in f' lo stesso cono tangente di Ω', perciò vediamo che:

V. Le superficie fondamentali che corrispondono a punti fondamentali, di 1ª classe 1ª specie, dello spazio semplice, toccano la superficie limite in tutti i punti comuni non fondamentali.

22. Consideriamo un punto fondamentale f'', di 2ª classe, che sia multiplo secondo τ'' per le Φ', mentre per esso passino q' linee fondamentali con:

$$k'_1, k'_2, \ldots, k'_{q'}$$

rami, le quali siano rispettivamente multiple secondo:

$$i'_1, i'_2, \ldots, i'_{q'}$$

per le Φ'. Non passando le R'_n per f'' dobbiamo avere:

$$\sum_{q'} k'_{q'} i'^2_{q'} \geqq \tau''^2 .$$

Le rette R' condotte per f' incontrano una Φ' in $n' - \tau''$ punti variabili, quindi le curve corrispondenti $R_{n'}$ si spezzano in una linea fissa $R_{\tau''}$, di ordine τ'' e corrispondente ad f'', ed in una curva variabile $R_{n'-\tau''}$, razionale di ordine $n' - \tau''$, corrispondente alla R'.

Ad un punto fondamentale di 2ª classe dello spazio sempio plice, multiplo secondo τ'' per le Φ', corrisponde nello spazio dop- una *linea* di ordine τ''.

Ogni punto situato sopra una delle q' curve fondamentali che passano per f'' ed infinitamente vicino ad f'', essendo un punto fondamentale di 2ª classe, dà una curva in S, la quale naturalmente deve essere una parte della linea di ordine τ'' corrispondente ad f''.

23. Divideremo in due classi le curve γ', fondamentali per lo spazio di S', mettendo nella 1ª classe tutte quelle che sono incontrate in punti variabili dalle R'_n e nella 2ª classe tutte quelle che non sono incontrate in punti variabili dalle stesse R'_n. Una curva γ', di ordine m' ed i'-pla per le Φ', può essere fondamentale anche per la trasformazione congiunta, I'-pla per le $\mathbf{P}'$; se le $\mathbf{R}'$ la incontrano in σ' punti variabili è noto (') che ogni suo punto è congiunto ad una curva di ordine I' e che queste curve generano una superficie di ordine σ' congiunta a γ', che in questo caso diremo curva fondamentale di 1ª specie; se le $\mathbf{R}'$ non incontrano la γ' in punti variabili è noto che ad ogni suo punto è congiunta una curva fissa di ordine I' la cui moltiplicità per le $\mathbf{P}'$ è m', e che se $m' = I'$ può darsi che ad ogni punto di γ' sia congiunta la stessa γ', in questi due casi la diremo rispettivamente di 2ª specie o di 3ª specie. Quando poi la γ' è fondamentale solamente per la trasformazione doppia, diremo che è di 4ª specie se è congiunta ad un'altra curva fondamentale, ugualmente multipla per le Φ', diremo che è di 5ª specie se è congiunta a se stessa, senza essere congiunti a se stessi tutti i suoi punti, e finalmente diremo che è di 6ª specie (curva doppia di S'), se è congiunta a se stessa essendo congiunti a se stessi tutti i suoi punti.

24. Un punto f'' comunque preso sopra una curva fondamentale γ', i'-pla per

(') Cremona, *Sulle trasformazioni razionali nello spazio.* (Annali di Matematica. Serie II, Tomo V). — Noether, *Ueber die eindeutigen Raumtransformationen.* (Mathematische Annalen. Bd. 3).

le Φ', essendo un punto fondamentale di 2ª classe, dà in S una curva $R_{i'}$ di ordine i' (22).

Se γ' è di 1ª classe uno dei punti variabili in cui è incontrata da una R'_n dà in S una curva $R_{i'}$ incontrata dalla retta R corrispondente alla R'_n, dunque:

I. Ad un punto di una curva fondamentale dello spazio semplice, multipla secondo i' per le Φ', corrisponde nello spazio doppio una curva di ordine i', variabile o fissa secondochè la curva fondamentale è di 1ª o di 2ª classe.

II. Ad una curva fondamentale di 1ª classe dello spazio semplice, incontrata in s' punti variabili dalle R'_n, corrisponde nello spazio doppio una superficie di ordine s'.

Naturalmente se la γ' è di 5ª specie gli s' punti variabili in cui è incontrata da una R'_n si separano in $\frac{s'}{2}$ coppie di punti congiunti, allora la superficie corrispondente in S è di ordine $\frac{s'}{2}$.

Chiameremo superficie fondamentali dello spazio doppio anche le superficie corrispondenti a curve fondamentali, necessariamente di 1ª classe, dello spazio semplice.

25. Se la curva $R_{i'}$ corrispondente ad un punto f'' di una curva γ', fondamentale di 1ª classe, è incontrata in l' punti variabili da una Φ, ad f'' deve essere congiunta una curva di ordine l'; se la superficie fondamentale di S corrispondente a γ' non è incontrata in punti non fondamentali dalle $R_{n'}$ la γ' non è incontrata in punti variabili dalle $\mathbf{R}'$, dunque:

I. Una curva fondamentale di 1ª classe, dello spazio semplice, è fondamentale l'-pla per la trasformazione congiunta e congiunta ad una superficie di ordine σ' (1ª specie), se le curve corrispondenti ai suoi punti sono incontrate in l' punti non fondamentali dalle Φ, e se la superficie fondamentale ad essa corrispondente è incontrata in σ' punti variabili dalle $R_{n'}$.

II. Una curva fondamentale di 1ª classe, di ordine m' e dello spazio semplice, è fondamentale l'-pla per la trasformazione congiunta e congiunta a se stessa o ad un'altra curva di ordine l' multipla secondo m' per la trasformazione congiunta (3ª o 2ª specie), se le curve corrispondenti ai suoi punti sono incontrate in l' punti non fondamentali dalle Φ, e se la superficie fondamentale ad essa corrispondente è incontrata dalle $R_{n'}$ solamente in punti fondamentati.

III. Una curva fondamentale di 1ª classe, dello spazio semplice, è fondamentale solamente per la trasformazione doppia (4ª, 5ª o 6ª specie), se le curve corrispondenti ai suoi punti non sono incontrate in punti variabili dalle Φ.

26. Se la superficie doppia Ω' passa con j' falde per una curva fondamentale γ', di 1ª classe 1ª specie, ogni punto di Ω' infinitamente vicino a γ' è congiunto a se

stesso ed è quindi un punto della superficie congiunta a γ', la quale perciò passa pure con j' falde per γ', vediamo così che:

Le superficie fondamentali che corrispondono a curve fondamentali dello spazio semplice, di 1ª specie, toccano la superficie limite in tutti i punti comuni non fondamentali.

27. Una curva γ', fondamentale di 2ª classe 1ª specie, non è incontrata in punti variabili dalle R'_n, che sono congiunte a se stesse, quindi nemmeno la superficie congiunta è incontrata in punti variabili dalle R'_n e perciò dalle Φ', si deduce così che in S il luogo corrispondente a γ' non ha punti comuni con un piano P, ma ciò è assurdo perchè questo luogo è una curva (24, I), dunque:

Nello spazio semplice non esistono curve fondamentali di 2ª classe e 1ª specie.

28. Se un piano P' incontra in S' una curva fondamentale γ' di 2ª classe e la curva congiunta complessivamente in i punti la superficie Φ, corrispondente a P', contiene i volte la curva corrsipondente a γ'.

I. Una curva corrispondente ad una curva fondamentale di 2ª classe, dello spazio semplice, è fondamentale dello spazio doppio, e precisamente multipla secondo i per le Φ, se il luogo corrispondente ad essa nello spazio semplice è complessivamente di ordine i.

II. Una curva fondamentale dello spazio semplice, di 2ª classe e multipla secondo i' per le Φ', è di 2ª o 3ª specie, e precisamente fondamentale I'-pla per la trasformazione congiunta, se le curve $R_{i'-i'}$, corrispondenti alle rette dello spazio semplice che si appoggiano ad essa, incontrano le Φ in $N-I'+1$ punti non fondamentali.

III. Una curva fondamentale dello spazio semplice, di 2ª classe e multipla secondo i' per le Φ', è di 4ª, 5ª o 6ª specie se le curve $R_{n'-i'}$, corrispondenti alle rette dello spazio semplice che si appoggiano ad essa, incontrano le Φ in $N+1$ punti non fondamentali.

29. Se f è un punto fondamentale di 1ª classe di S, e se per esso le $R_{n'}$ passano con ϑ direzioni variabili, evidentemente il luogo corrispondente ad f in S' ha ϑ punti comuni con una qualunque retta R', dunque:

I. Ad un punto fondamentale di 1ª classe, dello spazio doppio, per il quale le $R_{n'}$ passano con ϑ direzioni variabili, può corrispondere una superficie omaloide di ordine ϑ congiunta ad un punto.

II. Ad un punto fondamentale di 1ª classe, dello spazio doppio, per il quale le $R_{i'}$ passino con ϑ direzioni variabili, può corrispondere una superficie omaloide di ordine ϑ congiunta ad una curva.

III. Ad un punto fondamentale di 1ª classe, dello spazio doppio, per il quale le $R_{n'}$ passino con ϑ direzioni variabili, possono corrispondere due superficie omaloidi congiunte degli ordini ϑ_1, ϑ_2, essendo: $\vartheta_1+\vartheta_2=\vartheta$.

IV. Ad un punto fondamentale di 1ª classe, dello spazio doppio, per il quale le $R_{n'}$ passino con ϑ direzioni variabili, può

corrispondere una superficie, rappresentabile sul piano doppio, congiunta a se stessa dell'ordine ϑ.

I punti fondamentali di 1ª classe, dello spazio doppio, si possono chiamare di 1ª, 2ª, 3ª, 4ª specie secondochè si verifica rispettivamente uno dei casi precedenti.

Chiameremo superficie fondamentali dello spazio semplice quelle che corrispondono a punti fondamentali, di 1ª classe, dello spazio doppio.

30. Consideriamo un punto fondamentale f_1, di 2ª classe, che sia multiplo secondo τ_1 per le Φ, mentre per esso passino q linee fondamentali. Le rette R condotte per f_1 incontrano una Φ in $n-\tau_1$ punti variabili, quindi le curve corrispondenti R'_n si spezzano in una linea fissa R'_{τ_1}, di ordine τ_1, corrispondente ad f_1, ed in una curva variabile $R'_{n-\tau_1}$, congiunta a se stessa, di ordine $n-\tau_1$ e corrispondente alla R.

I. Ad un punto fondamentale di 2ª classe dello spazio doppio, multiplo secondo τ_1 per le Φ, corrisponde nello spazio semplice una *linea* di ordine τ_1.

Ogni punto situato sopra una delle q curve fondamentali, che passano per f_1, ed infinitamente vicino ad f_1, essendo un punto fondamentale di 2ª classe, dà una curva in S', la quale naturalmente deve essere una parte della linea di ordine τ_1 corrispondente ad f_1.

II. Ad un punto fondamentale di 2ª classe, dello spazio doppio, preso comunque sopra una curva fondamentale i-pla per le Φ, può corrispondere una curva di ordine i congiunta ad un punto.

III. Ad un punto fondamentale di 2ª classe, dello spazio doppio, preso comunque sopra una curva fondamentale i-pla per le Φ, possono corrispondere due curve congiunte degli ordini i_1, i_2, essendo: $i_1+i_2=i$.

IV. Ad un punto fondamentale di 2ª classe, dello spazio doppio, preso comunque sopra una curva fondamentale i-pla per le Φ, può corrispondere una curva congiunta a se stesa di ordine i.

Secondochè è verificato rispettivamente uno di questi ultimi due casi diremo che il punto fondamentale di 2ª classe dello spazio doppio è di 1ª o 2ª specie.

Naturalmente il luogo corrispondente ad un punto fondamentale di 2ª classe di S non è fondamentale per S' e non è incontrato in punti variabili dalle Φ'.

31. Divideremo in due classi le curve γ, fondamentali dello spazio S, mettendo nella 1ª classe tutte quelle che sono incontrate in punti variabili dalle R_n' e nella 2ª classe tutte quelle che non sono incontrate in punti variabili dalle stesse R_n'.

Un punto qualunque f, di una curva fondamentale γ, i-pla per le Φ, dà in S' una linea R'_i di ordine i. Se γ è di 1ª classe uno dei punti variabili in cui è incontrata da una R_n' dà una linea R'_i incontrata dalla retta R' corrispondente alla R_n', dunque:

I. La linea di ordine i corrispondente ad un punto di una curva fondamentale, dello spazio doppio, i-pla per le Φ, è fissa o variabile secondochè la curva fondamentale è di 1ª o di 2ª classe.

II. Ad una curva fondamentale di 1ª classe, dello spazio doppio, incontrata in s punti variabili dalle $R_{n'}$, può corrispondere una superficie omaloide, di ordine s, congiunta ad un punto.

III. Ad una curva fondamentale di 1ª classe, dello spazio doppio, incontrata in s punti variabili dalle $R_{n'}$, può corrispondere una superficie di ordine s congiunta ad una curva.

IV. Ad una curva fondamentale di 1ª classe, dello spazio doppio, incontrata in s punti variabili dalle $R_{n'}$, possono corrispondere due superficie congiunte di ordine s_1, s_2, essendo: $s_1 + s_2 = s$.

V. Ad una curva fondamentale di 1ª classe, dello spazio doppio, incontrata in s punti variabili dalle $R_{n'}$, può corrispondere una superficie di ordine s congiunta a se stessa.

Le curve fondamentali di 1ª classe, dello spazio doppio, si possono chiamare di 1ª, 2ª, 3ª, 4ª specie secondochè si verifica rispettivamente uno dei casi precedenti.

Chiameremo superficie fondamentali dello spazio semplice anche le superficie corrispondenti a curve fondamentali di 1ª classe dello spazio doppio.

32. Se una curva γ, fondamentale di S, è di 2^a classe, abbiamo veduto che è fisso il luogo corrispondente ad uno qualunque dei suoi punti, dunque:

I. Ad una curva fondamentale di 2ª classe, dello spazio doppio, i-pla per le Φ, possono corrispondere due curve congiunte di ordine i_1, i_2, essendo: $i_1 + i_2 = i$.

II. Ad una curva fondamentale di 2ª classe, dello spazio doppio, i-pla per le Φ, può corrispondere una curva, congiunta a se stessa, di ordine i.

Secondochè è verificato rispettivamente uno di questi due casi diremo che la curva fondamentale di 2ª classe, dello spazio doppio, è di 1ª o 2ª specie.

33. Supponiamo che nello spazio S′ vi sia una linea a' non incontrata in punti variabili dalle Φ'. Preso uno p' dei suoi punti tutte le Φ' che passano per esso formano una rete e contengono la linea a', se le superficie della rete oltre ai punti fondamentali ed ai punti di a' non hanno altri punti comuni è chiaro che a ciascun punto di a' è congiunta tutta la linea a', che in questo caso chiameremo linea parassita (1).

I. Una linea parassita di ordine τ corrisponde ad un punto fondamentale dello spazio doppio, di 2^a classe 2^a specie, multiplo secondo τ per le Φ.

II. Una linea parassita di ordine τ è fondamentale τ-pla per la trasformazione congiunta.

Ogni punto di una linea parassita, essendo congiunto a tutta la linea, è congiunto a se stesso, dunque:

III. Le linee parassite appartengono alla superficie doppia.

(1) Questa denominazione è stata adottata da Schoutè (l. c.), il quale considera anche il caso in cui vi siano infinite linee parassite situate sopra una superficie, che pure chiama parassita. Le superficie parassite non sono altro che superficie fondamentali corrispondenti a punti fondamentali, di 1ª classe, dello spazio doppio.

V. *Proprietà della superficie limite e della superficie doppia.*

34. I. La superficie doppia fa parte della jacobiana delle Φ' (1).

Infatti tutte le superficie Φ' che passano per un punto o' di Ω' formano una rete, ed essendo congiunte a se stesse devono pure passare per il punto $\mathbf{o}'$ congiunto ad o' ed infinitamente vicino ad esso, per due altri punti infinitamente vicini ad o', e non situati in uno stesso piano con $o'\,\mathbf{o}'$, in generale passerà una superficie Φ' della rete, ed una sola, la quale evidentemente avrà in o' un punto doppio, dunque o' è un punto della jacobiana delle Φ'.

II. Le superficie fondamentali, che corrispondono a curve fondamentali di 1ª classe, dello spazio doppio, appartengono alla jacobiana delle Φ'.

Sappiamo che se una retta R passa per un punto f_1, preso comunque sopra una curva fondamentale γ, di 1ª classe ed i-pla per le Φ, la curva corrispondente nello spazio semplice si spezza in ua curva R'_{n-i}, congiunta a se stessa di ordine $n-i$, ed in un luogo R'_i, congiunto a se stesso di ordine i, corrispondente ad f_1, il quale luogo può essere formato da una curva di ordine i congiunta ad un punto, da due curve congiunte degli ordini i_1, i_2, essendo $i_1+i_2=i$, da una curva di ordine i congiunta a se stessa (30, II, III, IV). Ora la retta R ha un punto infinitamente vicino ad f_1, quindi nel primo caso la R'_{n-i} taglia in un punto variabile il luogo R'_i e passa per il punto congiunto, nel secondo e terzo caso la R'_i taglia in due punti congiunti variabili il luogo R'_i. Deduciamo così che la linea R'_n, corrispondente ad R, ha uno o due punti doppî, e che il loro luogo è sempre R'_i; siccome poi questa R'_n è comune ad un fascio di superficie Φ', si vede che queste Φ' hanno tutte uno o due punti di contatto che descrivono il luogo R'_i, il quale perciò appartiene alla jacobiana delle Φ', che deve per conseguenza contenere la superficie fondamentale corrispondente alla curva fondamentale γ.

III. Le superficie fondamentali, che corrispondono a punti fondamentali di 1ª classe, dello spazio doppio, appartengono due volte alla jacobiana delle Φ' (2).

Sappiamo che se un piano P contiene un punto fondamentale f, di 1ª classe per il quale le $R_{n'}$ passino con θ rami, la superficie Φ corrispondente nello spazio semplice si spezza in una superficie $\Phi'_{n-\theta}$, di ordine $n-\theta$ congiunta a se stessa, ed in un luogo Φ'_θ, congiunto a se stesso, di ordine θ e corrispondente ad f, il quale può essere formato da una superficie di ordine θ congiunta ad un punto, da una superficie di ordine θ congiunta ad una curva, da due superficie congiunte di ordine θ_1, θ_2, essendo $\theta_1+\theta_2=\theta$, da una superficie di ordine θ congiunta a se stessa (29, I, II, III, IV). Ora il piano P ha infiniti punti infinitamente vicini ad f, quindi nel primo o secondo caso la $\Phi'_{n-\theta}$ taglia in una curva variabile il luogo Φ'_θ

(1) Noether, l. c.

(2) In trasformazioni particolari può darsi che una superficie fondamentale vada contata anche più di due volte nella jacobiana delle Φ'.

e passa per il punto congiunto o per la curva congiunta, nel terzo o quarto caso la $\Phi'_{n-\theta}$ taglia il luogo Φ'_θ secondo due curve variabili congiunte o una curva congiunta a se stessa.

Deduciamo così che la superficie Φ' corrispondente a P ha infiniti punti doppî e che il loro luogo è sempre Φ'_θ, dunque ogni superficie fondamentale, corrispondente ad un punto fondamentale di 1ª classe dello spazio doppio, appartiene alla jacobiana delle Φ'. Un fascio di piani passanti per f dà il luogo Φ'_θ ed un fascio di $\Phi'_{n-\theta}$, le Φ' complessive formano pure un fascio di superficie che hanno tutte un punto doppio in un punto di Φ'_θ, quello corrispondente al punto dell'asse del fascio di piani infinitamente vicino ad f, dunque Φ'_θ appartiene due volte alla jacobiana delle Φ' (1).

IV. La jacobiana delle Φ' è costituita dalla superficie doppia, dalle superficie fondamentali corrispondenti a curve fondamentali, dello spazio doppio, e dalle superficie fondamentali corrispondenti a punti fondamentali, dello spazio doppio, contate due volte.

Sia p' un punto della jacobiana delle Φ', non fondamentale. Almeno una Φ' ha un punto doppio in p' e per p' passa una rete di Φ' che corrispondono ad una stella di piani col centro in p. Ora è chiaro che tutte le Φ' della rete, fuori dei punti fondamentali, non possono avere comuni più di due punti congiunti riuniti in p', senza avere comuni infiniti punti che formino un luogo congiunto a se stesso passante per p'; nel primo caso a p corrisponde il punto p' di Ω', congiunto a se stesso, nel secondo caso a p corrispondono infiniti punti, tra i quali p', quindi p deve essere un punto fondamentale dello spazio doppio, per cui p' deve essere un punto di una superficie fondamentale dello spazio semplice.

35. La jacobiana delle Φ' è di ordine $4(n'-1)$, e siccome è costituita dalla superficie doppia Ω' di ordine ν, dalle superficie fondamentali corrispondenti a curve fondamentali, dello spazio doppio, e dalle superficie fondamentali corrispondenti a punti fondamentali, dello spazio doppio, contate due volte, abbiamo:

$$\nu + \sum_r s_r + 2\sum_\rho \theta_\rho = 4(n'-1).$$

Le curve $R_{n'}$ sono razionali e formano un sistema ∞^4 (15, I), quindi vengono determinate da $4(n'-1)$ condizioni, tra queste $\sum_r s_r$ sono date dagli incontri colle curve fondamentali, $2\sum_\rho \theta_\rho$ sono date dai passaggi per i punti fondamentali, ν sono date dai contatti che devono avere colla superficie limite.

La relazione precedente ci dice che:

Le condizioni a cui devono soddisfare le curve $R_{n'}$ sono tutte espresse dai loro passaggi per i punti fondamentali, dai loro

(1) È facile dimostrare che se in un sistema lineare ∞^3 vi è un fascio di superficie che hanno tutte un punto doppio comune, questo punto è doppio per la jacobiana del sistema, quindi se tutti i punti di una superficie sono doppî ciascuno per un fascio di superficie del sistema, la superficie si stacca due volte dalla jacobiana.

incontri colle curve fondamentali, e dai contatti che devono avere colla superficie limite.

36. I. L'ordine della superficie doppia è:

$$\nu = 4(n' - 1) - \sum_r s_r - 2\sum_\rho \vartheta_\rho .$$

Le curve R'_n sono congiunte a se stesse ed iperellittiche, avendo chiamato p il loro genere, sappiamo che ciascuna possiede $2(p+1)$ punti congiunti a se stessi, cioè che ciascuna incontra la Ω' in $2(p+1)$ punti non fondamentali, dunque:

II. La superficie limite di una trasformazione doppia di genere p è dell'ordine $2(p+1)$.

Alle rette R che si appoggiano ad una curva γ, fondamentale i-pla per le Φ, corrispondono curve R'_{n-i}, iperellittiche di ordine $n-i$; se il loro genere è p_i, ciascuna possiede $2(p_i+1)$ punti congiunti a se stessi, cioè ciascuna incontra la Ω' in $2(p_i+1)$ punti non fondamentali, si vede così che la γ è multipla secondo $j = 2(p+1) - 2(p_i+1) = 2(p-p_i)$ per la Ω.

III. Una curva fondamentale per lo spazio doppio è multipla secondo $j = 2(p-p_i)$ per la superficie limite, se p_i è il genere delle curve corrispondenti alle rette che si appoggiano ad essa.

Analogamente si dimostra che:

IV. Un punto fondamentale dello spazio doppio è multiplo secondo $J = 2(p-p_\tau)$ per la superficie limite, se p_τ è il genere delle curve corrispondenti alle rette che passano per esso.

Questi due teoremi valgono solamente quando alle rette di S che si appoggiano alla curva fondamentale, o che passano per il punto fondamentale, corrispondono in S' curve congiunte a se stesse, e non già curve che si spezzano in due congiunte, come può avvenire in alcuni casi.

37. Sia γ' una curva fondamentale di 1ª classe dello spazio semplice, i'-pla per le Φ; ad un punto f'' di γ' corrisponde in S una curva $R_{n'}$ di ordine i'. Al sistema ∞^4 delle $R_{n'}$ appartiene il sistema ∞^2 delle R'_n che corrispondono alle rette R' condotte per f'', le quali tutte si spezzano nella curva fissa $R_{i'}$ ed in una curva variabile $R_{n'-i'}$, di ordine $n'-i'$. Le $R_{n'-i'}$, essendo razionali, devono soddisfare $4(n'-i')-2$ condizioni, una di queste consiste nel dovere incontrare la $R_{i'}$, in un punto, dato dal punto della corrispondente R' infinitamente vicino ad f'', le altre $4(n'-i')-3$ consistono nei passaggi per i punti fondamentali, negli incontri colle curve fondamentali, nei contatti colla Ω (35). Si deduce così che una retta R' condotta per f'' deve incontrare la jacobiana delle Φ' in altri $4(n'-i')-3$ punti (35), se dunque f'' è t-plo per la jacobiana si ha:

$$4(n'-i') - 3 = 4(n'-1) - t ,$$

per cui:

$$t = 4i' - 1 .$$

I. Una curva fondamentale di 1ª classe, i'-pla per le Φ', è multipla secondo $4i'-1$ per la loro jacobiana.

Sia γ' una curva fondamentale di 2ª classe dello spazio semplice, i'-pla per le Φ'; ad un punto qualunque f'' di γ' corrisponde una curva fissa $R_{i'}$, di ordine i'. Al

sistema ∞^4 delle $R_{i'}$ appartiene il sistema ∞^3 delle $R_{n'}$ corrispondenti alle rette R' che si appoggiano a γ', le quali tutte si spezzano nella curva fissa $R_{i'}$ ed in una curva variabile $R_{n'-i'}$, di ordine $n'-i'$. Le $R_{n'-i'}$, essendo razionali, devono soddisfare $4(n'-i')-3$ condizioni, una di queste consiste nel dovere incontrare la $R_{i'}$ in un punto, dato dal punto della corrispondente R' infinitamente vicino a γ', le altre $4(n'-i')-4$ consistono nei passaggi per i punti fondamentali, negli incontri colle curve fondamentali, nei contatti colla Ω (35). Si deduce così che una retta R', la quale incontri γ', deve incontrare la jacobiana delle Φ' in altri $4(n'-i')-4$ punti (35), se dunque la γ' è t-pla per la jacobiana si ha:

$$4(n'-i')-4=4(n'-1)-t,$$

per cui:

$$t=4i'.$$

II. Una curva fondamentale di 2ª classe, i'-pla per le Φ', è multipla secondo $4i'$ per la loro jacobiana.

Sia f' un punto fondamentale di 1ª classe dello spazio semplice, τ'-plo per le Φ'; alle rette R' condotte per f' corrisponde un sistema ∞^2 di curve $R_{n'-\tau'}$, di ordine $n'-\tau'$. Le $R_{n'-\tau'}$, essendo razionali, devono soddisfare $4(n'-\tau')-2$ condizioni, che consistono nei passaggi per i punti fondamentali, negli incontri colle curve fondamentali, nei contatti colla superficie Ω (35). Si deduce così che una retta R', la quale passi per f', deve incontrare la jacobiana delle Φ' in altri $4(n'-\tau')-2$ punti (35), se dunque f' è t-plo per la jacobiana si ha:

$$4(n'-\tau')-2=4(n'-1)-t,$$

per cui:

$$t=4\tau'-2.$$

III. Un punto fondamentale di 1ª classe, τ'-plo per le Φ', è multiplo secondo $4\tau'-2$ per la loro jacobiana. (¹).

38. Una R'_n evidentemente non incontra le superficie fondamentali di S' fuori dei punti fondamentali, perchè una retta qualunque di S non incontra i punti e le linee fondamentali di S, quindi le intersezioni, non fondamentali, di una R'_n colla jacobiana delle Φ' devono essere le $2(p+1)$ intersezioni della R'_n e di Ω' (36), si trova così che:

$$2(p+1)=4n(n'-1)-\sum_{\rho'}(4\tau'_{\rho'}-2)\theta'_{\rho'}-\sum_{r'}(4i'_{r'}-1)s'_{r'};$$

ma (10):

$$nn'-\sum_{\rho'}\tau'_{\rho'}\theta'_{\rho'}-\sum_{r'}i'_{r'}s'_{r'}=2,$$

dunque:

$$2\sum_{\rho'}\theta'_{\rho'}+\sum_{r'}s'_{r'}=2(2n+p-3).$$

I. I passaggi delle R'_n per i punti fondamentali ed i loro incontri colle curve fondamentali equivalgono a $2(2n+p-3)$ condizioni.

(¹) Osserviamo che i punti fondamentali e le linee fondamentali sono multiple per la jacobiana delle Φ' come nel caso di un sistema lineare ∞^3 omaloidico (Cremona, l. c.).

Se $p=0$ o $p=1$ i passaggi per i punti fondamentali e gli incontri colle curve fondamentali equivalgono per le R'_n a $4n-6$ o $4n-4$ condizioni; ma le curve di ordine n e di genere zero o uno sono determinate sempre da $4n$ condizioni (1), dunque:

II. Se $p=0$, presi in posizione generale i punti e le linee fondamentali dello spazio semplice, viene determinato un sistema ∞^6 di curve razionali di ordine n, al quale appartiene il sistema ∞^4 di quelle corrispondenti alle rette dello spazio doppio.

III. Se $p=1$, presi in posizione generale i punti e le linee fondamentali dello spazio semplice, viene determinato il sistema ∞^4 delle curve corrispondenti alle rette dello spazio doppio.

VI. *Il complesso delle rette determinate dalle coppie di punti congiunti dello spazio semplice.*

39. Le rette determinate in S' dalle coppie di punti congiunti generano un complesso C'; la trasformazione doppia fornisce subito una rappresentazione univoca dei raggi di C' sui punti dello spazio doppio S. Onde studiarla sono necessarie alcune considerazioni relative alle superficie K' generate dalle coppie di punti congiunti che stanno in uno stesso piano con una retta data R'.

40. Evidentemente una K' insieme alla superficie doppia Ω' costituisce il luogo generato dal fascio dei piani P', che ha per asse R', e dal fascio proiettivo delle superficie congiunte $\mathbf{P}'$, dunque le K' sono di ordine $N-\nu+1$. La K' data da R' è il luogo delle curve Δ' poste nei piani P' che passano per R'; la K' contiene semplicemente la R' e la curva congiunta $\mathbf{R}'$. Le K' sono ∞^4, come le rette R' che le dànno, e per quattro punti in generale ne passano due, quelle date dalle due rette che si appoggiano alle quattro determinate da ciascuno dei punti presi e dal suo congiunto. Le K' passano tutte per i punti doppî e per le curve doppie di S', se ve ne sono.

Una R'_n, essendo congiunta a se stessa, nei punti fondamentali ha $n(N-1)$ intersezioni con una qualunque $\mathbf{P}'$, siccome poi un luogo complessivo $K'\Omega'$ passa per i punti fondamentali come vi passano le $\mathbf{P}'$, tra le intersezioni delle R'_n con un luogo $K'\Omega'$ ve ne sono pure $n(N-1)$ nei punti fondamentali, ne rimangono quindi: $n(N+1)-n(N-1)=2n$. Ora tra queste $2(p+1)$ stanno sulla Ω' (36, II), dunque le intersezioni, non fondamentali, delle R'_n con una K' sono: $2(n-p-1)$. Per due punti p_1, p_2 passano quattro sistemi ∞^1 di superficie Φ (11, V), i luoghi delle loro curve doppie Δ, variabili, sono quattro superficie K che corrispondono alle quattro K' date dalle rette

$$p'_1p'_2, \quad p'_1\mathbf{P}'_2, \quad \mathbf{P}'_1p'_2, \quad \mathbf{P}'_1\mathbf{P}'_2.$$

Essendo una K' segata dalle R'_n in $n-p-1$ coppie di punti congiunti, non fondamentali, la superficie corrispondente K è di ordine $n-p-1$.

(1) Halphen, *Mémoire sur la classification des courbes gauches algébriques* (Journal de l'École polytechnique - LII Cahier 1882). — Noether, *Zur Grundlegung der Theorie der algebraischen Raumcurven* (Abhandlungen der k. Ak. der Wissenschaften zu Berlin, 1882).

Invece di considerare una R'_n corrispondente ad una qualunque retta R di S, consideriamo una R'_{n-i} corrispondente ad una retta R che si appoggi ad una curva fondamentale γ, multipla secondo i per le Φ. Essendo la R'_{n-i} congiunta a se stessa, con una qualunque $\mathbb{P}'$, e quindi con il luogo complessivo $K'\Omega'$, ha comuni $(n-i)(N-1)$ intersezioni nei punti fondamentali, ne rimangono: $(n-i)(N+1)-(n-i)(N-1)=2(n-i)$. Ora la Ω contiene γ come curva j-pla, quindi è incontrata in $2(p+1)-j$ punti, non fondamentali, dalle rette che si appoggiano a γ, e la Ω' è pure incontrata in $2(p+1)-j$ punti, non fondamentali, dalle R'_{n-i}, si vede così che tra le intersezioni di una R'_{n-i} e di una K' ve ne sono $2(n-i)-2(p+1)+j$ non fondamentali, dunque una K è incontrata dalle R, che si appoggiano a γ, in $(n-i)-(p+1)+\frac{j}{2}$ punti, non fondamentali, e per una K la γ è multipla secondo:

$$(n-p-1)-(n-i)+(p+1)-\frac{j}{2}=i-\frac{j}{2}.$$

Considerando una retta R condotta per un punto fondamentale f, multiplo secondo τ per le Φ e secondo J per la Ω, con un ragionamento analogo a quello seguìto nel caso precedente, deduciamo che il punto f è multiplo secondo $\tau-\frac{J}{2}$ per una K.

I. Il luogo delle curve doppie Δ delle Φ, che passano per due punti dati, è formato da quattro superficie di ordine $n-p-1$, per le quali una qualunque curva fondamentale, i-pla per le Φ e j-pla per la Ω, è multipla secondo $i-\frac{j}{2}$, ed un qualunque punto fondamentale, τ-plo per le Φ e J-plo per la Ω, è multiplo secondo $\tau-\frac{J}{2}$.

II. Vi sono $4(n-p-1)$ superficie Φ che passano per due punti dati ed hanno un punto doppio sopra una retta data.

41. Adesso, servendoci delle K', possiamo determinare il grado G del complesso C'.

Consideriamo due superficie K'_1, K'_2 date da due rette R'_1, R'_2 che si incontrino in un punto p'. La intersezione delle K'_1, K'_2 è costituita dalle curve fondamentali, dalla curva Δ' situata nel piano delle rette R'_1, R'_2, e da una rimanente curva k'_{12} di ordine:

$$(N-\nu+1)^2-\sum_{l'}(l'_{l'}-j'_{l'})^2 m'_{l'}-(N-\nu)=2(N-\nu)-\chi+1,$$

che è il luogo delle coppie di punti congiunti che stanno in linea retta con p'. Un piano condotto per p' sega la k'_{12} nel punto p', per cui essa passa, ed in altri $2G$ punti, dunque:

Il grado G del complesso C' è dato da:

$$2G=2(N-\nu)-\chi.$$

42. Consideriamo in S' un punto fondamentale f' per la trasformazione congiunta, e precisamente congiunto ad una superficie di ordine Θ' la quale abbia in esso un punto multiplo secondo Ξ'. Il cono del complesso C', che corrisponde ad un punto p', è quello che da p' proietta la curva k'_{12}, luogo delle coppie di punti congiunti

in linea retta con p'; ora sulla retta $p'f'$ vi sono $\Theta' - \Xi'$ intersezioni, distinte da f', di $p'f'$ colla superficie congiunta ad f', le quali sono congiunte ad f', si trova dunque che la k'_{12} ha in f' un punto multiplo secondo $\Theta' - \Xi'$, cioè che la retta $p'f'$ è multipla secondo $\Theta' - \Xi'$ per il cono del complesso col vertice in p', dunque:

I. Tutti i raggi della stella che ha il centro in un punto fondamentale per la trasformazione congiunta, e precisamente congiunto ad una superficie di ordine Θ' per la quale sia multiplo secondo Ξ', sono raggi multipli secondo $\Theta' - \Xi'$ per il complesso C'.

Supponiamo adesso che il punto f' sia fondamentale solo per la trasformazione doppia, e precisamente di 1ª classe 3ª specie, cioè congiunto ad un altro punto f''; ambedue i punti f', f'' saranno multipli secondo i' per le Φ. Le K' date dalle rette R' che si appoggiano alla retta $f'f''$ passano semplicemente per f', f'', quindi anche la k'_{12} data da un punto p' di $f'f''$ passa semplicemente per f', f'' e il cono di C' che ha il vertice in p' contiene la $f'f''$ come generatrice semplice.

II. La retta determinata da due punti fondamentali congiunti, di 1ª classe e 3ª specie, è un raggio semplice del complesso C'.

Supponiamo che f' sia fondamentale per la trasformazione doppia, e precisamente di 1ª classe 4ª specie, cioè che sia un punto doppio di S'; allora si vede subito che tutte le rette condotte per f' sono raggi semplici di C'.

III. Tutti i raggi della stella che ha il centro in un punto fondamentale di 1ª classe 4ª specie, cioè in un punto doppio di S', sono raggi semplici del complesso C'.

Considereremo qui appresso i punti fondamentali di 1ª classe 2ª specie, che sono punti almeno di una curva fondamentale per la trasformazione congiunta (21).

43. Sia γ' una curva di S' fondamentale per la trasformazione congiunta, e precisamente I'-pla per le $\mathbb{P}'$ e congiunta ad una superficie. Ogni punto p' di γ' è congiunto ad una curva di ordine I' che deve necessariamente contenere le coppie di punti congiunti infinitamente vicine a p', quindi se oltre ai punti di Ω' infinitamente vivini a p', che sono j' punti congiunti a se stessi, infinitamente vicine a p' vi sono c' coppie di punti congiunti, la curva congiunta a p' ha in esso un punto multiplo secondo $2c' + j'$ ed è perciò proiettata da p' secondo un cono di ordine $I' - (2c' + j')$, le cui generatrici sono raggi del complesso.

I. Il cono del complesso C' corrispondente ad un punto di una curva fondamentale per la trasformazione congiunta, e precisamente congiunta ad una superficie, si spezza in due coni, uno dei quali, di ordine $I' - (2c' + j')$, è quello che dal punto preso proietta la curva congiunta.

Se la γ' è H'-pla per la sua superficie congiunta i suoi H' punti infinitamente vicini ad un punto p' di γ' sono i $2c' + j'$ della curva congiunta a p' ed altri $H' - (2c' + j')$ congiunti ad altrettanti punti nei quali la curva congiunta a p' si appoggia a γ'.

Se γ' è una retta è evidentemente multipla secondo $H' - (2c' + j')$ per il cono che da un suo punto p' proietta la curva congiunta, è poi facile vedere come è multipla per l'altro cono che insieme al primo forma quello di C' che ha il vertice in p', e quindi è facile vedere come è multipla per C' la retta γ'. Basta cercare la Δ'

situata in un piano per γ' e vedere in quante coppie di punti congiunti, non fondamentali, è segata dalla K′ corrispondente ad una retta che si appoggia a γ'.

Se la γ' è fondamentale per la trasformazione congiunta, e precisamente congiunta ad un'altra curva γ'' pure fondamentale per essa, in modo che ogni punto di γ' o γ'' corrisponda a tutti i punti di γ'' o γ', è chiaro che C′ deve contenere tutte le rette che incontrano γ' e γ''.

II. Il complesso C′ contiene il sistema dei raggi che incontrano una curva fondamentale, congiunta ad una superficie, e le curve congiunte ai punti di incontro.

III. Se vi sono due curve fondamentali, ciascuna congiunta a tutti i punti dell'altra, il complesso C′ contiene il sistema dei raggi che si appoggiano ad ambedue le curve.

IV. Se vi è una curva fondamentale, congiunta a ciascuno dei suoi punti, il complesso C′ contiene il sistema delle sue corde.

V. Il complesso C′ contiene il sistema delle corde di ciascuna curva parassita.

Può darsi che vi siano curve fondamentali solo per la trasformazione doppia, se γ' è una di queste o ciascuno dei suoi punti è congiunto ad uno di un'altra curva γ'', fondamentale pure per la sola trasformazione doppia, o ciascuno è congiunto ad un altro della stessa γ', o ciascuno è congiunto a se stesso, essendo allora γ' una curva doppia di S′.

VI. Se ciascun punto di una curva fondamentale per la sola trasformazione doppia è congiunto ad un altro punto di un'altra curva o della stessa curva, il complesso C′ contiene la superficie rigata generata dalle rette determinate dalle dette coppie di punti congiunti. Se nello spazio semplice abbiamo una curva doppia, per ciascuno dei suoi punti passano ∞^1 raggi di C′.

44. Gli elementi generatori, punti e rette, dei due spazî S e C′ si corrispondono univocamente; come in tutte le corrispondenze univoche, esistono elementi, fondamentali, a ciascuno dei quali, di S o C′, non corrisponde un solo elemento, di C′ o S. Gli elementi fondamentali, nel caso nostro, possono essere delle seguenti specie:

1.° Un punto fondamentale di S al quale corrisponda in C′ un sistema fondamentale di ∞^2 raggi, e precisamente in modo che ogni raggio del sistema dia un punto infinitamente vicino al punto fondamentale, e viceversa.

2.° Un raggio fondamentale di C′ al quale corrisponda in S una superficie fondamentale, e precisamente in modo che ogni punto della superficie dia un raggio infinitamente vicino al raggio fondamentale, e viceversa.

3.° Una curva fondamentale di S alla quale corrisponda in C′ un sistema fondamentale di ∞^2 raggi; in modo che ogni punto della curva abbia per corrispondenti tutte le generatrici di una superficie rigata del sistema ed ogni raggio del sistema abbia per corrispondente un punto della curva.

4.° Una superficie rigata fondamentale di C′ alla quale corrisponda in S una superficie fondamentale; in modo che ogni generatrice della superficie rigata abbia

per corrispondenti tutti i punti di una curva della superficie ed ogni punto della superficie abbia per corrispondente una generatrice della superficie rigata.

5.° Una curva fondamentale di S alla quale corrisponda in C′ una superficie rigata fondamentale; in modo che ogni punto della curva abbia per corrispondenti tutti i raggi della superficie rigata ed ogni generatrice della superficie rigata abbia per corrispondenti tutti i punti della curva.

Vedute così le diverse specie di elementi fondamentali, che possono nascere rappresentando univocamente i raggi di un complesso sopra i punti dello spazio, cerchiamo come nascono queste specie nella rappresentazione del complesso C′ ottenuta con la nostra trasformazione doppia.

1.° Abbiamo in S un punto fondamentale, corrispondente ad un sistema fondamentale di C′, quando in S vi è un punto al quale corrisponda in S′ una superficie congiunta ad un punto (42, I); quando in S vi è un punto al quale corrisponda in S′ una superficie congiunta ad una curva (43, II); quando in S vi è un punto al quale corrispondano in S′ due superficie congiunte o una superficie congiunta a se stessa, perchè allora evidentemente C′ contiene il sistema dei raggi determinati dalle coppie di punti congiunti delle due superficie congiunte o della superficie congiunta a se stessa; quando in S vi è un punto al quale corrisponda in S′ una curva parassita (43, V); quando in S vi è un punto al quale corrisponda in S′ un punto doppio (42, III).

2.° Abbiamo in C′ un raggio fondamentale corrispondente ad una superficie fondamentale di S, quando in S′ vi sono due punti congiunti ai quali corrisponda una superficie di S (42, II).

3.° Abbiamo in S una curva fondamentale, corrispondente ad un sistema fondamentale di C′, quando in S vi è una curva alla quale corrispondano in S′ due curve, ciascuna congiunta a ciascun punto dell'altra (43, III); quando in S vi è una curva alla quale corrisponda in S′ una curva congiunta a ciascuno dei suoi punti (43, IV); quando in S vi è una curva alla quale corrisponda una curva doppia di S′ (43, VI); quando in S vi è una curva alla quale corrisponda in S′ una superficie congiunta ad un punto (42, I); quando in S vi è una curva alla quale corrisponda in S′ una superficie congiunta ad una curva (43, II); quando in S vi è una curva alla quale corrispondano in S′ due superficie congiunte o una superficie congiunta a se stessa, perchè allora evidentemente C′ contiene il sistema dei raggi determinati dalle coppie di punti congiunti delle due superficie congiunte o della superficie congiunta a se stessa.

4.° Abbiamo in C′ una superficie rigata fondamentale, corrispondente ad una superficie fondamentale di S, quando in S′ vi sono due curve congiunte, o una curva congiunta a se stessa, alle quali corrisponda in S una superficie (43, VI); quando in S′ vi è una curva congiunta ad un punto, fondamentale di 1ª classe 2ª specie, alla quale corrisponda in S una superficie (43, I).

5°. Abbiamo in S una curva fondamentale, corrispondente ad una superficie rigata fondamentale di S′, quando in S vi è una curva fondamentale alla quale corrispondano in S′ due curve congiunte o una curva congiunta a se stessa (43, VI).

45. Se nello spazio S prendiamo una qualunque superficie, ciascuno dei suoi

punti dà in S' una retta di C', così in S' abbiamo un sistema di raggi di C' corrispondente alla superficie presa in S. In particolare alla superficie limite corrisponde il sistema delle rette principali. L'ordine del sistema di C' è il numero dei suoi raggi situati in un piano qualunque, ciascuno di questi raggi è dato da una coppia di punti congiunti alla quale corrisponde un punto, non fondamentale, comune alla superficie presa in S ed a una curva Δ.

I. L'ordine di un sistema di raggi di C' è il numero dei punti, non fondamentali, comuni alla superficie corrispondente in S e ad una qualunque delle curve Δ.

Così vediamo che l'ordine del sistema dei raggi principali è χ (12, III).

La classe di un sistema di C' è il numero dei suoi raggi che passano per un punto qualunque, ciascuno di questi raggi è dato da una coppia di punti congiunti in linea retta col punto preso, ossia da un punto, non fondamentale, comune alla superficie corrispondente in S ed alla curva k_{12} che corrisponde alla k'_{12} data dal punto preso.

II. La classe di un sistema di raggi di C' è il numero dei punti, non fondamentali, comuni alla superficie corrispondente in S e ad una qualunque delle curve k_{12}.

Così vediamo che la classe del sistema delle rette principali è il numero dei punti, non fondamentali, comuni ad una k_{12} ed alla superficie limite.

46. Per la rappresentazione dei raggi del complesso C' sui punti dello spazio S importa conoscere specialmente i sistemi φ' di raggi che corrispondono ai piani P di S, cioè che sono generati dai raggi determinati dalle coppie di punti congiunti delle corrispondenti Φ'. L'ordine di un sistema φ' è il numero dei punti comuni ad una Δ ed a P (45, I), ossia l'ordine δ delle Δ. La classe di un sistema φ' è il numero dei punti comuni ad una k_{12} ed a P (45, II), ossia l'ordinè d delle k_{12}. Ora la curva, non fondamentale, comune a due K è di ordine (40, I):

$$(n-p-1)^2 - \sum_r \left(i_r - \frac{j_r}{2}\right)^2 m_r ,$$

se queste due K corrispondono a due K' date da due rette che si incontrano, le due K' si segano in una k'_{12} ed in una Δ' e le due K si segano in una k_{12} ed in una Δ, dunque:

I sistemi φ' di C', che corrispondono ai piani di S, appartengono ad un sistema lineare ∞^3, il loro ordine δ è dato da:

$$2\delta = \mu' + \sum_r i_r m_r - \sum_{r'} i'_{r'} m'_{r'} - 4(n-n') ,$$

la loro classe d è data da:

$$d = (n-p-1)^2 - \tfrac{1}{2}\sum_r (2i_r - j_r)^2 m_r - \delta .$$

Tre qualunque sistemi φ' hanno comune un solo raggio non fondamentale.

47. I sistemi φ' devono naturalmente contenere tutti i raggi fondamentali e tutte le superficie rigate fondamentali di C'.

Se f', f'' sono due punti congiunti, fondamentali per la sola trasformazione doppia e precisamente τ'-pli per le Φ', la sezione di una Φ' fatta da un piano P', che

passi per la retta $f'f''$, ha in f', f'' due punti τ'-pli congiunti, per essi passa semplicemente la Δ' di P', quindi in f', f'' sono riunite τ' delle δ coppie di punti congiunti di P' e comuni ad una Φ', e perciò in $f'f''$ vi sono τ' raggi comuni al piano P' ed al sistema φ', dato dal piano P corrispondente in S alla Φ'.

Prendendo un punto p' sulla retta $f'f''$, ed osservando che la k'_{12} corrispondente a p' passa semplicemente per i punti congiunti f', f'', si vede che in essi sono riunite τ' delle coppie di punti congiunti comuni alla k_{12} e ad una Φ', e quindi si deduce che dei δ raggi di φ', che passano per p', ve ne sono τ' riuniti in $f'f''$.

I. Un raggio fondamentale di C' determinato da due punti congiunti, fondamentali τ'-pli per le Φ', è multiplo secondo τ' per tutti i sistemi φ'.

In S abbiamo una superficie rigata fondamentale, corrispondente ad una superficie o ad una curva di S, quando abbiamo in S' due curve fondamentali γ', γ'' congiunte, o una curva fondamentale γ' congiunta a se stessa (44; 4°, 5°). Se le γ', γ'' sono multiple secondo i' per le Φ', con un ragionamento analogo al precedente, si dimostra che ogni raggio della superficie rigata fondamentale è i'-plo per tutti i sistemi φ'.

II. Le generatrici di una superficie rigata fondamentale di C', determinata da due curve fondamentali congiunte i'-ple per le Φ' o da una curva fondamentale congiunta a se stessa i'-pla per le Φ', sono multiple secondo i' per tutti i sistemi φ'.

48. Se nello spazio S prendiamo una qualunque curva, ciascuno dei suoi punti dà in S' una retta di C'; in C' abbiamo una superficie rigata corrispondente alla curva. Il grado della superficie rigata è il numero delle sue generatrici che incontrano una retta arbitraria, cioè il numero dei punti, non fondamentali, comuni alla curva di S e ad una superficie K.

I. Il grado di una superficie rigata di C' è uguale al numero dei punti, non fondamentali, comuni alla curva corrispondente in S e ad una qualunque delle superficie K.

Per la rappresentazione dei raggi del complesso C' sui punti dello spazio S importa conoscere specialmente le superficie rigate ψ' che corrispondono alle rette R di S, cioè quelle superficie che sono generate dai raggi determinati dalle coppie di punti congiunti delle corrispondenti R'_n, e le quali costituiscono la parte non fondamentale comune a due qualunque dei sistemi φ'.

Il grado di una ψ' è il numero dei punti comuni ad una K e ad R (48, I), ossia l'ordine delle K.

II. Le superficie rigate ψ' di C', che corrispondono alle rette di S, formano un sistema ∞^4 ed il loro grado è: $n-p-1$ (40, I).

Le superficie rigate ψ' devono naturalmente contenere tutti i raggi fondamentali di C' e devono incontrare secondo raggi variabili solamente quelle superficie rigate fondamentali di C' che corrispondono a superficie fondamentali di S.

Se f', f'' sono due punti congiunti, fondamentali per la sola trasformazione doppia e precisamente θ'-pli per le R'_n, sopra una di queste R'_n vi sono θ' punti infinitamente vicini ad f' i cui congiunti sono i θ' punti infinitamente vicini ad f'',

quindi per una superficie rigata ψ', che è generata dalle rette che uniscono le coppie di punti corrispondenti di una R'_n, il raggio $f' f''$ è multiplo secondo θ'.

III. Un raggio fondamentale di C' è multiplo secondo θ' per tutte le superficie rigate ψ', se θ' è l'ordine della superficie corrispondente ad esso in S.

Quando in S abbiamo una superficie fondamentale di ordine s', alla quale corrispondano in S' due curve congiunte, fondamentali per la sola trasformazione doppia, o una curva congiunta a se stessa, pure fondamentale per la sola trasformazione doppia, o un punto, fondamentale di 1ª classe 2ª specie, congiunto ad una curva, si ha in C' una superficie rigata fondamentale alla quale corrisponde in S una superficie fondamentale di ordine s'. Agli s' punti in cui è incontrata da una retta qualunque R in C' corrispondono s' raggi, non fondamentali, comuni alla superficie rigata fondamentale ed alla superficie rigata ψ' corrispondente ad R.

IV. Una superficie rigata fondamentale di C', alla quale corrisponda in S una superficie fondamentale di ordine s', è incontrata in s' raggi, non fondamentali, da tutte le superficie rigate ψ'.

V. Una superficie rigata fondamentale di C', alla quale corrisponda in S una curva fondamentale, non è incontrata in raggi, non fondamentali, dalle superficie rigate ψ'.

49. Conosciamo i sistemi e le superficie rigate che in C' corrispondono agli enti lineari, piani e rette, di S, adesso cerchiamo le superficie e le curve che in S corrispondono agli enti lineari di C', cioè alle sue intersezioni con un complesso lineare o con una congruenza lineare. Dopo ciò avremo determinato tutte le circostanze della rappresentazione di C' sopra S.

L'intersezione di C' con un complesso speciale, il cui asse sia R', non è altro che la congruenza di tutte le rette determinate dalle coppie di punti congiunti della K' data dalla R', quindi ha per corrispondente in S la superficie K che corrisponde a K'. Le intersezioni di C' con due complessi speciali, i cui assi siano R'_1, R'_2, dànno in S due superficie K_1, K_2, e naturalmente i complessi lineari del fascio determinato dai due speciali segano C' secondo congruenze alle quali corrispondono in S le superficie φ del fascio determinato dalle due K_1, K_2, dunque le φ hanno lo stesso ordine delle K e passano nello stesso modo per i punti fondamentali di S.

I. Alle congruenze intersezioni di C' con i complessi lineari di S' corrispondono in S superficie φ, di un sistema lineare ∞^5, il cui ordine è $n-p-1$, per le quali una curva fondamentale, i-pla per le Φ e j-pla per la Ω, è multipla secondo $i-\frac{j}{2}$, ed un punto fondamentale, τ-plo per le Φ e J-plo per la Ω, è multiplo secondo $\tau-\frac{J}{2}$ (40, I).

La superficie rigata comune a C' ed a due complessi lineari non è altro che quella generata dalle rette di C' che si appoggiano alle direttrici della congruenza comune ai due complessi lineari, ad essa corrisponde dunque una curva ψ comune ad un fascio di φ e quindi anche a due K.

II. Alle superficie rigate intersezioni di C′ con le congruenze lineari di S′ corrispondono in S curve ψ, di un sistema ∞^8, il cui ordine è:

$$(n-p-1)^2-\sum_r\left(i_r-\frac{j_r}{2}\right)^2 m_r .$$

50. In certe trasformazioni doppie avviene che tutte le rette determinate da due punti congiunti sono congiunte a se stesse, e quindi non generano più un complesso C′; ma un sistema ∞^2 (1). Ciò accade, per esempio, in tutte le trasformazioni doppie nelle quali ai piani dello spazio doppio corrispondono nello spazio semplice superficie di secondo ordine. Quando vi è un sistema ∞^2 di rette congiunte a se stesse, le K′ sono le superficie generate dai raggi del sistema che incontrano una retta R′, le curve Δ′ sono costituite dai raggi del sistema che stanno in un piano P′.

VII. *Come si possono trovare infinite trasformazioni doppie dello spazio.*

51. Esiste un metodo, abbastanza semplice, per ottenere tutte le trasformazioni doppie nelle quali le Φ′ sono superficie omaloidi.

Supponiamo che sia nota la rappresentazione piana di una data superficie omaloide Φ′. Tutte le superficie dello stesso ordine, per le quali i punti multipli e le curve multiple di Φ′ sono punti multipli e curve multiple nello stesso modo, segano Φ′ secondo curve, variabili, le cui immagini sul piano P, rappresentativo di Φ′, formano un certo sistema Σ. Nel piano P prendiamo una rete di curve c, tali che due qualunque abbiano comuni due soli punti variabili, cioè una di quelle reti che trasformano il piano semplice P in un piano doppio (2), e prendiamo la rete delle c in modo che ciascuna φ con un luogo fisso L (insieme di linee, anche contate più volte) costituisca una curva del sistema Σ. I luoghi cL sono ∞^2 e rappresentano su P le intersezioni della Φ′ con un sistema lineare ∞^3 di altre superficie Φ′, siccome poi due c hanno comuni due soli punti variabili, si vede che tre Φ′ si incontrano in due soli punti non comuni a tutte le altre, cioè si vede che il sistema ∞^3 delle Φ′ è uno di quelli che trasformano il loro spazio semplice S′ in uno spazio doppio S (3).

Variando il luogo L e la rete delle c si ottengono tutte le trasformazioni doppie nelle quali può essere impiegata la data Φ′.

52. Quando è dato un sistema ∞^3 di superficie Φ′, capaci di trasformare il loro spazio semplice S′ in uno spazio doppio S, se ne trovano facilmente infiniti altri, anche costituiti da superficie Φ′ non omaloidi. Basta prendere in S un sistema lineare ∞^3 di superficie, tali che tre qualunque di esse si incontrino in un solo punto non comune a tutte le altre (4), il sistema corrispondente nello spazio semplice è uno di quelli cercati.

(1) De Paolis, *Alcune particolari trasformazioni involutorie dello spazio.* (Rendiconti della r. Accademia dei Lincei, Serie 4ª, vol. 1).

(2) De Paolis, *Le trasformazioni piane doppie.* (Atti della r. Accademia dei Lincei, Serie 3ª, vol. I, 1877).

(3) Questo metodo è analogo a quello seguìto da Cremona per trovare tutti i possibili sistemi omaloidi dei quali fa parte una data superficie omaloide. (*Sulle trasformazioni razionali nello spazio.* Annali di Matematica, Serie 2ª, vol. V).

(4) Cremona, l. c.

RELAZIONE

letta dal Socio De Paolis, a nome anche del Socio Battaglini, nella seduta del 15 novembre 1885, sulla Memoria del dott. A. Porchiesi, intitolata: *Una rappresentazione del Complesso lineare sullo Spazio ordinario.*

« Dati due spazî, che abbiano lo stesso numero di dimensioni, fra i loro elementi generatori si possono stabilire infinite corrispondenze birazionali. Quando sia determinato l'ordine dei luoghi geometrici di uno dei due spazî che devono corrispondere agli enti lineari dell'altro, può aver luogo solamente un numero finito delle dette trasformazioni birazionali; ora il dott. Porchiesi ha considerato una di quelle che si possono stabilire tra lo spazio punteggiato ordinario ed un complesso lineare di rette, quando ai piani del primo corrispondano nel complesso congruenze di 2° grado. Siccome la Memoria del dott. Porchiesi è condotta bene e può interessare, essendo note poche trasformazioni tra un complesso di rette e lo spazio punteggiato, crediamo che possa essere pubblicata negli Atti dell'Accademia ».

Una rappresentazione del Complesso lineare sullo Spazio ordinario.

Memoria del dott. AUGUSTO PORCHIESI.

---

1) Se φ è una congruenza generale di 2° grado, ottenuta segando un complesso C di 1° grado con un complesso di 2° grado C_2, la supporremo rappresentata, ora ed in seguito, sul piano ω di uno dei suoi sedici fasci (1). Indicheremo poi con O il centro del fascio giacente in ω e con a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 gli altri punti singolari di φ giacenti in ω.

Se ora sia φ' un'altra congruenza di 2° grado, ottenuta segando C con un altro complesso generale di 2° grado C_2', la superficie, secondo la quale φ è segata da φ', è quella generata dai tre complessi C_1, C_2, C_2': essa è dunque di 8° ordine, ha due generatrici passanti per ogni punto singolare di φ ed in particolare ne ha due passanti per O e giacenti in ω; come pure ne ha due passanti per ogni punto singolare a_i di ω. Ne segue che la superficie, secondo la quale φ è segata da un'altra congruenza generale di 2° grado, φ', pur essa giacente in C, è rappresentata in ω da una curva del 6° ordine, dotata di un punto doppio in ciascuno dei cinque punti a_i.

Volendo ora stabilire una corrispondenza univoca tra i raggi del complesso lineare C e i punti dello spazio ordinario S per modo, che ai piani di S corrispondano in C le congruenze di 2° grado, dovremo formare in C un tale sistema triplamente infinito di congruenze φ, che tre qualunque di esse abbiano un solo raggio variabile comune: cosicchè tutte queste congruenze dovranno avere su una di esse φ sezioni tali, che le loro rappresentazioni su ω siano curve di 6° ordine dotate di un punto doppio in ciascuno dei cinque punti fondamentali a_i e costituenti una rete omoloidica. Otterremo questo scopo, formando la rete colle rette del piano ω associate col luogo fisso costituito dalle cinque rette:

$$a_1 a_2 \quad a_2 a_3 \quad a_3 a_4 \quad a_4 a_5 \quad a_5 a_1$$

Le congruenze del sistema assunto in C hanno allora comuni i cinque fasci che per una di esse, φ, sono rappresentati su ω dalle cinque punteggiate precedenti; cioè la nostra corrispondenza è tale, che:

« Ai piani di S corrispondono tali congruenze di 2° grado di C, « che hanno cinque fasci comuni ».

E poichè la parte variabile comune a due φ ha per immagine su ω, piano di

(1) Per la rappresentazione della congruenza φ su ω veggasi: Caporali, *Sui complessi e sulle congruenze di* 2° *grado*. Atti della r. Accademia dei Lincei, 1878.

rappresentazione di una di esse, una retta, concludiamo (1) che quella parte variabile è una superficie gobba di 3° ordine coordinata al piano (2) ω; cioè:

«Alle rette dello spazio S corrispondono in C superficie gobbe «Γ di 3° ordine».

2) Vediamo ora più precisamente, come si comportino tra loro i cinque fasci comuni a tutte le congruenze φ di C, che corrispondono ai piani di S.

Indicato, a tal fine, per un momento con $F_{r,s}$ il fascio di una φ, che è rappresentato su ω dalla punteggiata $a_r\, a_s$, è facile convincersi che dei cinque fasci comuni a tutte le congruenze:

$$F_{12}\ ,\ F_{23}\ ,\ F_{34}\ ,\ F_{45}\ ,\ F_{51}$$

quelli soli hanno un raggio comune, che sono rappresentati da simboli aventi indici diversi: avranno, cioè, un raggio comune solo le cinque coppie di fasci:

$$(F_{12}, F_{34})\quad (F_{12}, F_{45})\quad (F_{23}, F_{45})\quad (F_{23}, F_{15})\quad (F_{34}, F_{15})$$

che su ω sono rappresentate da coppie di lati non contigui nel pentagono $a_1\, a_2\, a_3\, a_4\, a_5$.

Vediamo dunque che i vertici di quei cinque fasci, presi nell'ordine:

$$F_{12}\ ,\ F_{34}\ ,\ F_{15}\ ,\ F_{23}\ ,\ F_{45}$$

formano un pentagono, i cui lati successivi appartengono al complesso e di cui due lati consecutivi giacciono nel piano polare del vertice, nel quale s'incontrano. Se dunque chiamiamo un *pentaedro* del complesso, il sistema dei cinque vertici e delle cinque faccie di un tale pentagono, possiamo asserire che:

«Le congruenze di C corrispondenti ai piani di S hanno comuni «i fasci di un pentaedro di C».

Indicheremo, per maggior semplicità, con F_1 , F_2 , F_3 , F_4 , F_5 i fasci precedenti, presi nello stesso ordine di successione, quando non dovremo servirci della loro rappresentazione sul piano singolare ω di φ. Rappresenteremo poi con π_i il piano del fascio F_i, con r_i il raggio del complesso che unisce F_i con F_{i+1} e con ρ_i quella retta, passante per F_i, nella quale si segano le due faccie π_{i-1} , π_{i+1} del pentaedro.

Una φ ha, oltre i cinque fasci del pentaedro, altri 11 fasci; dei quali, uno è quello di centro O e di piano ω, cinque sono quelli che hanno i vertici in

$$a_1\ ,\ a_2\ ,\ a_3\ ,\ a_4\ ,\ a_5$$

e che su ω sono rappresentati rispettivamente dai loro vertici: e gli altri cinque sono quelli rappresentati su ω dalle diagonali del pentagono $a_1\, a_2\, a_3\, a_4\, a_5$.

Quanto a quelli coi vertici nei punti a_i, prendendo a considerare il vertice di uno di essi, per es. a_1, vediamo che esso si trova non solo sul piano π_1 (rappresentato da $a_1\, a_2$ su ω) ma anche su π_3, che è il piano del fascio $F_3 \equiv F_{15}$; cioè a_1 giace sulla retta ρ_2. Così ciascuno degli altri quattro punti a_i giace su una delle altre quattro rette ρ_s.

Quanto ai fasci rappresentati su ω dalle diagonali del pentagono $a_1\, a_2\, a_3\, a_4\, a_5$, considerando per es. quello, F_{35}, rappresentato da $a_3\, a_5$, noi vediamo che esso ha un raggio comune col solo fascio F_1 del pentaedro, perchè $a_3\, a_5$ sega solo il lato

(1) Caporali, l. c. n. 7.

(2) Vedremo in seguito che il piano singolare ω di φ si comporta, rispetto alla trasformazione, in un modo diverso dagli altri 15 piani singolari.

$a_1 a_2$ del nostro pentagono fuori dei vertici. Dal che risulta che il vertice di quel fascio giace su una sola faccia del pentaedro fondamentale. Il centro O poi del fascio giacente in ω, appunto perchè giace già sul piano ω e sui piani dei fasci che hanno i vertici nei punti a_i, non può giacere su alcuna faccia (1) del nostro pentaedro. Il centro O è dunque l'unico punto singolare di una φ, che non sottostia ad alcuna condizione. Vedremo in seguito che esso, da solo, basta ad individuare la φ. Il centro O ed il piano ω del suo fascio li diremo *punto* e *piano singolari liberi* della φ corrispondente.

Dunque:

« Dei punti singolari delle φ, cinque (i vertici dei fasci fonda-« mentali) sono fissi; cinque scorrono ciascuno su una delle rette ρ « cinque giacciono ciascuno su uno dei piani π_i; ed uno è comple-« tamente libero ».

Possiamo ora asserire che:

« Le superficie Γ appartenenti ad una φ sono coordinate (2) al « piano singolare libero di essa ».

3) La congruenza lineare generale formata sul complesso C da un complesso lineare C' sega una φ secondo una superficie di 4° ordine, che ha un raggio passante per ciascuno dei 16 punti singolari di φ e giacente nel corrispondente piano singolare. Tale superficie sega dunque ω, piano singolare libero di φ, lungo una curva di 3° ordine passante per i cinque punti a_i; mentre l'intersezione Γ di φ con un'altra φ' è rappresentata su ω da una retta, che sega in tre punti il luogo precedente. Ne segue che vi sono tre raggi comuni alla nostra congruenza lineare e ad una Γ arbitraria e che, quindi, la superficie Λ corrispondente in S alla congruenza lineare in discorso è di 3° ordine; cioè:

« Alle congruenze lineari generali di C corrispondono in S su-« perficie Λ di 3° ordine ».

4) Due congruenze lineari generali di C hanno comune un iperboloide, che ha quattro raggi in ognuna delle congruenze φ del nostro sistema; e poichè quei quattro raggi non appartengono generalmente ai fasci fondamentali, possiamo concludere che in S l'intersezione variabile comune a due Λ ha quattro punti comuni con un piano arbitrario:

« Agli iperboloidi di C corrispondono in S curve gobbe razio-« nali di 4° ordine, che sono la parte variabile dell'intersezione « di due Λ ».

Tali curve sono razionali, perchè i loro punti sono riferibili proiettivamente alle generatrici di un iperboloide.

Possiamo prevedere che le Λ hanno tutte comune un luogo fisso di 5° ordine, del quale ci occuperemo in seguito (n. 8).

(1) È noto che in una congruenza di 2° grado ogni punto singolare giace su 6 piani singolari, uno dei quali è quello del suo fascio.

(2) Caporali (l. c. n^i. 5, 11) dice, in una congruenza di 2° grado, *coordinata* una Γ a quell'unico piano singolare, sul quale è rappresentata da una retta.

5) Segando una φ con una congruenza generale di 2° grado giacente in C, la superficie risultante è rappresentata sul piano singolare libero ω di φ (n. 1) da una curva di 6° ordine, che ha per punti doppî i cinque punti a_i; mentre una Γ giacente in φ è rappresentata in ω da una retta; dunque:

« Alle congruenze generali di 2° grado di C corrispondono in S « superficie di 6° ordine ».

Se r è un raggio di uno dei fasci fondamentali di C, ad r corrisponde un punto in ogni piano di S; cioè ad un raggio d'un fascio fondamentale di C corrisponde in S non un punto, ma una retta; ossia, più propriamente, ai raggi di C infinitamente vicini ad un raggio di un fascio fondamentale e che lo segano corrispondono in S punti di una linea retta.

Questo, del resto, può anche dimostrarsi così. Se un iperboloide di C passa per un raggio r del fascio fondamentale F_1, ciò significa che le due congruenze lineari di C che lo generano passano per r; le sezioni di queste congruenze con una φ sono dunque rappresentate sul corrispondente piano ω da due curve di 3° ordine passanti per i cinque punti fondamentali e per quel punto della retta $a_1 a_2$, che è l'imagine di r: le due congruenze hanno dunque ancora comuni con φ tre raggi; cioè il raggio r conta per un solo raggio comune all'iperboloide ed a φ. Segue che in S un piano ha comuni colla curva corrispondente al nostro iperboloide tre punti, variabili al variare dell' iperboloide passante per r; che cioè la curva corrispondente all'iperboloide si è scissa in una cubica gobba ed in una retta, la quale corrisponde ad r.

Abbiamo veduto che ad una congruenza generale di 2° grado, situata in C, corrisponde in S una superficie del 6° ordine; la quale si riduce ad un piano, se la congruenza sia una φ, se cioè contenga i cinque fasci fondamentali dati. Dunque ai raggi dei cinque fasci fondamentali di C corrispondono rette formanti un luogo del 5° ordine, che dovrà spezzarsi nel sistema di cinque piani, contenenti ciascuno le rette che corrispondono ai raggi di uno stesso fascio.

Ci resta ora a vedere quale sia in uno π'_1 di questi piani l'inviluppo delle rette, corrispondenti ai raggi del fascio F_1 di C. Sia, a tal fine, g una retta arbitraria di S, segante π'_1 in punto G: è chiaro che tante delle rette in discorso, giacenti in π'_1, passeranno per G, quanti saranno i raggi della Γ corrispondente a g appartenenti al fascio F_1; ma Γ ha con F_1 un solo raggio comune (1), del sistema; dunque le rette del sistema giacenti in π'_1 formano un fascio.

Concludiamo che:

« Ai raggi dei cinque fasci fondamentali di C corrispondono in « S raggi, formanti ancora cinque fasci ».

Indicheremo questi fasci ed i loro piani rispettivamente con Φ_i, π'_i:

Due fasci fondamentali consecutivi di C, F_i, F_{i+1} hanno un raggio (del complesso) comune; dunque due fasci consecutivi Φ_i, Φ_{i+1} avranno altresì un raggio comune, cioè:

(1) Se infatti φ è una congruenza contenente Γ, nel piano ω corrispondente la Γ è rappresentata da una retta che ha uno ed un sol punto comune coll'imagine $a_1 a_2$ del fascio F_1.

« I centri dei cinque fasci $\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3, \Phi_4, \Phi_5$, presi in quest'or-« dine, costituiscono un pentagono tale, che il fascio avente il « centro in un vertice giace nel piano che unisce questo ai due « vertici precedente e successivo ».

7) Sia ρ_1 (n. 2) l'intersezione dei due piani π_5, π_2 e sia P un punto di essa. Poichè il fascio di centro P ha già comuni con una congruenza arbitraria φ i due raggi F_5P, F_2P, non avrà con essa alcun altro raggio comune (non essendo P, per l'arbitrarietà della φ, un punto singolare di essa): dunque al fascio di raggi col centro in P corrisponderà non una linea, ma un punto. E poichè quel fascio ha due raggi spettanti rispettivamente ai fasci F_5, F_2, così quel punto dovrà giacere nei raggi corrispondenti ai primi e quindi nell'intersezione ρ'_1 dei due piani π'_5, π'_2; intersezione che passa per Φ_1. Si ha dunque che:

« Ai fasci di C aventi i centri sulle ρ_i corrispondono in S punti « situati sulle rette ρ'_i, le quali si comportano rispetto al penta-« gono formato dalle Φ_i, come le ρ_i rispetto a quello delle F_i ».

È dunque degna di nota l'analogia, che vi è, tra gli enti fondamentali dei due spazî C ed S rappresentati l'uno sull'altro.

8) Un fascio di C ha comuni due raggi con ogni φ; dunque il luogo corrispondente ad esso in S ha comuni due punti con ogni piano, è cioè una conica, che sega ciascuna delle cinque rette ρ'_i, perchè il fascio ha un raggio secante ciascuna delle cinque ρ_i; dunque:

« Al sistema, triplamente infinito, dei fasci di C corrisponde « in S il sistema delle coniche che segano le cinque rette ρ'_i ».

Una di queste coniche è unica per il piano che la contiene, cui essa determina completamente, dunque:

« In C una φ è completamente individuata per mezzo del suo « punto singolare libero ».

Data in C una congruenza lineare, per ogni punto di una ρ_i passa un raggio di essa; dunque la A corrispondente a quella congruenza contiene ogni punto della ρ'_i, cioè:

« Il luogo fisso di 5° ordine comune a tutte le A dello spa-« zio S è costituito dalle cinque rette ρ'_i ».

Così le superficie di 6° ordine, corrispondenti in S alle congruenze generali di 2° grado di C, hanno per rette doppie le cinque rette ρ'_i.

Finalmente, un iperboloide di C ha due raggi che segano una a piacere delle ρ_i, dunque:

« Le curve di quart'ordine, corrispondenti in S agli iperboloidi « di C, bisecano ciascuna delle ρ'_i ».

Le rette ρ'_i formano esse stesse un pentagono storto, perchè ogni faccia del pentaedro fondamentale ne contiene due, che quindi si segano.

9) Poichè una congruenza φ possiede il fascio F_1 giacente in π_1, ed una Γ di φ è coordinata al piano singolare libero ω di φ, il piano π_1 non solo non sarà coordinato a Γ, ma nè pure conterrà il punto singolare libero O (polo di ω). La Γ sarà dunque (1) rappresentata su π_1 da una conica λ.

(1) Caporali, l. c. n. 11.

Se ora consideriamo quella superficie di 3° ordine giacente in φ che è rappresentata su π_1 da una retta d, vediamo dalla rappresentazione, che essa ha due raggi comuni con Γ (d e λ hanno due punti comuni); cosicchè la congruenza delle rette di C seganti d ha due raggi comuni con ogni Γ, cioè:

« Quando una direttrice di una congruenza lineare di C giace « nel piano π_i d'un fascio fondamentale (cosicchè l'altra direttrice « passa per il vertice F_i) la superficie Λ, corrispondente in S, si « scinde nel piano π'_i ed in una quadrica passante per quelle tre « rette ρ'_s, che non giacciono in π'_i ».

Questo, del resto, si poteva anche prevedere: perchè in questo caso fa parte della congruenza il fascio F_i e quindi fa parte della Λ corrispondente il piano π'_i del fascio Φ_i; sicchè la parte rimanente di Λ sarà una quadrica passante per quelle ρ'_s, che non stanno nel piano π'_i, dovendo tutta la Λ completa contenere le cinque rette ρ'_s.

Segue dal teorema precedente, che:

« Ai fasci di C aventi i centri su π_i corrispondono in S rette « tali, che se il centro di un fascio scorre in π_i sopra una retta, « la retta corrispondente al fascio sega π'_i lungo una conica ».

Più propriamente, la conica corrispondente ad un fascio, che ha il centro in π_i, si spezza nel raggio di Φ_i, che corrisponde al raggio del fascio considerato appartenente anche ad F_i, e che sega le due ρ'_s giacenti in π'_i e l'altra ρ'_i passante per Φ_i, ed in una retta che sega le due rette ρ'_s che non stanno nel piano π'_i e non passano per Φ_i (giacchè il raggio di Φ_i sega le tre ρ'_s rimanenti).

10) Tra i due piani π_i, π'_i risulta così stabilita una corrispondenza univoca di 2° grado. Si corrispondono i punti di π_i, centri di fasci, e le traccie su π'_i delle rette corrispondenti a quei fasci. Punti fondamentali in π'_i sono Φ_i e i due punti nei quali i raggi $\Phi_{i-1}\Phi_i$, $\Phi_i\Phi_{i+1}$ sono segati dagli altri due raggi ρ'_s, che non stanno in π'_i (') e che sono diversi da ρ'_i (che passa per Φ_i).

Come abbiamo osservato precedentemente:

« Ai fasci di C, che hanno i vertici in π_i, corrispondono in S « rette seganti le due ρ'_s, che nè giacciono in π'_i, nè passano per Φ_i ».

Si hanno così in S cinque congruenze, determinate dalle coppie di direttrici:

$$(\rho'_3\,\rho'_4)\quad(\rho'_4\,\rho'_5)\quad(\rho'_5\,\rho'_1)\quad(\rho'_1\,\rho'_2)\quad(\rho'_2\,\rho'_3)$$

e corrispondenti rispettivamente alle cinque serie di fasci che hanno i vertici in:

$$\pi_1\quad\pi_2\quad\pi_3\quad\pi_4\quad\pi_5.$$

In particolare ai fasci, che hanno i vertici nei lati r_1, r_2, r_3, r_4, r_5 del pentaedro fondamentale di C corrispondono in S le generatrici degli iperboloidi aventi per direttrici rispettivamente le seguenti terne di rette:

$$(\rho'_3\,\rho'_4\,\rho'_5)\quad(\rho'_4\,\rho'_5\,\rho'_1)\quad(\rho'_5\,\rho'_1\,\rho'_2)\quad(\rho'_1\,\rho'_2\,\rho'_3)\quad(\rho'_2\,\rho'_3\,\rho'_4)$$

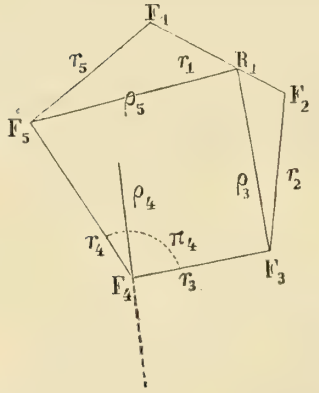
11) Ad esaminare più attentamente questi sistemi di generatrici, osserviamo che nel pentaedro fondamentale di C le due rette ρ_3, ρ_5, giacenti in π_4, segano r_1 in

(') Così, per esempio, le rette ρ'_s non contenute nel piano π'_1 sono, oltre la ρ'_1 che passa per Φ_1, le ρ'_3, ρ'_4. Ora ρ'_3 è l'intersezione dei piani $\pi'_2 \equiv (\Phi_1\,\Phi_2\,\Phi_3)$, $\pi'_4 \equiv (\Phi_3\,\Phi_4\,\Phi_5)$; essa sega quindi il piano $\pi'_1 \equiv (\Phi_5\,\Phi_1\,\Phi_2)$ in un punto della retta $\Phi_1\,\Phi_2$. Così ρ'_4 sega π'_1 in un punto di $\Phi_5\,\Phi_1$.

uno stesso punto R_1 (1); e che la stessa cosa avviene nel pentaedro fondamentale di S per le ρ'_3, ρ'_5, che si segano in un punto R'_1 di r'_1.

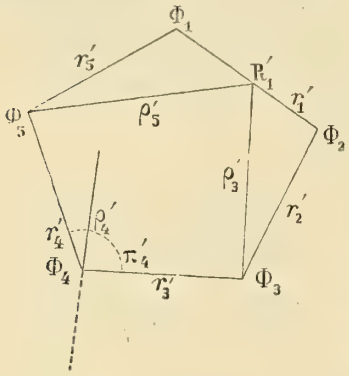
Allora il sistema delle rette seganti le $\rho'_3, \rho'_4, \rho'_5$ si scinde in due fasci: l'uno ha il vertice in R'_1 ed è costituito dai raggi seganti ρ'_4; l'altro è il fascio Φ_4. Vediamo più precisamente quali sieno le forme di C corrispondenti a questi due fasci di S.

Ad un fascio, che abbia il vertice in un punto qualunque di r_1, deve corrispondere dunque una retta appoggiata alle tre $\rho'_3, \rho'_4, \rho'_5$; e poichè quel fascio ha tra i suoi raggi r_1 così quella retta deve segare r'_1: ma r'_1 non è in un piano colle due ρ'_3, ρ'_5, dunque la retta suddetta deve proiettare da R'_1 la ρ'_4. Che se poi il fascio abbia il vertice in R_1, tra i suoi raggi ve ne ha uno di F_4, quindi la retta corrispondente deve appartenere anche al fascio Φ_4; essa è, cioè, la retta che congiunge R'_1 col centro di Φ_4. Le altre rette del fascio Φ_4, diverse da quest'ultima, restano dunque escluse.



Considerazioni analoghe valgono per le rette corrispondenti in S ai fasci, che hanno i vertici nelle altre rette r_i.

Se dunque indichiamo con R'_i il punto in cui r'_i è segata da due ρ'_s; ossia il punto in cui r'_i è segata dalla faccia opposta del pentaedro fondamentale di S, possiamo enunciare il teorema:



«Ai fasci, che hanno i vertici in una «r_i di C, corrispondono in S i raggi, che «dal punto R'_i proiettano la retta ρ'_s che «passa pel vertice del pentaedro fondamentale opposto ad r'_i.

12) Nel piano π'_1 sono R'_1, R'_5 i punti fondamentali, oltre Φ_1, della trasformazione di 2° grado che ha luogo (n. 9) col piano π_1. Nella quale trasformazione, r_5 corrisponde ad R'_5, r_1 ad R'_1. Le rette della congruenza, che ha per direttrici ρ'_4, ρ'_3, seganti π'_1 lungo la retta ρ'_5 ($\equiv \Phi_5 R'_1$) sono quelle del

(1) Osserviamo che:

f_1	giace nei piani	π_5, π_2		r_1 nei piani	π_1, π_2
f_2	»	π_1, π_3		r_2 »	π_2, π_3
f_3	»	π_2, π_4		r_3 »	π_3, π_4
f_4	»	π_3, π_5		r_4 »	π_4, π_5
f_5	»	π_4, π_1		r_5 »	π_5, π_1

che quindi:

per un punto	R_1	di r_1	passano	f_5, f_3	del piano	π_4
»	R_2	» r_2	»	f_1, f_4	»	π_5
»	R_3	» r_3	»	f_2, f_5	»	π_1
»	R_4	» r_4	»	f_3, f_1	»	π_2
»	R_5	» r_5	»	f_4, f_2	»	π_3

fascio Φ_4; il che significa che ad esse corrispondono fasci di C coi vertici in una retta l (poichè R'_1 è punto fondamentale del piano π'_1) passante per il punto fondamentale, diverso da F_1 che giace in r_1. D'altra parte, poichè tra le rette del fascio Φ_4 vi è Φ_4 R'_1, a cui (n. 11) corrisponde in C il fascio che ha il suo centro R_1 giacente in r_1, la retta l dovrà passare per R_1. È dunque R_1 il punto fondamentale di π_1 giacente in r_1 per la trasformazione in discorso; così R_3 è quello giacente in r_3, cioè:

« Per la corrispondenza univoca di 2° grado, che ha luogo tra « due piani corrispondenti π_i, π'_i, sono punti fondamentali oltre F_i « e Φ_i, i punti R_s ed R'_s che stanno rispettivamente in quei piani ».

Di qui risulta ancor più manifesto il modo identico di comportarsi dei due pentaedri e dei loro elementi (punti e rette) rispetto agli spazî C ed S.

13) Un piano arbitrario π di S sega in cinque punti R'_i le rette ρ'_i: e sega anche in cinque rette i piani π'_i. Ed anzi, poichè un piano π'_i contiene due rette non consecutive ρ'_s, così una di quelle rette unisce due punti R'_i non consecutivi.

Possiamo allora vedere come in π sieno rappresentati i 16 fasci della corrispondente congruenza φ.

Infatti ai cinque vertici del pentagono $R'_1 R'_2 R'_3 R'_4 R'_5$ corrispondono (n. 7) i fasci di φ (n. 2) che hanno i vertici sulle ρ_i; ai lati del pentagono corrispondono (n. 10) i fasci di φ, che hanno ciascuno il vertice su un piano π_i; alle diagonali del pentagono corrispondono i cinque fasci di φ appartenenti al pentaedro fondamentale; e finalmente alla conica di π circoscritta al pentagono corrisponde il fascio di φ che ha il vertice nel punto singolare libero (n. 8).

È poi da notare che se si assumono come corrispondenti, in π e nel piano singolare libero ω di φ, i punti corrispondenti ad uno stesso raggio di φ (ricordiamo che φ è rappresentata su ω), quando un punto di π descrive una retta, il punto corrispondente in ω descrive pure una retta (la Γ corrispondente alla retta di π è coordinata ad ω), dunque:

« I piani π ed ω sono riferiti tra loro, punto per punto, colli- « nearmente ».

In questa corrispondenza, alla conica di π che sega le cinque rette ρ'_s corrisponde quella che contiene i sei punti singolari di φ giacenti in ω; cosicchè in quella vi sarà un punto O' corrispondente al punto singolare libero O di φ. Ed a questo punto O' di S corrisponde in C quel raggio del fascio di centro O, che tocca la conica dei punti singolari di ω (1).

14) Rappresentata ancora una φ del complesso C sul suo piano singolare libero ω, l'intersezione Γ di essa con un'altra φ' ha due direttrici t, t'; doppia l'una t e passante per O, semplice l'altra t', giacente in ω: e la Γ è appunto rappresentata su ω da t', che è reciproca di t rispetto al complesso (2); cosicchè se P_1, P_2 siano i punti nei quali t' sega la conica di ω, che rappresenta il fascio di φ giacente in ω

(1) Ricordiamo (Caporali, l. c. n. 8) che questa conica è l'imagine in ω del fascio di centro O spettante a φ.

(2) V. Caporali, l. c. n. 5.

(il fascio di centro O), saranno OP_1, OP_2 le due generatrici di Γ giacenti in ω. Indicato poi con O' il punto singolare libero di φ', poichè per esso passano pure due generatrici di Γ, la retta t dovrà passare per O'.

Fatta ora ruotare t' intorno a P_2 finchè P_1 venga a coincidere con O, la retta t, reciproca di t', verrà a coincidere con t' e con OP_2 ed intanto la OP_1 diverrà tangente in O alla conica dei sei punti singolari di φ. Se dunque nel fascio di centro O conveniamo di chiamare *raggio principale* quello che tocca la conica predetta (conica segante le cinque rette ρ_i), possiamo asserire che:

1°) « Se O è il punto singolare libero di una φ, un raggio r « del fascio di centro O rappresenta sul piano ω una tale Γ di φ, « per la quale coincidono in r la direttrice doppia, la semplice « ed una generatrice e che passa inoltre per il raggio princi- « pale di O ».

Se, riprendendo il caso generale, il punto singolare libero O' di φ' scorre su t, la t', reciproca di t rispetto al complesso C, rimane invariata; cosicchè rimane invariata la Γ, lungo la quale φ è segata da φ'; e questa proprietà rimane invariata se t' e t coincidano in un raggio del complesso C, cioè:

2°) « Le φ, che hanno i punti singolari liberi in linea retta, « si segano lungo una stessa Γ ».

Se poi consideriamo tutte le φ', che hanno il punto singolare libero in ω, piano del fascio di centro O, le Γ lungo le quali le φ', segano quella φ, che ha il punto singolare libero in O, passano tutte, come abbiamo veduto precedentemente, per il raggio principale di O, cioè:

3°) « Se ω è il piano di un fascio di C, che ha il centro in O, « tutte le φ' che hanno il punto singolare libero in ω passano per « il raggio principale di O ».

15) Data in C una congruenza lineare di direttrici d, d_1 ed indicata con Λ la superficie di 3° ordine corrispondente in S; ai fasci della congruenza che hanno i vertici in d corrispondono coniche di Λ; e poichè le φ, che hanno per punti singolari liberi i centri di quei fasci, hanno comune (n. 14, teorema 2°) una Γ appartenente alla congruenza, i piani delle coniche corrispondenti si segheranno lungo una stessa retta δ di Λ. Come pure ai fasci aventi i centri su d_1 corrisponderanno coniche di Λ, i cui piani si segheranno lungo una stessa retta δ_1 di Λ. Due coniche di Λ i cui piani passano per δ (per δ_1) non possono avere alcun punto comune, come non hanno alcun raggio comune due fasci di C coi centri in d (o rispettivamente in d_1). Hanno invece un punto comune due coniche di Λ, i cui piani passino rispettivamente per δ e per δ_1, perchè due fasci di C aventi i centri rispettivamente in d ed in d_1 hanno un raggio comune, dunque:

1°) « Le coniche corrispondenti ai fasci di una congruenza li- « neare generale di C si scindono nella Λ corrispondente in due « serie; quelle di una stessa serie non si segano fra loro ed hanno « i loro piani passanti per una stessa retta di Λ; due coniche poi « appartenenti a due serie diverse hanno un punto comune. Fi- « nalmente gli assi dei due fasci di piani, che contengono queste

« coniche, non si segano fra loro e non segano in generale alcuna « delle cinque rette ρ'_i, per le quali passa Λ ».

Quest'ultima parte del teorema sarà presto dimostrata (n. 17).

Le due serie di coniche ora considerate sulla Λ si comportano, come si vede, tra loro, come sopra una quadrica le due serie di rette.

Poichè due coniche di una stessa serie non hanno punti comuni, sopra la retta δ per ogni punto se ne ha un altro, che giace col primo su una stessa ed unica conica di Λ; cioè, mediante le coniche della serie considerata, i punti di δ verranno accoppiati in involuzione; ed in particolare si avranno due coniche della serie tangenti a δ. Se poi si tenga presente il fatto che in S le cinque rette ρ'_i formano un pentagono gobbo, si può concludere che:

2°) « Nel complesso delle coniche seganti i cinque lati di un « pentagono gobbo, quelle, che bisegano una retta arbitraria, « determinano su questa una involuzione di punti. E vi sono due « coniche del complesso tangenti ad una retta arbitraria ».

16) Supponiamo ora che le due direttrici della congruenza lineare, considerata precedentemente, si riuniscano in una retta r del complesso C. Allora in S le due serie di coniche si riducono ad una sola (coincidono, cioè, le δ, δ_1) ed i piani di tutte quelle coniche passeranno per una retta r_1 della Λ corrispondente alla congruenza. Di più, poichè i fasci della congruenza hanno tutti comuni il raggio r, quelle coniche dovranno passare per il punto R_1, corrispondente ad r; il qual punto R_1 deve giacere in r_1, perchè le coniche in discorso devono essere in numero semplicemente infinito. Allora, poichè ogni piano condotto per r_1 sega Λ secondo una conica passante per R_1, il punto R_1 è doppio per Λ, cioè:

« Ad una congruenza lineare speciale di C, la cui unica diret- « trice è retta del complesso, corrisponde in S quella super- « ficie Λ, per la quale è doppio il punto corrispondente alla « direttrice della congruenza ».

È poi vera, evidentemente, la proprietà reciproca, e cioè:

« Nel complesso delle coniche seganti le cinque rette ρ'_i, « quelle, che passano per un punto, stanno sopra una Λ, per la « quale quel punto è doppio; e tutti i loro piani passano per una « delle sei rette di Λ concorrenti nel punto doppio ».

Le altre cinque rette di Λ concorrenti nel punto doppio R_1 corrispondono ai fasci di C aventi i vertici nei punti d'incontro di r coi piani π_i; cosicchè ognuna di quelle cinque rette (n. 10) sega due delle cinque rette ρ'_i. Vedremo in breve che, invece, l'asse r_1 del fascio dei piani contenenti le coniche della serie non può segare alcuna delle ρ'_i (n. 17).

Nel caso presente l'involuzione determinata dalle coniche della serie su r_1 è tale, che ogni punto è accoppiato con R_1. In R_1 si riuniscono dunque i punti doppi dell'involuzione.

Dei raggi come r_1 se ne ha dunque uno per ogni punto R_1 di S; sicchè i raggi r_1 formano un complesso, che vedremo essere lineare.

17) Preso nello spazio Σ, che contiene il complesso C, un punto arbitrario O

ed indicati con (ω) il piano del fascio, di cui O è centro, con ω la conica di (ω) segante le cinque rette ρ_i: indicati poscia con ω' la conica corrispondente in S al fascio di centro O, con (ω') il piano che la contiene, con O' il punto di ω corrispondente (n. 13) al raggio principale o di O, noi possiamo stabilire due diverse corrispondenze tra gli spazi Σ ed S.

Possiamo, in fatti, far corrispondere al punto O del primo spazio il piano (ω') del secondo; e poichè in questo caso quando O descrive una retta d (n. 15) il piano (ω') ruota attorno ad una retta δ, la corrispondenza tra Σ ed S è *reciproca*. Se poi un punto P di Σ descrive il piano (ω), la φ che ha P per punto singolare libero passa per o (n. 14 teorema 3°), quindi il piano (π') corrispondente a φ in S (quello, cioè, che contiene la conica π' corrispondente al fascio di centro P) passa per O'; dunque in questa trasformazione reciproca al piano (ω) luogo di punti di Σ corrisponde in S il punto O' centro di una stella.

Un altra rappresentazione dello spazio Σ su S si ottiene, facendo corrispondere al piano (ω) di Σ il piano (ω') di S. In questo caso, indicate con d, d_1, δ, δ_1 le rette del n. 15, si vede che se (ω) ruota intorno alla retta d, il suo polo O scorre su d_1, e quindi il piano (ω') ruota intorno a δ_1. Dunque la presente corrispondenza è *collineare*; e mentre nella precedente, che era *reciproca*, alle d, d_1 corrispondevano rispettivamente le δ, δ_1, nella attuale corrispondono invece ad esse le δ_1, δ. Finalmente, se un punto P percorre il piano (ω), il piano (π) del fascio di centro P passa per O; come pure (lo abbiamo veduto precedentemente) il piano (π') passa O'; cioè al punto O di Σ, centro di una stella, corrisponde in S il punto O', pur esso centro di una stella.

Dobbiamo poi notare che se le due rette d, d_1 si riuniscono in una retta r di C, le due rette δ, δ_1 coincidono anch'esse in una retta r' dello spazio S; cosicchè tanto nella corrispondenza reciproca, che nella collineare, alla retta r di Σ corrisponde in S la retta r'. Segue che le rette analoghe ad r' formano in S un complesso *lineare* C_1, come è lineare quello C delle rette r di Σ.

Nella nostra corrispondenza collineare sono manifestamente corrispondenti fra loro i piani π_i, π'_i dei due pentaedri fondamentali; cosicchè alle rette r_i (lati del pentaedro fondamentale di C) di Σ corrispondono le r'_i di S; e poichè le r_i appartengono al complesso C, le r'_i appartengono al complesso C_1. Saranno anche corrispondenti nei due spazi collineari Σ ed S le rette ρ_i, ρ'_i, che per altro non appartengono ai due complessi.

È chiaro ora perchè, non segandosi tra loro in Σ le rette d, d_1 (reciproche rispetto a C), non possono segarsi in S le loro collinearmente corrispondenti δ_1, δ: il che prova l'ultima parte del teorema 1°, n. 15.

Come pure, non segando in generale una retta r di C alcuna delle cinque rette ρ_i, nè pure la corrispondente r' di S segherà generalmente alcuna delle cinque rette ρ'_i; il che abbiamo altra volta asserito (n. 16).

18) Le proprietà ottenute nei numeri precedenti ci permettono di pensare ad una generazione del complesso C_1 e quindi del complesso C, che è riferito (n. 17) collinearmente a C_1.

Consideriamo infatti nello spazio S il complesso C_1, che può ritenersi completamente

individuato dai suoi cinque raggi r'_i formanti un pentagono gobbo; e consideriamo ancora il sistema delle cinque rette ρ'_i, nelle quali si segano le faccie non consecutive del pentaedro determinato dalle r'_i.

Come abbiamo veduto, mentre una retta arbitraria dello spazio è segata in coppie di punti variabili dalle coniche seganti le cinque rette ρ'_i e giacenti in piani passanti per essa (cosicchè vi sono due coniche seganti le cinque rette ρ'_i e tangenti ad essa retta) si hanno poi delle rette r', in numero tre volte infinito, ciascuna delle quali è segata in un punto *fisso* R_1 ed in un punto variabile dalle coniche seganti le cinque rette ρ'_i e giacenti in piani passanti per essa; ed in questo caso i due punti di contatto ottenuti sulla retta arbitraria si riuniscono nel punto R_1. Il complesso lineare C_1 è allora costituito dalle rette r'; e sopra ognuna di queste abbiamo un punto R_1, che chiameremo *punto principale* del raggio r'; cioè:

« In un complesso lineare, fissato un pentagono storto i cui « lati r_i appartengano al complesso, tra le coniche che segano le « cinque rette d'intersezione ρ_i delle faccie non consecutive del « pentaedro, individuato dalle costole r_i, ve ne ha un numero sem- « plicemente infinito di quelle, che segano una retta r del com- « plesso in due punti; e di questi uno è variabile e l'altro, che « chiamiamo punto principale di r, è fisso ».

Or bene preso uno spazio S collineare a quello Σ, che contiene C, ed ottenuto così in S un complesso lineare C_1 corrispondente a C, noi abbiamo fatto corrispondere ad ogni raggio di C il punto principale del raggio, appartenente al complesso C_1, che gli corrisponde nello spazio S.

19) Se ora facciamo in modo che i due spazi Σ ed S siano identici, il che si ottiene facendo coincidere ogni faccia π_i del pentaedro fondamentale di C colla sua corrispondente π'_i nel pentaedro fondamentale di C_1, ogni raggio di C coinciderà col suo corrispondente di C_1 e i due raggi corrispondenti coincidenti avranno altresì manifestamente coincidenti i loro punti principali. Per tal modo il complesso C risulta riferito allo spazio Σ, che lo contiene. Possiamo anzi dire che C e Σ sono *prospettivi*, in quanto ogni raggio di C passa per il punto corrispondente di Σ.

Tenendo allora presente il fatto, che il punto principale di un raggio di C si ha *dipendentemente* da un pentaedro fondamentale assunto in C, possiamo concludere che:

« Per riferire prospettivamente un complesso lineare C allo « spazio che lo contiene, in modo che ai piani di questo corrispon- « dano congruenze di 2° grado di quello, basta far corrispondere « ad ogni raggio di C il punto principale di esso, preso rispetto « ad un pentaedro fondamentale arbitrario di C. Le congruenze di « 2° grado, corrispondenti ai piani dello spazio ordinario, hanno « allora comuni i fasci di C giacenti sulle faccie del pentaedro ».

La partenza dei Gesuiti dal Dominio Veneto; documento inedito relativo al tempo del soggiorno di Galileo in Padova, con alcune illustrazioni del Socio G. GOVI

letto nella seduta del 12 d'aprile 1885.

Intorno alle relazioni fra Galileo e i padri della Compagnia di Gesù si è molto parlato e molto scritto, nè credo ancora esaurito l'argomento. Però non mi propongo adesso di trattarne, e mi limito soltanto a render pubblico un documento il quale conforta e compie ciò che il Galilei scriveva a suo fratello Michelagnolo, raccontandogli la partenza dei Gesuiti dal dominio veneto. Galileo era in quei giorni a Venezia per cercar di ottenervi la seconda *Ricondotta* alla Lettura di Padova, che ottenne infatti il 5 d'agosto 1606 con 520 fiorini l'anno per quattro anni di fermo e due di rispetto, cominciando questa ricondotta dal fine della precedente, cioè dal 27 di settembre del 1604.

La lettera di Galileo a Michelagnolo stampata già fra quelle di lui nell'ultima edizione fiorentina delle sue opere (1) si conserva *autografa* nella collezione Galileana alla Biblioteca Nazionale di Firenze (Parte I, Tom IV, *Lettere familiari*, carte 17-18). La soprascritta porta:

« *Al Molto Magnifico et Osservandissimo Signor Michelagnolo Galilej*
« *Ne' Vignali* *Padoua* »

Nel riprodurre questa soprascritta e la lettera ho creduto opportuno di sciogliere le abbreviature, senza però alterare nel rimanente la ortografia dell'originale.

Ecco la lettera:

« *Carissimo et Honorandissimo Fratello.*

« *Ho inteso quanto per la vostra mi scriuete et mi dispiace infinitamente,*
« *non solo di non poter uenir costà subito, ma di non esser uenuto* 10 *giorni*
« *sono rincrescendomi infinitamente questa stanza di Venezia; ma già che sono*

(1) Opere di Galileo, ultima ediz. fiorentina, T. VI (1847) pag 32.

« *qui uoglio pur uedere se posso cauar qualche resolutione del mio negozio dan-*
« *domi questi Signori speranza di esser per ridursi il giorno di pasqua et si scu-*
« *sano non poter attendere a questo negozio nè ad alcun altro eccettuatone quei di*
« *roma* (sic) *che li tengono impediti giorno e notte; però potrete dire all'amico che*
« *ui ha parlato per quel Signor Todesco, che io sarò costà alla più lunga l'ultima*
« *festa di Pasqua dopo il qual tempo potrò attendere a quel Signore, et che fra*
« *tanto me li offerisca, et uegga di trattenerlo.*

« *Jersera a due ore di notte furono mandati uia li Padri Giesuiti con due*
« *barche, le quali doueuano quella notte condurli fuori dallo Stato; sono partiti*
« *tutti con un Crocifisso appiccato al collo, et con una candeletta accesa in mano,*
« *et jeri dopo desinare furono serrati in casa et messoui due bargelli alla guardia*
« *delle porte, acciò nessuno entrassi o uscisse dal Conuento. Credo che si saranno*
« *partiti anco di Padoua e di tutto il resto dello Stato, con gran pianto e dolore*
« *di molte donne loro deuote. Questo è quanto mi occorre dirui, fate reuerenza al*
« *Clarissimo Signor Foscari et datemi nuoue di luj, et baciate le mani a i Cla-*
« *rissimi Signori Cocchi et state sano.*

« *Di Venezia li* 11 *di Maggio* 1606.

« *Vostro affezionatissimo Fratello*
« *G. G.* »

Il Nelli nella sua vita di Galileo (') citando questa lettera, così si esprime in proposito:

« . . . . . È da notarsi, che il Galileo ottenne la Cattedra dello Studio di Padova
« sulla fine dell'anno 1592, cioè un anno dopo all'insorta controversia co' Gesuiti.
« Per esser egli un uomo di singolar talento non sarà abbisognato porre in opera
« molta fatica a' Professori dell'Università per muovere il di lui animo ad alienarsi
« da quei Religiosi, poichè aveali da sè stesso già conosciuti.

« Ed infatti osservo, che dopo la sua dimora in Padova interruppe ogni fre-
« quente commercio letterario col Padre Clavio. Nè l'acquistò con altri Gesuiti, i
« quali in ogni occasione non mancarono di aspramente perseguitarlo, come si vedrà
« in seguito di questa Istoria.

« Frattanto nella congiuntura, in cui Paolo V Sommo Pontefice interdisse la
« Repubblica di Venezia, avvenne, che i Gesuiti si dichiararono contro la volontà

(') *Vita e Commercio Letterario di Galileo Galilei* ecc. ecc. Scritta da Gio. Battista Clemente De' Nelli, già Ghetti Sinibaldi da Montecuccoli Patrizio e Senatore Fiorentino ecc. Losanna 1793 (Firenze 1790) in 4°. (Volume I. pag. 111-112).

« del Senato, di osservare l'interdetto. Per questa dichiarazione ne' 10 maggio 1606 « furono, com'è noto, esiliati i medesimi da tutto il Dominio.

« In tale avvenimento il Galileo, troppo ingenuo, dimostrar volle il giubbilo « provato per la loro espulsione, dandone parte in una elegante lettera a Michel « Angelo di lui fratello, che allora trovavasi di ritorno dalla Pollonia a Padova .... » e qui il Nelli riporta il passo principale della lettera di Galileo riferita poc'anzi, soggiungendo:

« Ho creduto proprio di far quivi la narrativa di questi fatti, acciò possa « comprendersi d'onde abbia avuta origine l'inimicizia de' Gesuiti contro del Galileo « Lettore di Padova, e di questo contro gl'Individui di quella celebre, ed estinta (1) « Società. »

Non credo veramente che in quella congiuntura, per essi gravissima, i Gesuiti abbiano avvertito il *giubilo* (come dice il Nelli) provato da Galileo, nè che da questo possa avere avuto origine la loro avversione contro l'ardito novatore fiorentino; ma, sapendolo molto amico di Fra Paolo e di quegli altri Veneziani che avevano coraggiosamente e fieramente osteggiato le pretese esorbitanti di Paolo V, e conoscendo come il Galilei, col suo libero filosofare, si adoperasse a bandir dalle scuole il vaniloquente gergo Peripatetico, per sostituirvi l'esposizione chiara e ordinata dei risultati dell'osservazione e delle esperienze, i Padri della Compagnia di Gesù non potevano vedere in esso un amico, nè un alleato, e però fin da quel tempo, prima ancora ch'egli avesse combattuto lo Scheiner e il Grassi, dovevano averlo notato fra i loro avversarî, sorvegliandone attentamente ogni atto, per poterlo poi attaccare al momento opportuno e rovinarne la riputazione, o direttamente, o col mezzo dei loro benevoli, o suscitando destramente contro di lui gli stessi loro avversarî.

Però senza cercar più oltre della origine e dello svolgimento di tale animosità, che sopravvisse al Galilei e durò più di due secoli, non sarà inutile per la Storia la pubblicazione di quel documento del quale si è fatto cenno al principio di questo discorso, perchè esso serva di commentario alla lettera del nostro filosofo, e ne dimostri la sincerità e la moderazione.

Si tratta di una: *Relazione fatta dal Padre Castorio Preposito della Casa dei Gesuiti di Venezia, con una lettera scritta al loro Padre Generale, nell'arrivo fatto in Ferrara il dì* 13 *maggio* 1606, *immediatamente dopo la loro espulsione dallo Stato, per ordine del Senato Veneto.* — Di questa Relazione ho trovato due

(1) Gio. Batt. Clemente De' Nelli pubblicava il suo libro nel giugno del 1790, dopo che Clemente XIV avea soppresso i Gesuiti colla Bolla del 21 di luglio 1773.

copie sincrone, o non molto posteriori, nella *Biblioteca Corsiniana* (1). Non mi pare che si possa mover dubbio sulla autenticità di tale Relazione, poichè essa concorda pienamente con quelle altre che ne diedero, sia gli scrittori della Compagnia di Gesù (fra gli altri il P. Jouvency) (2), sia gli storici Veneziani, siano i documenti d'archivio pubblicati alla fine del secolo scorso (3), e recentemente ristampati, o ampliati dal Cornet, dal Cappelletti e da altri.

Il più prezioso documento in proposito sarebbe senza dubbio il racconto del fatto tal quale era stato inserito nelle *Literae annuae Societatis Jesu, anni* 1606, 1607 *et* 1608 *datae de more ex Provinciis ad R. P. N. Generalem Praepositum, ejusdemque auctoritate typis expressae.* (Moguntiae ex Architypographia Joannis Albini, anno 1618); ma di questo libro, del quale ho trovato in Roma due copie, una nella Biblioteca Nazionale, proveniente da quella del Collegio Romano, l'altra nella Biblioteca Angelica, nell'una e nell'altra copia, dopo la pagina 51 (numerata 15 per errore) dove è il principio del Capitolo: *Egressus nostrorum e Veneta ditione* (il quale continua con alcune generalità sui primi fatti relativi all'interdetto, sino a tutto il rovescio di quella carta, cioè fino a tutta la pagina 52) mancano le pagine successive sino alle 97-98 relative ancora alla Provincia Veneta, e sono pur state tolte la 99 e le altre, fino alla 105, nella quale si parla della Provincia Toletana. La Biblioteca Casanatense, possiede parecchi volumi delle *Literae*, non però quello del 1606, nè lo ha la Corsiniana, e neppure si trova nella Biblioteca Nazionale di Napoli, nè in quella Nazionale di Parigi. Non mi è quindi riuscito possibile un raffronto tra la lettera del Padre Castori e la narrazione pubblicata dal Generale dell'Ordine, che forse oggi non si riscontra più in nessuna copia delle *Literae* conservate nelle pubbliche librerie Italiane o straniere.

Il testo di questa *Relazione* riprodotto fedelmente, è quello del *Codice Corsiniano* 701 Col. 35 A. 3, però avendone trovato dopo l'altra copia nel *Codice* 705 Col. 33 B. 10, la quale sembra anteriore alla prima e ne corregge alcune inesattezze, ho stimato opportuno di trascriverne in nota le varianti, chiudendo fra parentesi i passi del testo, in luogo dei quali van poste le varianti medesime. Così si hanno integralmente le due lezioni, la prima, forse, come fu corretta dal Generale, l'altra, probabilmente, come era stata scritta a Ferrara dal Padre Castori.

(1) Codici 701 Col. 35 A. 3; e 705 Col. 35 B. 10, che presentano lievi differenze (il codice 705 Col. 35 B. 10, sembrandomi più compiuto e corretto dell'altro). Un'altra copia della stessa lettera si ha nel Codice IX. D. 3 della Bibl. Naz. di Napoli.

(2) *Historiae Societatis Jesu.* Pars quinta. Tomus posterior, ab anno Christi 1591 ad 1615. Auctore Josepho Juvencio societatis ejusdem Sacerdote. Romae 1710 in fol. pag. 90-97.

(3) *Monumenti Veneti intorno i padri gesuiti* ecc. Lugano (Venezia) Bettinelli 1763 in-8°.

Relatione fatta dal P̄re Rettore de' Gesuiti di Venetia con una lettera scritta al loro Padre Generale nell' arriuo fatto in Ferrara immediatamente dopo la espuls^ne. dello Stato per ordine del Senato Veneto (1).

Sono già otto giorni che [partimmo da Venetia, hora, ci ritrouiamo in] (2) Ferrara, dove arriuammo hieri tutti insieme uerso le 17 hore doue fummo riceuuti con molta carità dal Padre Prouinciale, e tanto più alegro fu di uederci, quanto era entrato in dubio, che non fusse sopragiunto nuouo impedimento all' esecutione di quello, che da parte nostra si doueua fare, et per quest' effetto haueua mandato uno in diligenza, il quale ci portava l'ultima lettera di Vostra Paternità Reuerend^ma, ma ci haueua trouati fuori, et hora si aspetta il suo ritorno. Il successo della [nostra] (3) partenza è stato questo.

Sabbato passato nel dare al Doge risposta agl'ordini di sua parte intimatici la sera precedente hauendo noi dimandato tempo per sapere l' intentione de' Nostri Superiori circa la [dilatione] (4), che ci haueuan dimandato, et insieme promesso [et] (5) hauendola quanto prima gli haueriamo fatto intendere, et hauendo egli concluso che haurebbe di ciò fatta relatione al Senato, senza il quale non concludeua cosa alcuna e poi ci haueria fatto intendere la risolutione, si passò la Domenica in sospeso senza [ci fusse] (6) detto altro, se bene si seppe che il Negotio si era trattato, nè però a noi parue di douersene far altr' instanza.

Il Lunedì otto del presente, mentre io ero andato a dar parte delle cose nostre all'Ambasciatore di Francia, (il che conobbi dal trattar seco esser stato molto a proposito per lui e per noi e per il Ré, perchè non era [ben] (7) informato di molte cose importantissime), venne un fratello a farmi sapere che alla casa era comparso un segretario della Signoria, et hauendo inteso che io non ci ero, se ne andò con dire che ritornarebbe poi e che in ogni modo haueua da [parlarmi] (8) subbito, et hauendo [presentito] (9) che fra le altre cose [haueua] (10) prohibito sotto pena della uita (come si è fatto in tutte le altre cose, che da questi signori si sono ordinate) in partire da Venetia senza licenza [dei] (11) capi, come poi seguì et hauendo poco prima dal Padre Prouinciale riceuuti gl' ordini da V̄ra Paternità Reuerend^ma e dal Padre Procurator Generale mandati, perchè la lettera [della medesima Paternità Vostra Reuerend^ma] (12) mostra d'hauermi scritta sopra di ciò è stata intercetta; mi risolsi di non più aspettare quel Segretario nell' (*nè l'*) intimatione sopradetta, e che in ogni euento era meglio essersi dichiarato prima, come ueramente fu. Però accompagnato da tre altri Padri andammo dal Doge con dirle che mentre io ero fuori

(1) Nella seconda copia di questa Relazione il titolo è sotto quest'altra forma: *Copia d'una lettera del Padre Castorio Preposito della Casa de Gesuiti di Ven.^a scritta al suo Generale intorno alla partita de Gesuiti da Venetia. Di Ferrara il dì 13 Maggio 1606.* — (2) *scrissi a vostra Paternità di Venetia, hora scriuo di* Ferrara ecc. — (3) *mia* — (4) *dechiaratione* — (5) *che* — (6) *si fosse.* — (7) la parola *ben* manca nell' altro manoscritto — (8) parlarmi *Tornai* — (9) *inteso* — (10) *douea esser* — (11) *de' Cai, o* — (12) *che vostra Paternita* mostra.

di casa era stato uno da sua parte a domandarmi, et hauer pensato, che forsi [uoleua] (1) darci risposta circa la dilatione (2) per saper quello che da nostri superiori ci [uenisse] (3) ordinato, e che hauendo noi d'altroue riceuuto l'ordine di quanto conueniua, e risolueuamo di fare, eraua(ua)mo là secondo la promessa fatta per dichiararci, e dirli che uoleuamo in ogni modo e maniera osseruar di punto in punto l' interdetto e quanto era dal Sommo Pontefice comandato, quando ben ci conuenisse per quest' effetto perder la uita. Disse all' hora il Doge (4), io sono il Capo di questo Stato e Republica, nondimeno perchè non concludo cosa alcuna senza la compagnia di quest' altri signori, bisognarà forsi che la dichiaratione che fate a me sia da uoi fatta in Collegio; Ma non ui è stata già fatta hoggi una certa intimatione dalla quale hauete potuto sapere la mente di questi signori? Fu risposto che bisognando non si mancherebbe far l' istessa dichiaratione in Collegio, et altroue, doue si giudicasse necessario e che a noi non era stata fatta intimatione alcuna noua. All'hora cominciò a dire, che si [meraviglia] (5) molto di Vra Paternità Reuerend^{ma}, e di tutti noi prima, che ci risoluessimo per uoler osseruare una cosa tanto ingiusta et nulla, perdere lo stare in quello Stato, poichè uscendone una uolta, come si conuerrebbe fare, continuando noi nella detta resolutione doueuamo tener per certo di non doverci mai più tornare; e che huomini ne' quali era tanta intelligenza, non uedessero quanto gran torto si faceua (6), e quanto fusse ingiusta questa censura ecc. ecc. Si rispose che la Compagnia non ricercaua più lo stare in un luogo che in un altro, ma ben era ricercata dagl' altri, et erano più (7) i luoghi che la [ricercano] (8) che il numero delle Persone per supplire, mentre giudicassero che le nostre fatiche e sudori douessero seruirli l' haueremo impiegati, come sin' hora a gloria di Dio, et utilità del prossimo in questo Stato molto uolentieri, succedendo altrimente sperauamo, che Dio, dal quale haueuamo riceuuto la gratia di esser chiamati a questa professione per impiegarci secondo l' instituto nostro in servitio della Santa (9) Chiesa (10), se perdeuamo questa Vigna, ce ne haurebbe apparecchiata un altra in qualch' altro luogo, et che nel [fatto presente] (11) noi non procedeuamo per via d' intelligenza ma di obedienza uerso la Santa [Chiesa] (12), nella quale eramo risoluti uiuere sin alla Morte, anzi per essa morire se bisognasse. Cominciò all' hora a dire grandi ed intolerandi spropositi circa l' ingiustitia et iniquità et errore nel quale era Sua Santità per conto delle censure, e della chiara giustitia che essi haueuano, del torto che gli si faceua, dello scandalo et mal esempio che noi dauamo à gl' altri Religiosi, et occasione che per questo haueua la Republica di risentirsene, dell'esser essi tanto Cattolici e più che in Roma, che ben sperauano farlo [uedere] (13) al Mondo, che quanto a lui era così cattolico come il Papa. Che uoleuano mantenere (14) questa Religione, nella quale erano nati (15), senza il Papa, che si usurpaua maggior autorità, che non haueua, che accendeua un foco maggiore nelMondo, che non si pensaua. Che pensaua con la sua scommunica far male a loro, che si guardasse che il maggior male nō uenisse

(1) *era per* — (2) *da noi dimandata* — (3) *uerrebbe* — (4): *Se bene io.....* — (5) *marauigliaua* — (6) *loro* — (7) *molto più erano* — (8) *ricercauano* — (9) *Sede et* — (10) *Apostolica* — (11) *fare questo* — (12) *Sede Apostolica* — (13) *conoscere* — (14) *sempre* — (15) *che lo farebbono.*

sopra di lui, che non consideraua la grandezza [della] (1) Republica di mille e dui cento anni e cose simili, quali non si possono tutte scriuere, perchè stiamo sul partire del Corriere; et poi quanto a noi che si merauiglia che uolessero i nostri superiori fare che habbiamo parte in tanto gran peccato, e che haueuamo gran colpa et [cose simili] (2). [Io risposi] (3) che noi non entrauamo in conscienza della causa perchè non ci era stato dimandato parere, nè ci toccaua il farlo, ci bastaua obbedire et in questo erauamo molto ben fondati; poichè siamo certi, che lo Spirito Santo è quello che assiste e gouerna la Chiesa, che [gli] (4) ha promesso la sua perpetua assistenza, che egli è quello che indrizza il Vicario di Christo, il quale per le parole di Christo. *Tibi dabo Claves* (5) *Regni Coelorum, et quicumqae* (sic) *ligaueris super Terris* (sic) *erit ligatum(s)* (sic) *et in Celis* (sic) ha autorità [di poter far questo e] (6) simili cose per il buon gouerno della Chiesa, e non li mancherà di quella promessa fatta a [lui] (7) e non ad altro Stato o Prencipe del Mondo. *Porte* (sic) *inferi non prevalebunt* (sic) *adversus* [*eam*] (8) ecc.

A queste parole restando così un poco, non pareua sapesse che dire, et in un certo modo si mutò et impallidì un poco, poi ricominciò come noi uoleuamo dare tanto mal esempio e far contro quello che [tutti gl' altri Religiosi erano risoluti] (9) di fare, e pure doueuamo pensare che ancor essi intendeuano questo negotio, si disse che non toccaua a noi di regolar (10), ci bastaua di esseguir gl'ordini datici, e far la uolontà di sua Santità, e che pensauamo che [le altre] (11) non farebono cosa, che douesse offendere Dio, e che non poteuamo [ammettere] (12) che così facendo noi hauessimo (13) fatto il contrario, perchè se essi giudicauano necessario esser obediti da loro suditi, non li doueua parer strano [che anco noi douessimo] (14) a' nostri Superiori [obedire] (15); Ma non mi permette il tempo dir più [in hoc genere] (16). La conclusione non fu altro se non che [refert] (17) ad Senatum, ma che ci ricordassimo che andandocene non si portasse cosa alcuna, perchè uoleuano che quelle cose seruissero al culto Diuino, quale uoleuano mantenere come prima, e che quelle erano cose non nostre, ma loro, che non se ne poteua disporre senza loro, che hanno (diceua) Priuilegii, si restò che saressimo auuisati.

Il Martedì, giorno seguente uerso le 18 o 19 hore ecco uiene alla [Chiesa] (18) il Vicario Patriarchale con due suoi Canonici et insieme un Segretario principale della Signoria il quale [chiamatoci] (19) in presenza de sopradetti mi disse; Poichè uoi non uolete obedire à gl' ordini fatti, anzi mostrate uoler disobedire a quello che dall' Eccellentissimo Colleg° è ordinato, da parte [dell' istesso] (20), ui fò intendere che dal sig. Vicario, si deue far Inuentario della Sagristia e libraria comune, e saranno le dette cose consegnate [alli due Reuerendi Canonici come] (21), Economi; [si rispose] (22), che non si mettesse, perchè uoleuamo disobedire alla Signoria, ma

(1) *di quella* — (2) *et hujusmodi.* — (3) *Fu risposto* — (4) *egli* — (5) quello che segue dopo *Claues* manca nell'altro manoscritto — (6) *et potere di fare questa et* — (7) *lei* — (8) *eum* — (9) *tutte le altre Religioni erano risolute* — (10) *gli altri* — (11) *gli altri* — (12) *far allro.* — (13) *ne colpa ne peccato ma sì bene se hauessimo* — (14) *che noi altri obedissimo* — (15) in luogo di obedire vi èun etc. — (16) *nè dilatarmi in questo* — (17) *referret* — (18) *Casa* — (19) *chiamatomi* — (20) *dello Stato* — (21) *a due Reuerendi come* — (22) *Risposi*

perchè uoleuamo esser' obedienti al Papa, perchè questa era stata la nostra risposta, e quanto al resto facessero quanto gli era (1) comandato a modo loro.

Fecero l' inuentario della Sagristia mormorando che li pareuano (*sic*) molto scarso (*sic*). La libraria trouandola piena si contentorno di serrarla con chiaui loro e portandosele con quelle della sagristia con scuprolo (*sic*) di accommodarci le cose [necessarie] (2) per dir la messa il giorno seguente.

Tornarono la sera da parte del Doge per fare un' altra copia dell' Inventario della sagrestia acciò io lo segnassi, e ci concessero quattro pianete per le messe del giorno seguente.

Il Mercordì mattina a dodici hore uenne un di quei che in Venetia, si chiamano Capitani, che è come Barigelli e luogotenenti, o cosa simile et in breue mi ordinò di fare in modo che quella sera a due hore di notte [fussimo] (3) tutti insieme in ordine per montare in Barca, et che a 24 hore farebbe condurre le Barche [necessarie] (4); si disse che era da considerare che [45] (5) persone malamente poteuano in così breue tempo apparecchiarsi, ma da quel Ministro [non si disse altro] (6) se non che li sapeua male, ma che (7) mi faceua intendere la uolontà di quei Signori, che uoleuano esser obediti. Si mandò al Doge e due altri Tribunali per prolongar un giorno, non si ebbe [altro che] (8) parole aspre, e che bisognaua andare.

Si cominciò in Casa mettere in ordine la partenza, con dar in molta confusione qualche ordine anco in mettere in saluo qualche robba. Alle 14, o 15 hore uenne l' istesso a ripetere, e sollicitare, molte particolarità si lasciano. Alle 17 hore in circa uenne il Barigello Maggiore, o Capitanio Grande con l' istesso precetto. Alle 19 uenne il Segretario principale, e [comandandomi] (9) quello, che già mi era stato intimato da i precedenti, aggiunse, che non piaceua al Doge et a quei Signori d' intendere, che quiui fusse tanta gente, tanto [per Casa, come in Chiesa] (10), perchè ogni cosa era pieno di gente, che ueniua chi per curiosità, chi per piangere e chi per burlarci, Che io facessi metter fuori tutti e [serarsi] (11) le porte tanto di Casa, come di Chiesa; Risposi che io haueuo desiderato e domandato in gratia alle genti che ueniuano, acciò [ci hauessero lasciato] (12) quelle poche hore in pace [per apparecchiarci] (13), ma non ci era stato possibile d'impedirle. Basta, disse, hauete intesa l' intentione e uolontà di sua Serenità; e se ne andò. [Si fece] (14) quello che fu possibile per far ritirar le genti ma era cosa impossibile. Di lì a poco il Capitano grande quale all' arriuo suo haueua domandato le chiaui del giardino per doue andauano fuori le robbe (15), et a punto nel [precinto] (*sic*) (16) che ne uscì l' ultima cassa di quello che si potè saluare, si mise a far uscir le genti con i suoi ministri, et [entrarano] (17) sino in Chiesa a mandar uia etiam quelli, che erano a piedi de' Confessori per confessarsi, et un gran numero di Gentildonne, [che iui] (18) erano piangendo. Ciò fatto serrò la Chiesa e poi la Porta di Casa, e portò seco fuori tutte le Chiaui, e noi restammo chiusi [sin a quell' hora] (19) che ci conuenne partire, et a pena s' impetrò

(1) *stato* — (2) *nostre* — (3) *siamo* — (4) *nostre* — (5) 41 — (6) *altro non si hebbe* — (7) *egli* — (8) *se non* — (9) *ricordandomi* — (10) tanto *concoros in Chiesa* — (11) *serrassi* — (12) acciò *ci lasciassero* — (13) *per apparecchiarci* manca — (14) *Feci* — (15) quello che segue, fino a *saluare* è tra parentesi — (16) *punto* — (17) *entratoui tirò in Chiesa a* ecc.— (18) Gentildonne *cui* erano — (19) chiusi *dentro insino al* hora

licenza che uno [de' nostri] (1) andasse a [pigliar] (2) del pane per noi. L' entrar poi, o il parlarci non fu mai permesso a nisuno, [solo] (3) che [al] (4) Signor Ambasciatore di Spagna (5), a cui habbiamo molto obligo, essendosi con essi noi portato amoreuolissimamente et usatoci molte cortesie, come [poi Vra Paternità Reuerendissima] (6) saprà, che però desideriamo che si contentasse farlo [sapere] (7) al Signor Ambasciatore che è in Roma, potendoli dire (8) che da questo Sig^re^, non si poteua mai desiderar [d'auantaggio di quello che molto] (9) cordialmente ha fatto, hauendo egli riceuute le nostre robbe, et offertosi in tutto e per tutto [quello poteua in nostro seruitio] (10), etiam a nome del [suo] (11) Ré, [con espressioni] (12) che era per spender quanto haueua e poteua, [con offerta in oltre] (13) di accompagnarci et [a tale effetto deputò] due (14) de' suoi per uenire con essi noi [che non hauendoli accettati non mancò di raccomandarci caldam^te^ a quel Capitano] (15) che [uenne] (16) ad accompagnarci et mille altre [cortesie] (17); Essendo uenuto auanti la Porta per [uederci e fatte abondantissime offerte] (18) stette dalle 21 hore, sino a più d' un hora di notte aspettando per entrare e non sarebbe entrato, se non hauesse più uolte mandato alli Signori del Collegio [con lamentationi] (19) della difficoltà che se li faceua, [che] (20) finalmente fu mandato [ordine] (21), che si lasciasse entrare e stette un pezzo con noi risentendosi, offerendosi e non poteua finire.

Intanto tutto il resto del giorno stettero dui di quei Capitani in quello spatio, che è dinanzi alla Casa nostra, non permettendo che alcuno, ui si fermasse perchè era tanto il concorso di ogni sorte di gente, che per terra e per acqua ueniua, che non si può dire.

Finalmente all'Aue Maria uennero le Barche, si accomodorno le robbe come si potè, perchè non si lasciauano fare i nostri, se non con l' asistenza dei loro. Venne nell' istesso tempo il Vicario con gl' Economi, e finito che fu di mettere le robbe nelle [Barche] (22), ce ne andammo in Chiesa, dicemmo le litanie, si fece un poco di Oratione, et il Vicario presente (23) disse l' Itinerario.

Era già più di due hore di notte, che si cominciorno a mettere i nostri nelle Barche, ma [però] (24) con grandissima difficoltà, stante il gran concorso di gondole, e Popolo [che ui era] (25), poichè ogni cosa era piena. Tandem entrammo in Magno Theatro spectantium, ma senza poter parlare (26), e ce ne siamo uenuti [per] (27) tutta quella notte e per il giorno seguente sino alle 18 hore in circa accompagnati da quel Capitano che fu il primo a far il comandamento con due altri de' suoi sbirri sino alli confini del Venetiano, [poi] (28) habbiamo seguitato tutto il resto (29) di uenire auanti, hauendo lasciate le quattro Barche dateci da loro, [e messoci tutti quanti con le nostre] robbe (30) in Barca grande che ci bisognò pigliare nelli sopradetti

(1) manca *de'nostri* — (2) *comprare* — (3) *tanto* — (4) *il* — (5) tutto quello che segue è fra parentesi fino a *cortesie* che nel secondo manoscritto è sostituito da *cose.* — (6) *poi,* e *Reverendissima* mancano. — (7) *intendere* — (8) *parendole* — (9) desiderare *quante carezze* cordialmente — (10) *quello poteua in nostro seruitio* manca — (11) *suo* manca — (12) Re, *et* che era — (13) poteua, *offertosi* di — (14) et *deputato* due — (15) *et* non *accettandoli,* raccomanda*toci* a quel Capitano — (16) *era uenuto per* accompagnarci — (17) altre *cose* — (18) uederci *et offerirsi come poi fece abondantissimamente,* stette — (19) Collegio, *lamentandosi* della — (20) *ma* — (21) *ordine* manca. — (22) *nelle Barche* manca — (23) *si* — (24) *però* manca — (25) *che ui era* manca — (26) *a nessuno* — (27) uenuti *caminando* tutta — (28) Venetiano, *là* habbiamo — (29) *del giorno* — (30) *et mettendoci tutti con le robbe in Barca grande*

Confini. In quella notte ce la passammo nella Barca per non esser sicuri andar [nelle tenebri] (1) soli senza scorta. In tanto mi feci dare da un Podestà dello stato del Papa una Guardia, acciò il Corriere che uiene da Venetia a Ferrara con priuilegio di farci far largo da ogni Barca e Vascello e di non permettere (2) che in quella notte, che egli passa, [possa passar] (3) altra Barca [senza sua licenza] (4), non ci desse molestia. Un hora o due auanti giorno [fu] (5) finalmente scoperta la detta Barca del Corriere. Io mandai inanzi quella nostra Guardia per farglielo intendere, e [se ne passò cortesissimamente] senza far altro (6), e noi lo seguitammo e giunsimo [hieri in Ferrara alle 17 hore], come di sopra ho detto (7). Ne per hora mi pare di poter dir altro, [mentre il tempo non me lo permette, domandandomesi le lettere] (8). [Questo Piego] (9) si conserui, perchè possi seruire di memoria d' alcuni particolari, et anco per far ricordare occorrendo gl' altri che per breuità non si son detti, [ringratiando Vra Paternità Reuerendma] (10) e la Compagnia, poichè per mezzo dell'orationi siamo ridotti quà senz'altro incommodo, [e raccomandandomi con tutti, prego il Sigre Dio la conserui] (11). ecc.

Note e illustrazioni

Pag. 623, lin. 1 : *del mio negozio...* Trattavasi come si è già detto della seconda ricondotta di Galileo nello studio di Padova, ricondotta che fu poi votata in *Pregadi* circa tre mesi dopo, il 5 di agosto 1606, con 138 voti favorevoli su 159 votanti. In questa occasione gli fu accresciuto lo stipendio di 320 fiorini oltre i 200 che aveva ricevuti sino allora e che seguitò a riscuotere sino al 27 di settembre del 1606 ultimo termine della sua prima ricondotta.

Pag. 623, lin. 2 ... *il giorno di pasqua...* La Pasqua di Resurrezione nel 1606 era caduta il 26 di marzo; ora la lettera di Galileo essendo dell' 11 di maggio, s'intende facilmente che la *pasqua* alla qualè allude e che i Senatori aspettavano per adunarsi, non poteva più essere la *Pasqua maggiore*, o *Pasqua d'uova* ma doveva essere un'altra Pasqua. I nostri vocabolari (*Crusca Manuzzi*, *Tramater*, *Tommaseo*, ecc.) alla parola *Pasqua* dicono: *Gli scrittori e l'uso hanno allargato questa denominazione anche ad altre solennità - Pasqua rugiada, Pasqua rosata o di rose dicesi la Pentecoste...* Nel 1606 fu Pentecoste il 14 maggio, Galileo allude quindi evidentemente alla Pentecoste (che stava per celebrarsi fra tre giorni, cioè la Domenica 14 di maggio) quando il giovedì 11 scrive che quei Signori (senatori) gli danno speranza di essere per ridursi il giorno di Pasqua.

Pag. 623, lin. 12. La chiusa della lettera di Galileo, dove scrive: *Credo che si saranno partiti anco di Padova e di tutto il resto dello Stato*, viene confermata da quanto dice il Cornet (pag. 79) alla data del 10 di maggio 1606: « Il Senato

(1) andar *la notte* soli — (2) *senza sua licentia* — (3) *possa passar* manca — (4) Barca *uada inanzi*, non — (5) giorno *hauendo io* finalmente. — (6) passò *secretamente senz'*altro — (7) giunsimo *come di sopra ho detto.* Ne — (8) altro, *ne il tempo lo permette che domandano* le lettere. — (9) *Questa prego* si — (10) *Ringratio Vostra Paternità* — (11) incommodo, , *chiedendoli la sua Beneditione, et raccomandandomi con tutti* etc.

« scrive alli Rettori di Padova, Vicenza, Verona, Brescia, Candia, che si faccino « partire da quelle città i gesuiti nel modo, che si è fatto in questa, da dove par- « tiranno lo stesso giorno di notte, scortati fino ai confini del Ferrarese, e che tutte « le loro entrate, et ogni altra cosa resti sotto la cura degli Economi che li sono « stati deputati ».

Pag. 623, lin. 15 ... *Signor Foscari...* Probabilmente il Foscari venuto a stare in casa di Galileo con un servitore il 13 febbrajo del 1606, come si rileva dai *Ricordi autografi* del Galilei stesso conservati nella Biblioteca Nazionale di Firenze e pubblicati dal prof. Ant. Favaro nel 2° volume della sua opera: *Galileo Galilei e lo Studio di Padova*. Firenze 1883, 2 vol. in 4° (vol. II, pag. 186).

Non so chi fossero i signori Cocchi, ai quali Galileo bacia le mani.

Pag. 623, lin. 23 ... *dopo all' insorta controversia co' Gesuiti...* Intorno a codesta controversia originata dal tentativo fatto dai Gesuiti d'aprire in Padova una Università loro, contrapponendola alla vecchia Università Patavina, veggasi l'Opera del Favaro: *Galileo Galilei e lo Studio di Padova* vol. I, pag. 72-79; un lavoro dello stesso prof. Favaro negli Atti del R. Istituto Veneto di Scienze, lettere ed arti, (Serie V, vol. IV, dal nov. 1877 all'ott. 1878, Venezia 1877-1878, in 8° pag. 401-535), e la Storia della Compagnia di Gesù del P. Jouvency (Lib. XIV, parte V, pag. 240-245, § III).

Il Senato si pronunciò contro i Gesuiti col Decreto del 23 dicembre 1591. Alla fine del 1592 era dunque corso un anno (come dice il Nelli) dopo l'*insorta controversia.*

Pag. 623, lin. 31 ... *Paolo V sommo pontefice interdisse...* Appena assunto al pontificato, il 17 maggio 1605, Camillo Borghese, preso il nome di Paolo V, si diede a voler estendere quanto più gli fosse possibile l'autorità pontificia, *mortificando la presunzione dei governi secolari*, e, dopo d'aver sollecitato la Francia a ricevere le decisioni del Concilio Tridentino, la Spagna a sollevar dalle decime i Gesuiti, dopo d'avere imposto le sue volontà ai Maltesi, ai Duchi di Parma e di Savoja e alle Repubbliche di Genova e di Lucca, si rivolse alla Repubblica di Venezia accusandola:

1°. Di non aver voluto aiutar gli Ungheresi nella guerra contro i Turchi.

2°. D'aver costretto i navigli che salpavano con mercanzie dai porti dell'Adriatico a passar per Venezia.

3°. D'aver vietato (10 genn. 1603) la fondazione, o la costruzione di nuovi edificî ecclesiastici nel Dominio veneto senza il permesso del Senato.

4°. D'aver proibito (marzo 1605) donazioni o alienazioni di beni in favore di fondazioni ecclesiastiche.

5°. D'aver arrestato e sottoposto a processo il canonico Scipione Saraceno da Vicenza e il conte Brandolino di Valdemareno abate di Narvesa in quel di Treviso (colpevoli entrambi di turpi azioni e di gravissimi delitti).

Poi il 10 di dicembre del 1605 formulate in un Breve le accuse 3ª e 4ª e in un altro la 5ª, tralasciando le altre come non abbastanza *spirituali*, spedì al suo nunzio Orazio Mattei vescovo di Gerace uno dei Brevi, col quale minacciava d'Interdetto ecclesiastico tutto il Dominio veneto, se non si fossero immediatamente

abrogate, annullate e cancellate per sempre quelle leggi o disposizioni che egli, capo della Chiesa, considerava incomportabili. Il nunzio presentò il Breve nel giorno di Natale del 1605, ma, per essere allora in agonia il doge Marino Grimani, il Breve non fu aperto nè letto, differendosi ad aprirlo dopo la elezione del nuovo Doge. A' 10 di gennaio del 1606 fu eletto doge Leonardo Donato, cavaliere e procuratore di S. Marco, dopo la quale elezione si aprì e si lesse il Breve pontificio e ai 28 di gennaio il Senato vi rispose, ribattendone cortesemente, ma con fermezza, le accuse.

Il 25 di febbraio il nunzio presentò il secondo Breve, dato anch'esso, come il primo, da Roma il 10 di dicembre del 1605. A questo secondo Breve rispose il Senato l' 11 di marzo, manifestando in modo rispettoso le proprie ragioni in contrario.

Il Papa si irritò di codesta resistenza, e, dopo un breve scambio di trattative poco concludenti, pronunziò il 17 d'aprile la sentenza d'*Interdetto* contro la Città e contro il Dominio di Venezia: e la fece affiggere a S. Pietro, a S. Giov. Laterano, in Campo de' Fiori e alla Vice-Cancelleria.

Il Senato veneto protestò, ordinando nel tempo stesso che nessuno osasse pubblicar nel Dominio l'Interdetto papale, e ingiungendo al Clero di continuare come in passato la celebrazione dei divini uffici, l'amministrazione dei sacramenti ecc. ecc.

La maggior parte del Clero obbedì, ma si ribellarono al decreto del Senato i Gesuiti, i cappuccini, i francescani riformati e i teatini, che domandarono e ottennero di uscir dallo stato. I Gesuiti poi, per gravissimi motivi, furono poco dopo sbanditi con decreto in Pregadi del 14 giugno 1606, nè fu loro concesso di rientrare nel Dominio veneto, allora quando, levate le Censure pontificie, vi furono riammessi gli altri ordini religiosi.

Fra Paolo Sarpi, che aveva avuto gran parte in questo negozio, nel 1607 a dì 5 d'ottobre verso sera fu assalito da cinque sicarii che lo pugnalarono lasciandolo per morto. Lo curò Fabrizio d'Acquapendente e un anno dopo esso potè riprender il suo ufficio di consultore della Repubblica, più amato, più rispettato e più ascoltato che mai.

Questa briga dell'Interdetto finì, molto onorevolmente per la Signoria di Venezia perchè, senza nulla aver concesso alle pretese di Roma, il 21 d'aprile del 1607 (') il cardinale de Joyeuse in nome del Pontefice levò le Censure e dal notaio pubblico, Marco Ottobon, vennero consegnati all'ambasciator di Francia Filippo Canaye sieur de Fresne l'abate Brandolini e il canonico Saraceni, protestando che ciò faceva la Repubblica *in gratificazione di S. M. Cristianissima e senza pregiudicio della autorità che essa ha in giudicar Ecclesiastici*. L'ambasciator di Francia rimise i prigionieri al cardinale, come rappresentante del Papa, e Pontefice e Repubblica tornarono amici come prima.

Pag. 626, lin. 1 e 37. *La casa dei Gesuiti in Venezia.* Venezia fu una delle prime città nelle quali i Gesuiti stabilirono la loro sede. Ignazio Loyola era stato una prima volta a Venezia nel 1523, ospitatovi da Marc'Antonio Trevisan, che fu poi Doge. Tornatovi nel 1536 e raggiuntovi nel 1537 dai suoi primi Soci, si mise ad

(') Cornet. pag. 305-306.

attender con essi al servizio degli infermi negli spedali. Fu nel 1538 che Andrea Lipomano, priore della SS. Trinità, diede loro una parte dei redditi del suo priorato, cioè la casa di *S. Maria Maddalena* in Padova, e la chiesa e i locali annessi di *S. Maria dell'Umiltà* in Venezia, che avevano appartenuto un tempo ai Cavalieri Templarii. Questa chiesa e questi locali, ristaurati più tardi, grazie alle liberalità dei Contarini, dei Loredan, dei Soranzo, dei Garzoni ecc. divennero sede non più di un semplice noviziato o di un collegio, ma di una casa professa dell'ordine.

I Gesuiti espulsi *in perpetuo* dal dominio veneto col decreto del 14 giugno 1606, non vi tornarono, quando il 21 d'aprile del 1607 venne sciolto l'*Interdetto*. Fu soltanto dietro le istanze incessanti di Papa Alessandro VII e del Re di Francia, e per bisogno di danaro che a' 19 gennaio del 1657, il Senato rivocò il decreto del 1606, e i Gesuiti a' 28 di febbraio si affrettarono a comprare per 50000 ducati il monastero dei Crociferi nel Sestiere di *Cannaregio* dove si accasarono e rimasero fino alla soppressione dell'ordine nel 1773. La chiesa di quel monastero dedicata a S. Maria Assunta e riedificata dai gesuiti nel 1715, è stata loro restituita il 31 luglio 1844 (1).

La chiesa di *S. Maria dell'Umiltà* ufficiata dai gesuiti, e consacrata nel 1589 alla *Visitazione di Maria* era posta, coll'attiguo convento, nel Sestiere di Dorsoduro, su quella lingua di terra che si stende fra il Canal grande e il Canale della Giudecca e rispondeva dietro la chiesa attuale di S. Maria della Salute, là dove sono adesso gli Orti del Seminario Patriarcale. Il giardino del convento aveva un'uscita sul Rio che unisce il *Canal grande* con quello della *Giudecca*.

Messer Francesco Sansovino così descrive nel 1581 la chiesa dei *Preti dell'Humiltà* (2).

Giesuiti. — « Dalla parte verso Dogana si trouano i Preti Riformati, detti « Giesuiti, institutori d' una ottima regolatione alla vita Christiana, nella quale fa- « cendo molto frutto con la predicatione e con la confessione, sono utili molto nella « vigna del Signore. La Chiesa loro restaurata di nuouo in commoda e bella forma, è « visitata di continuo dalla maggior parte della Città, onde adornata di molti abbelli- « menti s'è fatta nobile et chiara fra l'altre, perciochè vi sono quattro bellissime « palle, l'una della passione di Christo dipinta da Jacomo Palma. L'altra degli Apostoli « San Pietro et San Paolo, fatta da Jacomo da Bassano. La terza della circoncisione « di Nostro Signore, di mano di Marco del Moro, et l'ultima di San Francesco di

(1) Nel: *Sunto storico alfabetico e cronologico delle deliberazioni prese dal Consiglio Comunale di Venezia, dal* 1808 *a tutto il* 1866. - Venezia, tipogr. Longo, 1871 alla pag. 119 sta scritto, sotto la data del 31 luglio 1843:

« Il conte Antonio Zen domanda che dal Municipio alla prima occasione sia proposto al Con- « siglio il supplicare l'Augusto Monarca, di permettere anche qui in Venezia, lo ristabilimento della « compagnia di Gesù, onde da essa tragga vantaggio la pubblica educazione ».

« Questa proposta (dice il Cecchetti alla pag. 182 nota (3) nel T. I della sua opera: *La Repu- « blica di Venezia e la Corte di Roma*) venne oppugnata dal Conte Sagredo ed altri Consiglieri Co- « munali, ma fu sostenuta dal *preopinante*, desiderando che fosse inscritta nel processo verbale, per- « chè *a suo tempo potesse conseguire il suo effetto* ».

(2) Venetia città nobilissima et singolare, descritta in XIIII Libri. Venetia appresso Jacomo Sansovino M. D. LXXXI. in 4°, cart. 98 recto e verso.

« Simonetto da San Casciano. Vi è parimente il soffitto molto ricco et degno di con-
« sideratione, et fu opera di Paolo Veronese. Vi si fabrica più oltre a questo un
« bellissimo tabernacolo per metter su l'altare principale, nel quale dee riporsi il
« corpo di N. Signore con intagli così singolari, con tanta ricchezza di oro, et con
« pitture così nobili, di mano di Paolo predetto, del Palma et di Francesco da Bas-
« sano, che sarà cosa veramente degna, non pur della sudetta Chiesa, ma di questa
religiosa Città ».

Espulsi i Gesuiti nel maggio del 1606, chiesa e convento passarono (nel 1615) per decreto del Senato alle Monache Benedettine dell'isola di San Servolo, che vi rimasero sino al 1806. Chiusi allora al culto questi edifizi restarono in piedi sino al 1824, quando, per aggrandir l'orto del Seminario, vennero atterrati unitamente al piccolo oratorio di S. Filippo Neri che stava loro daccanto.

Al tempo dell'*Interdetto* non c'erano su quella punta di Dorsoduro, nè la chiesa della Salute, costruita nel 1631, nè l'edifizio attuale della Dogana eretto soltanto nel 1686.

Pag. 626, lin. 5: *Son già otto giorni...* Il principio della lettera, come si legge nel Codice Corsin. 701. Col. 35 A. 3, è scorretto. La vera lezione è quella dell'altro Codice 705, Col. 33 B. 10, che incomincia così: « Sono già otto giorni che scrissi a
« vostra Paternità di Venetia, hora scrivo di Ferrara dove arrivammo hieri tutti in-
« sieme verso le 17 hore..... » (la stessa lezione si ha nel Codice di Napoli). Infatti, essendo detto nell'una e nell'altra copia: « *in Ferrara..... arrivammo hieri* » e l'arrivo in Ferrara essendo indubbiamente accaduto il venerdì 12 di maggio 1606 alle $12^h,45^m$ di sera, la lettera deve essere stata scritta il sabbato 13 di maggio 1606. Ora il 13 di maggio non potevano esser corsi otto giorni dalla partenza della Compagnia di Venezia, poichè essa ne era uscita la sera di mercoledì 10, verso le 10 di notte, cioè tre dì innanzi e non più. È invece probabile che circa otto dì prima del 13, cioè il 6 o il 7, il padre Castorio avesse scritto al Generale, essendosi molto carteggiato in quei giorni fra Roma e Venezia, passando le lettere per Ferrara, come apparisce dalla Storia della Compagnia scritta dal padre Jouvency. Si sa infatti da essa che il Provinciale per avere istruzioni, aveva spedito al generale Acquaviva il padre Barisone rettore del Collegio di Ferrara il quale era giunto in Roma il 29 d'aprile. L'Acquaviva aveva risposto lo stesso giorno alla lettera del Provinciale, e la risposta, giunta a Ferrara il 5 di maggio, era stata spedita a Padova e a Venezia lo stesso giorno per mezzo dei padri Serravalle e Orimbelli. Questa risposta giunse a Venezia il 7 di maggio al tramonto. Dunque il Castorio poteva avere riscritto lo stesso giorno, se pure non aveva scritto il dì innanzi per l'urgenza dei provvedimenti.

Pag. 626. lin. 6, ... *con molta carità...* Stando alle *Literae Annuae Societatis Jesu* (Moguntiae 1618 in 8°, pag. 45) il 12 maggio del 1606 arrivarono a Ferrara più di 80 gesuiti espulsi dal veneto.

Pag. 626, lin. 13. *Sabbato passato...* Il *sabbato passato*, di cui qui si parla nella *Relazione*, fu il 6 di maggio del 1606 e intorno al colloquio passato fra il Doge e quattro gesuiti, due dei quali erano il padre Castorio e il padre Barone si può vedere il documento n° 9 stampato dal Cappelletti nel suo libro: *I gesuiti e la Repubblica di Venezia* (Venezia 1873 in-8° pag. 45-49).

Pag. 626, lin. 18. La Domenica 7 maggio, come dice il padre Castorio, non si fece nulla.

Pag. 626, lin. 21. *Il Lunedì 8 del presente...* Il lunedì 8 di maggio (Cappelletti, Doc. 10 a pag. 49-53), dopo essere stato dall'ambasciatore di Francia Filippo Canaye Sieur de Fresne, il rettore con tre altri padri si presentò al Doge avanti vespero. Apparisce dalla *Relazione* che *poco prima* il rettore aveva ricevuto dal padre Provinciale gli ordini del generale Acquaviva. Li aveva ricevuti infatti la sera innanzi, come è stato detto antecedentemente.

Pag. 626, lin. 24... *alla casa era comparso un segretario...* Il padre Castorio racconta che un segretario della Signoria era comparso alla Casa Professa cercando di parlargli; e veramente nella mattinata era stato portato a tutte le chiese, per deliberazione del Senato l'ordine « di continuarsi ad esercitar il Culto Divino, et celebrar i Divini Uffizii nel modo che si è fatto fin hora », ma non apparisce che alcun messaggio speciale fosse stato spedito al padre rettore. Del resto poi sarà utile il confrontare la narrazione del padre Castorio con quella del doge Leonardo Donato, che si legge nel Doc. 10 del Cappelletti e in ristretto nel libro di Enrico Cornet (*Paolo V e la Repubblica Veneta dal* 22 *ottobre* 1605. — 9 *giugno* 1607. Vienna, 1859, in-8°, pag. 74).

Pag. 626, lin. 31... *perchè la lettera...* Quanto alla lettera generalizia che il Castorio suppone essergli stata intercettata, non se ne trova traccia negl'inserti relativi a queste faccende che sono stati pubblicati fin qui.

Pag. 626, lin. 37... *del Padre Castorio...* Il padre Bernardino Castori, o Castorio, rettore della Casa Professa era nato a Siena verso il 1544, ed era entrato a Roma nella Compagnia di Gesù nel 1559. Piuttosto amministratore che uomo di studio, il Castorio resse il Collegio di Bourges, quello di Lyon, fu superiore della Casa Professa di Parigi, provinciale a Lyon, poi rettore di quella di Venezia. In seguito alla cacciata dei gesuiti dal dominio veneto fu chiamato a Roma, dove governò per quasi 30 anni il Collegio Germanico. Morì di 90 anni il 15 marzo 1634. Si conosce di lui una: *Institutione Civile e Cristiana*. Roma, Alessandro Zannetti 1622, in 4°.

Pag. 628, lin. 30... Il martedì 9 di maggio fra le $1^h,45^m$ e le $2^h,45^m$ p. m. si presentò al Collegio e Monasterio dei gesuiti Giovanni Meraviglia segretario del Senato, accompagnato da Pier Antonio Ribetti arcidiacono e vicario del Patriarcato (sede vacante) (1) e dagli economi padre Girolamo Bianco, primicerio patriarcale, e padre Francesco Eliseo, canonico, per inventariarne gli arredi sacri e la libreria (Cappelletti, Doc. II pag. 53 e seg. — Cornet, pag. 79 nota 2). Quest'ultima fu chiusa colle sue chiavi e con *un buon lucchetto mandato a comprare per tale effetto.* Vennero lasciati ai gesuiti quattro paramenti e i calici per la celebrazione della messa nel giorno seguente.

Pag. 629, lin. 3 ... *mormorando ehe...* Varî oggetti di valore erano stati in questa occasione previamente consegnati dai padri gesuiti a certe gentildonne, come ad esse appartenenti, e molti libri deposti in casa del mercante Antonio Franzin, il quale dovette poi consegnarli alla Signoria il 26 maggio, dopo la partenza dei padri. (Cappelletti, Doc. 13 e 14 pag. 64-68).

(1) Il nuovo patriarca Vendramin non era stato ancora confermato dal Papa.

Pag. 629, lin. 10. *Il Mercordì mattina...* La mattina del mercoledì 10 di maggio 1606, verso le 7 e tre quarti, un capitano portò l'ordine ai Gesuiti di apparecchiarsi alla partenza, avvisandoli che alle 7 e tre quarti della sera sarebbero venute a prenderli le barche necessarie.

Pag. 629, lin. 14... *era da considerare che* 45 *persone...* Il rettore a proposito di questo ordine parla di 45 persone (nella seconda copia della *Relazione* è scritto 41) componenti la Casa Professa; anche la copia napoletana della lettera assegna 45 persone al Convento di Venezia (1).

Pag. 629, lin. 19. *Si cominciò in casa...* Avuto l'ordine della partenza, il padre Castori diede le disposizioni opportune, cercando *anco*, come egli dice, *di mettere in salvo qualche robba*, e siccome *mettere in salvo* non può equivalere a: incassare per portar seco, la *Relazione* giustifica in questo luogo la narrazione di quel capitano il quale vide, come si dirà più sotto, portar via sulla barca dell' ambasciatore spagnuolo parecchie casse, che non gli bastò l'animo di trattenere.

Pag. 629, lin. 20 e 21. *Alle* 14 *o* 15 *ore...* Tornò il capitano fra le $9^h,45^m$ e le $10^h,45^m$ antimeridiane a sollecitare i preparativi, poi, verso il tocco, sopraggiunse il bargello maggiore, o capitano grande collo stesso precetto.

Pag. 629, lin. 22. *Alle* 19 *venne il Segretario principale...* Alle $2^h,45^m$ pomeridiane dello stesso giorno il notaio della cancelleria ducale Girolamo Alberto (che il Castori chiama segretario principale) si presentò al Monasterio per veder che gente vi stesse dattorno, e, fatto chiamare il preposito, a questo e al padre Baron che lo accompagnava espose l'ordine della partenza, poi coll' aiuto di uno dei capitani degli eccell.^{mi} signori capi fece sgombrar chiesa, monastero e luoghi vicini, allontanandone gentiluomini e donne accorsi in gran numero.

Pag. 629 lin. 32. *Di lì a poco il Capitano grande...* La confessione delle casse trafugate coll'aiuto dell'ambasciatore spagnuolo è compiuta nella *Relazione* del padre Castori con quel passo in cui dice che dal giardino *andavano fuori le robbe* e che il Capitano grande si mise a farne sgombrar la gente, proprio *in quel punto che ne uscì l'ultima cassa di quello che si potè salvare.*

E, come ciò non bastasse, alcune righe più in giù il padre Preposito, encomiando la cordialità dell'ambasciatore, aggiunge che *non si poteva desiderar d'avantaggio di quello che molto cordialmente ha fatto havendo egli ricevuto le nostre robbe* ecc. ecc.

Così don Inigo de Cardenas *compliva coi padri gesuiti, non facendo ciò per altro, che per consolarli in questa loro partita, et per termine d'ufficio.*

Pag. 629, lin. 37 ... *et un gran numero...* Quello che Galileo scrive del *gran pianto e dolore di molte donne devote* ai gesuiti, trova un perfetto riscontro nelle parole della Relazione: *un gran numero di gentildonne che ivi* (*in Chiesa*) *erano piangendo.*

(1) Le *Annuae Litterae* del 1605 (Duaci 1618) alla pag. 157 mettono: *In domo Professa Veneta unus super quadraginta.* In tutta la provincia veneta poi, che comprendeva: Venezia, Padova, Parma, Brescia, Bologna, Ferrara, Piacenza, Modena, Forlì, Novellara, Verona, Mantova, Creta (?) Imola e Vicenza nel 1605 erano 433 i Socî della Compagnia di Gesù, dei quali 148 sacerdoti e 143 coadiutori.

Pag. 629, lin. 37. *Ciò fatto serrò la Chiesa..* Galileo soggiunge che: *jeri* (il 10 di maggio del 1606) *dopo desinare furono serrati in casa e messovi due bargelli alla guardia della porta, acciò nessuno entrasse, o uscisse dal Convento*; ciò che s'accorda benissimo colla *Relazione*, secondo la quale il Capitano grande verso le 3 dopo mezzogiorno *serrò la chiesa e poi la porta di casa e portò seco fuori tutte le chiavi*, così che i padri restarono *chiusi sin a quell'ora che convenne loro partire.*

Pag. 630, lin. 13. *Essendo uenuto...* Stando alla *Relazione*, l'ambasciatore s'era presentato dapprima al Convento alle $4^h,45^m$ pomeridiane, ma non vi potè entrare se non alle $8^h,45^m$. Fu Girolamo Alberto che non permise all' ambasciator di Spagna (1) d'entrar nella *Casa*, offerendogli però di chiederne facoltà al Senato, ciò che l'ambasciatore non volle. Il Senato mandò lo stesso giorno Geronimo Polverino all'ambasciatore per iscusarsi del divieto a lui fatto, dichiarandogli che « *poteva andare* « *a suo beneplacito, non essendo incluso da simili ordini* » (Cappelletti, Doc. 17 « pag. 71-72), e il Polverino soggiunge che nel partire, sua eccellenza gli disse: « *che sarebbe tornato a complir con quei padri, non facendo ciò per altro, che* « *per consolarli in questa loro partita, et per termine d'ufficio* ».

Essendo andato più tardi al *Convento* uno dei capitani del Consiglio dei X, *trovò sulla riva del Monasterio la barca del sig. ambasciator di Spagna da lui benissimo conosciuta, nella quale erano per imbarcar sette overo otto cassette bianche benissimo legate et conditionate, di grandezza di poco meno di due brazza l'una, et che senza ordine alcuno in questo proposito non gli era bastato l'animo di cercar altro, nè far alcun moto* (Cappelletti, Doc. 18 pag. 72-74. — Cornet, pag. 279).

Pag. 630, lin. 23. *Finalmente all'Aue Maria...* Ai 10 di maggio del 1606, l'*Avemmaria*, ora dell'arrivo delle barche, fu all'incirca alle $7^h,45^m$, e i Gesuiti s'imbarcarono alle due ore di notte, cioè alle $9^h,45^m$ dell'orologio europeo.

Pag. 630, lin. 30. *Tandem entrammo in Magno Theatro...* La notte del 10 all'11 di maggio del 1606 fu buia, avendo fatto la luna nuova il giorno 7, e però l'effetto prodotto nel *Magno Theatro spectantium*, come lo chiama il padre Castori, da quei 45 gesuiti con un crocefisso al collo e una candeletta accesa in mano dovette essere lugubre, eppure, se si vuol dar retta agli storici veneziani, il popolo non li salutò, nè li accompagnò con benedizioni e con lagrime.

Pag. 630, lin. 32 ... *accompagnati da quel Capitano...* Un capitano del Consiglio dei X aveva avuto l'ordine di condurre i padri Gesuiti fin sopra i confini del ferrarese per la via di Chioggia (Cappelletti, Doc. 18 pag. 72. — Cornet pag. 279); le quattro barche dovettero quindi uscir dalla laguna pel porto di Chioggia, rasentare il litorale adriatico sino alla foce di Pò detta delle fornaci, entrar nel fiume e, risalendolo, arrivar sino a Corbola, prima terra del ferrarese, dove pervennero infatti il giovedì 11 di maggio alle $1^h,56^m$ pomeridiane. A Corbola, il capitano del Consiglio fece sbarcare i padri, che di lì innanzi proseguirono senza scorta, in una barca grande.

(1) L'ambasciatore ordinario di Filippo III di Spagna era Don Inigo de Cardenas, v'era però in quel tempo a Venezia, come ambasciatore straordinario Don Francisco de Castro parente del duca di Lerma.

Pag. 631, lin. 6. *Un hora o due auanti giorno...* L'incontro del corriere ebbe luogo fra le ore $3^h,40^m$ e le $4^h,40^m$ antimeridiane del venerdì 12 di maggio e l'arrivo in Ferrara fu verso il tocco dello stesso giorno. Il viaggio da Venezia a Ferrara durò quindi 39 ore.

Appendice.

Nell'Archivio Gonzaga di Mantova ho trovato due documenti che illustrano la *Relazione* del Padre Castorio e la lettera di Galileo. Si tratta di due lettere di Ercole Udine, Residente del Duca di Mantova a Venezia scritte al sig. Annibale Chieppio, Consigliere di S. A. La prima del 13 maggio 1606 contiene il passo seguente: (Archiv. Gonzaga Venezia, E n° XLV, n° 3, 1606, busta 1538).

« ..... I Gesuiti furono da Sua Serenità lunedì mattina licentiati commandando « loro, che non togliessero cosa alcuna spettante alla loro Chiesa ne douessero mai « più ritornare. El Martedì il Senato gli fece inuentariare tutti i mobili. Si dice « che questi Signori daranno quel loco alle Monache della Celestia, le quali hanno « al presente il loro Monastero uicino all'Arsenale perchè uogliono aggrandir l'Arse- « nale, e ridurci dentro quel Monastero, e per leuare totalmente la speranza ai « Giesuiti, di più rihauere il loro Conuento di doue tutti già si sono partiti ».

Nella seconda lettera del 20 di maggio 1606 si legge:

« ..... Qui si dice pubblicamente che i Giesuiti co'l dar secretamente auiso al Papa « de i secreti di questo Senato, sono stati cagione che Sua Santità sia uenuta a « questo termine con la Republica. Si sono partiti i Capuccini e i Tolentini « però con buona gratia di questi Signori qui non si dubita di solleuatione, perchè « i Nobili stanno ne i termini e l popolo è misto, senza capo, e la maggior parte « *gente Heretica* (queste ultime parole nella lettera dell'Udine sono scritte in cifra) ».

Oltre a ciò, nella Biblioteca di Mantova trovai sotto la segnatura H. IV. 10. 993. un volume manoscritto, intitolato: *Istoria del Collegio di Mantova della Compagnia di Giesù*, scritta dal P. Giuseppe Gorzoni della medesima Compagnia. Alla pag. 81 di codesta Istoria, l'Autore narra, che nel 1606:

« ..... Coll'occasione che i Signori Venetiani furono interdetti dalla Santità di No- « stro Signore Papa Paolo V, li nostri Padri si ritirarono dal Dominio Veneto, e « si diuisero in uarii Collegi della Prouincia, amando più tosto questo per allhora « uolontario essiglio da quel paese, e così obedire al Sommo Pontefice, che a quel « gouerno che obligaua per ogni modo tutti i religiosi, non ostante il diuieto del « Papa a publicamente celebrare et officiare ».

Poi alle pagine 98 e 99, soggiunge:

« ..... Nel maggio dunque del 1611, il P. Paolo Sangro Prouinciale di questa Pro- « uincia, douendo far la Congregatione Prouinciale, volle si raunasse quì in Man- « toua, qualunque fossero le angustie dell'habitatione e della borsa. Qui si trattò « oltre gli affari consueti communi, e proprii della Prouincia, quello importantis- « simo di ritrouar maniera, per ritornare noi nello stato Veneto. Fu proposto fu

« consultato ed anche concluso di redimersi con qualche migliaia di scudi, da con-
« tribuirsi dalla Prouincia, e da offerirsi a quella Republica. Seppero per auuen-
« tura Signori Venetiani questo Congresso; ne penetrarono ancora le intentioni e
« perchè tendeuano queste a uoler, come euincere ed espugnare le loro uolontà, e
« perchè non piaceua loro quell'unione di tanti Gesuiti sù li suoi confini, e fron-
« tiere, quasi un esercito schierato non d'armati, ma di togati a lor più formida-
« bile, scoppiarono in quel sonoro Decreto (1), con cui pretesero impossibilitar la
« Compagnia a qualunque trattato di ritorno, fin a prohibire, che mai se ne potesse
« da ueruno parlare. Con che seccò affatto ne'nostri la speranza di mai più ritornarui ».

(1) Si allude qui, senza dubbio, al Decreto *irremovibile* del mercoledì 14 giugno 1606 (Consultori in jure, f. 541). Questo famoso Decreto (V. Cappelletti: *I Gesuiti e la Repubblica di Venezia*, Venezia, 1873. 1 vol. in 8° pag. 31-34) finisce così:

« L'anderà parte, che la Compagnia de' Giesuiti, o alcuno sia chi si voglia di detta Compa-
« gnia non possa più in alcun tempo ritornar ad habitar in questa Città, nè meno in altra Città,
« Terra, o luogo del Dominio nostro senza espressa licentia di questo Consiglio; Et se la parte
« che si doverà proponer non sarà presa con tutte le balle del Colleggio nostro, et poi dall'intero
« numero di tutti li ordini di detto Colleggio proposta a questo Consiglio, et preso con li cinque
« sesti delle ballotte di esso, congregato al numero di centoottanta in sù. Dovendosi innanzi il
« proponer la parte legger al Colleggio et a questo Consiglio, oltre la presente deliberatione, anco
« tutte le scritture, che parlano in materia delle male operationi fatte da essi Giesuiti. Et sia dato
« carico a doi savij del Colleggio di far mettere insieme con ogni diligenza et far registrare sopra
« un libro a questo effetto deputato, tutte le predette scritture, acciò in ogni tempo si habbino tutte
« unite et pronte per ogni caso che potesse avenire.

« Et la presente parte non si possa alterar, sospender, revocar, dispensar, dechiarir, overo in-
« terpretar per alcuna via, che dir o imaginar si possa, nessuna eccettuata, se non con le medesime
« conditioni, lettura di scritture, et strettezza di balle di sopra dechiarite.

« De sì 110
« De no 10
« Non sincere 20 ».

A questo Decreto, conviene aggiungere quello del 18 agosto 1606 (Cappelletti, pag. 140-142), l'Intimazione ai Rettori delle Città di terra-ferma del 13 marzo 1612 (Cappelletti, pag. 235-237) e le Pratiche del 1611 e del 1612 relative al Collegio dei Gesuiti in Castiglione delle Stiviere, favorito allora e protetto dal Duca di Mantova. In occasione di queste pratiche, il Senato Veneto ricordò ai Rettori, i Decreti del 1606, e forse per ciò il P. Gorzoni, confondendo le date, attribuì quella del 1611 al severo Decreto di cinque anni prima, da lui chiamato *sonoro*.

Studî ulteriori sullo sviluppo delle Salpe.

Memoria del Socio F. TODARO

letta nelle sedute del 10 e 12 giugno 1885.

(Con tre tavole)

PARTE PRIMA

INTRODUZIONE

Allorchè, or fa un decennio, pubblicai negli Atti dell'Accademia (1) la mia Memoria sopra lo sviluppo e l'anatomia delle Salpe, rimaneva in me il desiderio di estendere e approfondire le ricerche in numero maggiore di specie, per studiare innanzi tratto i primi momenti dello sviluppo, che hanno una grande importanza nell'interpretazione degli stadî successivi, e che mi erano sfuggiti per mancanza di materiale adatto. A nuove ed accurate indagini fui sospinto eziandio dai lavori sullo stesso argomento, pubblicati immediatamente dopo da Wm. Brooks (2) e da W. Salensky (3), i quali, sì nei risultati come nelle conclusioni, differiscono essenzialmente fra loro e da ciò che io avevo comunicato in quella Memoria.

In una breve Nota (4) ho dato conto sommario delle nuove investigazioni intraprese da me, nell'autunno del 1879, nella Stazione zoologica di Napoli, e che ho continuato a riprese, secondo che la possibilità di avere il materiale, ed il tempo me lo concedevano.

Intanto nel 1881 vennero alla luce la Memoria di J. Barrois (5) sulle membrane

(1) F. Todaro, *Sopra lo sviluppo e l'anatomia delle Salpe.* Memorie dell'Acc. dei Lincei, serie 2ª, vol. II. Roma 1875.

(2) Wm. K. Brooks, *The Development of Salpa.* Bulletin of the Museum of Comparative Zoology at Harvard College, vol. III, n. 14. Cambridge 1876.

(3) W. Salensky, *Ueber die embryonale Entwicklungsgeschichte der Salpen.* Zeitschrift für wissenschaftliche Zoologie, XXVII Band, pag. 179. Leipzig 1876. — Id., *Ueber die Knospung der Salpen.* Morfologisches Jahrbuch, III Band, 4. Heft, pag. 549. Leipzig 1877. — Id. *Ueber die Entwicklung der Hoden und ueber den Generationswechsel der Salpen.* Zeitschrift für wissenschaftliche Zoologie, XXX Bd. Supplement, 2. Heft, pag. 275. Leipzig 1878.

(4) F. Todaro, *Sui primi fenomeni dello sviluppo delle Salpe.* Transunti dell'Acc. dei Lincei, serie 3ª, vol. IV, fasc. 3°, pag. 86. Roma 1880.

(5) J. Barrois, *Mémoire sur les membranes embryonnaires des Salpes.* Journal de l'Anatomie et de la Physiologie, XVII année, pag. 455. Paris 1881.

embrionali delle Salpe, ed una Nota preliminare del prof. Salensky (1), nella quale esponeva i risultati principali delle sue nuove ricerche sullo sviluppo della forma solitaria di questi animali.

Nel 1882, io (2) confutai brevemente le nuove vedute del Salensky, aggiungendo altri fatti; il Brooks (3) fece conoscere le sue nuove investigazioni sull'origine dell'ovo: e sulla fine dello stesso anno il Salensky (4) stampava per esteso l'intero lavoro, di cui aveva dato il sunto l'anno avanti.

Di quest'ultima pubblicazione del Salensky ho fatto in seguito una nuova critica, apportando altri fatti sullo sviluppo delle Salpe (5) e sulla struttura della loro branchia (6); ed infine ho descritto una nuova forma di questi animali (7).

Nel corso della presente Memoria avrò occasione di esaminare tutte queste pubblicazioni, e di riferirmi altresì alle Memorie precedenti. Premetto ora poche parole, onde esporre il metodo tecnico da me seguìto.

Gli osservatori che mi precorsero nello studio delle Salpe, — ad eccezione del Kowalevsky (8), che aveva fatto un semplice cenno dei fenomeni intimi dello sviluppo della forma solitaria e della forma aggregata, — si erano ristretti a studiare per trasparenza le metamorfosi esterne degli embrioni, e punto o poco i loro intimi processi, che sono i più essenziali, e da cui dipendono gli stessi mutamenti esterni. Io al contrario fissai maggiormente l'attenzione, sin dai miei primi lavori, sui fenomeni intimi dello sviluppo; quindi, oltre lo studio esterno, tanto degli embrioni interi viventi, o conservati, coloriti e rischiarati, quanto dei pezzi staccati, ho altresì indagato diligentemente l'intima struttura loro col metodo delle sezioni.

Questo metodo, adoperato, già da molto tempo e con successo, per lo studio dello sviluppo dei Vertebrati, era stato utilizzato dal Kowalevsky (9) per lo sviluppo di alcuni Invertebrati. Eppure, il Brooks (10), il quale aveva fatto le sue ricerche col metodo antico, mi rimprovera perchè ho indurito, colorito e tagliato gli embrioni

(1) W. Salensky, *Neue Untersuchungen ueber die embryonale Entwicklung der Salpen.* Zool. Anzeiger, IV Jahrg., pag. 597. Leipzig 1881.

(2) F. Todaro, *Sui primi fenomeni dello sviluppo delle Salpe.* 2ª comunicazione preliminare. Transunti dell'Acc. dei Lincei, serie 3ª, vol. VI, fasc. 14, pag. 309. Roma 1882.

(3) Wm. K. Brooks, *On the development of the eggs of Salpa.* Johns Hopkins University. Studies from the Biological laboratory, II, n. 2, Baltimore. 1882. — Archives de Zoologie expérimentale et générale, X tom., N. et R. p. LXII. Paris 1882.

(4) W. Salensky, *Neue Untersuchungen ueber die embryonale Entwicklung der Salpen.* Mittheilungen aus der Zool. Station zu Neapel, IV Bd., 1ste Heft, pag. 90. Leipzig 1882.

(5) F. Todaro, *Sui primi fenomeni dello sviluppo delle Salpe.* 3ª comunicazione preliminare. Transunti dell'Acc. dei Lincei, serie 3ª, vol. VII, pag. 294. Roma 1883.

(6) Id., *Sopra i canali e le fessure branchiali delle Salpe.* Transunti dell'Acc. dei Lincei, serie 3ª, vol. VIII, pag. 41. Roma 1884.

(7) Id. *Sopra una nuova forma di Salpa* (*S. dolichosoma*). Id., serie 3ª, vol. VIII. Roma 1884.

(8) A. Kowalevsky, *Beitrag zur Entwickelungsgeschichte der Tunicaten* (Vorläufige Mittheilung). II. *Entwickelungsgeschichte der Salpen.* Nachrichten von der Königl. Gesell. der Wissensch. und der G. A. Universität zu Göttingen, N°. 19; 18 Nov., 1868.

(9) A. Kowalevsky, *Embryologische Studien an Würmern und Arthropoden.* Mémoires de l'Académie Imp. des sciences de St. Pétersbourg. VII série, tome XVI, N°. 12.

(10) Bull. of the Museum of Comp. Zool. at Harvard College. Vol. III, n. 14, pag. 347-348. Cambridge 1876.

di Salpa! Anche il Salensky (1) nel suo primo lavoro si era attenuto al metodo antico; ma, conosciuta la mia Memoria, adotta lo stesso mio metodo, del quale si serve più tardi pure il Barrois (m. c.), ed infine lo stesso Brooks per la ricerca dell'origine dell'ovo di Salpa (2). Uopo non è invero di spender parole in difesa di questo metodo, che, grazie ai miglioramenti apportati nel microtomo a piano inclinato, e ai recenti progressi della tecnica microscopica, è divenuto d'uso comune nelle ricerche embriologiche di tutti i metazoarî, come quello che possa farci scoprire i processi essenziali dello sviluppo. Ma ciò non esclude l'uso dell'altro metodo: anzi, secondo il caso, è necessario or l'uno or l'altro; ed ora occorrono entrambi, anche come controllo reciproco; poichè reputo sempre migliore quel metodo che fa vedere distintamente ed in tutte le sue particolarità il fenomeno che si ha in mira di osservare.

Il metodo della ricerca embriologica è collegato intimamente al trattamento e al metodo di conservazione degli embrioni. Ora, nella conservazione delle Salpe si possono avere due scopi: o proporsi di conservare insieme agli organi e ai loro elementi la forma del corpo; ovvero non curarsi tanto della forma dell'animale, purchè gli organi e i loro elementi si conservino nella condizione più favorevole per la colorazione. Quest'ultimo modo di conservazione è necessario per lo studio delle sezioni; l'altro serve principalmente per lo studio a trasparenza. Ambidue dipendono dal reagente che si adopera nel trattare gli animali prima della loro conservazione in alcool. Con l'acido cromico, l'acido osmico, l'acido acetico ed il bicromato di potassa, soli o riuniti in diversi modi fra loro o con altri mezzi, si fanno dei liquidi che servono mirabilmente a fissare la forma del corpo delle Salpe, che poi si conservano in alcool. Quando il materiale trattato con uno di questi liquidi e quindi messo in alcool si lavora subito, oltre la forma si trovano conservati bene anche gli elementi; ma col carminio non si colorano intensamente, e perciò nelle sezioni si presentano sbiaditi. Col liquido del Kleinenberg, i tessuti non s'induriscono tanto da conservar bene la forma delle Salpe che hanno consistenza molle e gelatinosa: ma viceversa si fissano e conservano a meraviglia gli elementi, che si colorano poi intensamente. Per conseguenza esso è da preferirsi ogniqualvolta si ha in mira di studiar le Salpe col metodo delle sezioni; al contrario debbono preferirsi l'acido cromico, l'acido osmico e l'acido acetico, quando si vuol studiarle a trasparenza. È da bandirsi l'uso del bicloruro di mercurio, perchè guasta gli elementi, rendendoli granulosi. Per ottenere una buona colorazione, talvolta ho tinto i pezzi anche prima di metterli in alcool, cioè dopo averli tenuti nel liquido del Kleinenberg, o in quello del Müller, o in una delle cennate soluzioni. Tutte queste prove sono state necessarie, perchè il corpo cellulare ed il nucleo hanno un grado di colorabilità, che nelle Salpe varia moltissimo, secondo lo stadio di vita in cui trovansi l'ovo e gli elementi derivati da esso.

Sia nell'uno che nell'altro modo, per uccidere gli animali, fissare e conservare integri gli elementi, ho adoperato il metodo già in pratica da molti anni nella Stazione zoologica di Napoli, e che è il seguente: Posti gli animali o i pezzi nel liquido del Kleinenberg, o nella soluzione di uno o più dei reattivi anzidetti, e tenutiveli dentro

(1) Zeitsch. für w. Zool. XXVII Band., pag. 179.
(2) Johns Hopkins University. II, N. 2, 1882.

per parecchie ore (in generale, 2 ore), si lavano replicatamente con alcool a 70° e ad 80°, finchè nel liquido non si vede più il colore del reattivo; e si conservano da ultimo in alcool a 90°. Con la reiterata lavatura alcoolica, i pezzi trattati col liquido del Kleinenberg si scolorano completamente; degli altri reattivi resta sempre negli elementi qualche traccia più o meno debole.

Se si lavora subito il materiale così trattato e conservato, gli elementi si trovano e durano inalterati per un certo tempo; ma alla fine si macerano più o meno tardi, secondo la specie. Nelle Salpe che hanno consistenza gelatinosa, gli elementi non tardano ad andare in rovina: laddove in quelle a consistenza coriacea o cartilaginea gli elementi si conservano integri per lungo tempo; ed il corpo mantiene la forma, anche quando vien trattato col liquido del Kleinenberg. In una catena di S. zonaria, che mi fu inviata, da Messina, dallo stesso prof. Kleinenberg, e da lui trattata col suo liquido e conservata in alcool a 90°, dopo tre anni ho trovato gli elementi degli embrioni, integri come allo stato fresco.

La colorazione, poichè ha grande importanza nella ricerca, deve variare secondo lo scopo. Per lo studio delle sezioni fatte su pezzi trattati col liquido del Kleinenberg, i migliori mezzi coloranti sono: il carminio alcoolico del Mayer, il carminio litico dell'Orth ed anche, ma non così eccellente per la nettezza come questi due, il carminio borico del Grenacher.

Coloriti intensamente gli embrioni con una di tali sostanze, secondo il processo conosciuto; disidratati con l'alcool assoluto, rischiarati col cloroformio, inclusi in paraffina, fatti i tagli col microtomo del Jung, e disposte le sezioni in serie sul porta-oggetti, secondo il metodo del Giesbrecht; li ho chiusi, ora nel balsamo del Canadà sciolto con xylol, ed ora in un miscuglio a parti uguali di benzina, trementina e gomma dammar, indicato dal Flemming.

Per studiare a trasparenza l'animale intero o qualche pezzo staccato, mi sono riusciti abbastanza bene gli embrioni trattati con l'acido cromico, conservati in alcool, rischiarati e montati in glicerina, dopo averli coloriti un poco mediante il picrocarminio ed anco senza colorazione alcuna. Ho avuto anche migliori risultati, quando li ho coloriti, per pochi minuti, col carminio acetico dello Schneider, e li ho posti in glicerina finchè non erasi tolta la parte non fissata del carminio; e quindi, disidratati coll'alcool assoluto e rischiarati con olio di garofano, li ho chiusi in balsamo. I pezzi trattati coll'acido osmico, li ho scolorati prima per mezzo di una corrente di cloro, nel modo indicato da P. Mayer. Per la ricerca dei nervi, l'acido osmico serve contemporaneamente come mezzo colorante.

Per istudiare la struttura, la maturazione, e la fecondazione dell'ovo mi son valso, con buon esito, del seguente processo: I pezzi contenenti l'ovario delle Salpe trattate con la soluzione di acido cromico (*acido cromico* $^1/_2$ $^0/_0$), o di acido cromico ed acido acetico ($^4/_5$ *di una soluzione d'acido cromico all'* 1 $^0/_0$, *e* $^1/_5$ *d'acido acetico concentrato*), o d'acido cromico ed acido osmico (*acido cromico* 1 $^0/_0$ *con alcune gocce d'acido osmico* 1 $^0/_0$), o col liquido del Kleinenberg, e conservati in alcool, li ho coloriti, ora immergendoli, per pochi minuti, nel carminio acetico dello Schneider, ora mettendoli in ematossilina. Dopo, disidratatili con alcool assoluto, alcuni, preventivamente rischiarati con olio di garofano, li ho chiusi in balsamo del Canadà,

sciolto con xylol; altri, rischiarati con cloroformio, li ho inclusi in paraffina, e ne ho eseguito le sezioni, che ho chiuso, tanto nel balsamo, quanto nel miscuglio a parti uguali di benzina, trementina e gomma dammar. Dello stesso metodo mi sono eziandio servito per investigare la segmentazione; ma, allo scopo di ottenere una migliore colorazione dei blastomeri, talvolta l'ho modificato, cioè ho colorito immediatamente — senza passarli prima in alcool — i pezzi tenuti ora nella soluzione di acido cromico, ora nel liquido del Müller, ed ora in quello del Kleinenberg.

Capitolo I.

§ 1. *Sguardo generale sull'organizzazione delle Salpe.*

Le Salpe, ogni specie delle quali è rappresentata da due forme, una solitaria ed agama (nutrice), l'altra aggregata ed androgina, sono animali a simmetria bilaterale, nel cui corpo allungato e cavo si possono distinguere due estremità e due facce o pareti.

La parete in cui si trova il centro nervoso o ganglio, dicesi neurale, superiore, o dorsale; l'opposta, emale, inferiore, o ventrale. L'estremità anteriore è quella più vicina al ganglio, e nella quale si apre la faringe. All' estremità posteriore, nella parte dorsale sbocca la cloaca, laonde il ganglio si trova, come nelle Ascidie, fra i due osculi per mezzo dei quali comunica coll'esterno la cavità che traversa il corpo; e nella parte ventrale si trova una prominenza, variabile di volume, secondo la specie e la forma, e che contiene i visceri e corrisponde all'addome delle Ascidie. Si capirà ora facilmente quale debba intendersi per lato destro del corpo e quale per sinistro.

Il corpo, detto anche sacco branchiale o tunica interna, è rivestito, come in tutti gli altri Tunicati, dalla membrana testacea (T. I, fig. 3, 6, 8 e 11, *mc*), mantello di cellulosa, o tunica esterna. Questa membrana, trasparente, di consistenza ora gelatinosa ora coriacea o cartilaginea, e variabile anche di spessore, secondo la specie, la forma e la regione, è caratterizzata chimicamente da un corpo isomero alla cellulosa, che il Berthelot (1) ha chiamato tunicina, e che prima venne trovato nelle Ascidie dallo Schmidt (2) e dai signori Löwig e Kölliker (3), e poi nelle Salpe da H. Schacht (4).

La membrana testacea presenta dei sollevamenti: alcuni sono setole, spine e tubercoli (fig. 3^a D''''), fatti esclusivamente da questa membrana; altri sono appendici, pinne o creste (fig. 1^a, 2^a, 3^a, C, D, D', D''), nel cui asse si trova un prolungamento del corpo. Nelle forme aggregate, talune delle appendici e le pinne portano faccette di attacco (fig. 1^a, D'' e fig. 2^a, D'), le quali si rinvengono inoltre sulla superficie esterna del corpo (fig. 2^a, D'''). Nelle faccette di attacco lo strato epidermoidale del corpo non viene ricoperto dal mantello di cellulosa, il quale si arresta all'intorno,

(1) Berthelot, Comptes rendus de l'Académie des Sciences. Paris 1858, p. 277.
(2) Schmidt, *Zur vergleichenden Physiologie der Wirbellosen Thiere.* Braunschweig 1845.
(3) Löwig et Kölliker, Annal. des sc. nat. T. V, pag. 194, 1846.
(4) Schacht, Müller's Arch. S. 156, 1851.

passando da una Salpa all'altra e facendo così l'ufficio di ligamento. Perciò tali faccette, quando si esaminano nelle Salpe staccate dalla catena, appaiono come piccoli infossamenti, ond'è che gli antichi le dissero prima *spiracula* e poi *ventose*.

Il corpo è composto di tre strati (T. I, fig. 3, 6, 8, e II: ect., m., ent.). Lo strato esterno, o ectoderma, e l'interno, o entoderma, sono sottilissimi e costituiti da una sola serie di cellule epiteliali. A livello degli osculi questi due strati si continuano fra loro, sicchè chiudono uno spazio occupato dallo strato medio, o mesoderma, che invece ha un ragguardevole spessore, segnatamente nella parte contenente il pacchetto viscerale. Il mesoderma è fatto da tessuto congiuntivo, in cui decorrono i muscoli, i nervi ed i vasi sanguigni, e si trovano pure: nella parte anteriore della parete dorsale del corpo, il ganglio (*i*) con l'organo oculare (*j*) e le vescicole scoperte da H. Müller (*k*); e nell'addome, l'esofago (*p*), lo stomaco (*q*), l'intestino (*r*), la glandola annessa all'intestino, descritta come fegato dall'Huxley (glandola innominata) (*u*), e, nelle forme aggregate, il testicolo (*v*) e l'ovario (*w*). Il cuore (*c*) trovasi fra l'addome e la parete ventrale del faringe.

La grande cavità che traversa il corpo, indicata generalmente col nome di cavità respiratoria, per la presenza della branchia (*e*) è divisa in due camere, cioè nella cavità faringea o branchiale, e nella cavità cloacale, atriale o peribranchiale, come in tutti gli altri Tunicati. Ma nelle Salpe la branchia non fa un setto completo: essa si restringe in un nastro teso obliquamente da avanti in dietro e d'alto in basso, a guisa di una diagonale, fra la cavità faringea e la cavità cloacale, che ai lati della branchia si continuano l'una nell'altra, senza altro segno distintivo. Le facce del nastro branchiale son rivolte ai lati del corpo.

Guardando lateralmente e per trasparenza una Salpa, — p. e. le prime tre di quelle qui raffigurate (fig. I, II, III), che scelgo per dimostrare tutti gli organi, — si vede la branchia (*e*), nastri forme e libera in tutta la sua lunghezza, continuarsi coll'estremità anteriore nella parete dorsale, sotto il ganglio; e coll'estremità posteriore, nell'addome. Il nastro branchiale presenta, sulle due facce, numerosissime fenditure branchiali, di forma ovalare, e ordinate in una serie longitudinale, che lo divide in due parti, una superiore ed una inferiore.

Le due cavità su nominate, la faringea e la cloacale, vedute di lato si presentano in tutta la loro lunghezza: la seconda è sovrapposta alla prima. La cavità faringea occupa la parte ventrale; ma anteriormente, ove si allarga e si pone innanzi alla cloaca, occupa tanto la parte ventrale quanto la dorsale, e mediante una larga fessura trasversale, limitata da due labbra (*a*), si apre nell'estremità anteriore del corpo: il labbro inferiore è provvisto di una valvola. Questa fessura, od osculo anteriore del corpo, è stata chiamata bocca, apertura faringea o d'ingestione. Nella parte dorsale della cavità faringea, innanzi all'estremità anteriore della branchia, e quindi innanzi e sotto il ganglio (*i*), si scorge la fossa ciliata (*h*). Lungo tutta la linea mediana della parete ventrale della faringe si trova l'endostilo (*f*), che ivi si apre pel solco ventrale, limitato dalle due pliche ciliate o vibratili, le quali si prolungano al di là dell'estremità posteriore dell'endostilo, sino all'apertura imbutiforme dell'esofago. Dall'estremità anteriore dell'endostilo si partono i due solchi ciliati trasversi, destro e sinistro (*g*), che ascendono verso il dorso e vanno, non

alla fossa ciliata, bensì ai lati dell' estremità anteriore della branchia, innanzi al punto ove sboccano i condotti delle vescicole del Müller.

La cavità cloacale occupa la parte posteriore del dorso. In tutte le forme solitarie e, in talune specie, anche nelle forme aggregate, la cloaca si prolunga indietro, al di là della parte del corpo la quale contiene i visceri (addome). La parte

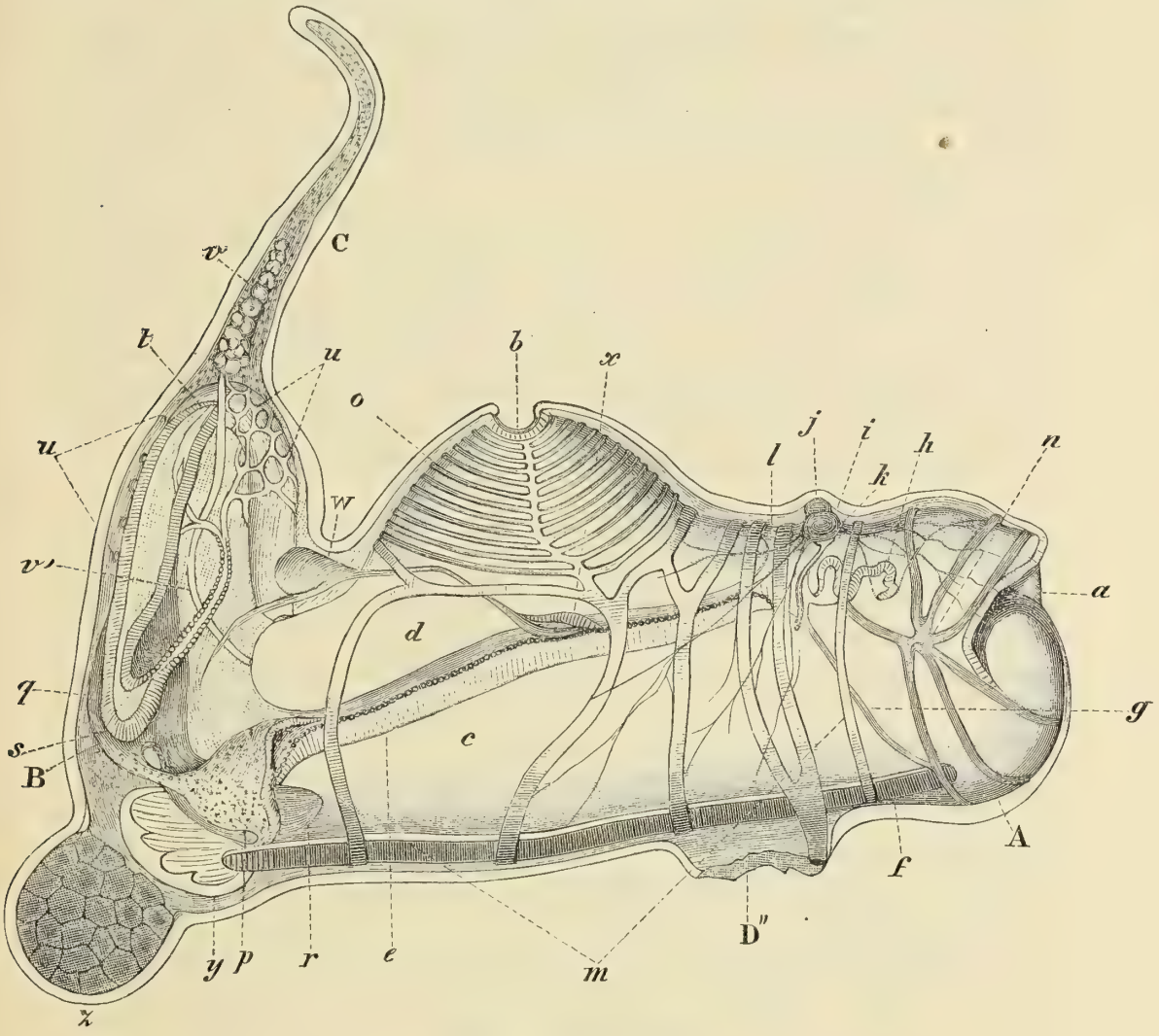


Fig. I. — *Salpa virgola*
(ingrandimento $^{30}/_{1}$, di una catena di embrioni della S. dolichosoma veduta di lato).

A) sacco branchiale — B) addome — C) appendice posteriore dell' addome — D'') cresta o pinna — *a*) apertura anteriore o bocca — *b*) apertura posteriore o cloacale — *c*) cavità faringea o branchiale — *d*) cavità cloacale — *e*) branchia — *f*) endostilo — *g*) solco vibratile — *h*) fossa ciliata — *i*) ganglio cerebrale — *j*) vescicola oculare — *k*) vescicola uditiva — *l*) rami nervosi — *m*) muscoli trasversi nel corpo — *n*) muscoli dello sfintere boccale — *o*) muscoli dello sfintere cloacale — *p*) esofago — *q*) stomaco — *r*) diverticolo dello stomaco — *s*) ampolla dello stomaco — *t*) intestino — *u*) glandola innominata o dell' Huxley — *v*) testicolo — *v'*) canale deferente — *w*) ovaio — *x*) utero — *y*) cuore — *z*) stoloblasto.

prolungata della cloaca ha forma di sifone più o meno lungo e termina tronca, con un orificio rotondo (osculo posteriore), detto apertura di egestione o cloacale (*bc*). Quest'orificio è di grandezza variabile secondo la specie, ma è sempre più piccolo dell'apertura faringea. Nelle forme aggregate di alcune specie (S. virgola, S. zonaria, S. democratica, S. maxima) la cloaca si rivolge in alto; quindi il suo orifizio si apre direttamente sulla faccia dorsale. Nella forma aggregata della S. virgola la cloaca si solleva, in forma di cupola, sulla parte posteriore del dorso, ove si apre con un piccolissimo osculo (fig. 1ª, *b*). In queste specie dunque, per lo sviluppo notevole dell'addome, tale apertura conserva nello stato adulto, come nelle Ascidie, la medesima posizione dorsale che ha nelle due forme di tutte le specie di Salpa allo stato embrionale.

Nella parte posteriore della cloaca si trova, ordinariamente al lato sinistro, l'apertura anale dell'intestino; e nelle Salpe aggregate, accanto all'apertura anale, o fra questa e l'estremità posteriore della branchia, l'apertura del condotto spermatico: mentre l'ovidutto, — che si trova nelle Salpe aggregate, quando sono ancora allo stato embrionale, — sbocca nel lato destro della parte anteriore della cloaca, cioè si apre alla superficie libera dell'utero, che, generalmente rudimentale a quest'epoca, si rinviene in tal luogo. L'utero (fig. 1ª, *x*) infatti è situato al lato destro della parte anteriore della cloaca, sotto e dietro la penultima fascia muscolare del corpo.

Relativamente al punto di sbocco dell'ano, come anche del condotto spermatico, fanno eccezione le Salpe che hanno l'intestino esteso in linea retta. Nelle forme aggregate di queste specie, il tubo intestinale e il condotto spermatico si aprono nella parete ventrale della faringe; e nelle loro forme solitarie, l'intestino si apre nella parte dorsale della branchia, in prossimità della sua estremità anteriore.

Nell'intestino — posto, insieme agli altri visceri, nel mesoderma dell'addome, dietro della faringe e della cloaca, e circondato da vasi sanguigni, — si distinguono tre parti: l'esofago, lo stomaco e il tratto terminale, o intestino propriamente detto. L'esofago (*p*), che nella S. virgola è cosperso di un gran numero di macchie di pigmento rosso-gialliccio, presenta una parte anteriore, imbutiforme, che con larga apertura svasata comunica coll'estremità posteriore della faringe; ed una parte posteriore, ristretta e tubiforme, che sbocca nello stomaco. Lo stomaco (*q*) è una parte dilatata sita fra l'esofago e l'intestino, e manda in avanti una grande estroflessione a dito di guanto, duplice nelle forme solitarie della S. dolichosoma-virgola (fig. IV, *b*, *r*), della S. pinnata e della S. rhomdoidea-proboscidalis (1). Fra lo stomaco e l'intestino

(1) Krohn (*Observations sur la génération et le développement des Biphores* (*Salpa*). Ann. des Scienc. Nat.; 3ᵐᵉ Série, Zoologie. Tom. VI, p. 113, 1846). dice che la forma solitaria della S. proboscidalis è molto analoga alla generazione isolata della S. pinnata, e rimanda alla figura che Chamisso dà di quest'ultima. Io, invece, ho trovato una notevole differenza caratteristica tra le forme solitarie di queste due specie. La forma solitaria della S. rhomboidea-proboscidalis è molto corpacciuta nel mezzo e molto ristretta alle due estremità; quindi somiglia ad un ovo alquanto schiacciato. Tanto l'apertura boccale, quanto, sovra tutto, l'apertura cloacale, sono molto piccole, come nella forma aggregata della stessa specie. I muscoli trasversi del corpo, — benchè in numero di sette, come nella forma solitaria della S. pinnata, e come anche nelle forme solitarie delle Protosalpe

esiste un'ampolla (fig. 1ª, *s*), in cui viene a sboccare il lungo condotto della glandula innominata (*u*), formata da una rete di tubuli a larghe maglie, che allacciano il tratto terminale dell'intestino.

Nelle forme aggregate della S. dolichosoma-virgola (fig. 1ª, *t*) e della S. affinis (*Protosalpe* (1)) il tratto terminale dell'intestino (*u*), sito nell'addome, si piega, verso la parte media, a V aperto in avanti, e così fa un'ansa, come nelle Ascidie. Nella S. democratica-mucronata, in tutte e due le forme, le due branche dell''ansa cui fa tutto l'intestino — esofago, stomaco e tratto terminale —, sono molto ravvicinate, anzi addossate una all'altra; nelle Salpe: africana maxima (fig. 3ª, *t*), runcinata-fusiformis, costata-Tilesii, scutigera-confoederata, cordiformis-zonaria, e punctata (*Salpe carioenterate*), il tratto terminale dell'intestino si avvolge a spira intorno all'esofago e allo stomaco, formando il così detto nucleo viscerale, in cui, nelle forme aggregate, si trova il testicolo, e al di sopra del quale, prima della maturazione dell'ovo, si rinviene l'ovario. Nella forma solitaria della S. dolichosoma-virgola e della S. affinis, come in tutte e due le forme della S. pinnata e della S. rhomboidea-proboscidalis (*Salpe ortoenterate*), il tratto terminale dell'intestino è steso in linea retta. In questo caso, nell'addome si trovano soltanto l'esofago, ricurvo ad arco in avanti, e lo stomaco; mentre il tratto terminale, con cammino retrogrado, cioè dall'indietro all'innanzi, si porta: nelle forme solitarie, lungo la parte dorsale della branchia; nelle forme aggregate, nella parete ventrale della faringe.

Il testicolo, nelle Salpe con nucleo viscerale, è circondato dai giri dell'intestino, dai quali rimane ricoperto. Nella S. mucronata sta fuori dell'ansa intestinale, cui copre coi suoi lobuli. Nella S. pinnata e nella S. proboscidalis, il testicolo sta sopra l'intestino, lungo la parete inferiore del faringe, nel mesoderma della quale scorrono insieme. Nella S. virgola è posto in un lungo prolungamento dell'addome (fig. 2ª, C), che a guisa di un post-addome si avanza indietro in forma di virgola, dalla quale prese nome questa specie. Il condotto escretore del testicolo è di lunghezza variabile: cortissimo, nelle Salpe con nucleo; lungo, in quelle che hanno l'intestino rettilineo o ad ansa. Nella S. virgola è lunghissimo, e passa tra le due branche dell'ansa intestinale, ove incrocia: prima, l'intestino nel suo angolo curvo; poi, il condotto escretore della glandola innominata; e finalmente va a sboccare nella cloaca.

L'ovario (fig. I, *w*) si trova, nell'embrione maturo della forma aggregata, prima della maturazione dell'ovo; e sta nell'addome, accanto all'intestino, donde emette il suo peduncolo, che viene in avanti, ad attaccarsi all'utero.

Nello stadio embrionale inoltre si trovano sulla faccia ventrale: nella forma aggregata, lo stoloblasto (fig. I, *z*); nella forma solitaria, la placenta, l'eleoblasto ed il cordone prolifero. Quest'ultimo, nato al lato destro, dietro l'estremità posteriore dell'endostilo, sta in un canale, aperto esternamente, formatosi da una introflessione

(S. dolichosoma; forma solitaria della S. affinis), — presentano il fatto caratteristico, che, tanto sulla faccia dorsale quanto sulla ventrale, le loro estremità, in vicinanza della linea mediana, sono, da ogni lato, riunite per arcate muscolari. A questa forma do il nome di S. rhomboidea; e però alla specie, quello di S. rhomboidea-proboscidalis.

(1) V. l'Appendice.

circolare dell' ectoderma e della tunica esterna. Nella forma solitaria delle Protosalpe (fig. 3ª) e nelle Salpe ortoenterate lo stolone prolifero si estende da dietro in avanti, lungo e sotto la parete inferiore del sacco branchiale; nelle Salpe carioenterate, al contrario, si rivolge indietro, sotto l'addome, girando, più o meno a spirale secondo la specie, intorno al nucleo viscerale.

Nella forma dolichosoma (fig. IV*A*, *k*) e in tutte e due le forme della S. pinnata e della S. rhomboidea-proboscidalis (fig. V, *k*) si trovano posti nel mesoderma, d'ambo i lati della faccia dorsale, i cosidetti organi laterali. Nella forma aggregata della S. pinnata e della S. rhomboidea-proboscidalis i due organi laterali si estendono tra la penultima e l'ultima fascia muscolare trasversa del corpo. Nella forma solitaria di queste due specie sono molto più lunghi e vanno dalla prima all' ultima fascia muscolare trasversa, passando in sopra delle quattro fasce muscolari intermedie, in corrispondenza delle quali sono strozzati, e perciò divisi in cinque segmenti. Nella forma dolichosoma (fig. IV*A*, *k*) oltrepassano anche l'ultimo muscolo trasverso del corpo, e assottigliandosi prolungansi sui lati della cloaca, ove terminano ciascuno con un rigonfiamento stellato e carico di pigmento. Sul vivente, i due rigonfiamenti si presentano come due macchie rossicce situate vicino ai lati dell'apertura cloacale (1).

Il cuore (fig. I, II, III, IV*B*,*y*), circondato dal pericardio, sta sotto e a destra dell'estremità posteriore dell'endostilo e manda due tronchi: l'uno, anteriore o somatico, destinato al corpo; e l'altro, posteriore o splancnico, che va a ramificarsi nei visceri e nella branchia. Il sistema sanguigno periferico delle Salpe non è lacunare, come C. Vogt. (2) ha sostenuto pel primo, ma vascolare: nei tronchi e nei rami si osserva chiaramente una parete propria, nella quale si trovano sparse cellule fusiformi, e che è simile alla parete dei seni venosi dei Vertebrati (Tav. I, fig. 3, 6, 8, 10, 11).

Il tronco somatico, (fig. II *y'*) cammina lungo la parete ventrale, al disotto dell'endostilo, e con le ultime sue ramificazioni viene nell'estremità anteriore del corpo. Dai lati di questo tronco si partono simmetricamente i vasi trasversi (*m'*) destri e sinistri, che decorrono paralleli al disopra delle fasce muscolari, e vanno a sboccar superiormente nel vaso mediano dorsale (*y'''*). Oltre le ramificazioni laterali che mandano in tutte le direzioni del corpo, i vasi trasversi spiccano, in prossimità della loro origine, rami più grossi, che riunendosi ad arcate formano due vasi longitudinali (*f'*), uno per parte, che decorrono ai lati dell' endostilo, nelle pliche ventrali.

Il vaso dorsale (*y'''*), che indietro comincia con la inosculazione di due tronchi, ciascuno dei quali risulta dalla riunione dei due ultimi vasi trasversi del lato cor-

(1) La S. dolichosoma è così delicata, che facilmente si distrugge; e perciò tanto rara, che nessuno l'aveva finora descritta. La descrizione che io ne ho dato (Atti della R. Accademia dei Lincei, serie 3ª, vol. VIII, pag. 41, Transunti 1884) l'ho fatta su di un esemplare non ben conservato; quindi non ho potuto riconoscere gli organi laterali, ed ho erroneamente indicato nove paia di muscoli trasversi e segnato ai lati dell'apertura anteriore le macchie pigmentate in rosso. Più tardi ho ricevuto un altro esemplare, e questa volta ben conservato nel liquido del Kleinenberg: in questo esemplare appunto ho potuto scorgere che i muscoli trasversi del corpo sono sette, che sulla faccia dorsale esistono gli organi laterali, e che le due macchie sono invece prossime all'apertura cloacale e situate nei corpi stellati, co' quali terminano indietro gli organi laterali.

(2) C. Vogt. Bilder aus dem Thierleben, pag. 54. 1852.

rispondente, d'ambo i lati riceve lo sbocco degli altri vasi trasversi, ad eccezione del primo; e va a ramificarsi in avanti, nella parte in cui l'estremità anteriore della branchia si continua con la parete dorsale. Ivi questi rami si anastomizzano con i rami terminali del primo pajo dei vasi trasversi, e cogli ultimi rami anteriori dei vasi branchiali.

Il tronco splancnico o viscerale (y''), dietro l'estremità posteriore dell'endostilo si divide in due tronchi, uno per i visceri addominali, e l'altro per la branchia. Il tronco dei visceri addominali, curvato ad arco, si porta nel pacchetto viscerale, ove ramificandosi va a formare una rete che abbraccia tutto l'intestino e, nelle

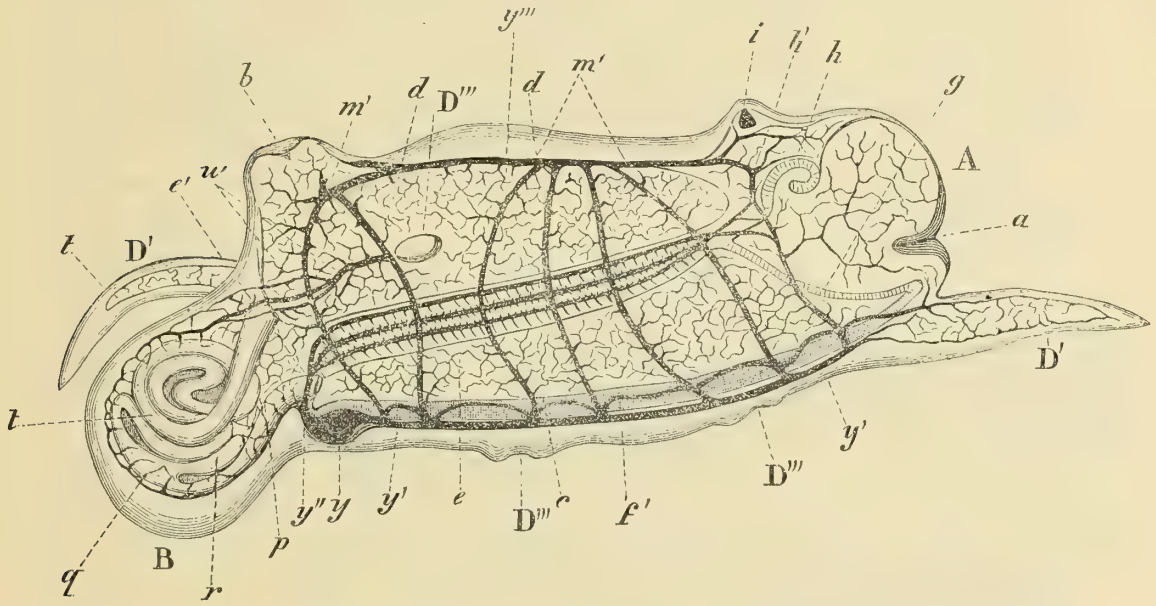


Fig. II. — *Circolazione del sangue nella Salpa maxima* veduta di lato: grandezza naturale).

D′) appendici d'attacco — D‴) fossette d'attaco — e') tronco branchiale — f') vasi longitudinali dell'endostilo — h') anastomosi fra i vasi branchiali, il vaso dorsale ed il primo tronco trasverso — m') tronchi trasversi — t') rete viscerale — u') vaso anastomotico posteriore — y') tronco vascolare anteriore (somatico) — y'' tronco vascolare posteriore (splancnico) — y''') vaso dorsale.

Le altre lettere come nella fig. I.

forme aggregate, anche il testicolo e l'ovario. Dalla parte che circonda l'ovario, questa rete si anastomizza coi rami terminali di un vaso (u') che, nato dal penultimo vaso trasverso, percorre l'utero, e va indietro nell'addome. Così, si stabilisce una comunicazione fra i vasi del corpo e quelli dell'intestino.

Il tronco branchiale (e') si divide in tre vasi branchiali, che corrono paralleli longitudinalmente: il primo, nella parte superiore; il secondo, nella parte media; ed il terzo, nella parte inferiore della branchia. Questi tre vasi mandano d'ambo i lati numerosi ramuscoli che, dividendosi ed anastomizzandosi fra loro, formano la rete vascolare branchiale. I rami terminali dei tre vasi branchiali si anastomizzano,

come ho detto, con i rami anteriori del vaso dorsale e con i rami terminali del primo paio di vasi trasversi, e quindi stabiliscono una vasta comunicazione fra i rami somatici ed i branchiali. Da quanto si è detto, risultano esister dunque due comunicazioni fra il sistema vascolare somatico e lo splancnico: una fra i vasi somatici ed i vasi branchiali; l'altra, fra i vasi somatici ed i vasi intestinali. Così, nel cammino della corrente sanguigna, — la quale s'inverte alternativamente, come ha già scoperto van Hasselt (1), — abbiamo due circoli, uno somato-branchiale e l'altro somato-intestinale, che si completano reciprocamente (2).

Nell'embrione della forma solitaria, il vaso che raccoglie il sangue dei rami della placenta, collegata ai vasi della madre, si scarica nel tronco somatico, verso la metà di esso; ed il vaso che esce dall'eleoblasto, e che è connesso pure ai vasi dello stolone prolifero della nutrice, sbocca nel tronco splancnico, non appena questo si spicca dal cuore. I due tronchi vascolari che scorrono lungo lo stolone prolifero, sopra e sotto il tubo respiratorio, comunicano: uno, direttamente col tronco somatico; l'altro, coi vasi dell'eleoblasto e, mercè questi, col tronco splancnico.

Nell'embrione della forma aggregata, nel tronco splancnico sbocca il vaso che esce dallo stoloblasto.

(1) Van Hasselt, Ann. des Sc. nat. Tom. III. p. 78, 1824.

(2) Il presente schema dei vasi sanguigni, non molto dissimile da quello che diedi nel 1885 (*Sopra lo sviluppo e l'anatomia delle Salpe*, VIII.), diversifica in alcuni punti essenziali dai disegni che ne hanno dato Milne Edwards (*Règne animal.* de Cuvier. Moll. Pl. 122) ed H. Müller (J. Victor Carus. Icones Zootom., *Molluscoidea*, II, Tab. XVIII), e dalle descrizioni di Th. Huxley (Philos. Transact. 1851), di R. Leuckart (*Zur Anat. und Entwickelungsgesch. der Tunicaten.* Salpen. 1854) e di C. Vogt. (*Recherches sur les Animaux inférieurs de la Mediterranée.* 2e Memoire).

In primo luogo, il sistema circolatorio non è fatto di lacune poste fra il mantello di cellulosa ed il sacco branchiale, e rappresentanti il resto del cosidetto sacco sieroso, come vorrebbe l'Huxley; nè di lacune scavate nella sostanza del sacco branchiale, come han sostenuto prima Vogt, e poi Leuckart e gli altri: ma invece è tutto composto di vasi sanguigni con parete propria, decorrenti nel mesoderma, come aveva già detto Milne Edwards. Ci si può convincere facilmente di tal fatto guardando con un mediocre ingrandimento le sezioni trasverse e longitudinali di questi vasi, come nelle figure della tav. 1, nelle quali sono rappresentate le sezioni del tronco che percorre l'utero (v. T. I, fige. 3, 6, 8, 20 ed 11, vs, va, vu). Si vede infatti che i rami che derivano dal detto tronco, posseggono una membrana (l'intima), nella quale si trovano sparse cellule fusiformi. Altrettanto si scorge nelle sezioni trasverse di tutti gli altri vasi sanguigni.

In secondo luogo, tutti ammettono che il tronco vascolare anteriore, appena esce dal cuore si divida nei due vasi longitudinali dell'endostilo, dai quali nascerebbero tutti i vasi trasversi del corpo. Ora sta il fatto, che il tronco anteriore o somatico non si biforca, ma scorre lungo la linea mediana della parete inferiore, al di sotto dell'endostilo: ed arriva così nell'estremità anteriore del corpo, ove termina dividendosi in molti rami, come viene rappresentato dalla fig. II, qui intercalata. I vasi trasversi nascono da questo tronco, ed i due vasi longitudinali dell'endostilo si formano per l'anastomosi dei primi rami, che i vasi trasversi emettono in prossimità della loro origine. Nella fig. 53, T. V. della mia prima Memoria (Atti della R. Acc. dei Lincei. T. II, serie 2a) è rappresentato un taglio trasverso che mette in evidenza quanto ora affermo.

Un altro punto nel quale la mia descrizione differisce dalle precedenti, consiste in ciò: io ammetto, contrariamente agli altri, che la rete vascolare del nucleo viscerale comunichi con quella somatica, soltanto per mezzo di un vaso che dal penultimo tronco trasverso destro va alla rete vascolare dell'intestino. Riguardo ai vasi branchiali la mia descrizione è simile a quella di C. Vogt.

I muscoli delle Salpe sono nastriformi, e si distinguono in fasce del corpo, e in fasce che formano i due sfinteri: lo sfintere boccale e lo sfintere cloacale.

Le fasce muscolari del corpo decorrono, per lo più, trasversalmente al suo asse longitudinale e parallelamente, come ho detto innanzi, ai vasi trasversi. Formano dei segmenti variabili di numero, secondo la specie e la forma, i quali nella forma solitaria della S. costata-Tilesii (fig. III, *m*) sono molto regolari, come lo sono più o meno in genere nelle forme solitarie delle altre specie; mentre nella forme aggregate non sono più così regolari. Ordinariamente ogni anello è interrotto, lungo la linea mediana, tanto nella faccia dorsale, quanto nella ventrale, in modo che risulta

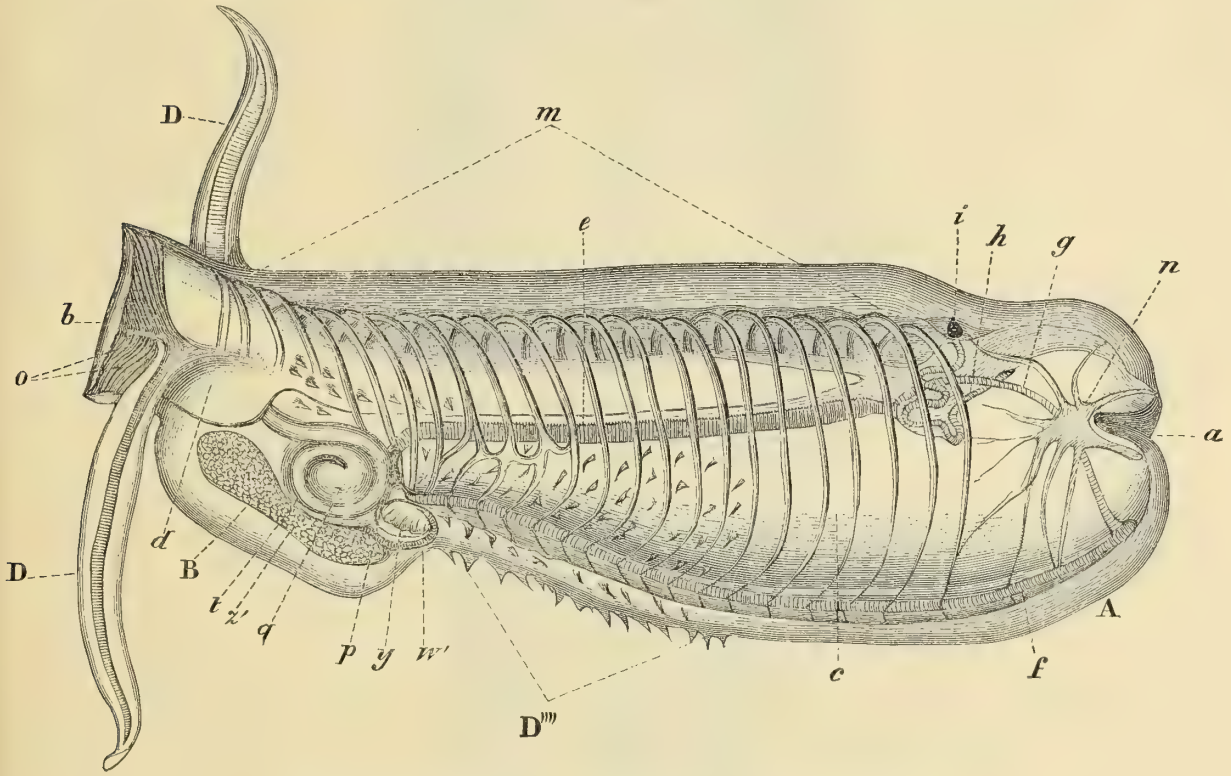


Fig. III. — *Salpa costata* (veduta di lato: grandezza naturale).

D) appendici del corpo — D'''') spine — *w'*) stolone prolifero — *z'*) eleoblasto.
Le altre lettere come nella fig. I.

costituito da due semicerchi, uno destro e l'altro sinistro. Le estremità corrispondenti dei semicerchi dello stesso lato vengono riunite per arcate muscolari, ora sulla faccia dorsale, ora sulla faccia ventrale, ed ora su entrambe le facce: nella S. dolichosoma (fig. IV *A*, IV *B*, *ml*) così le estremità dorsali, come le ventrali, sono riunite da due fasce muscolari longitudinali, che decorrono lateralmente alla linea mediana; nella S. rhomboidea (fig. V, *m*) sono collegate mediante arcate muscolari.

Le fasce che formano lo sfintere boccale (fig. I, II, IV, V, *n*), ordinariamente in

numero di tre paja, decorrono ad ansa nella parte superiore ed inferiore dell' estremità anteriore del corpo e si riuniscono in due nodi muscolari, uno per lato, dietro l'angolo labbiale: in alcune forme, ciascuno di questi nodi è rilegato, per un tratto muscolare, alla prima fascia muscolare trasversa del corpo.

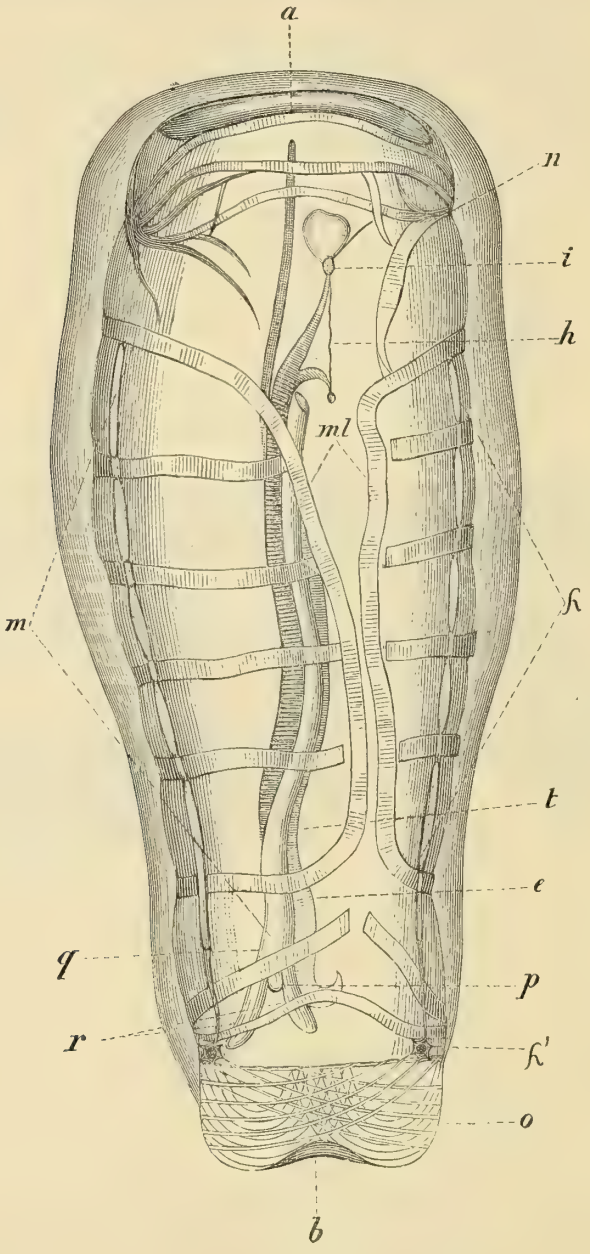


Fig. IV*A*. — *Salpa dolichosoma*
(un po' più piccola del vero, veduta dalla faccia dorsale).

λ) organi laterali — λ′) organo pigmentato — *ml*) muscoli longitudinali della faccia dorsale. Le altre lettere come nella fig. I.

Le fasce dello sfintere cloacale sono più sottili e più numerose. In alcune specie decorrono circolarmente, ad anelli; in altre (fig. I e III *o*), ad arcate che si riuniscono da ciascun lato in una cresta verticale, dalla quale si parte un muscolo che va a riunirsi alla corrispondente penultima fascia muscolare del corpo.

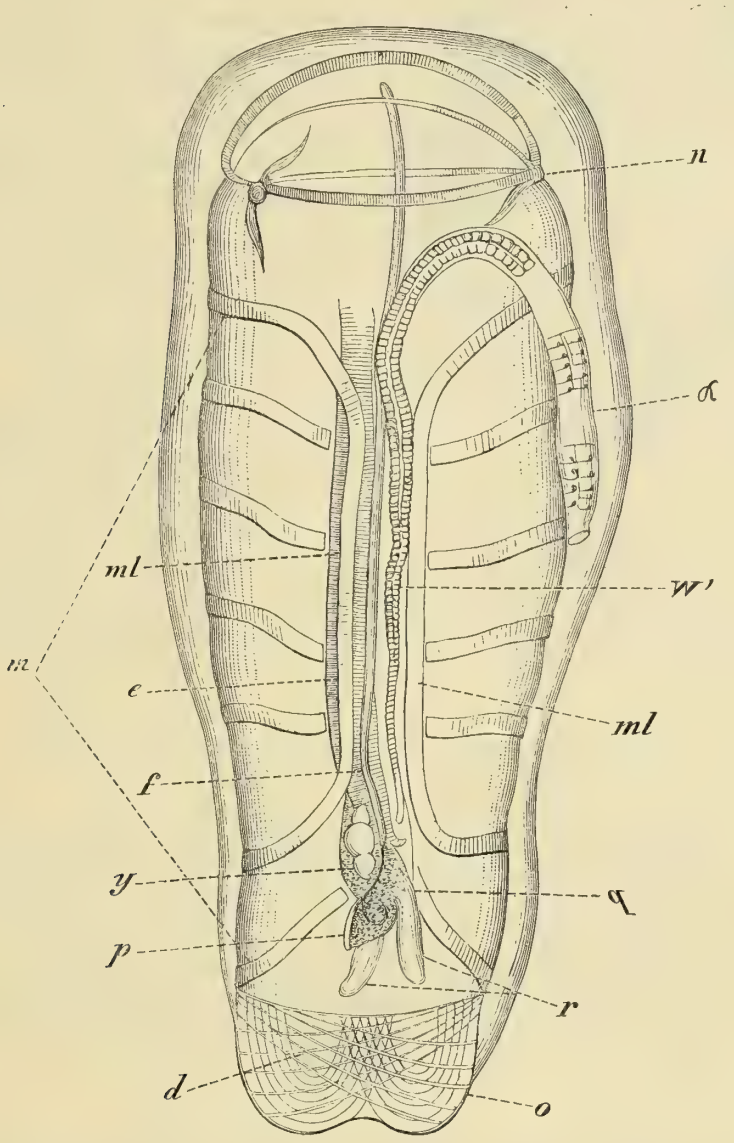


Fig. IV*B*. — *Salpa dolichosoma*
(un po' più piccola del vero, veduta dalla faccia ventrale).

ml) muscoli longitudinali ventrali — *α*) tubo della parete inferiore, percorso dallo stolone proligero. Le altre lettere come nella fig. I.

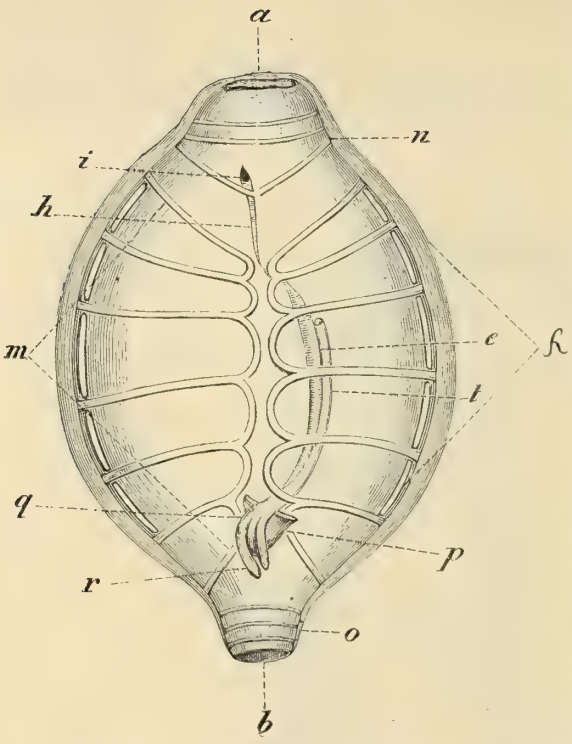


Fig. V. — *Salpa rhomboidea* [illegible]
(veduta dalla faccia dorsale: grandezza naturale).
Le lettere come nella fig. I.

Così lo sfintere cloacale è fatto da un muscolo bipennato. Nella S. dolichosoma (fig. IV*A* e IV*B*, *s*) le numerose e strette fasce muscolari della cloaca, partendo da ambo i lati si ripiegano ad arco in avanti ed indietro, e intrecciandosi fanno una rete muscolare, tanto sulla faccia dorsale, quanto sulla ventrale.

I nervi (fig. I, *l*), variabili di numero, secondo la specie ed anche secondo la forma, emanano tutti dal ganglio cerebrale e si irradiano per paja, ramificandosi in tutte le parti dell'animale. Il primo pajo è rappresentato dai nervi ottici, come in appresso dimostrerò.

Degli organi qui enumerati, premetto solamente la descrizione particolareggiata dell'apparecchio genitale femminile, poichè la conoscenza della struttura intima di questo apparecchio è necessaria per intendere lo sviluppo proembrionale.

§ 2. *Forma e struttura dell' ovario e dell' utero.*

L'apparecchio genitale femminile delle Salpe è composto di due parti, cioè dell'ovario e dell' utero (fig. 1, *w*, *x*). Questo apparecchio, situato nel lato destro, dietro la penultima fascia muscolare trasversa, è generalmente unico. Solo nella S. zonaria e nella S. Thilesii si rinvengono da tre a cinque di tali apparecchi, posti nello stesso lato destro, in linea trasversale, l'uno accanto all'altro, e indipendenti fra loro (1). In tal caso, si sviluppano da tre a cinque embrioni della forma solitaria; laddove in tutte le altre specie se ne sviluppa uno solo, perchè ogni ovario non contiene che un ovo.

(1) Dei varii apparecchi genitali femminili posseduti da ogni individuo delle due cennate Salpe, io ho avuto occasione di osservare, così nell'una come nell'altra forma, solamente i rispettivi uteri, ciascuno dei quali conteneva un embrione ed era indipendente dagli altri. Ma nulla posso dire nè di ciò che si riferisce al follicolo e all'ovidutto, nè di ciò che riguarda il tempo in cui si sviluppa ciascuno di questi uteri, vale a dire se il loro sviluppo avvenga prima di quello del proembrione o contemporaneamente ad esso, siccome son disposto a credere. Nessuno ha ancora descritto il follicolo e l'ovidutto di queste due Salpe: Chamisso (*De animalibus quisbusdem e classe verminium linnaeane*, fig. 3 F. — Berolini 1819) non ha rappresentato che i varii embrioni della prole solitaria, attaccati

L'ovario (Tav. I) consta di un solo follicolo (*fo*), provvisto di un lungo peduncolo, od ovidutto (*od*), con cui si va ad attaccare all'utero.

Il follicolo, come ho fatto conoscere nella mia seconda comunicazione (¹), è bisaccato: cioè, diviso in due sacchi comunicanti fra loro mercè una parte ristretta e ricurva (Tav. I, fig. 7 e 8 *cp*), nella parete posteriore della quale, in corrispondenza del solco esterno che separa indietro i due sacchi, le cellule epiteliali sono più alte delle altre e fanno dal lato interno una cresta situata fra le cavità dei due sacchi. Nella parete anteriore, al contrario, non vi è altro segno, ad eccezione del punto in cui l'ovidutto emerge fra i due sacchi, i quali si continuano l'uno con l'altro. Uno di questi contiene l'ovo, e perciò l'ho chiamato sacco ovarico: l'altro, pieno di un liquido così incolore e trasparente da sembrare vuoto, l'ho detto sacco embrionale o, meglio, proligero; poichè i suoi elementi, come dimostrerò in seguito, si moltiplicano e vanno a costituire le cellule vitelline, o lecitiche, del proembrione. Per lo stesso motivo chiamo ora cresta proligera quella che sta fra il sacco proligero e l'ovarico.

Il sacco ovarico è situato non al lato destro, come prima aveva creduto, ma sopra ed un po' indietro del sacco proligero. Durante la maturazione dell'ovo, in conseguenza del raccorciamento dell'ovidutto, il follicolo giunge nello strato mesodermico dell'utero rudimentale, conservando la stessa posizione di prima.

Il sacco proligero in talune specie, come nella S. maxima, nella S. virgola e nella S. bicaudata (Tav. I, fig. 5, 7, 8, 9 e 10), porta un lungo processo solido, o appendice, che si consuma durante la maturazione e la segmentazione dell'ovo; e quindi, accanto al luogo ove esso sorgeva, il sacco proligero, arrivato nello strato mesodermico dell'utero, fa una piccola estroflessione, che aderisce al sottostante strato epiteliale, come ho veduto chiaramente nella S. maxima e nella S. bicaudata; la quale estroflessione spinge innanzi a sè la parte corrispondente della parete epiteliale uterina, e però anche questa fa un'estroflessione che sporge nella cavità respiratoria. In altre specie, come nella S. pinnata (Tav. I, fig. 1), nella S. punctata e nella S. democratica, manca il lungo processo. Ma nella S. pinnata (Tav. III, fig. 6, 7, 8), nel momento in cui accade nell'ovo la conjugazione dei due pronuclei, ho veduto il sacco proligero cominciare a fare dalla parte inferiore una estrofessione che aderisce allo strato epiteliale dell'utero; e però, così in questa specie, come nella S. maxima e S. bicaudata, — e lo stesso dicasi delle altre specie, — questo luogo del sacco proligero ha l'ufficio importantissimo di fare aderire alla parete uterina il follicolo. Vedremo nel capitolo 3,

in linea alla parete della S. Zonaria e separati uno dall'altro; e Krohn (mem. cit.) non dice altro che la S. Thilesii presenta la stessa particolarità notata da Chamisso nella S. Zonaria.

Intanto, dall'aver costantemente osservato nelle due cennate Salpe, che in ogni individuo madre gli embrioni solitari ed i rispettivi uteri che li contengono, benchè un po' variabili di grandezza, si trovano presso a poco nello stesso grado di sviluppo, inferisco che gli apparecchi genitali femminili, quantunque indipendenti, si sono sviluppati contemporaneamente, e che pure le varie ova, distribuite una per ovario, si sviluppano, maturano e fecondano al tempo stesso.

(¹) Atti della R. Accademia dei Lincei, vol IV, serie 3ª. Seduta del 25 giugno 1882.

come per l'aumento progressivo di questa estroflessione, — che si spinge verso la cavità respiratoria, insieme alla parte dell' utero alla quale ha aderito, — tutto il follicolo emigra dallo strato mesodermico e scende nella cavità dell'utero, che, — eccezion fatta per la S. bicaudata, nella quale detta cavità è formata prima, — in tutte le altre specie si svolge contemporaneamente, per mezzo di una plica circolare che sorge nella parte marginale della parete libera dell' utero. Questa plica, avanzandosi a mano a mano nella cavità respiratoria, si viene a saldare al di sopra della parete estroflessa dell' utero e del sacco proligero, la quale racchiude il proembrione.

Il Salensky (1) ha veduto nella S. maxima il processo del sacco proligero e non gli ha attribuito veruna importanza. Io l'ho trovato, tanto in queste specie, quanto nella S. virgola e nella S. bicaudata. Nella sua comunicazione preliminare (Zool. Anzeiger 1882), il Salensky ha indicato come omologo del processo del sacco proligero della S. maxima, un piccolo tubercolo che si solleva sul follicolo della S. pinnata; ma nell'ultima sua pubblicazione (2) non ne fa più parola. Nel follicolo della S. punctata inoltre egli distingue due parti: una posteriore, più spessa, contenente l'ovo; l'altra, anteriore, più sottile, vuota. La quale distinzione io aveva già fatto, molto tempo prima, nella S. pinnata (3). Ma nè io prima, nè egli dopo, avevamo riconosciuto il valore di queste due parti, accennato da me la prima volta nella mia seconda comunicazione sopra citata.

L'ovidutto (Tav. I, fig. 1, 5, 7, 8, *od*), prima della maturazione dell'ovo si distingue in due parti, una anteriore (*ta*) e l'altra posteriore (*tp*). Il tratto posteriore, che partendosi dal follicolo si viene a continuare col tratto anteriore, per lo più è tutto solido; il tratto anteriore, il quale si viene ad attaccare all'utero, viceversa è attraversato in tutta la sua lunghezza da un canale (*cg*), che fa indietro un divaricamento ampollare. Io l'ho chiamato canale genitale, poichè, come vedremo fra breve, serve pel passaggio dei nemaspermi. Nel maggior numero delle specie in cui la cavità dell'utero si sviluppa tardi contemporaneamente allo sviluppo dell'embrione, il canale del tratto anteriore si apre nella porzione cloacale della cavità respiratoria, con un poro sopra l'eminenza che vi fa il rudimento dell'utero (Tav. I, fig. 5 e 8, *pg*; Tav. II, fig. 1, 3, 4, 5, *pg*; Tav. III, fig. 3-6). Ma nella S. bicaudata, in cui la cavità dell' utero si trova formata, come d'ordinario, ancor prima della maturazione dell'ovo, questo canale, che nel suo primo apparire sboccava, come nelle altre, nella cloaca, (Tav. I, fig. 9, *pg*), si apre ora ai lati del fondo della cavità uterina (Tav. I, fig. 10, *pg*). Oltre a ciò, in questa specie manca il tratto posteriore, solido, dell' ovidutto, essendo questo corto e tutto pervio; e nella S. maxima (Tav. I, fig. 5, *tp*; Tav. II, fig. 1, 2, *tp*, *c*) la porzione anteriore del tratto posteriore è scavata,

(1) Salensky. — Zool. Anzeiger, IV Jahrg., s. 597. Leipzig 1881.

(2) Mittheil. aus der Zool. Station zu Neapel. IV Bd. 1es Heft.

(3) Nella mia prima Memoria (Atti dell'Accad. dei Lincei vol. II, § 1, 1875) ho scritto in proposito quanto segue: « Col successivo sviluppo crescendo l'ovisacco più dell'ovo, resta fra loro uno spazio occupato da un liquido trasparentissimo. Questo spazio per il peso specifico dell'ovo il quale cade in fondo del sacco, rimane visibile in prossimità del polo, dal quale si parte l'ovidutto ».

anche prima della maturazione dell'ovo, da un canale, separato, per connivenza delle pareti, dall'ampolla del tratto anteriore.

L'ovidutto venne descritto la prima volta dal Krohn (Mem. citata) e, secondo lui, sarebbe un cordone che sparisce dopo la fecondazione. Più tardi H. Müller (1) lo ha invece descritto come un canale aperto nella cavità respiratoria. In seguito R. Leuckart (2) ha detto, d'accordo col Müller, che l'ovidutto è un canale; e viceversa C. Vogt (3), d'accordo col Krohn, ha sostenuto che l'ovidutto è totalmente solido. Nel mio primo lavoro, pubblicato nel 1875, io mi dichiarai del parere di H. Müller e di R. Leuckart, aggiungendo che per me era questa l'unica via per la quale i nemaspermi potevano arrivare all'ovo, opinione che venne poi espressa anche dal Brooks nel suo primo lavoro. Ma nel 1879, dietro osservazioni più accurate, ho veduto che l'ovidutto, — eccezion fatta per la S. bicaudata, nella quale è tutto pervio, — era canalicolato solamente nel tratto anteriore, e viceversa pieno o solido nel tratto posteriore. Quindi, nella mia comunicazione pubblicata nel 1880 (4), enunciai questo fatto colle parole seguenti: « L'ovidutto nel tratto posteriore, che decorre nel « seno sanguigno, è solido: nel tratto anteriore, che decorre nella cavità san- « guigna dell'utero, è traversato dal canale genitale, il quale, nel punto di attacco « dell'ovidutto alla parete, si apre con un poro nella cavità respiratoria ».

Questa distinzione del peduncolo ovarico in due tratti è stata, un anno dopo, confermata dal Salensky (*Zool. Anzeiger* 1881), il quale ha chiamato peduncolo il tratto posteriore, solido; ed ovidutto il tratto anteriore, canalicolato. Questi due nomi, nel senso in cui sono adoperati dal Salensky, a parer mio non si possono adottare. La distinzione dell'ovidutto in due tratti, non solo manca nella S. bicaudata, ma non è fondamentale neppure per le altre specie; tutti e due i tratti finiscono per esser percorsi dal canale genitale, nel momento del passaggio del nemasperma che va a penetrare nell'ovo, quantunque il tratto posteriore siasi grandemente ridotto prima. La parola ovidutto non può avere lo stesso significato che gli si è dato, per esempio, negli uccelli, cioè di condotto che serve di via all'ovo; ma nel caso nostro è stata impiegata nel suo largo senso etimologico, perchè accorciandosi e sparendo, conduce sempre nell'utero l'ovo con tutto il follicolo. Ed io perciò, come hanno fatto gli altri, continuerò ad adoperare indifferentemente nello stesso senso le parole ovidutto e peduncolo. Ma ciò che più mi sorprende, si è che il Salensky (5) mi attribuisce ancora l'antica opinione, e crede di essere stato il primo a far la distinzione dell'ovidutto in tratto solido e in tratto canalicolato.

(1) H. Müller. Verhandlungen der Würzburger Gesellschaft für Natur- und Heilkunde. III Bd. pag. 57, 1852. — Id. Zeitschrift für wissenschaftliche Zoologie. IV Bd., p. 329, 1853.

(2) R. Leuckart, Zoologische Untersuchungen. II Heft: *Salpen und Verwandte*, Giessen 1854.

(3) C. Vogt, *Recherches sur les Animaux inferieurs de la Méditerranée*. II. Mémoire, *Sur les Tuniciers nageants de la mer de Nice*.

(4) Atti della R. Acc. dei Lincei. Serie 3, Vol. IV, pag. 86, Transunti.

(5) Salensky (Mittheil. aus. d. Zool. Station zu Neapel, IV Bd, 1es. Heft, pag. 105) dice: « Was zunächst das Ei anbetrifft, so bezeichnet Todaro die von mir als Eistiel und Oviduct unterschiedenen Theile des Eierstocks einfach als Oviduct und nimmt dabei eine in der ganzen Länge

Il follicolo e l'ovidutto (Tav. I, fig. 2, 3, 6) posseggono esternamente una membrana elastica, moltissimo resistente benchè sottile, la quale nell' appendice del sacco proligero (Tav. I, fig. 5, 6, 10) si prolunga in un filo terminale. Internamente si trovano le cellule epiteliali, piccole, cubiche o cilindriche, e con un nucleo ovale e, relativamente, assai grande. Nel sacco ovarico, nel sacco proligero e nella porzione canalicolata dell' ovidutto queste cellule fanno uno strato semplice, il quale tappezza la faccia interna della membrana elastica (Tav. I, fig. 1, 2, 7, 8, 10). Nel tratto posteriore dell'ovidutto le cellule epiteliali, poste per lo più in una fila le une sulle altre, come i dischi di una pila, formano una colonna solida rivestita dalla membrana elastica. (Tav. I, fig. 1, 5, 8). Nell' ovidutto della S. maxima la colonna, solida, di cellule epiteliali si trova solamente nella porzione posteriore di questo tratto. Nella parte posteriore dell' appendice del sacco proligero, si trovano, ora una sola, ora più file longitudinali di cellule (Tav. I, fig. 5, 6, 8): ciò dipende dal modo e dal grado di sviluppo di queste appendici.

L'unico ovo che in origine si trova nel sacco ovarico, ha forma sferica e non possiede membrana di sorta, in nessun momento della sua esistenza. (Tav. I, fig. 1, 2, 5, 7, 8, 10). Il corpo dell' ovo, con gli ordinari ingrandimenti e nelle ova colorite col picrocarminio, pare fatto di una sostanza granulosa che si tinge più o meno in rosso: ma con lenti ad immersione (Zeiss $^1/_8$, $^1/_{18}$, immersione omogenea), nelle ova giovani (Tav. I, fig. 2, *rp*) fissate con l'acido cromico o col liquido del Kleinenberg, conservate nell'alcool e tinte coll'ematossilina, secondo è stato detto innanzi; nel corpo, ancora costituito da solo vitello formativo o primario, si vede una rete di fili contenenti una finissima granulazione. I fili di questa rete, che rappresenta una parte del plasma cellulare, vale a dire la parte formale, a cui soltanto si dà oggi il nome di protoplasma (Kupffer, Flemming), partono, formando larghe maglie, dalla membrana della vescicola germinativa e, traversando tutto il corpo, arrivano alla periferia, ove si moltiplicano e formano maglie più strette e più numerose. Fra le maglie, o spazi, di questa rete si trova una sostanza anista, che non si colora e rappresenta l'altra parte formale del plasma cellulare, ossia il paraplasma.

Nelle ova che si vanno maturando (Tav, I, fig. 4), allorchè cioè principiano a nutrirsi a spese delle cellule del sacco ovarico, i fili della rete protoplasmatica si ispessiscono, e questa perciò apparisce anche con gli ordinari ingrandimenti (Hartnack, sistema 8, oculare 3), specie in prossimità della vescicola germinativa, che, divenuta eccentrica, si è spinta verso il polo posteriore dell'ovo. Il corpo dell'ovo sembra ora contenere nel paraplasma una fina granulazione pallida, che non so veramente se sia l'espressione di una reale granulazione di sostanza nutritiva o l'ingrandimento

des Eistiels vorhandene Höhle an. Hiermit kann ich mich nicht durchaus einverstanden erklären ». E in questo non ero d' accordo nemmeno io fin dall'autunno del 1879, come si desume dalle parole riportate dalla mia comunicazione del 1880 (Transunti dell'Acc. dei Lincei, serie 3ª, vol. IV, fasc. 3°, pag. 86), ove nella stessa pagina aggiungevo: « nel momento che le catene si staccano dallo stolone, l'ovidutto si è accorciato, essendosi atrofizzato e sparito il suo tratto solido ».

degl' interstizi del paraplasma, contenenti il succo nutritivo. Inoltre, qua e là, ma sovra tutto nella parte periferica, si formano numerosi vacuoli, che stanno in relazione coi fenomeni di nutrizione dell' ovo: coi quali fenomeni stanno in rapporto anche i numerosi prolungamenti che l' ovo emette alla superficie, e che si insinuano fra le cellule epiteliali del sacco ovarico. Ma tosto gl' interstizi del paraplasma vengono occupati, nella parte centrale del corpo, da grosse granulazioni vitelline oscure, che rappresentano il vitello nutritivo. Dalla posizione di questi granuli si può inferire che non provengono dall'esterno, ma son prodotti dall'attività del vitello formativo. Nella S. pinnata, durante i varii stadi della maturazione (Tav. III, fig. 1-6), e pure nella S. maxima (Tav. II. fig. 2), nelle quali due specie ho fatto queste ricerche, l'ovo presenta una massa centrale, resa oscura dalle grosse granulazioni vitelline, ed una zona periferica, pellucida, fatta di solo vitello formativo. Questa distinzione del corpo dell' ovo in due parti dura eziandio mentre avvengono la fecondazione e la formazione dei pronuclei mascolino e femminini (Tav. III, fig. 4-6), e non sparisce che dopo la loro coniugazione. Allora nel corpo dell'ovo riappare, anche con gli ordinari ingrandimenti (Tav. III, fig. 8), la rete protoplasmatica, che durante il processo della maturazione veniva oscurata dall'accumulo delle grosse granulazioni vitelline, le quali, a quest'epoca, diventano più piccole e si disseminano in tutto il vitello formativo. Con ciò il corpo dell'ovo non si distingue più in due parti, e diviene ora un po' trasparente, o pellucido, da per tutto; per conseguenza si torna a vedere la rete protoplasmatica (Tav. III, fig. 7, 8).

Secondo il Salensky l'ovo si colora assai debolmente, ed in ogni caso, assai più debolmente delle cellule del follicolo; la quale proprietà egli invoca come caratteristica per distinguere in seguito le cellule derivate dalla segmentazione dell'ovo, da quelle originate per proliferazione delle cellule folliculari. Mi pare che il Salensky, il quale non dice come ha trattato e conservato i pezzi, sia caduto in inganno. Nei pezzi che erano stati prima trattati con l'acido cromico, poi lavati e conservati diligentemente in alcool, e da ultimo coloriti col picrocarminio, ho veduto, al par di lui, l'ovo tingersi assai più debolmente delle cellule folliculari. Ma quando, prima e dopo la colorazione col carminio, ponevo i preparati nella glicerina, specialmente quelli i quali, invece che coll'acido cromico, erano stati trattati col liquido del Kleinenberg e completamente scolorati in alcool, la colorazione dell' ovo mediante il picrocarminio si mostrava molto più intensa e più viva di quella delle cellule folliculari. Qui debbo anche notare che, indipendentemente dalle condizioni ora dette, l'ovo, i blastomeri e le cellule non si colorano sempre allo stesso modo; ma secondo il momento biologico nel quale ciascuno di essi si trova, varia il loro grado di colorabilità.

Nelle ova giovani la vescicola germinativa (Tav. I, fig. 2, *me*, *mi*, *rn*), grande ed originariamente sferica, si trova quasi al centro, ed oltre che dalla membrana, è costituita da due sostanze: il plasma nucleare, che per la cromatina in esso contenuta si colora intensamente; ed il succo nucleare. Il plasma è rappresentato: *a*) da un forte reticolo a larghe maglie, visibilissimo nettamente eziandio nell'ova fresche, e che si colora con tutte le materie coloranti, in ispecie

coll'ematossilina; *b*) da una grande macula germinativa, risplendente, che sta impigliata nel reticolo, si colora più intensamente di esso, contiene un liquido e mostra nel suo interno una finissima rete, appena visibile coi più forti ingrandimenti; *c*) da varii nucleoli o piccole macule accessorie, che si presentano come noduli del reticolo. Il succo nucleare, trasparentissimo, occupa gli spazi del reticolo e la zona che lo circonda; e non si colora con nessun reattivo. La cavità del nucleo, nella quale son contenuti il reticolo, o corpo trabecolare, ed il succo, è completamente chiusa da una sottilissima membrana omogenea, la superficie esterna della quale è, come sopra ho detto, in diretta comunicazione con la rete protoplasmatica del corpo cellulare, alla quale deve ascriversi. La superficie interna è separata dal corpo trabecolare per mezzo di una zona contenente succo nucleare, e che perciò resta senza colorirsi. Nel taglio ottico la periferia del reticolo si mostra come una membrana nucleare interna alquanto ispessita; ma la sua irregolarità rende manifesto non esser dessa l'espressione di una vera membrana chiusa, bensì uno strato poroso fatto soltanto dai fili periferici ispessiti del reticolo nucleare, attraverso i pori del quale strato il succo nucleare dall'interno del corpo trabecolare passa nella zona periferica.

La macula germinativa, notata già dal Krohn, è tanto più grande, quanto più giovane è l'ovo. Si va rimpicciolendo a misura che questo cresce ed appaiono nel reticolo le pseudomacule, che crescono di numero via via che diminuisce la macula. Nella maturazione dell'ovo, la prima a sparire è la macula germinativa, quando il reticolo e le pseudomacule si mostrano ancora con la massima evidenza. Nella S. mucronata, o S. Cabotti, pare che sparisca molto presto; perciò Salensky non ne tien conto, ed il Brooks la nega recisamente.

Il follicolo ovarico, come innanzi ho detto, prima della maturazione dell'ovo giace, insieme agli altri visceri, nell'addome (fig. 11 *w*), donde il suo peduncolo si porta in avanti per attaccarsi all'utero. Il follicolo è circondato dai rami della rete vascolare intestinale che si anatomizzano coi rami terminati del vaso che si spicca dal penultimo tronco trasverso destro, e che percorrendo da avanti indietro l'utero rudimentale, scorre al di sopra del peduncolo ovarico.

Sui rapporti dell'ovario sono state espresse varie opinioni. C. Vogt ammetteva che pendesse liberamente nella cavità respiratoria, ed io nella mia prima Memoria abbracciai in parte questa opinione. Ma le ricerche che dopo ho fatto con più accuratezza, mi hanno convinto che l'ovario è loggiato sempre nella spessezza del mesoderma, come avevano sostenuto Krohn, Huxley (1) e Leuckart. Però sorge qui un altro punto in questione. Leuckart, il quale, come Huxley e Vogt, ammette esser lacunare tutta la circolazione sanguigna periferica, aveva detto che l'ovo, al pari degli altri visceri, viene bagnato dal sangue del seno intestinale. Anche Brooks e Salensky, — quest'ultimo, nei suoi primi lavori, — hanno sostenuto che l'ovo si trova nell'interno di un seno sanguigno. Il Salensky però nell'ultima sua pubblicazione (2),

(1) Huxley, *Observation on the structure of Salpa and Pyrosoma.* Philosophical Transactions 1851, p. 567.

(2) Mittheil aus der Zool. Station zu Neapel. IV Bd.

mentre dice che nella S. maxima l'ovario si trova in un seno sanguigno, sostiene che nella S. pinnata è accompagnato in tutta la sua lunghezza da due seni sanguigni. L'una e l'altra opinione non sono che ingannevoli risultati dell' osservazione fatta soltanto per trasparenza. Guardando per trasparenza le Salpe viventi, anche a me era parso, come ho detto nella mia comunicazione del 1880, che tanto il peduncolo quanto il follicolo si trovassero nell'interno del vaso, bagnati dalla corrente sanguigna. Non m'accorsi della mia illusione se non più tardi, quando guardai anche nelle sezioni trasverse: e mi son potuto convincere che l'ovario si trova nel mesoderma; non nella cavità del vaso sanguigno, ma fra la parete inferiore di esso e lo strato interno del corpo, o entoderma: e che anche nella S. pinnata uno solo è il seno o vaso sanguigno che accompagna l'ovario. Le fig. 6*a*-6*e* della Tav. I rappresentano la serie di cinque sezioni trasverse, da dietro in avanti, dell'ovario della S. maxima. Si vede che tanto l'appendice (fig. 6*a*), quanto il follicolo (fig. 6*b*, 6*c*, 6*d*) e l'ovidutto (fig. 6*e*) sono posti fuori della cavità del seno sanguigno, tra la sua parete e l'entoderma. Si vede inoltre, come nella S. maxima così nella S. pinnata, (Tav. I, fig. 3, *vs*), che il tronco vascolare il quale accompagna l'ovidutto, è unico nella parte anteriore, che percorre l'utero; in dietro invece è ramificato (fig. 6*a*-6*d*). Questo seno ha parete propria, in cui si trovano le fibro-cellule o cellule fusiformi, che hanno un nucleo ovale, vescicoloso, nucleolato e relativamente grande. Nel tratto che percorre l'utero, le cellule fusiformi sono più abbondanti, e fanno intorno al lume del vaso sanguigno uno strato continuo e spesso, che si mostra a maraviglia nelle sezioni trasverse (Tav. I, fig. 3 e fig. 6*e*); mentre nel tratto posteriore sono ordinariamente più scarse. Ora, è appunto nelle sezioni trasverse dell'utero (Tav. I, fig. 3 e fig. 6 *e*, *od*), prima dell'arrivo del follicolo, che si vede indubbiamente come l'ovidutto occupi lo spazio compreso tra la parete inferiore del seno e l'entoderma, spazio che dopo la sparizione dell'ovidutto s'ingrandisce e viene occupato dal follicolo. Dopo aver fatto tale osservazione nelle sezioni trasverse, anche per trasparenza mi riuscì facile notare come il cammino longitudinale del peduncolo non segue sempre quello del vaso sanguigno, ma qua e là può deviare: e nella fig. 1 della Tav. II si vede che esso sta fuori del vaso sanguigno.

L'utero, al tempo in cui accade la fecondazione, si trova ancora, in quasi tutte le specie, in istato rudimentale e senza traccia di cavità; la quale si forma più tardi, a mano a mano che si sviluppa il proembrione, come dimostrerò in seguito. Fa eccezione la S. bicaudata, in cui quest'organo si trova completamente sviluppato, come d'ordinario, persino prima della maturazione dell'ovo.

L'utero rudimentale fa una sporgenza longitudinale nella parte cloacale della cavità respiratoria. L'opinione di C. Vogt, il quale ammetteva che fosse scavato a spola o navicola, in cui veniva a fissarsi il peduncolo, è erronea. Salensky, volendo contraddire il significato di utero, chiama questa parte eminenza epiteliale. Tale espressione non è neanco esatta, perchè la detta eminenza non è solamente prodotta dal differenziamento dell'epitelio, bensì anche dall'incremento del congiuntivo e, sovra tutto, dall'aumentato calibro del seno o vaso sanguigno che la percorre da avanti in dietro, come si mostra chiaro nelle sezioni trasversali e longitudinali (Tav. I, fig. 3 e fig. 6*e*).

Il corpo di questa eminenza, — che io, a buon diritto, chiamo rudimento dell' utero o utero rudimentale, — è infatti costituito dal tessuto congiuntivo rivestito, sulla superficie sporgente nella cavità cloacale, da uno strato di cellule epiteliali cilindriche molto alte, le quali, gradatamente abbassandosi nei lati, si continuano con le cellule piatte dell'entoderma, da cui sono derivate.

Il tessuto congiuntivo che forma il corpo dell' utero rudimentale, è percorso da dietro in avanti, dall' ovidutto e dal seno sanguigno surriferito. L'ovidutto (Tav. I, fig. 1, 3, 5, 6, 8), nella parte che decorre nell'utero, fra il seno sanguigno e il rivestimento entodermico, è percorso dal canale genitale (*cg*), che viene a sboccare nella cavità respiratoria, mercè un poro rotondo (*pg*) che si apre nella parte anteriore della superficie libera dell'utero rudimentale, ove le cellule epiteliali che tappezzano il detto canale si continuano con quelle che rivestono quest' organo.

Nella parte del seno sanguigno (Tav. I, fig. 3, *vs*, e fig. 6*e*, *va*) la quale traversa l'utero, avviene una grande dilatazione della cavità, talchè nella mia comunicazione del 1880, credendo fosse una lacuna contenente l'ovo, l'avevo chiamata cavità sanguigna dell' utero. Ora però, avendo appurato che ha una parete propria, ricca di cellule fusiformi, le quali si moltiplicano col successivo sviluppo del l' utero, e che l'ovario sta fuori della sua cavità, non credo più poterle assegnare tal nome. H. Müller l'aveva descritto col nome di cavità, d'incubazione: e questa cavità, secondo lui, sarebbe traversata da vasi sanguigni e destinata, prima a ricever l'ovo, e poi a divenire la cavità della placenta. La cavità d'incubazione, se si volesse mantenere una tale espressione, non potrebbe essere altro, come risulterà chiaro in seguito, che la cavità del sacco proligero, la quale però ha importanza ben diversa da quella di una semplice cavità d'incubazione.

La vera cavità di gestazione, o cavità uterina, è quella che nel maggior numero di specie si forma più tardi, per lo sviluppo delle membrane embrionali; ma nella S. bicaudata la cavità uterina è formata, fin da principio, secondo la regola comune: onde termino l'articolo, descrivendo minutamente l'ovario e l'utero di questa specie.

L'utero della S. bicaudata occupa lo stesso luogo che ha nelle altre specie; ma, invece di sporgere nella cavità respiratoria, si solleva insieme all'ovario, sotto il mantello di cellulosa, e spinge con sè in fuori anche la corrispondente parte dell'ectoderma. Ha forma di un lungo cilindro cavo (Tav. I, fig. 10, *ut*), prima inclinato indietro e poi ricurvato in alto ed in fuori, ove termina a fondo cieco. Il fondo uterino viene ricoperto dall' ovario, che lo sormonta a guisa di elmo. La lunga cavità (*cu*) dell'utero si apre nella cavità respiratoria, a livello del margine posteriore della penultima fascia muscolare traversa del corpo, con un grande orificio (*bu*) limitato da un cercine. La parete dell' utero (*ut*) è composta di uno strato semplice di cellule epiteliali, rivestito da uno strato più spesso di tessuto congiuntivo o mesodermico. Le cellule epiteliali sono cubiche e nucleate, e nel fondo della cavità divengono cilindriche. Sul cercine che circonda l'orificio uterino, queste cellule si presentano parimenti cilindriche e vanno a continuarsi con le cellule piatte dell' entoderma (*end*), che nel taglio appaiono fusiformi. L'utero, così formato, viene immediatamente ricoperto dall' ectoderma, tranne il fondo, ove nel tessuto congiuntivo si trova tutto l'ovario, che si frappone fra lo stato epiteliale uterino e l'ectoderma. I vasi

sanguigni dell'utero camminano nel tessuto congiuntivo e fanno una rete che allaccia tanto l'utero quanto l'ovario. Questa rete è composta di grossi e piccoli rami (Tav. I, fig.ᵉ 11*a*, 11*b*, 11*c*) i quali convengono tutti in due tronchi, uno anteriore e l'altro posteriore, che escono dalla rete (Tav. I, fig. 10). Il tronco posteriore, portandosi nell'addome, si divide in rami che si continuano con i rami della rete sanguigna intestinale; il tronco anteriore invece resta indiviso e si origina o sbocca nel penultimo vaso trasverso, parallelo al muscolo omonimo. Nelle sezioni trasverse (Tav. I, fig. 11*a*, 11*b*, 11*c*) si vede, anche qui con la massima chiarezza, che l'ovario (ovidutto, follicolo ed appendice) come l'utero, non sta in un seno sanguigno, ma è circondato dai vasi, che mostran tutti una parete propria, cosparsa di cellule fusiformi, tanto da somigliare all'intima dei vasi sanguigni dei Vertebrati.

L'ovo che si trova ancora nell'ovario della S. bicaudata (Tav. I, fig. 10) quando già è completamente formata la cavità uterina, possiede la vescicola germinativa, contenente il reticolo ed una macula omogenea, risplendente, rotonda e molto grande, che si colora intensamente. Sta nel sacco ovarico (*so*), il quale è posto a cavaliere del sacco proligero (*sp*). Questo con la sua cavità vuota si prolunga, da un lato, nell'appendice (*asp*) e, dall'altro, nell'ovidutto (*od*). L'ovidutto, il sacco proligero e la sua appendice formano insieme una linea concava che abbraccia la convessità del fondo dell'utero. L'ovidutto è corto ed è percorso in tutta la sua lunghezza dal canale genitale: manca in questo caso, come ho già detto, la porziove solida; e perciò somiglia veramente ad una tromba uterina, per cui passano i nemaspermi. Il suo canale sbocca ad un lato del fondo dell'utero, con un foro (*pg*, poro genitale) limitato da un piccolo cercine, ove le cellule epiteliali cubiche della parete di questo canale si continuano con quelle dello strato interno dell'utero.

Nella S. bicaudata la porzione posteriore, solida, del peduncolo manca fin dai primi momenti dello sviluppo. In uno stadio di molto anteriore a quello ora descritto (Tav. I, fig. 9), e in cui l'utero non era ancora accennato, l'ovidutto (*od*), il sacco proligero (*sp*) e la sua appendice (*asp*), non ancora specializzati, formavano un tutto percorso da un canale che con un foro s'apriva nella cavità respiratoria, alla superficie libera del rudimento dell'utero.

§ 3. *Maturazione e fecondazione dell'ovo di Salpa maxima.*

Ho studiato i fenomeni della maturazione e della fecondazione dell'ovo in due specie: cioè nella S. maxima, in cui il sacco proligero è provvisto dell'appendice; e nella S. pinnata, nella quale n'è privo. Espongo insieme i due processi, per non perderne di vista i rapporti reciproci, necessari per intender bene sì l'uno che l'altro: e dico come essi avvengono, prima nella S. maxima, ove si colgono con più facilità, e poi nella S. pinnata.

I primi mutamenti che accadono nell'ovo della S. maxima, — e lo stesso dicasi delle altre specie, — consistono nell'incremento di volume. Nel primo momento, oltre il plasma nutritivo che dai vasi trapela nella cavità del follicolo, l'ovo si nutre e cresce in volume a spese delle cellule del sacco ovarico; il qual fatto si osserva meglio nella S. pinnata, come dimostrerò nel § successivo.

Nella S. maxima (Tav. I, fig. 5, e 7, *so*) ed in tutte le altre specie,

l'ovo, dicemmo, in origine si trova soltanto nel sacco ovarico; ma, dopo il suo accrescimento (Tav. II, fig. 1, *so sp*) e la trasformazione della vescicola germinativa, è in preda a movimenti ameboidi e si distende anche dentro il sacco proligero. Contemporaneamente dalla vescicola germinativa, divenuta eccentrica perchè recatasi nel polo posteriore, dopo una serie di mutamenti che non sono riuscito a cogliere, si delinea la figura di scissione nucleare, vale a dire la figura acromatica, o il primo fuso di maturazione, e la figura cromatica (Tav. II, fig. 1, *fd*).

Il fuso è fatto di fili pallidi, longitudinali, le cui estremità si riuniscono alle masse polari, chiare. Queste sono i centri dei raggi protoplasmatici del corpo dell'ovo (1), e formano due stelle (*st, st*) collegate dal fuso, o la nota figura chiamata anfiastro dal Fol. Nella linea equatoriale del fuso si vede intercalata la figura cromatica (piastra equatoriale), costituita da una serie di bastoncini, che si colorano intensamente col carminio.

Il fuso colle due stelle o astri che ad esso si collegano, in origine è posto trasversalmente all'asse dell'ovo (Tav. II, fig. 1, *fd*), in seguito cambia posizione e gli diviene parallelo; e però uno dei due astri si porta all'estremità posteriore dell'ovo, e l'altro si volge al centro (Tav. II, fig. 2, *fd*). Questa deviazione probabilmente è causata dai lenti movimenti ameboidi che ancora perdurano nel vitello. Intanto si segna un solco trasversale che stacca in seguito l'astro periferico insieme alla corrispondente estremità del fuso, nella quale si è certamente trasferita prima una parte dei bastoncini cromatici. In tal modo si forma la prima cellula polare (Tav. II, fig. 3, *cp*) il corpo della quale deriva dal vitello dell'ovo, ed il nucleo dall'estremità periferica del primo fuso contenente cromatina. In questo nucleo, con un forte ingrandimento si scoprono infatti i granuli cromatici, che credo derivati da una parte degli elementi della piastra equatoriale, benchè non abbia potuto seguire il processo. Ciò che del fuso e della figura cromatica resta nel corpo dell'ovo, prende subito l'aspetto di una macchia circolare, posta nell'emisfero posteriore (Tav. II, fig. 3, *rfd*). Dalla sostanza di questa macchia si viene a formare, dopo, un fascio di sei fusi di maturazione secondari, acromatici, e dodici vescicole cromatiche, che stanno ai poli di detti fusi (Tav. II, fig. 4, *fds*); ma non ho potuto osservare quali siano i mutamenti intimi che in essa macchia accadono prima di arrivare a tali formazioni. Frattanto, dopo che si è staccata la prima cellula polare, nel polo anteriore dell'ovo penetra un nemasperma. Per intendere come questo nemasperma raggiunge l'ovo nel follicolo, bisognerà descrivere i mutamenti che in questo stadio avvengono nell'ovidutto.

Nella porzione estrema del tratto posteriore del peduncolo, che in questa specie è la porzione solida, le cellule epiteliali si dividono tutte nel senso della lunghezza

(1) L'irradiazione è stata, la prima volta, descritta e stupendamente figurata, nelle ova della Unio tumida, da J. G. Carus (Acta natur. curiosor. Acad. Leopold. T. XVI, P. 1, pag. 1. - J. G. Carus, *Neue Untersuchungen über Entwickelungsgeschichte unserer Flussmuschel*, tab. I-IV): « Man sieht nämlich die sphärisch aufgeschwellte Haut mit *durchsichtigen runden Flecken besetzt, welche in mehr entwickelten Eyern von einem strahligen Rande und einem kleinen rautenförmigen oder fünfeckigen Felde umgeben sind* (= *sfere di segmentazione*), welches je von den naheliegenden durch einen schmalen durchsichtigen Streif abgesondert ist » (s. taf. II, fig. III, X, XI).

del tratto (Tav. II, fig. 1, *tp*). Poco dopo (Tav. II, fig. 3), l'ampolla del tratto anteriore si allarga e si unisce alla porzione canalicolata del tratto posteriore, per formare il ricettacolo del seme; laddove dell'altra porzione, solida, non c'è che un residuo, il quale diviene pervio allorchè uno dei nemaspermi, attirato dal cono di attrazione, penetra nell'ovo. Il canale genitale ed il foro (poro genitale, *pg*) con cui si apre nella cavità respiratoria, si allargano.

Il tratto posteriore si raccorcia perchè le cellule epiteliali, nel moltiplicarsi, si staccano poco alla volta, dalla parete e, dotate di movimenti ameboidi, arrivano nella cavità del sacco proligero, ove vengono a fissarsi sull'emisfero anteriore dell'ovo, dal quale, sono lentamente riassorbite (Tav. II, fig. 1 e fig. 2, *cl*). L'ovo dunque, che prima si era nutrito a spese delle cellule del sacco ovarico, ora comincia ad alimentarsi anche a spese delle cellule provenienti dal peduncolo.

Il raccorciamento del tratto posteriore ravvicina al ricettacolo seminale il follicolo, che viene al tempo stesso attirato nell'estremità posteriore dell'utero rudimentale. È questo il momento in cui accade la fecondazione. I nemaspermi, che da un altro individuo più adulto e appartenente ad un'altra catena, sono stati seminati nell'acqua di mare, la quale entra ed esce dalla cavità respiratoria, passando pel foro e canale genitale entrano nel ricettacolo ora descritto (Tav. II, fig. 3, *z*), ove si veggono in fasci, mescolati alle cellule ameboidi staccatesi dalla parete del ricettacolo.

Quando i nemaspermi si trovano nella cavità del ricettacolo, l'emisfero anteriore dell'ovo si prolunga in un lungo e grosso cono di attrazione (Tav. II, fig. 3, *ca*), il quale col suo vertice tocca il punto in cui viene ad aprirsi nel follicolo il ricettacolo seminale. Questo fatto coincide col distacco della prima cellula polare dal polo posteriore dell'ovo (*cp*).

Nello stadio successivo ed immediato (Tav. II, fig. 4), uno dei nemaspermi che si trovano nell'ampolla, il più vivace, si fa strada e, attirato dal predetto cono, penetra nel centro dell'emisfero anteriore dell'ovo. Il cono, compiuta la sua funzione, si ritira tosto; e così nell'ovo non penetra che un solo nemasperma. Gli altri nemaspermi rimasti nell'ampolla (Tav. II, fig. 4, *z*) scompaiono poco alla volta, e negli stadi susseguenti non si veggono più, o se ne vede ancora qualcuno nello stadio che succede immediatamente (Tav. II fig. 5, *am*); laddove la cavità del ricettacolo si viene sempre più popolando di cellule ameboidi, che si staccano dalla parete e vengono nel follicolo, per nutrire l'ovo. Così anche il ricettacolo s'impiccolisce ed il follicolo viene attirato sempre più nello strato mesodermico dell'utero.

Intanto il nemasperma penetrato nell'ovo si è trasformato in un piccolissimo nucleo omogeneo e risplendente, nucleo spermatico o pronucleo mascolino, il quale forma il centro di un sole, per la disposizione a raggi che prendono all'intorno i granuli del vitello (Tav. II, fig. 4, *pm*). Questa irradiazione dei granuli vitellini è dovuta ad una disposizione particolare del plasma dell'ovo, prodotta dalla presenza del zoosperma. Il pronucleo mascolino si forma dalla testa del nemasperma. Ma cosa avviene del collo e della coda di questo? Si riassorbono, o si mescolano invece col plasma dell'ovo, che in questo momento prende la disposizione raggiata?

Quando nell'emisfero anteriore dell'ovo trovasi formato il sole od astro mascolino, nell'emisfero posteriore si vede il fascio dei sei fusi secondari acromatici (Tav. II, fig. 4, *fd'*), derivati dal residuo del fuso primitivo. In essi non si vede piastra equatoriale; viceversa, in ciascuna delle loro opposte estremità si scorgono le vescicole sferiche, trasparentissime nel centro, e contenenti alla periferia i granuli di cromatina, derivati dalla figura cromatica, annessa al fuso primitivo.

Nello stadio che segue (Tav. II, fig. 5, *pm. pf, pc'*), il pronucleo mascolino conserva la sua posizione nell'emisfero anteriore dell'ovo; ma si è ingrandito del doppio ed ha preso la forma di una vescicola un po' ovale, con la cavità traversata da una rete di scarsi fili sottilissimi e grossi granuli, che si colorano intensamente per la cromatina contenuta; mentre nel vitello circostante i raggi del sole sono svaniti. In questo stesso stadio, dal polo posteriore dell'ovo si stacca la seconda cellula polare; si disfano i fusi secondari; le sei vescicole centrali divengono libere e si differenziano in sei pronuclei femminili, che restano nell'emisfero corrispondente; e le sei vescicole periferiche si fondono gradatamente insieme per costruire il nucleo della seconda cellula polare, il corpo della quale deriva, come quello della prima, dal corpo ovario. Fin dal momento in cui viene a costruirsi il nucleo della seconda cellula polare, cominciano ad accrescersi i pronuclei femminili, mentre dei fusi non si veggono che tracce, le quali son rappresentate da fili riuniti in due angoli opposti, che coi rispettivi vertici si toccano nel piano equatoriale dei disfatti fusi: questo piano coincide ora con quello di scissione. In questo momento il cono dell'ovo (*ca*), quantunque retratto, non è ancora sparito del tutto, e si vede attaccata ad esso una delle cellule ameboidi (*cl*) pervenute nella cavità del follicolo.

In uno stadio successivo (Tav. II, fig. 6, *pf*) sparisce ogni traccia dei fusi; i pronuclei femminili, divenuti interamente liberi, si ingrandiscono e, conservando tuttavia l'aspetto di grandi vescicole sferiche, in cui la cromatina, sotto forma di granuli, occupa la parte periferica, formano un cumulo nell'emisfero posteriore dell'ovo.

Quando i pronuclei femminili hanno raggiunto questo grado di sviluppo, il pronucleo mascolino, che ha la forma di una vescicola ovale ed occupa ancora la sua originaria posizione nell'emisfero anteriore dell'ovo (Tav. II, fig. 6, *pm*), aumenta in grandezza, si allunga trasversalmente e diviene fortemente ovale; mentre il reticolo, che traversa la sua cavità, è a strette maglie ed a sottili fili, contenenti un gran numero di piccoli granuli cromatici. In questo stadio si è ritirato ed è sparito completamente il cono di attrazione, e l'ovo riprende la forma sferica. Allo stesso tempo si è sensibilmente raccorciato di più il peduncolo ovarico, e s'è rimpicciolito di nuovo il ricettacolo seminale (Tav. II, fig. 6, *am*); e delle numerose cellule ameboidi discese nel sacco proligero, se ne veggono varie in procinto di essere assorbite dall' emisfero anteriore dell'ovo (Tav. II, fig. 6, *cl*). È anche in questo stadio che le due cellule polari si sono divise in quattro, in una delle quali si vede il fuso, che accenna ad una ulteriore scissione della stessa (Tav. II, fig. 6, *cp''*).

Immediatamente dopo (Tav. II, fig. 7, *pm*, *pf*), durante il tempo in cui l'ovo conserva ancora la forma sferica, il pronucleo mascolino cammina; e dall'emisfero anteriore si porta nell'emisfero posteriore, sopra il cumulo dei pronuclei femminili,

ove, venuto a contatto, accade la coniugazione. Infatti i pronuclei femminili si fondono successivamente col pronucleo mascolino. Così nasce il nucleo embriogenico, o primo nucleo di segmentazione, che è grande e traversato da una rete a larghe maglie. In questa rete e nella parete del nucleo si trovano grossi granuli di cromatina. Io, in vero, non ho potuto colpire la figura definitiva del nucleo di segmentazione, nonostante reiterate ricerche; perchè nei due casi qui raffigurati: in un caso (Tav. II, fig. 7, *pm*, *pf*), uno dei pronuclei femminili si era fuso col pronucleo mascolino, tre stavano per conjugarsi e due rimanevano ancor liberi; nell'altro caso restava ancora a fondersi l'ultimo dei pronuclei femminili, situato nell'ilo della massa nucleare reniforme risultante dalla fusione degli altri col pronucleo maschile (Tav. II, fig. 8, *ns*). Ciò mi fa supporre che appena si avvera la fusione dell'ultimo pronucleo femminile, il primo nucleo di segmentazione si trasformi nella figura di scissione nucleare; la qual figura, dopo molte ricerche, mi è riuscito veder chiaramente (Tav. II, fig. 9*A*, *fs*).

Nel primo nucleo di segmentazione infatti accadono i fenomeni cariocinetici; onde abbiamo tosto la comparsa del primo fuso di segmentazione, sito nel senso della direzione equatoriale dell'ovo, che si prepara alla divisione in due sfere eguali (Tav. II, fig. 9*A*, *fs*). Con la comparsa di questo fuso, — che ha brevissima durata, e che bisogna cercare in molte ova prima di trovarlo — si abbassa sempre più l'emisfero anteriore dell'ovo, ed aumenta il diametro trasverso. o equatoriale.

Il peduncolo in questo momento è rappresentato da un residuo in forma di ferro di cavallo (Tav. II, fig. 9*A*, fig. 9*B*, *am*). Viceversa l'appendice (Tav. II, fig. 9*B*, *ap*) del sacco proligero è nel massimo suo sviluppo: e si veggono d'ora in poi staccarsi continuamente da essa le cellule vitelline, le quali hanno movimenti ameboidi, vengono nel sacco proligero e vanno a nutrire i blastomeri o sfere di segmentazione; finchè l'appendice in tal modo si consuma e sparisce.

Vediamo ora come accadono i fenomeni della maturazione e della fecondazione nelle ova della S. pinnata.

§ 4. *Maturazione e fecondazione dell'ovo di S. pinnata.*

I fenomeni della maturazione e fecondazione dell'ovo di S. pinnata sono identici a quelli che si riscontrano nell'ovo di S. maxima, salvo alcune lievi modificazioni secondarie, come risulterà chiaramente da quanto segue.

In primo luogo, nella S. pinnata si colpisce meglio il processo di nutrizione ed incremento dell'ovo nel primo momento, quando cioè accade a spese delle cellule del sacco ovarico (Tav. I, fig. 4). Si vede infatti che le cellule di questo sacco si allungano, prendono forma cilindrica e si dividono mano a mano in piccole masse. L'ovo si appropria queste piccole masse, ed in seguito al riassorbimento di esse aumenta di volume, cambia di forma e presenta dei vacuoli alla periferia,. Come primo fenomeno della sua attività nutritiva, l'ovo comincia a mostrare i vacuoli quando, ancora sferico, occupa soltanto il sacco ovarico. Ma in seguito (Tav. I, fig. 4), avvenuto l'accrescimento, si estende anche nel sacco proligero e piglia forma ovale;

il numero dei suoi vacuoli aumenta; e la sua superficie, per l'ispessimento della rete protoplasmatica, si mostra zigrinata, ossia è contrassegnata da piccoli campi poligonali: i quali spariscono, come ho detto innanzi, dopo un certo tempo, e la superficie torna ad essere uniforme dappertutto. Ma la massa del corpo, non solo si trova accresciuta, bensì contiene una grossa granulazione, che rappresenta il vitello nutritivo acquistato dall' ovo nella maturazione. Questa grossa granulazione occupa tutta la parte centrale del protoplasma dell' ovo (Tav. III, fig. 1, 2 e 3); laddove alla parte periferica il protoplasma forma una zona pellucida e finamente granulosa. L'ovo della S. pinnata, prima di dividersi riprende più volte l'aspetto zigrinato, il quale si alterna con quello granuloso; ed è così caratteristico in questa specie, che io, tratto in inganno, l'ho descritto, nel mio primo lavoro, come la vera segmentazione dell'ovo.

I mutamenti della vescicola germinativa accadono, nell' ovo della S. pinnata, allo stesso modo e tempo che li vedemmo succedere nell' ovo della S. maxima: la vescicola germinativa dal centro si porta al polo posteriore dell' ovo, dove cessa il suo stato di riposo, e la sua membrana diviene indistinta e si disfa.

In questo momento (Tav. III, fig. 1) il protoplasma dell' ovo entra in forti movimenti ameboidi, per cui presenta i margini cangianti: e si formano in esso anche grandi lacune, che spariscono e si rinnovano, tanto da far smarrire in certi casi, senza una grande attenzione, la parte essenziale del processo. Come nell'ovo della S. maxima, così anche qui (Tav. III, fig. 2), colla comparsa del primo fuso di maturazione, formatosi dalla sostanza acromatica della vescicola germinativa, cessano i movimenti del vitello. Le figure cromatiche, derivate dalla cromatina di detta vescicola, nel caso da me osservato e qui rappresentato, si trovano ai poli del fuso, sotto forma di due vescicole circondate dai raggi dei due astri, fatti dal plasma del corpo dell'ovo. In seguito (Tav. III, fig. 3, *cp*), come nella surriferita specie, dall'astro periferico si forma la prima cellula polare: cioè, dai raggi deriva il corpo; e dalla corrispondente vescicola cromatica, il nucleo. Da ciò che di questo fuso rimane nell'ovo, traggono origine i sei fusi di maturazione secondari, acromatici, riuniti in fascio, come nella S. maxima; e dall'altra figura cromatica, rimasta anch' essa nell'ovo, derivano le vescicole cromatiche, annesse ai poli di questi fusi (Tav. III, fig. 4). Come in quest'ultima specie, contemporaneamente al distacco della prima cellula polare, ritiratosi il cono di attrazione, appare nell'emisfero anteriore dell'ovo il pronucleo mascolino, piccolo, risplendente, con qualche granulo colorito nel centro. Esso è circondato dai raggi del plasma dell'ovo, benchè poco visibili.

Accade dopo, allo stesso modo che nella S. maxima, la formazione della seconda cellula polare e dei sei pronuclei femminili, che restano nell'emisfero posteriore dell' ovo (Tav. III, fig. 5, *pf*), e che prendono tosto (Tav. III, fig. 6, *pf*) la forma di grandi vescicole sferiche; nelle quali la cromatina, che si trova sparsa nella parete e nello scarso e fino reticolo che attraversa la loro cavità, forma qua e là grosse granulazioni.

Il pronucleo mascolino, poco alla volta (Tav. III, fig. 4, fig. 5, e fig. 6, *pm*), diviene, anche qui, grande, ovale e vescicoloso, ed è traversato da un fitto e sottile reticolo. In questo reticolo e nella parete, la sostanza cromatica, sotto forma di grosse

granulazioni, è mescolata all'acromatica, e quindi ha la medesima disposizione che nei pronuclei femminili.

In seguito, anche nell'ovo della S. pinnata, il pronucleo mascolino si porta nel polo posteriore dell'ovo, ove si coniuga coi pronuclei femminili. Ho veduto infatti (Tav. III, fig. 7, *pm*, *pf*), ad accezione di un solo dei pronuclei femminili che ancora rimaneva libero, tutti gli altri spariti e fusi col pronucleo mascolino in una massa nucleare di forma ellittica, traversata da una rete finissima contenente numerosi e piccoli granuli cromatici: con questa massa finirà per fondersi l'ultimo pronucleo femminile anzidetto. In questo tempo il corpo dell'ovo è allargato nel senso trasverso o equatoriale; e il suo emisfero anteriore, abbassato, comincia ad avvallarsi nel mezzo: il che coincide con la divisione delle cellule polari in quattro, come nella S. maxima.

Avvenuta la fusione dell'ultimo pronucleo femminino, il primo nucleo di segmentazione si trasforma nel primo fuso di segmentazione (Tav. III, fig. 8, *fs*); e contemporaneamente l'avvallamento dell'emisfero anteriore dell'ovo si accentua vie più, e così si accenna il primo solco di segmentazione.

Un momento dopo (Tav. III, fig. 9), il primo fuso di segmentazione comincia a disfarsi e alle sue estremità si veggono formate le due figure nucleari figlie, circondate dai raggi del protoplasma e riunite dagli esili fili acromatici del fuso, che poi vengono interrotti quando il primo solco di segmentazione, che ora intacca il vitello e dal polo anteriore va al polo posteriore, si approfonda nel centro dell'ovo. Così questo resta diviso in due blastomeri uguali, nei quali il nucleo cresce sino ad assumere la forma di grande vescicola con la cavità traversata dal corpo trabecolare, e passa allo stato di riposo. Quando i nuclei sono in tale stato, l'irradiazione vitellina sparisce. I due blastomeri restano attaccati alla parete del sacco ovarico mercè le cellule polari (Tav. III, fig. 10, *cp*).

La descrizione della ulteriore segmentazione dell'ovo verrà esposta più tardi. Qui voglio intanto notare un fatto anormale che mi occorse osservare nella S. pinnata, e che prova come, quantunque il pronucleo mascolino non abbia influenza alcuna sulla formazione dei sei pronuclei femminili, che sono invece l'effetto ultimo della maturazione dell'ovo, tuttavia senza di esso i sei pronuclei femminili restino sempre indipendenti, benchè acquistino anzi un'organizzazione maggiore, e l'ovo rimanga sterile. Il fatto a cui alludo è il seguente.

In una Salpa adulta, della lunghezza di 5 centimetri, appartenente ad una catena nella quale tutte le altre Salpe, che avevano le stesse dimensioni, contenevano già un embrione pendente liberamente nella cavità respiratoria, ho veduto che ancora vi era l'ovo con sei pronuclei femminili accumulati nell'emisfero posteriore (Tav. III, fig. 11 *b*, *pf*); e che esternamente, cioè al lato dell'estremità posteriore dell'ovo e la parete del follicolo, esisteva una cellula polare. Questi pronuclei erano grandi, sferici, con una membrana nettamente distinta ed un reticolo molto sviluppato e contenente numerose granulazioni, grosse come pseudomacule; cosicchè per la loro struttura, ove non se ne fosse conosciuta la provenienza, potevano essere prese per altrettante vescicole germinative. In questo caso il tratto posteriore del peduncolo ovarico (Tav. III, fig. 11ª, *tp*) non si era, per causa a me sconosciuta, nè canalizzato nè raccorciato, anzi era più lungo

dell'ordinario; perciò, non avendo potuto aver luogo la fecondazione, i pronuclei femminili erano rimasti indipendenti ed avevano acquistato maggiore sviluppo. Dopo questo, io credo che le molteplici vescicole trovate in ova di altri animali, specialmente di Mammiferi, e descritte come altrettante vescicole germinative, possano non essere altro che pronuclei femminili sviluppati in ova rimaste non fecondate. Così trova giusta spiegazione il fatto, e resta immutato il concetto, che ogni ovo non possiede che una sola vescicola germinativa.

La formazione di più pronuclei femminili derivati da una sola vescicola germinativa non potrebbe spiegarsi se, come vuole il Flemming (1), nell'ovo la seconda parte del ciclo cariocinetico ripetesse inversamente tutte le fasi della prima: vale a dire, se la fase che precede immediatamente la ricostituzione del nucleo, fosse il dispirema (gomitolo), come egli sostiene; e non avvenisse invece la formazione di vescicole, come avevano osservato prima O. Hertwig (2), H. Fol (3), E. Selenka (4), e S. Trinchese (5), e come ha ora confermato con accurate ricerche il Bellonci (6) nella cariocinesi dell'ovo di Axolotl. I risultati delle mie ricerche sulla cariocinesi delle ova della S. maxima e della S. pinnata, e che ho descritto più innanzi, dimostrano non solo la distinta formazione di vescicole cromatiche, ma altresì una distinzione in sei fusi direzionali secondari, acromatici, ad ognuno dei quali corrispondono due vescicole, una centrale e l'altra periferica. Le vescicole periferiche si fondono, come d'ordinario, fra loro, per costituire il nucleo della seconda cellula polare; le centrali restano libere e divengono pronuclei femminili. In questi, come anche nel pronucleo mascolino, sono contenute tutte le parti formali costitutive del nucleo: la sostanza acromatica e la sostanza cromatica.

L'ovo, contenuto nel follicolo, si porta, insieme allo stesso, nell'utero, consecutivamente al raccorciamento del peduncolo. Questo fenomeno nella S. pinnata accade allo stesso modo che osservammo nella S. maxima. Però nella S. pinnata, benchè il canale del tratto anteriore si presenti divaricato, pure non forma una grande ampolla, nè pare che si formi il ricettacolo seminale come nella S. maxima; invece si canalizza e si raccorcia il tratto posteriore, che prima si contrae, e si ripiega intorno al follicolo e su se stesso, facendo delle volute (Tav. III, fig. 3, *vod*). Questo fatto, osservato anche da H. Müller, ha indotto in inganno il Vogt, il quale credeva che l'ovo si portasse nell'utero (navicola) non per raccorciamento del peduncolo ma per *enroulement* di esso, che si avvolgerebbe intorno al follicolo.

(1) Flemming, *Beiträge zur Kenntnis d. Zelle u. ihrer Lebenserscheinungen.* III Theil Archiv. f. mikr. Anat. XX. Bd. 1882. — Id., *Zellsubstanz, Kern, und Zelltheilung.* Leipzig, 1882.

(2) O. Hertwig, *Beiträge z. Kenntniss d. Bildung, Befruchtung. u. Theilung d. thierischen. Eies.* Morphologisches Jahrbuch, I. Bd. 1877.

(3) H. Fol, *Recherches sur la fécondation et le commencement de l'hénogénie* etc. Mémoires de la Soc. de phis. et d'histoire nat. de Genève, 1879.

(4) E. Selenka, Zoologische Studien, I. *Befruchtung des Eies von Toxopneustes variegatus.* Leipzig, 1878.

(5) S. Trinchese, *I primi momenti dell'evoluzione nei molluschi.* Atti della r. Accademia dei Lincei, 1879.

(6) G. Bellonci, *Intorno alla cariocinesi nella segmentazione dell'uovo di Axolotl.* Atti della r. Accademia dei Lincei, serie 3ª, vol. XIX, 1884.

Le volute del peduncolo ovarico coincidono colla formazione della prima cellula polare; dopo di che accade immediatamente il primo raccorciamento del peduncolo, per la sparizione di una parte del suo tratto posteriore. Allora il follicolo, contenente l'ovo, si trova nell'estremità posteriore dell'utero, ove era giunto in seguito alle volute del peduncolo; ma dopo, (Tav. III, fig. 4, *od*), questo si raccorcia, rimane quasi rettilineo ed è percorso, in tutta la sua lunghezza, dal canale genitale, che è largo, specialmente nella parte anteriore, e mette in comunicazione la cavità del follicolo, colla cavità respiratoria, nella quale sbocca. Quantunque non abbia potuto sorprendere in questa specie, come mi è riuscito nella S. maxima, il passaggio dei nemaspermi lungo questo canale, tuttavia credo avvenga in questo momento che precede il retrarsi del cono d'attrazione e la comparsa del pronucleo mascolino nell'emisfero anteriore dell'ovo (Tav. III, fig. 4, *pm*).

Avvenuta la fecondazione, l'ovidutto contraendosi ridiventa tortuoso (Tav. III, fig. 5, *od*) e poi si raccorcia nuovamente, (Tav. III, fig. 6, *od*); così il follicolo è attirato nello strato mesodermico dell'utero. Nel tratto anteriore rimasto, le cellule epiteliali si moltiplicano, e quindi continuano a staccarsi dalla parete e divengono corpuscoli vitellini dotati di movimenti ameboidi. I detti corpuscoli vanno nella cavità del follicolo, per nutrire l'ovo. In questo momento essi sono stati veduti nel canale dell'ovidutto dal Salensky (v. fig. 6*pin*, Tav. 10 dell'ultima sua Mem.), che li ha designati anche come nemaspermi: nel quale errore egli è caduto pure in seguito (v. fig. 3*af*, e fig. 2*af*, *sp*, Tav. 16 della medesima Mem.), quando nella S. maxima descrive come nemaspermi questi stessi corpuscoli. A questo proposito, dirò che il Salensky (v. fig. 4*pin* e fig. 5*pin*, *EK*. Tav. 10 med. Mem.) sembra che indichi nella S. pinnata come nucleo dell'ovo, o pronucleo femminino, la macchia circolare che si forma, nel polo posteriore dell'ovo, dal residuo della vescicola germinativa, e da cui trae origine il fascio dei sei fusi secondarî con le annesse vescicole cromatiche. Inoltre egli (fig. 7*pin* e fig. 8*pin*, *FK*, Tav. 10 medesima Mem.) ha preso, nella stessa S. pinnata, per nuclei di segmentazione il pronucleo mascolino ed uno dei pronuclei femminili, dei quali non ha veduto gli altri. Naturalmente il Salensky è caduto in tali inesattezze, per non aver potuto seguire tutto il processo della maturazione e fecondazione dell'ovo, come è riuscito a me. Sono sicuro che in questo caso non avrebbe negato recisamente che la formazione del pronucleo mascolino accade contemporaneamente alla formazione delle cellule polari, come io ho accennato nella mia comunicazione del 1880 e dimostrato in questo lavoro.

Nella 2ª parte di questo lavoro descriverò i mutamenti che, durante la segmentazione dell'ovo e la successiva formazione del proembrione, accadono nel follicolo, e quindi la totale scomparsa di questo. Ora dò uno sguardo generale ai risultati più importanti, fin qui esposti.

Nelle Salpe, eccettuata la S. bicaudata, l'ovo si matura e feconda prima dello sviluppo definitivo dell' utero. L'ovo si nutre e cresce, prima a spese delle cellule del sacco ovarico, e poi delle cellule dell'ovidutto: le cellule dell'appendice vanno a nutrire i primi blastomeri. L'emigrazione successiva delle cellule epiteliali costituenti questi organi è la causa della loro riduzione e scomparsa totale. Le cellule del sacco proligero, ultimo a sparire, si moltiplicano in seguito, ed insieme coi blastomeri

vanno a formare il proembrione; nel quale poi si consumano anch' esse e spariscono, come sarà dimostrato in seguito.

Prima della maturazione, il corpo dell'ovo è fatto di solo vitello formativo, ossia di protoplasma e paraplasma; con la maturazione, acquista il vitello nutritivo, che appare in forma di grossi granuli.

Il corpo trabecolare della vescicola germinativa ne occupa la cavità, la quale contiene altresì il succo nucleare ed è chiusa completamente da una membrana. Questa, benchè porti nome di membrana nucleare, appartiene al protoplasma dell'ovo, o citoplasma, come Strasburger ha sostenuto per tutti i nuclei; poichè, mentre la superficie esterna di questa membrana si continua direttamente con la rete protoplasmatica di esso, la sua superficie interna rimane, invece, separata dal corpo trabecolare del nucleo per una zona occupata da succo nucleare. Nei pronuclei femminili e nel pronucleo mascolino, la membrana che ne chiude la cavità, contenente il reticolo ed il succo, appartiene, per contrario, ai pronuclei stessi; poichè è costituita dalle due loro sostanze formali, e sta in diretta connessione coi fili del reticolo.

Quanto al fuso, che nella vescicola germinativa e nei nuclei in via di divisione rappresenta la figura acromatica, io non ho fatti per decidere se i fili di esso derivino dall'acromatina nucleare, secondo vogliono Flemming ed altri; o se invece dal plasma cellulare (citoplasma), come sostiene Strasburger. Dirò solamente che questi fili convergono nelle masse polari, le quali costituiscono i centri delle due irradiazioni plasmatiche del corpo dell'ovo.

Nell'ovo di Salpa, dalla vescicola germinativa si formano successivamente i due nuclei delle due cellule polari, come d'ordinario, e sei pronuclei femminili. In esso non penetra che un solo filamento spermatico, il quale si trasforma in pronucleo mascolino. La penetrazione del nemasperma avviene dopo la formazione della prima cellula polare.

Il pronucleo mascolino, tanto nella S. pinnata quanto nella S. maxima, giunto a maturità, è grande, ovale e vescicoloso; ha una parete sottile, ed una cavità trasversata da un reticolo di esili fili, nei quali trovansi piccoli granuli cromatici. Anche i pronuclei femminili maturi sono grandi e vescicolosi; ma hanno forma sferica, e la loro cavità non in tutti mostra chiaramente il reticolo. Al contrario, le loro granulazioni cromatiche sono più grosse e stanno a ridosso della parete.

Il pronucleo mascolino, portandosi nell'emisfero posteriore dell'ovo, al di sopra del cumulo dei pronuclei femminili, si coniuga successivamente con essi. Nella S. maxima ho osservato due fasi di sì fatta coniugazione: nella prima, uno dei pronuclei femminili, si era completamente coniugato col pronucleo maschile, tre stavano per coniugarsi, e due rimanevano ancora liberi; nella seconda, dei sei pronuclei femminili cinque si erano completamente fusi col pronucleo maschile, formando una massa nucleare reniforme, ed uno, posto in corrispondenza dell' ilo di detta massa, rimaneva ancora indipendente. Nella S. pinnata ho trovato questo processo nella fase in cui era libero un solo dei pronuclei femminili, tuttora di forma sferica, e situato lateralmente a quello della massa nucleare elissoidale risultata dalla fusione degli altri cinque pronuclei femminili col pronucleo maschile. Che i pronuclei femminili non si fondano prima fra loro, ma solo successivamente col pronucleo maschile, lo dimostra il fatto anormale che osservai nella S. pinnata: ivi per l'assenza

del pronucleo maschile i pronuclei femminili erano rimasti indipendenti uno dall'altro. Siccome da ciò che ho detto prima, risulta che la sostanza cromatica e l'acromatica si trovano commiste nel reticolo e nella parete, tanto del pronucleo maschile, quanto dei pronuclei femminili; così nella coniugazione abbiamo la fusione, non solo delle due sostanze cromatiche, maschile e femminile, come sembra credere il Flemming, ma eziandio delle rispettive sostanze acromatiche.

Tutto ciò parla in favore dell'opinione di O. Hertwig (1), ammessa generalmente, che pronucleo mascolino e pronucleo femminile — nel nostro caso, pronuclei femminili, — cioè le loro sostanze costitutive, cromatica ed acromatica, si fondano e formino un nucleo morfologicamente unico, il primo nucleo di segmentazione; e contraddice quindi l'opinione di E. van Beneden (2), il quale nega tale fusione ed ammette, nelle ova dell'Ascaris megalocephala, che i due pronuclei si accollino semplicemente senza fondersi, restando distinte la sostanza cromatica e l'acromatica di ciascheduno, e che queste passino poi separate nei nuclei delle due prime sfere di segmentazione.

Nella S. maxima e nelle S. pinnata la massa nucleare mostra una parete ed una cavità traversata da un reticolo a fili sottili, con numerose granulazioni. Sia gli uni che le altre si colorano intensamente col carminio; il che è quanto dire: la cromatina vi è più abbondante dell'acromatina. Finalmente, e nell'una e nell'altra specie, nella fase successiva, avvenuta la fusione dell'ultimo pronucleo femminile, appare il primo fuso di segmentazione.

Riguardo ai nuclei delle cellule polari, da quanto ho esposto si vede chiaro che si originano per l'ordinario processo di scissione indiretta, come è stato descritto in altri animali da Bütschli, O. Hertwig, Fol, e Flemming; e non per scissione longitudinale, descritta nell'ovo dell'anzidetto Nematode da E. van Beneden. Inoltre debbo far rilevare che, con la formazione delle cellule polari, si elimina dall'ovo, non solo una parte della vescicola germinativa, tanto cioè della sostanza cromatica, quanto dell'acromatica; ma eziandio una porzione del corpo dell'ovo.

Nelle Salpe, finalmente, il punto di partenza del primo solco di segmentazione è nel polo anteriore, là dove è penetrato il nemasperma; e non nel polo posteriore, là donde si staccano le cellule polari. In questi animali la direzione della segmentazione dipende, come ha ammesso Selenka (mem. cit.), dalla posizione del punto d'entrata nel nemasperma, e non dalla posizione del punto di espulsione dei corpuscoli polari, come F. Müller e il Trinchese (mem. cit.) hanno creduto avvenisse costantemente in tutti gli animali in cui è stata osservata l'espulsione di questi corpi. Ma è da notare che nelle Salpe i due punti nominati sono diametralmente opposti; quindi il primo solco di segmentazione, il quale divide l'ovo in due parti uguali, passa per entrambi.

(1) O. Hertwig. Morphologisches Jahrb. I Bd, p. 383.

(2) E. van Beneden. *Recherches sur la maturation de l'oeuf et la fécondation.* Archives de Biologie, Tom. IV. 1883.

SPIEGAZIONE DELLE TAVOLE

INDICAZIONI DELLE LETTERE

mc. mantello di cellulosa, membrana testacea, o tunica esterna.
ect. ectoderma, o strato epiteliale esterno.
m. mesoderma, o strato medio.
en. entoderma, o strato epiteliale interno.
mt. penultima fascia muscolare trasversa del corpo.
vs.va. vaso o vasi sanguigni del rudimento dell'utero.
vu. vasi dell'utero definitivo.
cs. cellule sanguigne.
ur. utero rudimentale.
ut. parete dell'utero definitivo.
cu. cavità dell'utero definitivo.
bu. bocca, o apertura della cavità dell utero definitivo.
od. ovidutto, o peduncolo ovarico.
ta. tratto anteriore dell'ovidutto.
pg. poro genitale.
cg. canale genitale.
am. ampolla.
tp. tratto posteriore dell'ovidutto.
c. porzione canaliculata del tratto posteriore dell'ovidutto della S. maxima.
fo. follicolo ovarico.
so. sacco ovarico.
sp. sacco proligero.
asp. appendice del sacco proligero.
ov. ovo.
rp. rete protoplasmatica del corpo dell'ovo.
mcg. massa centrale dell'ovo.
sp. strato periferico dell'ovo.
ca. cono di attrazione dell'ovo.
st. masse polari e irradiazione dicentrica del vitello, o astri collegati ai poli del fuso.
v. vacuoli del corpo dell'ovo.
vg. vescicola germinativa.
mg. macula germinativa.
rn. corpo trabecolare, o reticolo nucleare.
fd. primo fuso di maturazione, con la piastra cromatica equatoriale.
rvg. resto della vescicola germinativa nell'ovo.
fd'. fusi di maturazione secondarî con le vescicole cromatiche nei poli.
cp. prima cellula polare.
cp'. seconda cellula polare.
cp''. cellule polari, derivate per divisione delle due prime.
pf. pronuclei femminili, o nuclei dell'ovo.
z. zoospermi, o nemaspermi.
pm. pronucleo mascolino, o nucleo spermatico.
ns. massa nucleare, risultato della fusione dei pronuclei femminili col pronucleo mascolino.
fs. fuso di segmentazione con la piastra cromatica equatoriale, e con i due astri vitellini, collegati ai poli.

Tav. I.

Le figure di questa tavola rappresentano l'apparecchio genitale femminile di varie specie di Salpe, prima della maturazione dell'ovo, — ad eccezione della fig. 4ª, nella quale l'ovo è rappresentato in via di maturazione. I preparati sono stati fissati coll'acido cromico, conservati in alcool e coloriti, ora col picrocarminio, ora col carminio acetico dello Schneider ed ora coll'ematossilina. Le figure sono state prese con la camera chiara: la figura 2ª, al microscopio Zeiss, — oc. 3, obb. $^1/_8$, immersione omogenea, tubo accorciato —; tutte le altre figure, al microscopio Hartnack: la fig. 1ª, oc. 3, obb. 4, tubo accorciato; le figure 3-11, oc. 3, obb. 7, tubo accorciato.

Fig. 1. — Apparecchio genitale femminile della S. pinnata, veduto dalla faccia ventrale, a piccolo ingrandimento.

Fig. 2. — Sezione trasversa del sacco ovarico della S. pinnata, a forte ingrandimento. Il corpo dell'ovo, privo di membrana e composto di protoplasma e paraplasma (ambidue costituenti il vitello formativo), contiene nel centro una grande vescicola germinativa, la cui membrana appartiene al protoplasma del vitello formativo e chiude una grande cavità, nella quale sono contenuti il reticolo nucleare con la macula germinativa, ed il succo nucleare.

Fig. 3. — Sezione trasversa della parete dorsale del corpo, e dell'utero rudimentale della S. pinnata. Si nota: come il grosso vaso sanguigno che percorre quest'organo, è grande ed ha una parete propria, in cui si trovano numerose cellule fusiformi; e come l'ovidutto sta, non dentro, ma sotto il detto vaso.

Fig. 4. — Follicolo ovarico della S. pinnata, in taglio longitudinale. L'ovo è in via di maturazione: nel corpo dell'ovo si vede, nel centro la rete protoplasmatica ispessita, e alla periferia numerosi vacuoli e sottili prolungamenti protoplasmatici, che si insinuano nelle cellule del sacco ovarico. La vescicola germinativa, ancora contenente la macula germinativa, si è portata nel polo posteriore dell'ovo.

Fig. 5. — Apparecchio genitale femminile della S. maxima, veduto dalla faccia ventrale. In questa specie, oltre che il sacco proligero è provvisto di un'appendice, il tratto posteriore dell'ovidutto presenta canalicolata la porzione anteriore, anche prima della maturazione dell' ovo. Solo la parte posteriore di questo tratto è solida, ed ha una sola serie di cellule sovrapposte le une alle altre, come i dischi di una pila.

Fig. 6*a*, 6*b*, 6*c*, 6*d*, 6*e*. — Sezioni trasverse dell'apparecchio genitale femminile della S. maxima, corrispondenti alle linee *aa*, *bb*, *cc*, *dd*, *ee* della figura precedente.

Fig. 7. — Ovidutto e follicolo ovarico della S. maxima, veduti di lato e disegnati in posizione naturale: il sacco ovarico sta sopra, o dorsalmente; il sacco proligero sotto, o ventralmente.

Fig. 8. — Apparecchio genitale femminile della S. virgola, visto di lato.

Fig. 9. — Apparecchio genitale femminile di un piccolo embrione di S. bicaudata, nel quale non si è ancora sviluppato l'utero: visto un po' di lato.

Fig. 10. — Sezione longitudinale dell' apparecchio genitale femminile della S. bicaudata, poco prima della maturazione dell'ovo, e in cui si è completamente sviluppato l'utero. In questa specie, a differenza di tutte le altre, la cavità dell' utero si sviluppa anche prima della maturazione dell' ovo, secondo la regola generale; quindi il poro genitale sbocca nella cavità dell'utero, e nella cavità respiratoria non si apre che l'orificio uterino.

Fig. 11*a*, 11*b*, 11*c*. — Sezioni trasversali dell' apparecchio genitale femminile della S. bicaudata, corrispondenti alle linee *aa*, *bb*, *cc* della fig. 10.

Tav. II.

Tutte le figure di questa tavola — vedute dalla faccia dorsale, eccettuate la fig. 1 situata un po' lateralmente e le figure 2 e 9*B*, che invece si veggono dalla faccia ventrale — rappresentano l'apparecchio genitale femminile della S. maxima, nel periodo della maturazione e fecondazione dell'ovo. I preparati sono stati trattati con la soluzione di acido cromico, conservati in alcool e coloriti col carminio acetico dello Schneider. Le figure sono state disegnate con la camera chiara, al microscopio Hartnack: obb. 7, oc. 3, tubo accorciato; ma il loro studio è stato fatto con obbiettivi ad immersione omogenea: Zeiss $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{18}$.

Fig. 1. — Apparecchio genitale femminile, nel primo momento della maturazione dell'ovo: veduto dal lato destro, e un po' inclinato verso la faccia ventrale. Tutto l'apparecchio è cresciuto in volume; l'utero si è allungato: lo stesso è accaduto per l'ovidutto e pel follicolo ovarico. La porzione solida del tratto posteriore dell'ovidutto presenta ora, nel taglio ottico, due serie di cellule. L'ovo, divenuto anch'esso più voluminoso, è in preda a movimenti ameboidi e si distende anche nel sacco

proligero. La vescicola germinativa si è trasformata nella figura di scissione, posta trasversalmente nell'emisfero posteriore dell'ovo.

Fig. 2. — Il corpo dell'ovo si è differenziato in una massa centrale, opaca e grossolanamente granulosa, ed in uno strato periferico, pellucido, contenente una finissima granulazione. La figura di scissione si è disposta quasi parallelamente al grande asse dell'ovo, volgendo un'estremità al polo posteriore dell'ovo: si trova una cellula lecitica, vitellina, o trofica aderente al polo anteriore dell'ovo.

Fig. 3. — L'utero si è molto allargato. Il poro ed il canale genitale del tratto anteriore si sono dilatati anch'essi. La porzione canalicolata del tratto posteriore, sparito il setto che la separava dall'ampolla del tratto anteriore, si unisce ad essa, per formare il ricettacolo seminale, che trovasi pieno di nemaspermi mescolati a qualche cellula lecitica staccatasi dalla parete del ricettacolo. La massima parte solida del tratto posteriore è scomparsa: il suo residuo diventa pervio allorchè il nemasperma, tiratovi dal cono d'attrazione, penetra nell'ovo. Nella cavità del follicolo si trovano attorno al cono di attrazione alcune cellule lecitiche, venute dall'ovidutto. Nell'estremità posteriore dell'ovo si trova una macchia circolare, residuo della vescicola germinativa, dopo la formazione della prima cellula polare.

Fig. 4. — Il cono di attrazione si è ritirato; nell'ovo è penetrato un solo nepasmerma, trasformato nel pronucleo mascolino, che è circondato dai raggi vitellini: dal resto della vescicola germinativa si è formato un fascio di sei fusi acromatici secondarî, che alle estremità portano vescicole cromatiche. Tanto nella cavità del ricettacolo seminale, quanto in quella del follicolo, le cellule lecitiche sono più abbondanti: nell'estremità posteriore del ricettacolo seminale, ancora si veggono alcuni nemaspermi.

Fig. 5. — Formazione della seconda cellula polare: disfacimento del fascio dei sei fusi secondarî: le sei vescicole cromatiche periferiche si fondono e danno origine al nucleo della seconda cellula polare: le sei vescicole cromatiche centrali restano libere nell'emisfero posteriore dell'ovo, ed ingrandendosi diventano altrettanti pronuclei femminili coi granuli cromatici disposti in circolo nella parete. Il pronucleo mascolino, ingrandito e vescicoloso, lascia scorgere dentro di sè, uno scarso reticolo cromatico con grossi granuli. Nel sacco ovarico si veggono sempre le cellule lecitiche, una delle quali è attaccata lateralmente all'apice del cono d'attrazione retrattosi.

Fig. 6. — L'ovidutto è molto raccorciato; restando soltanto il poro genitale, il ricettacolo seminale, molto rimpicciolito, e il residuo del tratto posteriore. L'appendice del sacco prolifero, invece, per la moltiplicazione delle sue cellule si è notevolmente allungata. Le due cellule polari si sono scisse in quattro. Il cono di attrazione è completamente scomparso, e l'ovo è divenuto sferico. Il pronucleo mascolino, ingrandito, ovale, ed ancora nel polo anteriore, mostra un reticolo di sottilissimi fili e granuli cromatici. I pronuclei femminili, accumulati nel polo posteriore dell'ovo, si sono ingranditi ed hanno assunto l'aspetto di vescicole sferiche, nella cui parete la cromatina è sparsa sotto forma di granulazioni. Si vede chiaramente come l'ovo assorba le cellule lecitiche.

Fig. 7. — Il pronucleo mascolino si reca nel polo posteriore dell'ovo, al disopra del cumulo dei pronuclei femminili: con esso si è fuso uno dei pronuclei femminili, tre stanno per fondersi, e due sono ancora liberi.

Fig. 8. — Cinque dei pronuclei femminili si sono fusi col pronucleo mascolino: la massa nucleare risultante dalla fusione ha forma di rene: dirimpetto all'ilo di detta massa sta il sesto pronucleo femminile ancora libero. L'emisfero anteriore dell'ovo si è abbassato; quindi il diametro che passa per i poli è divenuto minore di quello dell'equatore.

Fig. 9 *A*. — L'ovo si è depresso ancor più in direzione dei due poli, ed allungato nel senso del diametro equatoriale. Si osserva il primo fuso di segmentazione, con la piastra equatoriale, collegato alle due masse polari da cui si partono le due irradiazioni protoplasmatiche del vitello.

Fig. 9 *B*. — La stessa figura, veduta dalla faccia dorsale. Le cellule dell'appendice del sacco proligero cominciano a staccarsi; e penetrano nella cavità del follicolo, per nutrire le prime sfere di segmentazione. Tanto nella fig. 9 *A*, quanto in quella 9 *B*, si vede che l'utero — nel quale, pel successivo raccorciarsi dell'ovidutto, è giunto il follicolo — si è alquanto accorciato ed allargato al tempo stesso; e che l'ovidutto si è ridotto ad un piccolo corpo somigliante ad un ferro di cavallo.

Tav. III.

Le figure di questa tavola rappresentano le varie parti dell'apparecchio genitale femminile della S. pinnata, negli stadî di maturazione e fecondazione dell'ovo, eccettuate le figure 9 e 10, nelle quali l'ovo trovasi al primo momento della segmentazione. Alcuni preparati sono stati fissati con l'acido cromico; altri, col liquido del Kleinenberg: e sono stati tutti conservati in alcool e coloriti col carminio acetico dello Schneider. Le figure sono state prese col microscopio Hartnak, oc. 3, obb. 7, tubo accorciato: la fig. 11 *A*, con lo stesso microscopio, oc. 3, obb. 4, tubo accorciato.

Fig. 1. — Follicolo ovarico, veduto dalla faccia ventrale. L'ovo contenuto in questo follicolo era in preda a movimenti ameboidi: il suo corpo mostra una massa centrale, opaca, grossolanamente granulosa, circondata da un sottile strato pellucido e finamente granuloso: nel polo posteriore trovasi una macchia chiara, risultante dalla trasformazione della vescicola germinativa.

Fig. 2. — Follicolo ovarico, veduto dalla stessa faccia. Sono cessati i movimenti ameboidi dell'ovo, che ora riempie tutta la cavità del follicolo. L'ovo mostra più regolare la distinzione in massa centrale e strato periferico. Nell'emisfero posteriore si trova il primo fuso, acromatico, parallelo all'asse dell'ovo, e alle cui estremità son poste le vescicole cromatiche, circondate dalle irradiazioni protoplasmatiche del vitello.

Fig. 3. — Intiero apparecchio genitale femminile, veduto dal lato destro. Il corpo dell'ovo presenta più ispessito lo strato periferico. Nell'estremità posteriore dell'ovo si vedono il fascio dei sei fusi, acromatici, secondarî e le annesse vescicole cromatiche; fuori di questa estremità, la prima cellula polare.

Fig. 4. — Detto apparecchio, veduto dal medesimo lato. L'ovidutto è raccorciato e quasi rettilineo. L'ovo è stato fecondato: nell'emisfero anteriore, ritiratosi il cono d'attrazione, presenta il pronucleo mascolino, piccolo, risplendente, con grossi granuli cromatici; e nel posteriore il fascio dei sei fusi secondarî. Il corpo dell'ovo è ancora distinto in massa centrale e strato periferico.

Fig. 5. — Detto apparecchio, nella medesima posizione. Nel corpo dell'ovo si veggono: al polo anteriore, il pronucleo mascolino, ingrandito e vescicoloso; nel polo posteriore, i sei pronuclei femminili, vescicolosi anch'essi. Nell'uno e negli altri si osservano grossi granuli cromatici. Vi sono nel corpo dell'ovo due vacuoli; ed al di fuori di esso, in corrispondenza dell'estremità posteriore, si veggono due cellule polari ricoperti dalla parete del sacco ovarico.

Fig. 6. — Detto apparecchio, nella medesima posizione. L'ovidutto si è raccorciato di più; le due cellule polari sono più appariscenti; tanto i sei pronuclei femminili, quanto il pronucleo mascolino, sono più ingranditi, e lasciano veder chiaramente la parete e un finissimo reticolo traversante la loro cavità. La parete ed il reticolo, sì dell'uno che degli altri, contengono grossi granuli cromatici.

Fig. 7. — Detto apparecchio, dallo stesso lato, ma un po' inclinato. L'accorciamento dell'ovidutto è maggiore; il sacco proligero comincia a fare, nella parte ventrale di questo lato, un diverticolo che aderisce alla parete inferiore dell'utero rudimentale. Tale parete seguendo il diverticolo, fa in questo punto un'estroflessione sporgente nella cavità respiratoria, qui non rappresentata. Il pronucleo mascolino si è completamente fuso con cinque pronuclei femminili, in una massa nucleare ellissoidale; l'ultimo dei pronuclei femminili, ancor libero, sta innanzi nella figura, cioè al lato destro della massa nucleare. L'emisfero anteriore dell'ovo si è avvallato. La prima cellula polare si è divisa in due.

Fig. 8. — Detto apparecchio, nella medesima posizione. Il primo nucleo di segmentazione si è trasformato nel fuso acromatico e nelle vescicole cromatiche, che stanno ai poli di questo e son circondate dalle irradiazioni plasmatiche del corpo dell'ovo. L'avvallamento dell'emisfero anteriore dell'ovo è ancora più sensibile, ed accenna al primo solco di segmentazione, che partendo dal polo di questo emisfero, andrà al polo posteriore.

Fig 9. — Detto apparecchio, veduto di sopra. Del primo fuso di segmentazione resta appena qualche filo. In ciascuna metà dell'ovo è costituito il nucleo, piccolo e circondato ancora dai raggi plasmatici. Il primo solco di segmentazione, il quale divide in due parti eguali il corpo dell'ovo e dal polo anteriore si estende al polo posteriore, è ancora superficiale.

Fig. 10. — Detto apparecchio, nella stessa posizione. Perdura ancora il resto dell'ovidutto. Il solco verticale si è già approfondito e ha diviso l'ovo in due blastomeri, che per mezzo di due cellule polari restano attaccati all'estremità posteriore del sacco ovarico. Ciascun blastomero contiene un nucleo in riposo, grande, vescicoloso e traversato da un forte reticolo. Le irradiazioni plasmatiche sono perfettamente sparite.

Fig. 11 *a*. — Detto apparecchio, veduto con un piccolo ingrandimento dalla faccia ventrale, e tolto da una forma aggregata rimasta sterile.

Fig. 11 *b*. — Follicolo dello stesso apparecchio, veduto dalla stessa faccia, più ingrandito. L'ovo, rimasto sterile, contiene nel polo posteriore un cumulo di sei pronuclei femminili. Accanto a questo polo si vede una cellula polare.

Fig 6e

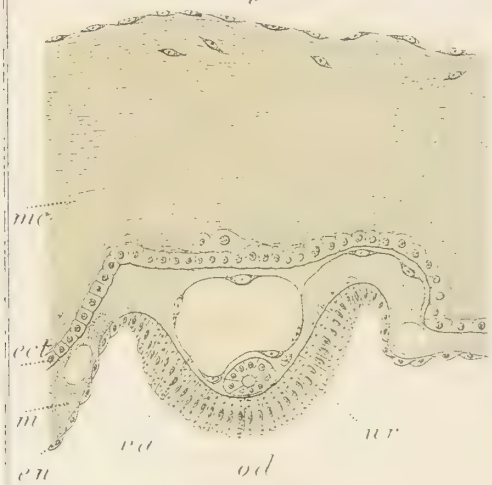


Fig. 6b

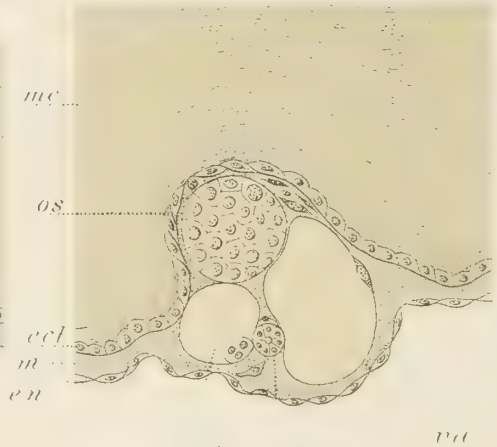


Fig. 6a

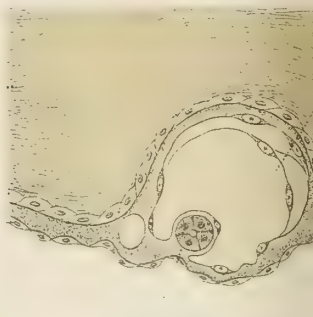


Fig. 6c

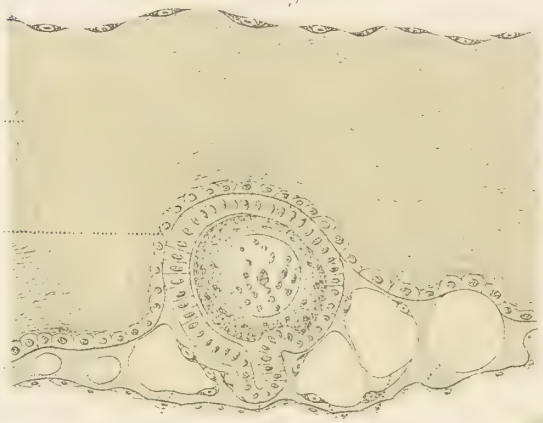
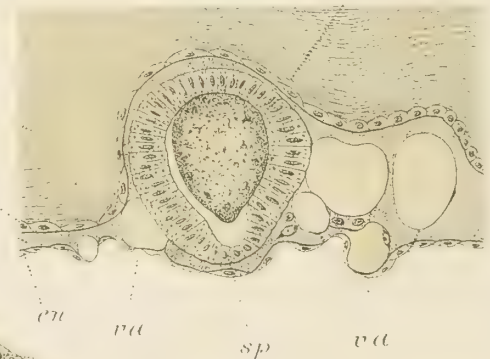


Fig. 6d



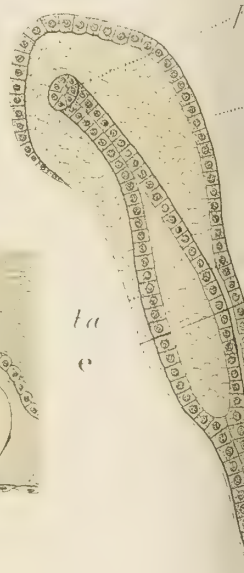


Fig. 7.

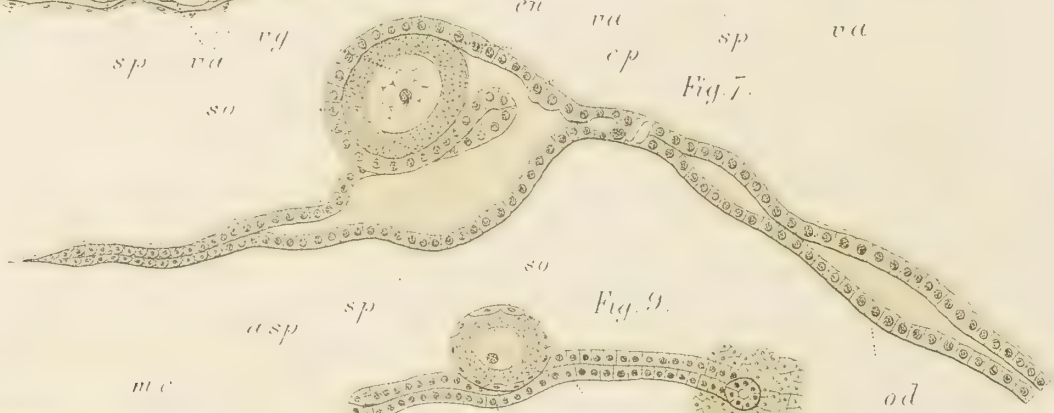


Fig. 9.

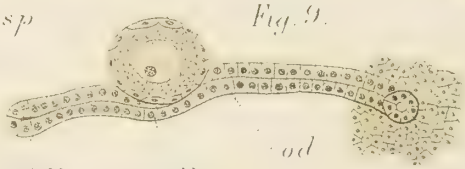


Fig. 8.

U. Colonna inc

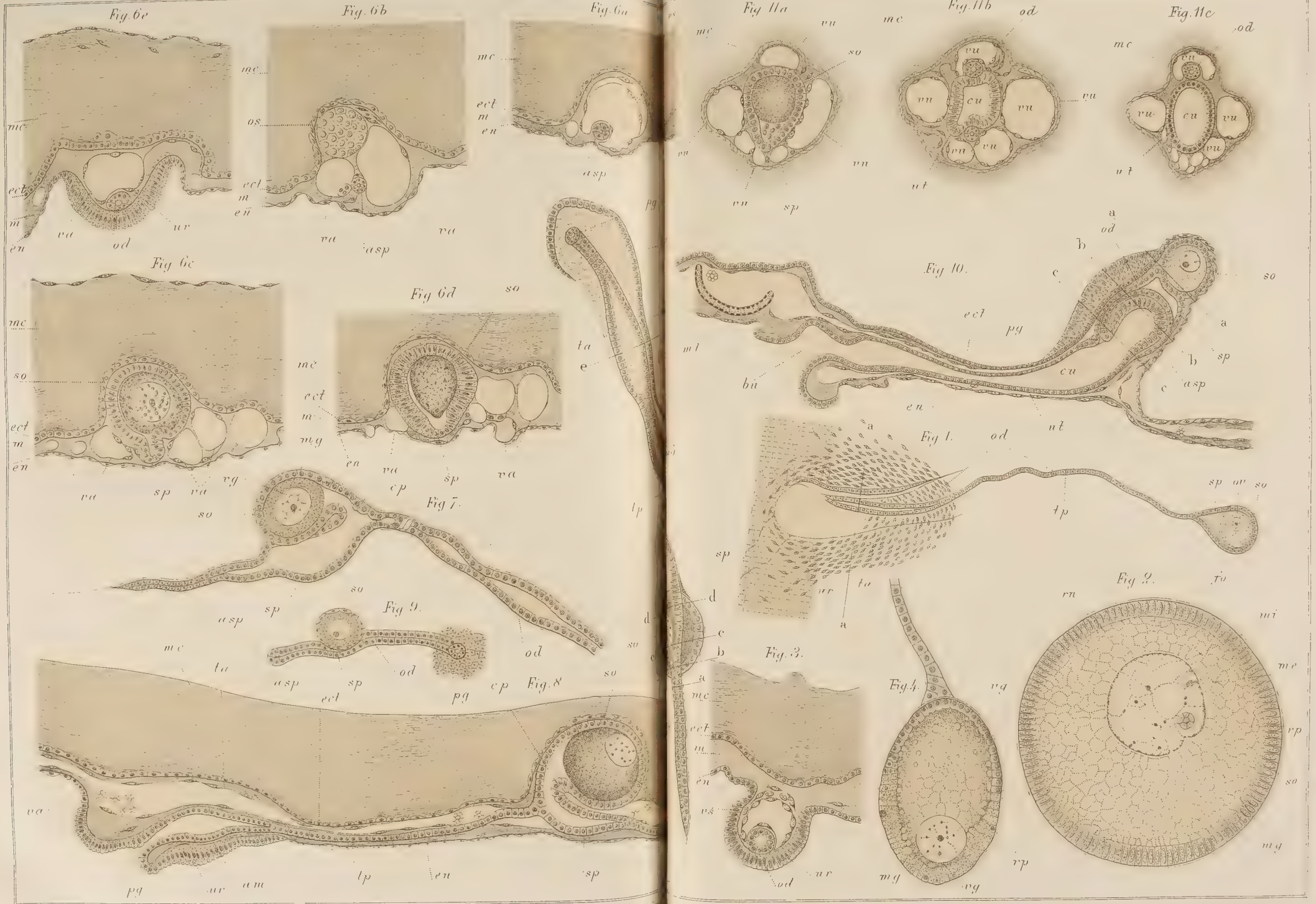


Fig. 6e
Fig. 6b
Fig. 6a
Fig. 6c
Fig. 6d
Fig. 7.
Fig. 9.
Fig. 8
Fig. 11a
Fig. 11b
Fig. 11c
Fig. 10.
Fig. 1.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 2.
F. Todaro dis.

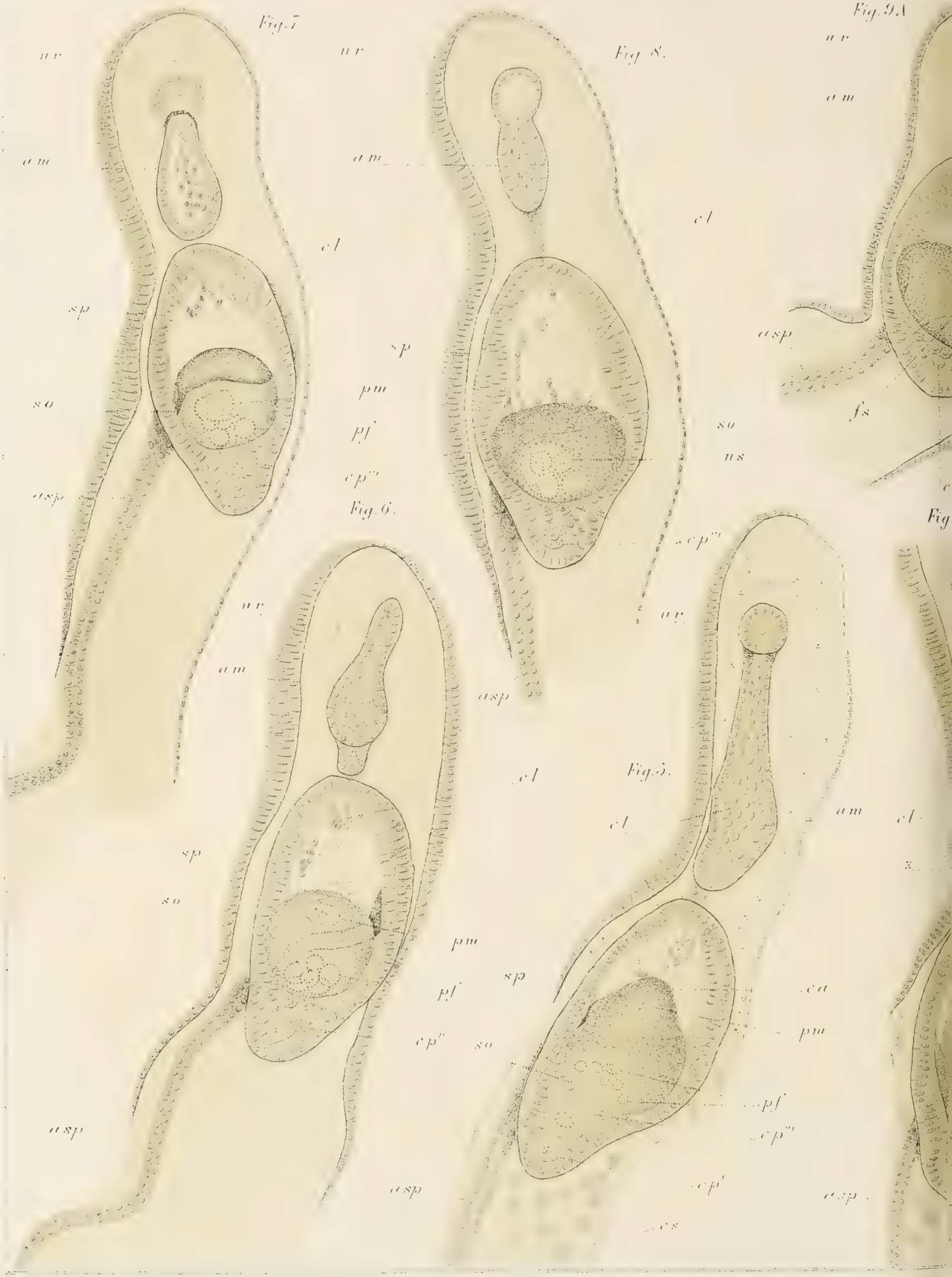


Fig. 7
Fig. 8.
Fig. 9A
Fig. 6.
Fig. 5.
ar
am
cl
sp
so
asp
pm
pf
cp''
cp'''
fs
us
ca
cp'
cs

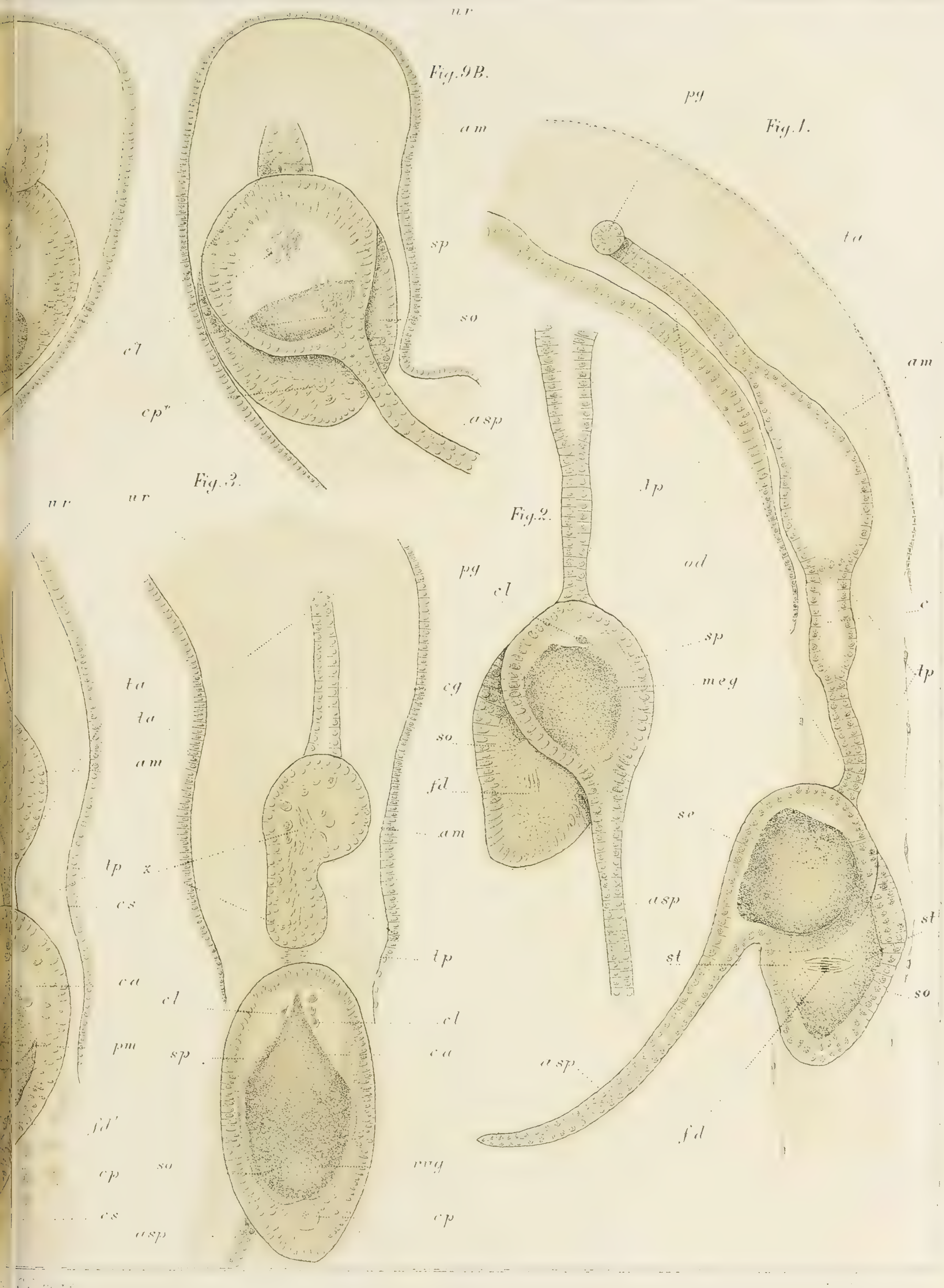


Fig. 9B.
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
ur
am
sp
so
asp
cl
cp"
pg
ta
tp
od
c
meg
cg
fd
st
cs
ca
pm
fd'
cp
rvg
z

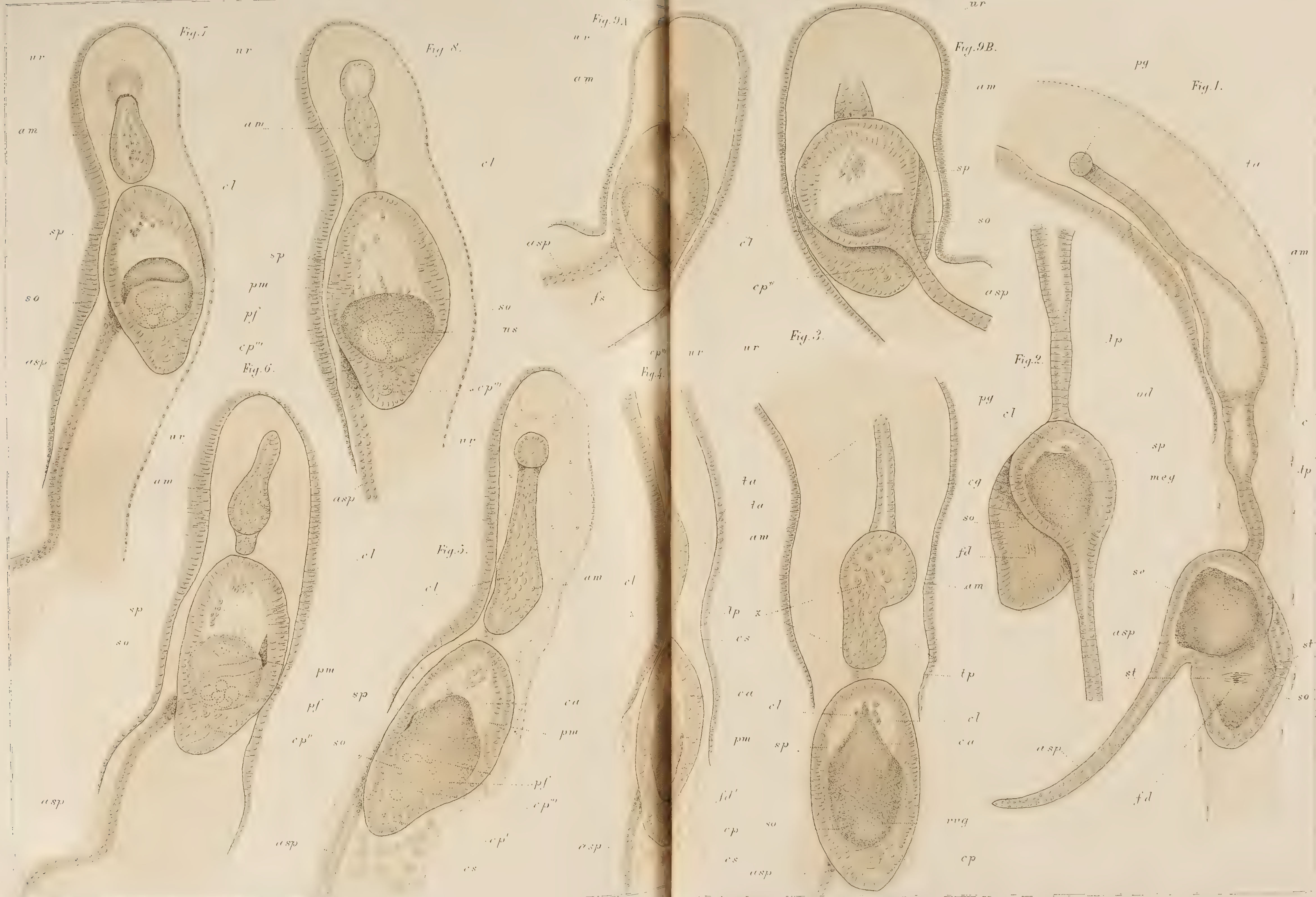
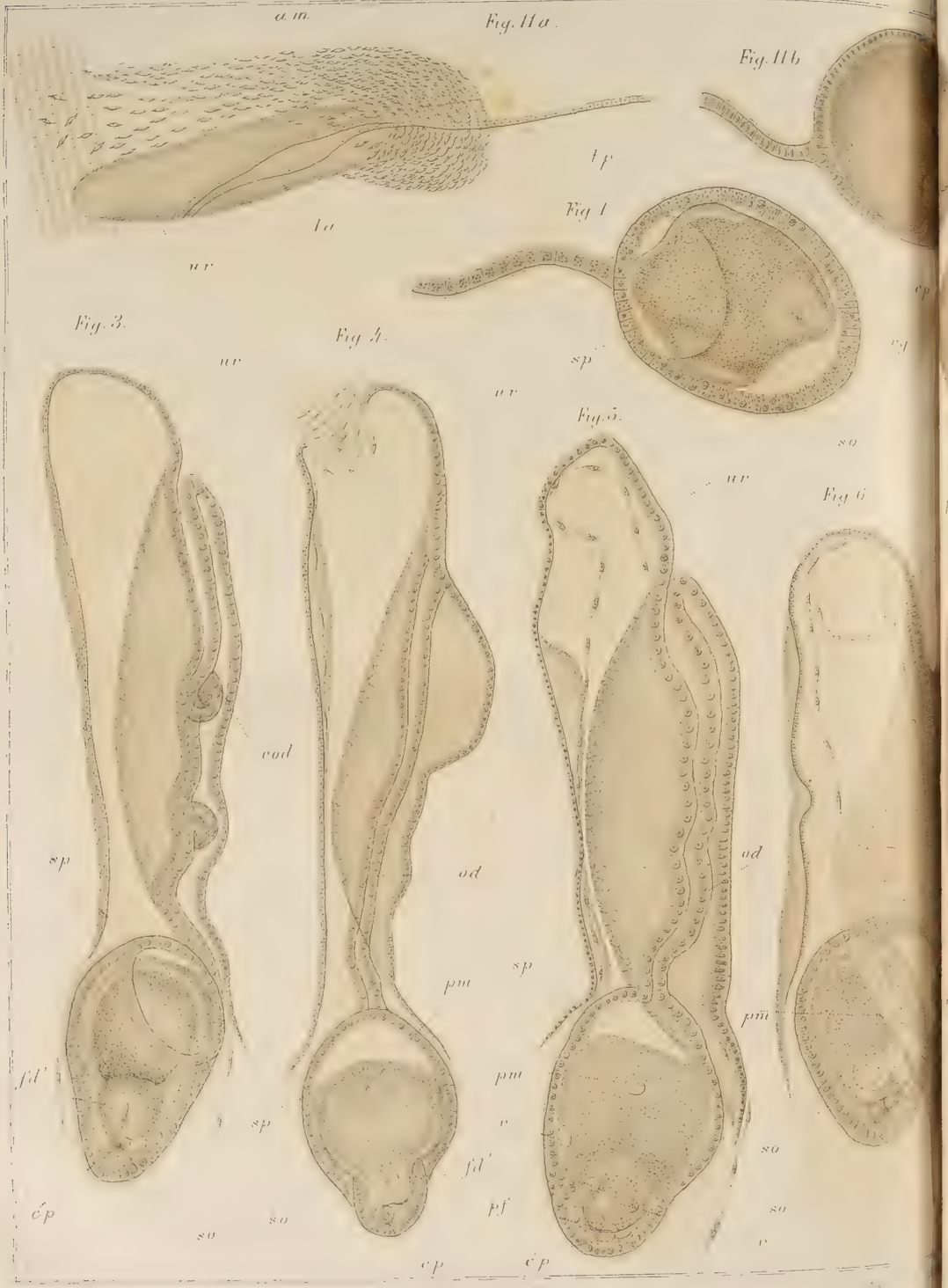
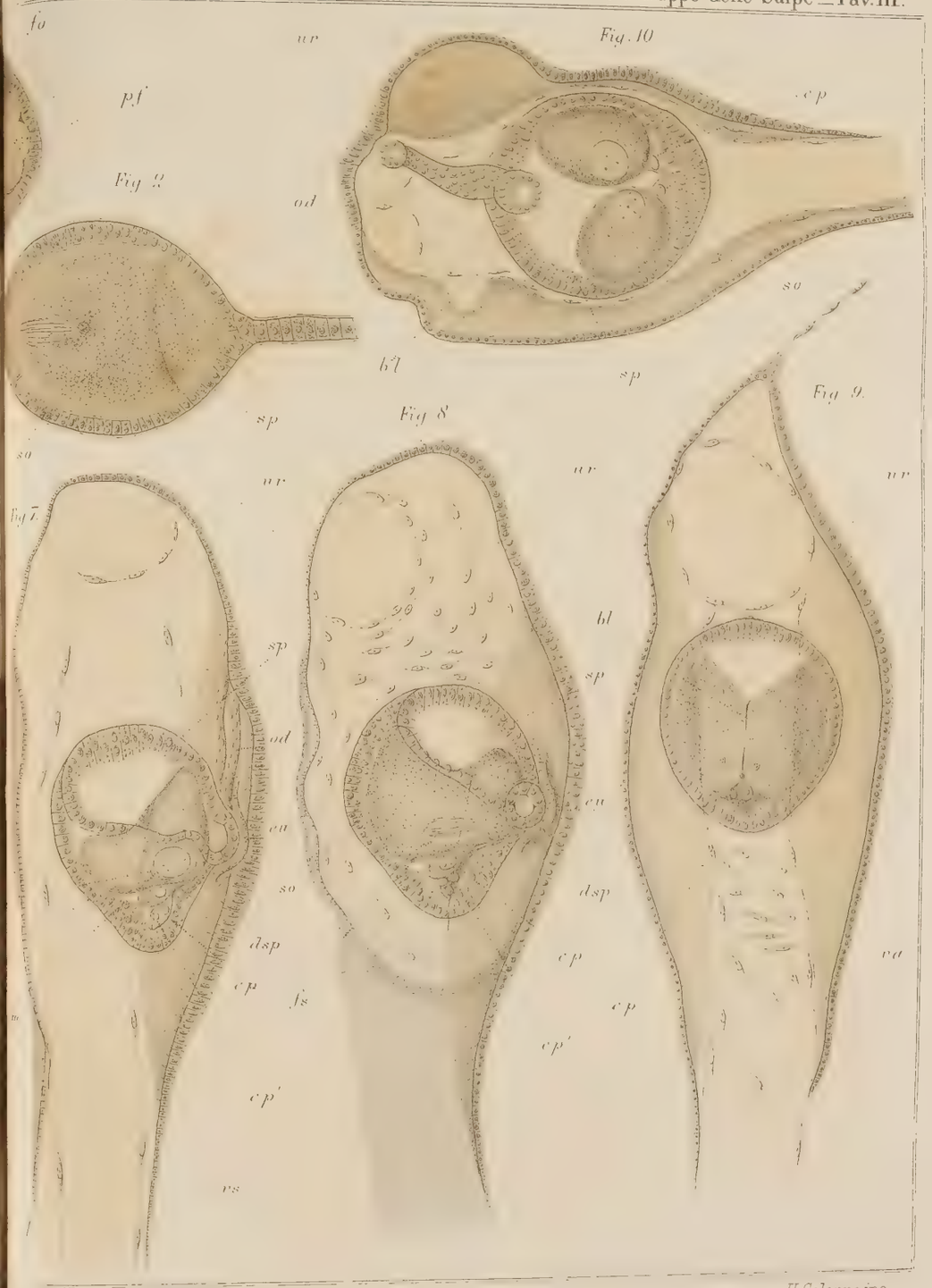


Fig. 7
Fig. 8
Fig. 9 A
Fig. 9 B.
Fig. 1.
Fig. 6.
Fig. 5.
Fig. 4.
Fig. 3.
Fig. 2.
ur
am
cl
sp
so
asp
pm
pf
cp'''
cp''
cp'
ns
fs
pg
ta
lp
od
meg
cg
fd
fd'
z
cs
ca
cp
rvg
st
c

F. Tedesco dis.

fo
pf
Fig. 2.
so
ur
od
Fig. 10.
cp
so
bl
sp
Fig. 8.
Fig. 9.
Fig. 7.
sp
ur
sp
od
en
so
dsp
cp
cp'
vs
ur
bl
sp
en
dsp
cp
fs
cp
cp'
ur
va


a in.
Fig. 11a.
Fig. 11b
lp
la
Fig. 1
ur
cp
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 6
sp
vod
od
pm
fd'
pf
so


fo
ur
pf
Fig. 2
od
Fig. 10
cp
so
bl
sp
Fig. 9.
Fig. 8
Fig. 7.
en
dsp
fs
va
cp'
vs
U Colonna inc.

INDICE DEL VOLUME I.° SERIE 4.ª

Memorie della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

Struever. *Contribuzione alla mineralogia dei vulcani Sabatini.* Parte I. *Sui proietti minerali vulcanici trovati ad est del lago di Bracciano.* Pag. 3
Capellini. *Del Zifioide fossile (Chonezyphius planirostris) scoperto nelle sabbie plioceniche di Fangonero presso Siena* (Con una tavola). . . . . » 18
Respighi. *Sulle osservazioni del bordo e delle protuberanze solari fatte al r. Osservatorio del Campidoglio* (Con quattro tavole) . . . . . » 31
De Stefani. *Studi paleozoologici sulla creta superiore e media dell'Apennino settentrionale* (Con due tavole). . . . . » 73
Maggiorani. *Influenza del magnetismo sulla embriogenesi. Contributo alle ricerche biologiche* (Con una tavola) . . . . . » 123
Respighi. *Catalogo delle declinazioni medie pel 1880,0 di 1004 stelle di 1ª in 6ª grandezza, comprese fra 0° e 20° nord, e 64° e 90° nord, compilato sulle osservazioni fatte al Circolo meridiano del r. Osservatorio del Campidoglio negli anni 1879, 1880 e 1881.* . . . . . » 145
De Paolis. *Fondamenti di una teoria dello spazio generato dai complessi lineari.* . . . . . » 205
Di Legge. *Sul diametro solare* . . . . . » 232
Battelli e Palazzo. *Sulle variazioni di volume di alcuni corpi per effetto della fusione.* Studio sperimentale (Con una tavola). . . . . » 283
Raffaele e Monticelli. *Descrizione di un nuovo Lichomolgus parassita del Mytilus gallo-provincialis Lk.* (Con una tavola). . . . . » 302
Betocchi. *Effemeridi e statistica del fiume Tevere prima e dopo la confluenza dell'Aniene e dello stesso fiume Aniene durante l'anno 1883* (Con una tavola) » 309
Bellonci. *Intorno all'apparato olfattivo e olfattivo-ottico (nuclei rotondi, Fritsch) del cervello dei Teleostei* (Con una tavola) . . . . . » 318
Gebbia. *Su due proprietà della rotazione spontanea dei corpi.* . . . . . » 326
Lovisato. *Contribuzione alla Preistoria Calabrese.* . . . . . » 336
Ponzi. *Conglomerato del Tavolato - Pozzo artesiano nella lava di Capo di Bove; Storia dei vulcani laziali accresciuta e corretta* . . . . . » 349
Righi. *Ricerche sperimentali e teoriche intorno alla riflessione della luce polarizzata sul polo d'una calamita* (Con una tavola) . . . . . » 367
Betocchi. *Effemeridi e statistica del fiume Tevere prima e dopo la confluenza dell'Aniene e dello stesso fiume Aniene durante l'anno 1884* (Con una tavola) » 417

Cantoni. *Il lucimetro Bellani e l'eliografo inglese.* . . . . . Pag. 425
Ciamician e Silber. *Studî sui composti della serie del pirrolo.* Parte nona. *Sull' azione dell' acido nitrico sul pirrilmetilchetone* (Con una tavola). . » 445
Mosso. *La respirazione periodica e la respirazione superflua o di lusso* (Con 8 tavole) . . . . . » 457
Mannheim. *Mémoire d'optique géométrique contenant la théorie du point représentatif d'un élément de surface réglée et son emploi, tant pour la démonstration nouvelle de théoremès relatifs à la courbure des surfaces que pour la détermination plane des éléments des surfaces caustiques* . » 520
Ciamician e Magnaghi. *Studî sui composti della serie del pirrolo.* Parte decima. *Sugli alcaloidi derivanti dal pirrolo* . . . . . » 548
Moriggia. *Il Socio Carlo Maggiorani.* Commemorazione . . . . . » 568
De Paolis. *Le trasformazioni doppie dello spazio.* . . . . . » 576
Porchiesi. *Una rappresentazione del Complesso lineare sullo Spazio ordinario* » 610
Govi. *La partenza dei Gesuiti dal Dominio Veneto; documento inedito relativo al tempo del soggiorno di Galileo in Padova* . . . . . » 622
Todaro. *Studî ulteriori sullo sviluppo delle Salpe* (Con tre tavole). . . . » 641

Pubblicazioni della R. Accademia dei Lincei.

Serie 1ª — Atti dell'Accademia pontificia dei Nuovi Lincei. Tomo I-XXIII.
Atti della reale Accademia dei Lincei. Tomo XXIV-XXVI.

Serie 2ª — Vol. I. (1873-74).
Vol. II. (1874-75).
Vol. III. (1875-76). Parte 1ª TRANSUNTI.
2ª MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
3ª MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol. V. VI. VII. VIII.

Serie 3ª — TRANSUNTI. Vol. I. (1876-77).
» Vol. II. (1877-78).
» Vol. III. (1878-79).
» Vol. IV. (1879-80).
» Vol. V. (1880-81).
» Vol. VI. (1881-82).
» Vol. VII. (1882-83).
» Vol. VIII. (1883-84).

MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
Vol. I. (1, 2). — II. (1, 2). — III.-XIX.

MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol. I-XI, XIII.

Serie 4ª — RENDICONTI Vol. I. (1884-85).

MEMORIE *della Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.*
Vol. I, II.

MEMORIE *della Classe di scienze morali, storiche e filologiche.*
Vol. I.

SMITHSONIAN INSTITUTION LIBRARIES
3 9088 01354 6437